

# حل تحلیلی شار حرارتی بحرانی در جریان خلاف هم مایع و بخار

## برای نسبت‌های دلخواه طول لوله به قطر آن

دکتر رضا متقيان و دکتر زين العابدين نجات

### چکیده

و نتایج مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.  
مایع به صورت فیلم بر روی دیواره، داخلی لوله، عمودی که به وسیله، شار حرارتی شعاعی پکواخت گرم می‌شود، به طرف پائین جریان دارد. در اثر جریان حرارت، فیلم مایع تبخیر شده و بخار تولید شده به طرف بالا، درجهٔ مخالف فیلم مایع، حرکت می‌نماید (شکل ۱). با افزایش شار حرارتی، مایع بیشتری تبخیر می‌گردد و در نتیجه سرعت بخار‌فروزی می‌باید و به حالتی می‌رسد که در آن جریان بخار مانع حرکت فیلم مایع به طرف پائین، و در نتیجه موجب خشک شدن موضعی<sup>۱</sup> می‌گردد. شار حرارتی را در این شرایط که معمولاً در جهت محور در نظر می‌گیرند و حائز اهمیت زیاد است، شار حرارتی بحرانی گویند.

پدیدهٔ خشک شدن موضعی در سالهای اخیر خیلی مورد توجه قرار گرفته است. این پدیده ممکن است در دیگهای بخار، مبادلهٔ و دستگاههای حرارتی، در راکتورهای شیمیایی، راکتورهای هسته‌ای درحال خنک کردن اضطراری در صورت نشت اتفاقی خنک کننده<sup>۲</sup>، هنگام خشک کردن سطح مرطوب و غیره ظاهر شود.

پژوهش‌های در مورد جریان دو فازی خلاف هم مایع و گاز در لوله‌های عمودی انجام گرفته است (۲)، (۳)، (۴)، (۵) و (۶). این تحقیقات نشان میدهند که وقتی مقدار گذر جرمی گاز به اندازهٔ معینی برسد، جریان گاز مانع حرکت فیلم مایع به سوی پائین می‌گردد و در نتیجه سطح سطح

در این مقاله حل تحلیلی برای شار حرارتی بحرانی در جریان خلاف هم مایع و بخار در لوله‌های عمودی، در شرایط خشک شدن موضعی که ممکن است در راکتورهای شیمیایی، راکتورهای هسته‌ای، مبادلهٔ و دستگاههای حرارتی و غیره پدید آید، ارائه می‌گردد. این حل برای نسبت‌های دلخواه طول لوله به قطر آن،  $L/D$ ، اعتبار دارد.

شار حرارتی بحرانی بی بعد،  $q^*$ ، و نیز سرعت متوسط بی بعد فیلم مایع،  $u_{m1}^*$ ، تابعی از تنفس برشی بی بعد در سطح مشترک دو فاز،  $\mu^*$ ، قطر بی بعد،  $D^*$ ، و ضخامت بی بعد فیلم مایع،  $\delta^*$ ، می‌باشد که بر روی دیوارهٔ داخلی لوله به طرف پائین جریان دارد و به وسیله، شار حرارتی – شعاعی پکواخت تبخیر می‌گردد. هنگامی که  $\mu^*$  به مقدار  $\frac{2}{3}$  نزدیک می‌شود،  $q^*$  فقط تابعی از محدود  $\delta^*$  می‌گردد. برای وقتی که  $D^*$  به طرف بی نهایت میل می‌کند،  $u_{m1}^*$  به طرف مقادیر ثابتی میل می‌نماید.

نتایج این مطالعه با نتایج مطالعات نظری و تجربی موجود برای وقتی که  $L/D$  بزرگ و یا  $L/D$  کوچک است، مقایسه شده و مطابقت آنها با هم رضایت بخش بوده است.

### مقدمه

در این مقاله حل تحلیلی برای شار حرارتی بحرانی در جریان خلاف هم مایع و بخار در لوله‌های عمودی برای هر نسبت دلخواه طول لوله به قطر آن،  $L/D$ ، ارائه می‌گردد

۱- Durchbrennen (Burn-Out)

۲- دانشکده مهندسی تهران - دانشگاه کار.

۲- Notkühlung der Kernreaktoren (Loss of Coolant Accident) - دانشگاه فنی - دانشگاه تهران.

<u>علائم</u>	<u>زیر نمای</u>
D	قطر لوله
D*	قطر بی بعد لوله
$g_n$	شتاب ثقل زمین
$\Delta h_v$	گرمای ویژه تبخیر
L	طول لوله
M*	گذر جرمی
Q*	حریان حرارت
q*	شار حرارتی
q*	شار حرارتی بی بعد
r	مختصات شعاعی
u	سرعت
$u_{max}$	سرعت ماکزیمم
$u^*$	سرعت بی بعد
x	مختصات محوری
y	فاصله از دیواره داخلی لوله
$y^*$	فاصله بی بعد از دیواره داخلی لوله
$\delta$	ضخامت فیلم مایع
$\delta^*$	ضخامت بی بعد فیلم مایع
$\mu$	لزجت
v	لزجت سینماتیک
$\rho$	حرم مخصوص
$\sigma$	کشش سطحی
$\tau$	تنش برشی
$\tau^*$	تنش برشی بی بعد

با بکار بردن گروه بی بعد

$$u_1^* = \frac{u_1}{g_n \delta^2 / v_1} \quad (4)$$

$$y^* = \frac{y}{D} \quad (5)$$

$$D^* = \frac{D}{[\sigma (g_n \rho_1)]^{1/2}} \quad (6)$$

$$\tau_\delta^* = \frac{\delta}{g_n \rho_1 \delta} \quad (7)$$

$$\delta^* = \frac{\delta}{D} \quad (8)$$

معادله زیر برای نیميخ سرعت فیلم مایع به شکل بی بعد بدست می آید:

$$u_1^* = \frac{y^*}{\delta^*} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{y^*}{\delta^*} + \frac{4}{D^*} \frac{1}{\delta^*} - \tau_\delta^* \right] \quad (9)$$

اگر جریان بخار به طرف بالادر حالت آرام و تکمیل شده باشد، برای سرعت بی بعد بخار که به صورت

$$u_v^* = \frac{u_v}{u_{v,max}} \quad (10)$$

تعریف می شود، داریم:

$$u_v^* = 4 y^* (1 - y^*) \quad (11)$$

سرعت متوسط فیلم مایع و بخار را به شکل بی بعد می توان از معادلات زیر بدست آورد:

$$u_{ml}^* = \frac{1}{\delta^*} \quad y^* = \delta^* \int_{y^*=0}^{\delta^*} u_1^* dy^* = \frac{1}{3} +$$

$$\frac{2}{D^*} \frac{1}{\delta^*} - \frac{1}{2} \tau_\delta^* \quad (12)$$

$$u_{mv}^* = 8 \int_{y^*=\frac{1}{2}}^0 u_v^* (y^* - \frac{1}{2}) dy^* = \frac{1}{2} \quad (13)$$

در یک فاصله معینی از  $x$ ، گذر جرمی فیلم مایع برابر با گذر جرمی بخار در جهت مخالف خواهد بود:

$$M^* = \pi D \delta \rho_1 u_{ml}^* = \pi \frac{D^2}{4} \rho_v u_{mv}^* \quad (14)$$

درست در لحظه ای قبل از این که پدیده خشک شدن موضعی ظاهر شود، فیلم مایع سطح جانبی لوله را کاملاً می پوشاند و گرمای لازم برای تبخیر تمام  $M_1^*$  در جزء حجم به ارتفاع  $dx$ ، برابر با جریان حرارتی خواهد بود که از

لوله به طور موضعی خشک می شود. بعلاوه، جهت جریان دو فاز توسط مقدار تنفس برشی، که در سطح مشترک دو فاز مایع و گاز تأثیر دارد، تعیین می شود (۶).

نتایج تجربی برای شار حرارتی بحرانی در لوله های عمودی ته بسته، که با کمک شار حرارتی پکنواخت گرم می شوند در ترموسیفوونهای عمودی و در لوله های حرارتی بدون فتیله به ترتیب در (۱)، (۲) و (۸) و (۹) و (۱۰) گزارش شده است.

شار حرارتی بحرانی در جریان خلاف هم مایع و بخار در لوله های عمودی ته بسته به طور نظری برای هنگامی که نسبت  $D/L$  بزرگ (۱) و (۱۱) و نیز هنگامی که این نسبت کوچک باشد، (۱) و (۱۲) مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است.  $q_x^*$  برای وقتی که نسبت  $L/D$  بزرگ است تابعی از  $D^*$  و  $v_v^*$  می باشد. لیکن برای وقتی که نسبت  $L/D$  کوچک است فقط بستگی به  $\delta^*$  دارد. نتایج نظری هر دو حالت با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است. بین نتایج نظری و تجربی تطابق رضایت بخش بوده است.

## تحلیل

جهت مطالعه شار حرارتی باید نیميخ سرعت فیلم مایع و بخار را محاسبه نمود.

با فرض اینکه خواص فیزیکی مایع و بخار ثابت است و دمای فیلم مایع و بخار، یکسان و برابر درجه حرارت تبخیر می باشد، برای جریان آرام فیلم مایع بر روی سطح داخلی لوله به طرف پائین، وقتی که سطح آن صاف باشد (شکل ۱) معادله دیفرانسیل زیر صادق است (۶) :

$$\frac{d^2 u_1}{dy^2} = - \frac{g_n}{v_1} \quad (1)$$

شرایط مرزی برای معادله بالا عبارت است از:

$$y = 0 \quad u_1 = 0 \quad (2)$$

$$y = \delta \quad \mu_1 \left( \frac{du_1}{dy} \right) = \frac{4\sigma}{D} - \tau_\delta \quad (2)$$

پس از انتگرال گیری از معادله (۱) و رعایت شرایط مرزی (۲) خواهیم داشت:

$$u_1 = \frac{g_n \delta^2}{v_1} \left[ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 + \frac{4 \frac{\sigma}{D} - \tau_\delta}{g_n \rho_1 \delta} \frac{y}{\delta} \right] \quad (3)$$

اعماض می‌گردد.

شکل ۲ سرعت متوسطی بعد فیلم مایع،  $u_{m1}^*$  را، در جریان خلاف هم مایع و بخاریه عنوان تابعی از  $D$  برای وقتی که  $\frac{2}{3}\tau_\delta^* \leq \tau_\delta^{*0}$  است، نشان می‌دهد. برای یک مقدار معین  $\tau_\delta^*$  با افزایش  $D$ ،  $u_{m1}^*$  کاهش می‌یابد. هنگامی که  $D$  به سمت بینهایت میل می‌کند  $u_{m1}^*$  به طرف مقادیر ثابتی میل می‌نماید که بستگی به مقادیر  $\tau_\delta^*$  دارد. برای  $0 < \tau_\delta^* < \infty$  و  $u_{m1}^*$  معادل  $\frac{1}{3}$  است، در حالیکه برای  $\frac{2}{3} < \tau_\delta^* < \infty$  و  $u_{m1}^*$  برابر با صفر می‌باشد. در این حالت نیروی تنفس برشی موثر در سطح مشترک بخار و مایع موجب تغییر جهت جریان قسمتی از فیلم مایع می‌گردد، به طوری که سرعت متوسطی بعد فیلم مایع معادل صفرمی‌شود. بعلاوه این سرعت، برای یک مقدار معین  $D$ ،  $u_{m1}^*$  افزایش  $\tau_\delta^*$  می‌یابد.

در شکل‌های ۳ و ۴ شار حرارتی بحرانی بی بعد در جهت محوری،  $q_x^*$ ، برای جریان خلاف هم مایع و بخار به عنوان تابعی از  $D$ ،  $\delta$  و  $\tau_\delta^*$  نشان داده شده است. برای یک مقدار معین  $\tau_\delta^*$  با افزایش  $D$ ،  $q_x^*$  فزونی می‌یابد. به اضافه مشاهده می‌شود که هر قدر  $\delta$  طریق تسریع مقدار  $q_x^*$  کوچکتر خواهد شد. بنابراین، امکان پیدا شدن پدیده، خشک شدن موضعی بیشتر می‌گردد. با افزایش مقدار  $\tau_\delta^*$ ،  $q_x^*$  کاهش می‌یابد. هنگامی که  $\frac{2}{3} < \tau_\delta^* = \tau_\delta^{*0}$ ، مطابق رابطه، زیر شار حرارتی بحرانی بی بعد محوری فقط تابعی از  $\delta$  می‌باشد:

$$q_x^* = 8\delta^{*2} \quad (21)$$

نتایج این مطالعه با نتایج مطالعات نظری و تجربی موجود در مورد شار حرارتی بحرانی در جریان خلاف هم مایع و بخار (۱)، (۸)، (۱۱) و (۱۲) برای وقتی که نسبت  $L/D$  بزرگ و نزیر هنگامی که این نسبت کوچک باشد، مقایسه شده و مطابقت آنها با هم بسیار خوب بوده است. بنابراین، معادله (۱۹) برای هر مقدار دلخواه نسبت طول لوله به قطر آن،  $L/D$ ، اعتبار دارد.

طریق سطح  $dx$  به مایع استقال می‌یابد.

$$dQ^* = q_r^* \pi D dx = \Delta h_v dM_1^* \quad (15)$$

شار حرارتی در این شرایط را شار حرارتی بحرانی گویند و معمولاً "در جهت محوری بیان می‌گردد. از بیلان حرارتی نتیجه می‌شود:

$$q_x^* = 4 q_r^* \frac{x}{D} \quad (16)$$

حال  $q_r^*$  را از معادله بالا و  $dM_1^*$  را از معادله،

$$dM_1^* = \pi D \rho_1 d(u_{m1} \delta) \quad (17)$$

پیدا می‌کنیم و در معادله (۱۵) قرار می‌دهیم. با توجه به

$$\begin{aligned} \delta^* &= 0 & \delta &= 0 & x &= 0 \\ q_r^* &= \delta^* & \text{یا} & & & \\ \delta &= \delta^* & \delta &= \delta & x &= x \end{aligned}$$

و با کمک روابط (۴) تا (۸) برای گروه بی بعد و استفاده از رابطه،

$$q_x^* = \frac{q_r^*}{\Delta h_v} \frac{v_1}{\sigma} \quad (18)$$

پس از انتگرال گیری، برای  $q_x^*$  معادله زیر بدست می‌آید:

$$q_x^* = 4 D^{*2} \left[ \frac{\delta^{*3}}{3} + 2 \frac{\delta^{*2}}{D^{*2}} - \frac{1}{2} \right] \quad (19)$$

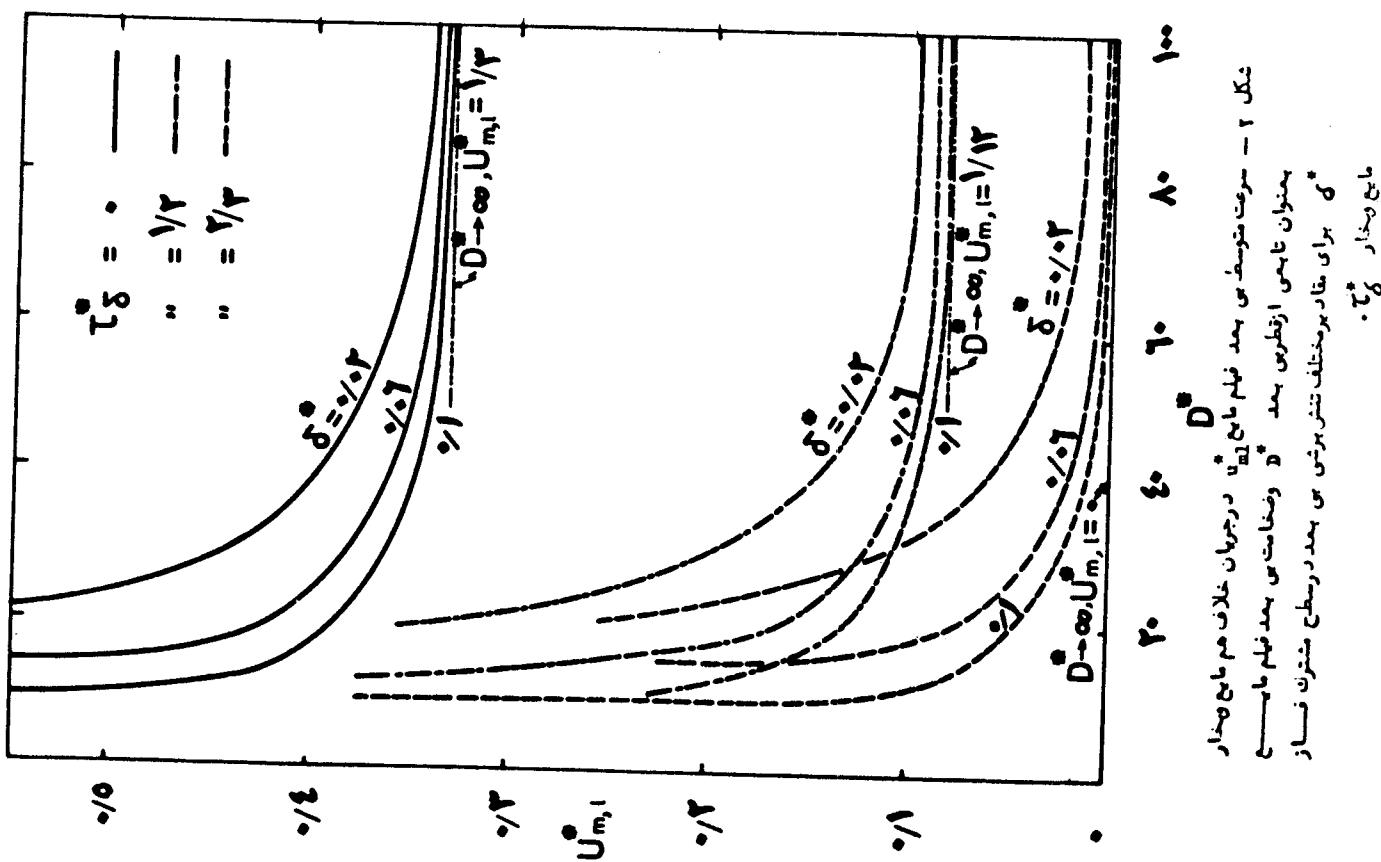
با توجه به معادله (۱۲) برای  $u_{m1}^*$ ، از معادله بالا نتیجه می‌شود:

$$q_x^* = 4 D^{*2} u_{m1}^* \delta^{*3} \quad (10)$$

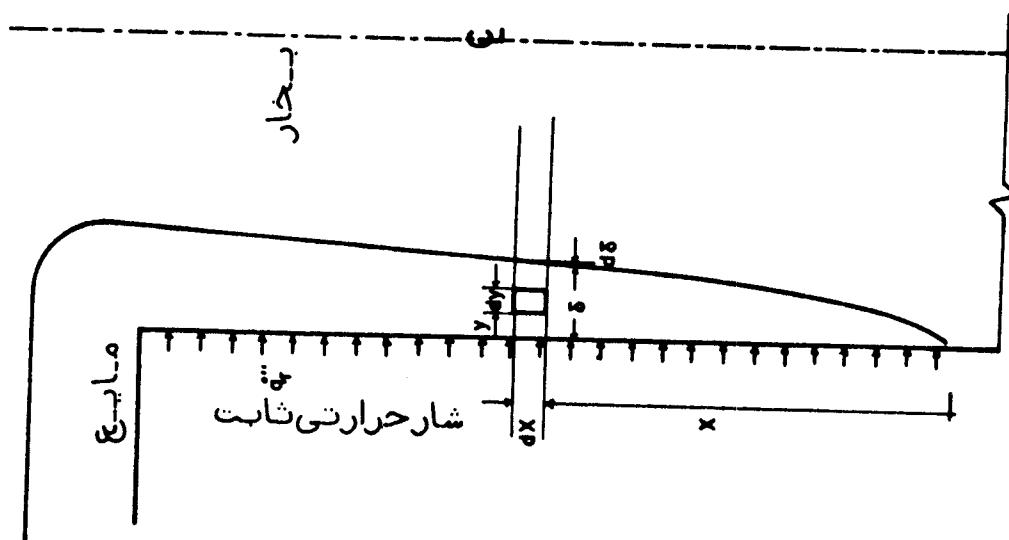
مطابق معادله (۱۹)،  $q_x^*$  تابعی از  $\tau_\delta^*$  و  $\delta$  می‌باشد.

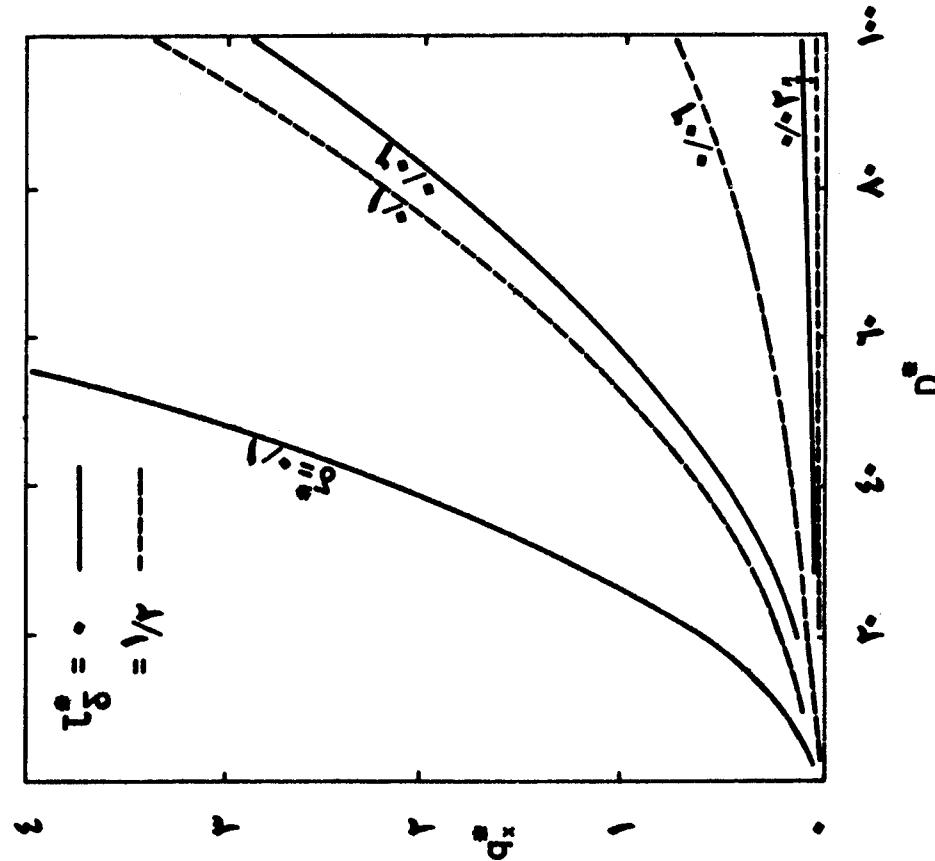
## بحث و بررسی نتایج

برطبق معادلات (۹) و (۱۲) سرعت بی بعد فیلم مایع،  $u_{m1}^*$ ، و سرعت متوسط بی بعد فیلم مایع،  $u_{m1}^*$ ، تابعی از تنفس برشی بی بعدموده در سطح مشترک دوفاز،  $\tau_\delta^*$ ، قطر بی بعد،  $D$ ، و ضخامت بی بعد فیلم مایع،  $\delta$  می‌باشد. هنگامی که  $D$  به سمت بینهایت میل می‌کند،  $u_{m1}^*$  بستگی به  $\tau_\delta^*$  و  $\delta$  دارد در حالیکه  $u_{m1}^*$  فقط تابعی از  $\delta$  می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان از نیروی کشش سطحی در مقابل نیروی تنفس برشی صرف نظر کرد. برای  $0 < \tau_\delta^* \leq \frac{2}{3}$  مایع و بخار در خلاف جهت هم جریان دارند (۶). برای وقتی که  $\tau_\delta^*$  به طرف صفر میل می‌کند، سرعت حرکت بخار کم می‌شود و در نتیجه تأثیر نیروی تنفس برشی بر فیلم قابل

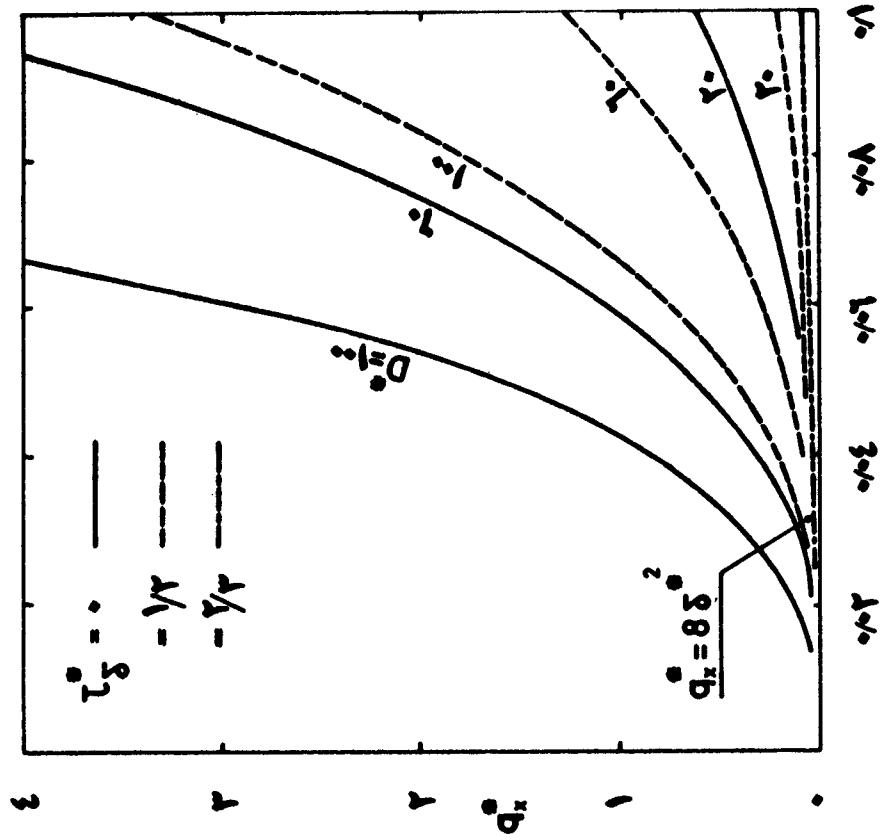


شکا نامہ





شکل ۲- شاره‌زاری سه‌گانه می‌بعد محدود  $\tau_s$  درجهان خلاف هم ماباید  
بهاره‌سوان ناپس از قظر می‌بعد  $\tau_s$  صفات می‌بندند فلم ماباید  
له رای مقادیر مختلف تنش برشی می‌بعد در سطح مشترک فازهای  
ضد  $\tau_s$ .



شکل ۳- شاره‌زاری سه‌گانه می‌بعد محدود  $\tau_s$  درجهان خلاف هم ماباید  
بهاره‌سوان ناپس از صفات می‌بعد فلم ماباید  $\tau_s$  و نظر می‌بعد  
له رای مقادیر مختلف تنش برشی می‌بعد موثر در سطح مشترک  
فازهای دهانه  $\tau_s$ .

### منابع

- 2) Wallis,G.B., Flooding Velocities for Air and Water in Vertical Tubes, UK-AEA Report, AEEW-R123, (1961).
- 3) Wallis,G.B. and Makkencherry,S., Journal of Fluid Engineering, P. 297-298, (1974).
- 4) Pushkina, O.L. and Sorokin,Yu. L., Heat Transfer Soviet Research, Vol. 1, No.5, P. 56-64, (1969).
- 5) Hewitt,G.F. and Wallis,G.B., Flooding and Associated Phenomena in Falling Film Flow in a Vertical Tube, Symp. Multi-Phase Flow, ASME, P.62-74, (1963).
- 6) Brauer, H., Grundlage der Einphasen und Mehrphasenströmungen, Verlag Sauerländer, (1971).
- 7) Griffith,P., Schumann,W.A. and Neustal, A.D., Flooding and Burn-Out in closed-end Vertical Tubes, Symp. Two-Phase Flow, Proc.Ins.of Mech. Engrs. P. 35-39, (1962).
- 8) Nejat,Z., Maximum Heat Flux for Countercurrent Two-Phase Flow in a Closed End Vertical Tubes, Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf., Vol. 1, P.441-444, Toronto, (1978).
- 9) Kusuda, H. and Imura, H., Bulletin of JSME, Vol. 17, No. 114, P.1613-1618, (1974).
- 10) Sakhuja, R.K., ASME Paper 73-WA-HT-7, (1973).
- 1) زین العابدین نجات و رضا متقيان - شارحارتی بحرانی در جریانهای خلاف هم مایع و بخار، گزارش نهائی طرح پژوهشی شماره ۱۳۵۸، ۰-۸۸۰-۲۶/۱-۹-۳۶
- (11) Nejat. Z., Analytical Study of Burn-Out in Closed End Vertical Tubes, Reg.J. of Energy, Heat & Mass Transfer, Vol. 1, P. 1-5, (1978).
- 12) Nejat, Z. and Mottaghian,R., Analytical Study of Critical Heat Flux in Vertical Tubes with Small Length to Diameter Ratios, Beim Druck in der Zeitschrift für Wärme und Stoffübertragung, (1980).