

# مدل ریاضی دوبعدی جریان غیر ماندگار با استفاده از شبکه متقارن جهت بررسی هیدرولیک دریاها و دریاچه‌ها

دکتر حسین سامانی

استادیار گروه عمران دانشکده مهندسی دانشگاه شهید چمران اهواز

مهندس محمدعلی بنی‌هاشمی

مرکز تحقیقات آب جهادسازندگی

## چکیده

در این مقاله جهت بدست آوردن معادلات حاکم بر پدیده، روشی بکار برده شده است که مبتنی بر انتگرال گیری از معادلات "ناویه - استوکس"<sup>۱</sup> و پیوستگی می‌باشد. در معادلات فوق‌الذکر تأثیر عوامل مختلفی نظیر شتاب کوریولیس و روش باد در نظر گرفته شده‌اند.

جهت حل معادلات از روش "تفاضلهای محدود"<sup>۲</sup> استفاده گردیده و برخلاف مدل‌های ریاضی موجود، در این مدل "شبکه متقارن"<sup>۳</sup> بکار رفته است. کاربرد عمده مدل، حل مسائل جریان با سطح آزاد حالت دو بعدی در صفحه است. بعنوان مثال پروژه‌های مهندسی سواحل و بنادر و مسائل هیدرودینامیک دریاچه‌ها و دریاها را می‌توان ذکر کرد. داده‌های مورد نیاز مدل عبارتند از: مشخصات هندسی محیط، مشخصات فیزیکی نظیر ضریب زبری بستر، سرعت باد و مختصات جغرافیائی محیط و باتوجه به "غیرماندگار"<sup>۴</sup> بودن مسئله علاوه بر "شرایط مرزی"<sup>۵</sup>، "شناخت شرایط اولیه"<sup>۶</sup> نیز لازم است.

به منظور بررسی صحت و دقت مدل، آزمایشهای متعددی در رابطه با جریان‌های ماندگار انجام شده و نتایج بسیار خوبی بدست آمده است.

## مقدمه

در بسیاری از مسائل مربوط به جریان آب با سطح آزاد با وجود تغییر خصوصیات جریان در عمق، می‌توان مقدار متوسط آنها را با دقت قابل قبولی در مقاطع قائم در نظر گرفت، و بدین ترتیب از معادلات حالت دوبعدی «صفحه» بجای سه بعدی استفاده نمود.

جریان دوبعدی ذکر شده یکی از زمینه‌های هیدرولیک مجاسباتی است که در ۱۵ سال اخیر کار زیادی در رابطه با آن انجام شده است.

اکثر مدل‌های دوبعدی در صفحه بمنظور کاربرد در مسائل دریائی ساخته شده‌اند. بعنوان مثال میتوان از کاربرد فراوان

1- Navier - Stokes Equations

2- Finite Differences

3- Symmetrical Grid

4- Unsteady

5- Boundary Conditions

6- Initial Conditions

و ناویه - استوکس در جهت قائم میباید که این موضوع برای دست اندرکاران مکانیک سیالات بسیار جالب توجه است.

### معادله پیوستگی

معادله پیوستگی را در دو بعد در نظر میگیریم

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

که در آن؛

سرعت جریان در جهت محور X ها U =

سرعت جریان در جهت محور Y ها V =

از معادله پیوستگی در جهت قائم (جهت Z ها) انتگرال میگیریم:

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dz = 0 \quad (2)$$

در معادله فوق h عمق جریان می باشد.

حال با استفاده از فرمول لایب نیز<sup>۱۰</sup> و با در نظر گرفتن اینکه

$$\int_0^h u dz = uh \quad (3)$$

$$\int_0^h v dz = Vh \quad (4)$$

U و V به ترتیب عبارتند از: سرعتهای متوسط در مقطع قائم در جهت X ها Y ها. معادله (۲) به صورت ذیل خواهد بود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

البته در صورتیکه منبع تغذیه یا تخلیه بده<sup>۱۱</sup> نیز داشته باشیم، معادله اخیر به صورت زیر در خواهد بود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = q \quad (6)$$

اگر بده ورودی به سیستم داشته باشیم، q مثبت، در غیر این صورت منفی خواهد بود.

آنها در خلیج فارس نام برد.

امروزه ارجحیت مدل‌های دوبعدی نسبت به سه بعدی بدین دلیل است که مدل‌های دوبعدی در محاسبات کامپیوتری به حافظه کمتر و زمان اجرای بسیار محدودتر نیاز دارند در عین حال که دقت آنها بسیار مطلوب است.

جهت مدل سازی ریاضی، ابتدا معادلات حاکم بر پدیده بدست آورده شده است. این عمل بوسیله انتگرال گیری از معادلات ناویه - استوکس و پیوستگی در جهت قائم انجام گردیده است. معادلات بدست آمده به صورت "دیفرانسیل جزئی"<sup>۱</sup> می باشند.

این معادلات غیرخطی بوده و "حل تحلیلی"<sup>۲</sup> ندارند. بنابراین ناچاراً جهت حل آنها از "روشهای عددی"<sup>۳</sup> مانند روشهای "المانهای محدود"<sup>۴</sup> و "تفاضلهای محدود"<sup>۵</sup> باید استفاده نمود. ناگفته نماند که عده‌ای مانند "لیندرست"<sup>۶</sup> در سال ۱۹۶۷ (۸)، "ابوت"<sup>۷</sup> در سال ۱۹۶۸ (۲) و "سوبی"<sup>۸</sup> در سال ۱۹۷۰ (۱۰) با استفاده از یک سری فرضیات، معادلات را به فرم ساده‌تر، خطی کرده و سپس با استفاده از روشهای عددی با زحمتی کمتر حل نموده‌اند.

در این مطالعه، معادلات غیر خطی حاکم بر پدیده با استفاده از روش عددی تفاضلهای محدود "منقطع"<sup>۹</sup> گردیده و سپس دستگاه معادلات جبری بدست آمده بوسیله روش جارو کردن حل شده است.

### معادلات حاکم بر پدیده

روش متداول بدست آوردن معادلات حاکم، با روشی که در ذیل ارائه شده متفاوت است. روشی که در این مطالعه بکار برده شده است، مبتنی بر انتگرال گیری از معادلات پیوستگی

معادله اندازه حرکت<sup>۱</sup>

(۱) بصورت ذیل در می آید:

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

به همین ترتیب میتوان معادله اندازه حرکت را در جهت

Y ها با در نظر گرفتن معادله ناویه - استوکس در جهت Y ها

بصورت ذیل بدست آورد:

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(v^2 h)}{\partial y} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

در معادلات (۱۴) و (۱۵) اثرات شیب، لزجت تلاطم، باد و

شتاب کوریولیس زمین در نظر گرفته نشده اند. چنانچه اثرات

مذکور در نظر گرفته شوند، رابطه (۱۴) تبدیل به رابطه ذیر

می گردد:

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} + gh \frac{\partial(h+z_0)}{\partial x} \quad (16)$$

$$+ gU \frac{\sqrt{u^2 + V^2}}{Ch} - \frac{T_x^w}{Ph} fV = 0$$

که در آن

$$T_x^w = P_a C_z W_2^2 \sin \psi$$

C<sub>z</sub> ضریب کشانه، W<sub>2</sub> سرعت باد و ψ زاویه وزش باد با

محور y است.

Z<sub>0</sub> ارتفاع بستر از سطح مقایسه بوده و اثر شیب بستر در

آن منعکس میشود.

C ضریب شزی، T<sub>x</sub><sup>w</sup> تنش برشی در سطح آزاد در جریانناشی از وزش باد که معمولاً بشکل "کشانه سطحی"<sup>۲</sup> در نظر

گرفته میشود F ضریبی است که بصورت ذیل نمایش داده

میشود: (۶) و (۱۱)

$$f = 2W \sin \phi$$

که در آن W، سرعت زاویه ای دوران کره زمین و φ زاویه

عرض جغرافیائی است.

به همین ترتیب معادله اندازه حرکت کلی در جهت y

با در نظر گرفتن معادله ناویه - استوکس در جهت X ها

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

که در آن p فشار پیزومتريک است و با استفاده از رابطه

ریاضی:

$$v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial(uv)}{\partial y} - u \frac{\partial v}{\partial y} \quad (8)$$

و همچنین از رابطه پیوستگی

$$- \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (9)$$

معادله (۷) به شکل ذیل در می آید:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

حال با انتگرال گیری از معادله اخیر در جهت قائم و با

استفاده از فرمول لایب نیز با روالی مشابه آنچه گذشت،

خواهیم داشت:

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} + \int_0^h \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \quad (11)$$

$$[u \frac{\partial h}{\partial t} + u^2 \frac{\partial h}{\partial x} + uv \frac{\partial h}{\partial y}]_{z=h} = 0$$

از طرفی میدانیم که سرعت در جهت قائم برابر است با

تغییرات عمق نسبت به زمان:

$$[W]_{z=h} = \left[ \frac{dh}{dt} \right]_{z=h} = \left[ \frac{\partial h}{\partial y} \right] \quad (12)$$

با در نظر گرفتن رابطه اخیر، جمله داخل پرانتز معادله

(۱۱) برابر صفر می گردد.

با صرف نظر کردن از مولفه های شتاب قائم، فشار را میتوان

هیدرواستاتیک فرض کرد. بنابراین

$$\int_0^h \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} dz = \frac{1}{p} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^h p dz \right) - \left[ \frac{\partial h}{\partial x} p \right]_{z=h} \right\} \quad (13)$$

$$= \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\gamma h^2}{2} \right) = gh \frac{\partial h}{\partial x}$$

حال با در نظر گرفتن رابط (۱۲) و (۱۳) معادله

(۲۱)

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} = \frac{\left[ \frac{1}{2}(v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^{n-1}) \right] \left[ \frac{1}{2}(h_{j,k}^{n+1/2} + h_{j-1,k}^{n+1/2}) \right] - \left[ \frac{1}{2}(v_{j,k-1}^n + v_{j-1,k-1}^n) \right] \left[ \frac{1}{2}(h_{j,k-1}^{n+1/2} + h_{j-1,k-1}^{n+1/2}) \right]}{\Delta y}$$

منقطع کردن معادله (۱۶)

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} = \frac{(uh)^{n+1/2} - (uh)^n}{\frac{1}{2}\Delta t}$$

و همچنین با استفاده از متوسط گیری خواهیم داشت:

(۲۲)

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} = \frac{\frac{1}{4}(u_{j-1}^{n+1} + u_{j,k}^{n+1})(h_{j-1}^{n+1/2}, h_{j,k}^{n+1/2}) - \frac{1}{2}(u_{j-1}^n + u_{j,k}^n) \left[ (h_{j-1}^n + h_j^n) - \frac{1}{2}(h_{j-1}^{n+1/2} + h_j^{n+1/2}) \right]}{\Delta t}$$

(۲۳)

$$\frac{\partial(u^2 h)}{\partial t} = \frac{1}{\Delta x} \left[ (h_{j,k}^{n+1/2} u_{j,k}^{n+1} u_{j,k}^{n+1} - \frac{1}{2}(h_{j-1,k}^{n+1/2} u_{j-1,k}^{n+1} u_{j-1,k}^{n+1}) \right]$$

در اینجا نیز بجای  $h^{n+1/2}$  از  $h^{n+1}$  استفاده شده است.

(۲۴)

$$gh \frac{\partial}{\partial x} (h + z_0) = gh_{j,k}^{n+1/2} \left( \frac{h_{j,k}^{n+1/2} - h_{j-1,k}^{n+1/2} + z_{0,j,k} - z_{0,j-1,k}}{\Delta x} \right)$$

در معادله اخیر مشتق در سطح زمانی  $n+1/2$  نوشته شده

است. حال با متوسط گیری از نقاط مجاور در رابطه با

$h_{j,k}^{n-1/2}$  رابطه زیر بدست می آید:

(۲۵)

$$gh \frac{\partial}{\partial x} (h + z_0) = \frac{1}{2} g (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) \frac{(h_{j,k}^{n+1/2} - h_{j-1,k}^{n+1/2})}{\Delta x} + \left( \frac{z_{0,j,k} - z_{0,j-1,k}}{\Delta x} \right)$$

بصورت ذیر در می آید.

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(v^2 h)}{\partial y} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + gh \frac{\partial(h + z_0)}{\partial y} \quad (۱۷)$$

$$+ gV \frac{\sqrt{u^2 + V^2}}{C h} - \frac{T_x^w}{Ph} - fU = 0$$

منقطع کردن معادلات ۱

در معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) متغیرهای  $h$  و  $V, U$

متغیرهای وابسته هستند که تابع  $x, y$  و  $t$  میباشند. "شبه" استفاده شده در این مطالعه متقارن بوده و منقطع کردن

معادلات بشکل ذیل انجام گردیده است.

(۱۸)

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\frac{1}{2}(h_{j+1,k}^{n+1/2} + h_{j-1,k}^{n+1/2}) - \frac{1}{2}(h_{j+1,k}^n + h_{j-1,k}^n)}{\frac{1}{2}\Delta x}$$

منقطع کردن معادله (۵)

در رابطه فوق  $n$  اندیس زمان،  $x$  جهت  $h, k$

اندیس در جهت  $y$  ها و  $\Delta t$  نمو زمان میباشند.

(۱۹)

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} = \frac{u_{j,k}^{n+1} h_{j,k}^{n+1/2} - u_{j-1,k}^{n+1} h_{j-1,k}^{n+1/2}}{\Delta x}$$

در رابطه منقطع شده اخیر از تفاضل "پس رونده" استفاده

شده است. همچنین از آنجا که میخواهیم روش ضمنی را

اعمال کنیم.  $h, U$  در یک سطح زمانی منقطع نگردیده اند.

$$\frac{\partial(vh)}{\partial y} = \frac{v_{j,k}^{n+1} h_{j,k}^{n+1/2} - v_{j,k-1}^{n+1} h_{j,k-1}^{n+1/2}}{\Delta y} \quad (۲۰)$$

جهت "افزایش پایداری" روش عددی، منقطع کردن در

جهت عرضی (جهت  $y$  ها نسبت به  $x$  ها عرضی بحساب

می آید) با استفاده از متوسط گیری انجام می گردد.

بنابراین:

(۲۸)

$$fvh = f\left[\frac{1}{2}(v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n)\right] + \left[\frac{1}{2}(h_{j,k}^{n+1/2} + h_{j-1,k}^{n+1/2})\right] \frac{\frac{1}{8}(u_{j,k}^{n+1} + u_{j-1,k}^{n+1}) + (v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n)(h_{j,k}^{n+1/2} + h_{j-1,k}^{n+1/2})}{\Delta y} = (uvh) \frac{\partial}{\partial y}$$

با جایگزینی روابط منقطع شده از (۱۸) تا (۲۸) در معادلات

(۲۶)

اندازه حرکت در جهت xها (معادله (۱۶) و پیوستگی، معادله

$$\frac{\frac{1}{8}(u_{j,k-1}^{n+1} + u_{j-1,k-1}^{n+1}) + (v_{j,k-1}^n + v_{j-1,k-1}^n)(h_{j,k-1}^{n+1/2} + h_{j-1,k-1}^{n+1/2})}{\Delta y}$$

(۱۶) معادلات ذیل بترتیب بدست خواهند آمد:

(۲۹)

$$A_j h_{j-1,k}^{n+1/2} + B_j u_{j-1,k}^{n+1} + C_j h_{j,k}^{n+1/2} + D_j u_{j,k}^{n+1} = K_j$$

$$\frac{ug|\vec{v}|}{C} = \frac{1}{2}g \frac{|\vec{v}|}{C} (u_{j-1,k}^{n+1} + u_{j,k}^{n+1}) \quad (۲۷)$$

که در رابطه اخیر

(۳۰)

$$\bar{A}_j h_{j-1,k}^{n+1/2} + \bar{B}_j u_{j-1,k}^{n+1} + \bar{C}_j h_{j,k}^{n+1/2} + \bar{D}_j u_{j,k}^{n+1} = \bar{K}_j$$

$$|\vec{v}| = \frac{1}{2}\sqrt{(u_{j-1,k}^{n+1} + u_{j,k}^{n+1})^2 + (v_{j-1,k}^n + v_{j,k}^n)^2}$$

ضرایب معادلات اخیر در ذیل ارائه شده اند:

$$A_j = \frac{g}{2\Delta x} (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) - \frac{f}{4} (v_{j-1,k}^n + v_{j,k}^n)$$

$$B_j = \frac{1}{4\Delta t} (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (h_{j-1,k}^{n+1/2} + u_{j-1,k}^{n+1}) + \frac{1}{8\Delta y} (v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n) (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) + AD$$

$$AD = \frac{g|\vec{v}|}{2C}$$

$$C_j = \frac{g}{2\Delta x} (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) - \frac{f}{4} (v_{j-1,k}^n + v_{j,k}^n)$$

$$D_j = \frac{1}{4\Delta t} (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) - \frac{1}{\Delta x} (h_{j,k}^{n+1/2} + u_{j,k}^{n+1}) + \frac{1}{8\Delta y} (v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n) (h_{j-1,k}^{n+1/2} + h_{j,k}^{n+1/2}) + AD$$

$$K_j = \frac{1}{2\Delta t} k (h_{j-1,k} + h_{j,k}) (u_{j-1,k} + u_{j,k}) \left[ (h_{j-1,k} + h_{j,k})^n \frac{1}{2} (h_{j-1,k} + h_{j,k})^{n+1/2} \right]_k (h_{j-1,k} + h_{j,k})^{n+1/2} (z_j - z_{j-1,k}) + \frac{1}{8\Delta y} (u_{j-1,k} + u_{j,k-1})^{n+1}$$

$$(v_{j-1,k} + v_{j,k-1})^n (h_{j-1,k} + h_{j,k-1})^{n+1/2} + \left(\frac{Pa}{P} C_z w_2^2 \sin \psi_{j,k}\right)^{n+1}$$

$$\bar{A}_j = \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{4\Delta y}(v_{j,k}^n + v_{j-1,k}^n)$$

$$\bar{B} = \frac{h_{j,k}^{n+1/2}}{\Delta x}$$

$$\bar{C}_j = \bar{A}_j$$

$$\bar{D}_j = \frac{n_{j,k}^{n+1/2}}{\Delta x}$$

$$\bar{K}_j = \frac{1}{\Delta x}(h_{j-1,k}^n + h_{j,k}^n) + \frac{1}{4\Delta x}(v_{j-1}^n + v_j^n)(h_{j-1}^{n+1/2} + h_{j,k-1}^{n+1/2} + q)$$

### روش حل دستگاه معادلات

چپ به سمت راست به صورت ستون به ستون انجام می‌گیرد. لازم بذکر است که در منقطع کردن معادلات برای جاروی دوم، مشتقها در جهت عرضی (جهت  $x$ ) بصورت تفاضل پس رونده انجام میشود. به همین ترتیب معادلات جاروی اول و دوم نمو زمانی بعدی با روش مشابه بدست می‌آیند با این تفاوت که مشتقهای عرضی بصورت پیش رونده انجام میشوند و جارو کردن خط به خط از بالا به پائین و ستون به ستون از راست به چپ انجام می‌گیرند.

#### آزمایش مدل

جهت مطمئن شدن از دقت عملکرد مدل، "آزمایشهای عددی" متعددی انجام گردیده است این آزمایشها عبارت بوده‌اند از:

۱- آزمایش استاتیک که در آن محیطی در نظر گرفته می‌شود با شکل دلخواه که مرزهای آن بسته بوده و سطح آب درون آن موازی افق است و هیچگونه ورودی و

در معادلات (۲۹) و (۳۰) مقادیر  $h$ ها در سطح زمانی  $n + \frac{1}{2}$  و  $U$ ها در سطح زمانی  $n+1$  مجهول میباشند. چنانچه معادلات مذکور را برای یک ردیف در جهت  $x$ ها که  $M$ کره در آن وجود دارد بنویسیم،  $2M-2$  معادله میتوان نوشت و با در نظر گرفتن دو معادله مربوط به شرایط مرزی نقاط ابتدا و انتهای ردیف،  $2M$  معادله بدست می‌آید که  $2M$  مجهول دارند. دستگاه معادلات بدست آمده غیر خطی است که با استفاده از روش حذفی رفت و برگشتی همراه با "تکرار" حل می‌گردد. جارو کردن معادلات بصورت خط به خط از پائین به بالا خواهد بود و مشتقها نسبت به محور  $y$ ها با تفاضل "پس رونده" منقطع میگردند. پس از همگرایی مجهولات ذکر شده بدست می‌آیند.

با روالی مشابه معادلات مربوط به جاروی دوم که در آنها  $h$ ها و  $V$ ها در سطح زمانی  $n+1$  است، بدست می‌آیند. جهت حل دستگاه معادلات در اینجا، جارو کردن از سمت

می‌باشند، ارائه گردیده است.

کانالی در نظر گرفته شده است که عمق جریان در آن ۵ فوت (1.524 m) با بستر افقی و بدون اصطکاک فرض شده است. سرعت جریان در کانال صفر است. انتهای کانال به دریا می‌ریزد. در صورتیکه سرعت جزر (پائین آمدن آب) در دهانه خور (انتهای کانال که به دریا می‌ریزد) برابر با  $1 \text{ ft/hr}$  (0.3048 m/hr) باشد. سه نقطه به فاصله‌های به ترتیب ۳ مایل (4829.28m)، ۱۰ مایل (16079.6m) و ۱۵ مایل (24146.4m) از دهانه خور در طول کانال در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از مدل، عمقها پس از ۸۸۸۰ ثانیه در نقاط مذکور محاسبه گردیده‌اند. نتایج حاصله عبارت بوده‌اند، به ترتیب 1.386m, 1.258m, 1.011, همچنین زمان رسیدن به عمقهای ذکر شده در نقاط مذکور به روش خطوط مشخصه محاسبه و نتایج ذیل بدست آمده‌اند:

فاصله (مایل)	زمان (ثانیه)
3	8873.6
10	8877.9
15	8882.0

ملاحظه می‌شود که زمانهای بدست آمده برای هر سه نقطه بسیار نزدیک به زمانی که از مدل حاصل شده است (۸۸۸۰ ثانیه)،

نتایج حاصله از آزمایش غیرماندگار مربوط به موج ایستا بسیار خوب بوده‌اند. در اینجا آگاهانه محورهای مختصات به گونه‌ای انتخاب گردیده است که مسئله یک‌بعدی به صورت دوبعدی معرفی شود و در جهت عرضی نیز تغییرات داشته باشد. شبکه مسئله در شکل (۱) نمایش داده شده است. در

خروجی وجود نداشته باشد.

۲- آزمایش جریان ماندگار یکنواخت که در آن کانال یک بعدی در نظر گرفته میشود. شرایط اولیه را مطابق یکی از فرمولهای جریان یکنواخت نظیر فرمول شزی محاسبه می‌گردد و به مدل داده می‌شود.

۳- آزمایش جریان ماندگار متغیر تدریجی که در آن پروفیل سطح آب بدست آمده با یکی از روشهای مشهور در هیدرولیک محاسبه می‌گردد و به مدل به عنوان اولیه داده می‌شود.

۴- آزمایش جریان غیر ماندگار که در آن مسئله‌ای مطرح شده است که با روش تحلیلی "خطوط مشخصه" قابل حل بوده و نتایج حاصله از مدل با نتایج آن مقایسه می‌گردند.

۵- آزمایش جریان غیرماندگار مربوط به "موج ایست" که در آن فرض می‌شود در لحظه شروع، سطح آب در یک ظرف با بستر افقی و مرزهای بسته شکل سینوسی داشته باشد. بار کردن موج مصنوعی سینوسی ذکر شده، آن موج شروع به رفت و برگشت می‌نماید. شکل موج تابع زمان است و برای حالت بدون اصطکاک از فرمول ذیل تبعیت می‌نماید (۷):

$$n = a \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (31)$$

۶- آزمایش اثر باد که در این آزمایش اثر باد با سرعت معین را بر روی محیط آب بسته در نظر گرفته شده است. شکل پروفیل سطح آب مذکور محاسبه شده توسط روشهای تحلیلی با نتایج حاصله از مدل، مقایسه گردیده است.

نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که دقت مدل بسیار مطلوب می‌باشد. در ذیل نتایج حاصله از آزمایشهای جریان غیرماندگار که مهمترین و کلی‌ترین آزمایشها

حاصل شده است.

همچنین مدل بدست آمده شامل همه پارامترهای هیدرولیکی بوده و بنابراین از نظر کاربردی می توان آن را در طیف گسترده ای از مسائل مربوط به دریاچه ها و دریاها به کار برد.

با اطمینان روش تفاضل های محدود به کار برده شده نیاز به حافظه خیلی بزرگی ندارد زیرا که بر خلاف روش اجزاء محدود که در آن یکباره دستگاه معادلات حل می شود به صورت خط به خط دستگاه معادلات حل می گردد.

در این مدل با اینکه معادلات غیر خطی هستند و در نتیجه جهت حل آنها از روش تکرار باید استفاده کرد، ملاحظه شده است که همگرایی بسیار سریع بوده و بنابراین زمان انجام برنامه نسبت به حجم کاری که انجام می شود بسیار کم می باشد و این موضوع از نظر اقتصادی بسیار حائز اهمیت است.

این آزمایش یک موج کامل در نظر گرفته شده است که طول آن ۲۰ کیلومتر است. جهت حرکت موج در شبکه دوبعدی زاویه  $45^\circ$  با محورهای مسئله تشکیل می دهد. در شکل های (۲) تا (۶) نتایج در پنج مرحله زمانی ارائه شده اند که به ترتیب عبارتند از لحظه شروع ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۱۵۰۰، ۲۰۰۰ ثانیه. با توجه به زمان تناوب  $2019$  ثانیه می توان گفت که نتایج در شروع پس از  $\frac{T}{4}$ ،  $\frac{T}{2}$ ،  $\frac{3T}{4}$  نمایش داده شده اند.

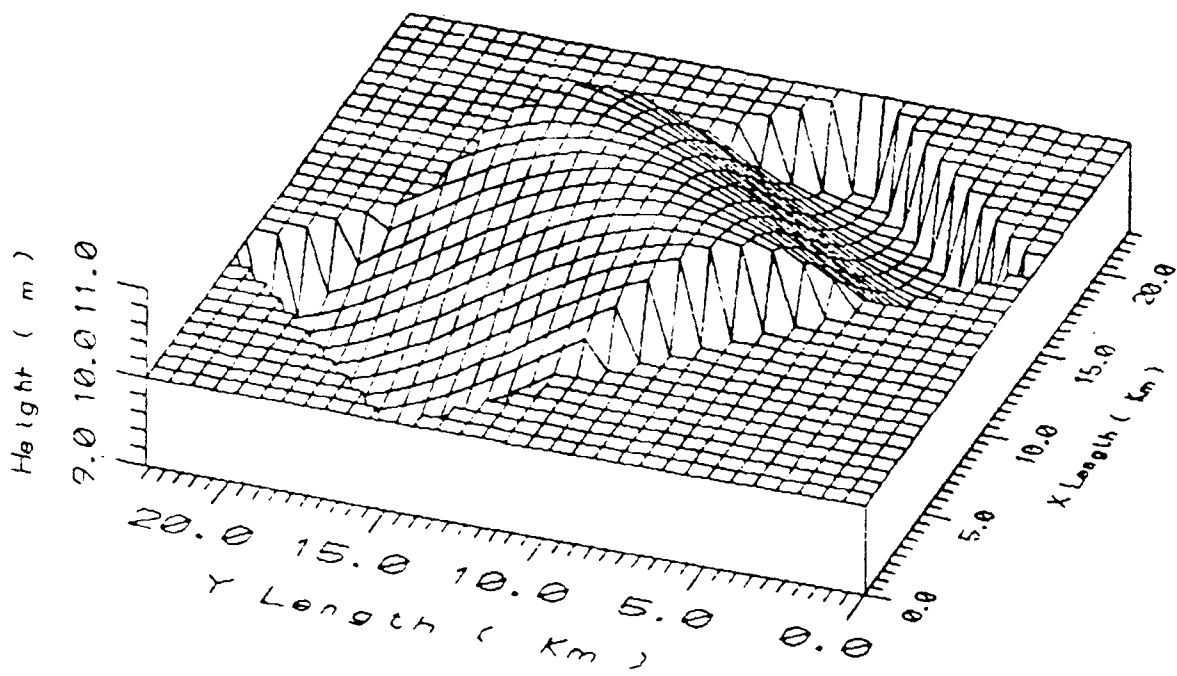
در اینجا نیز ملاحظه می گردد که دقت مدل بسیار مطلوب می باشد.

### نتیجه گیری

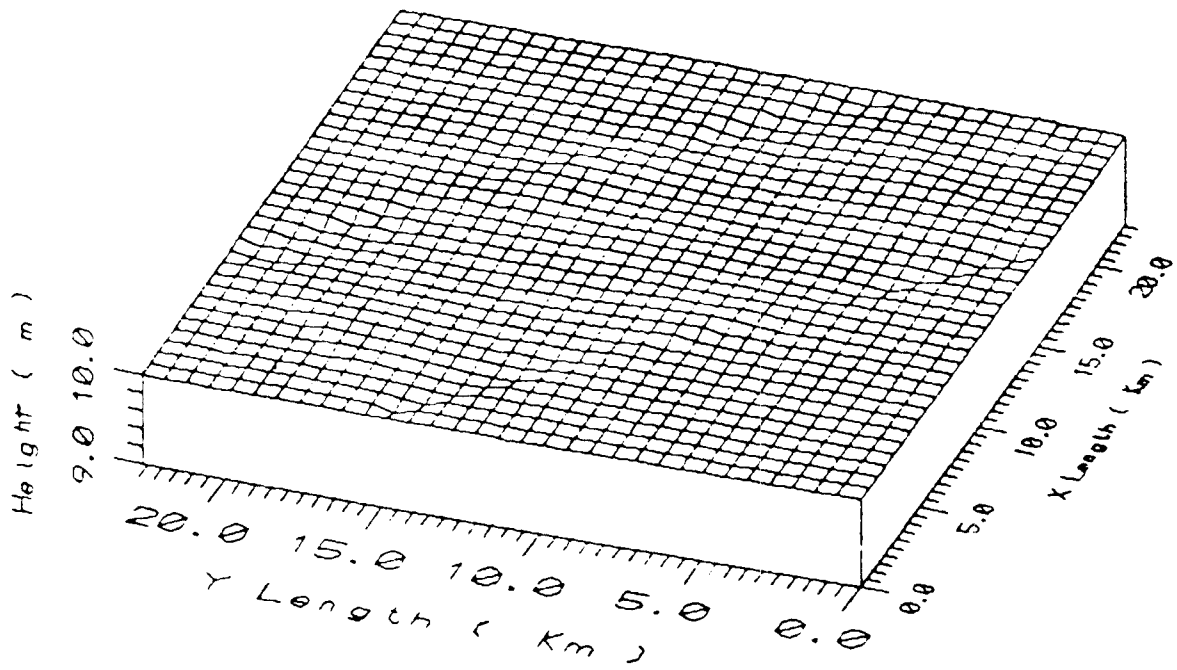
با توجه به آزمایش های انجام شده روی مدل، دقت مدل خوب بوده و همچنین از نظر پایداری هیچگونه مشکلی وجود نداشته است. این موضوع نشان می دهد که علیرغم به کار بردن شبکه مقارن ساده بر خلاف روش ابوت (۲) و (۳) که شبکه متناوب به کار برده است، نتایج خیلی خوبی



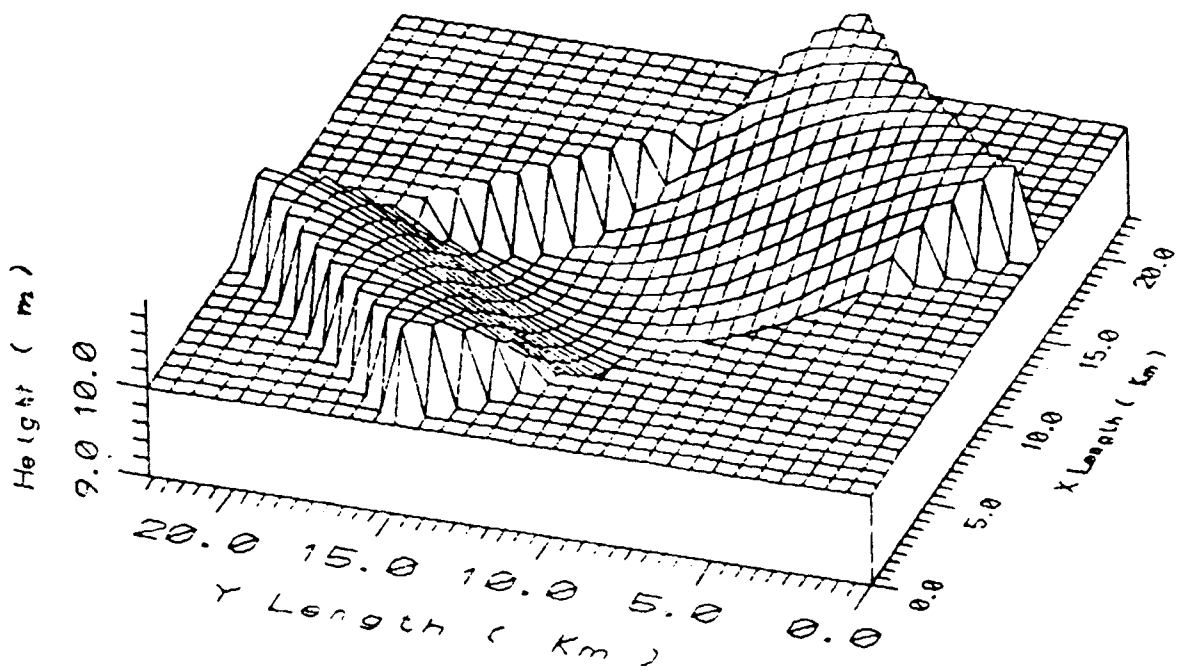




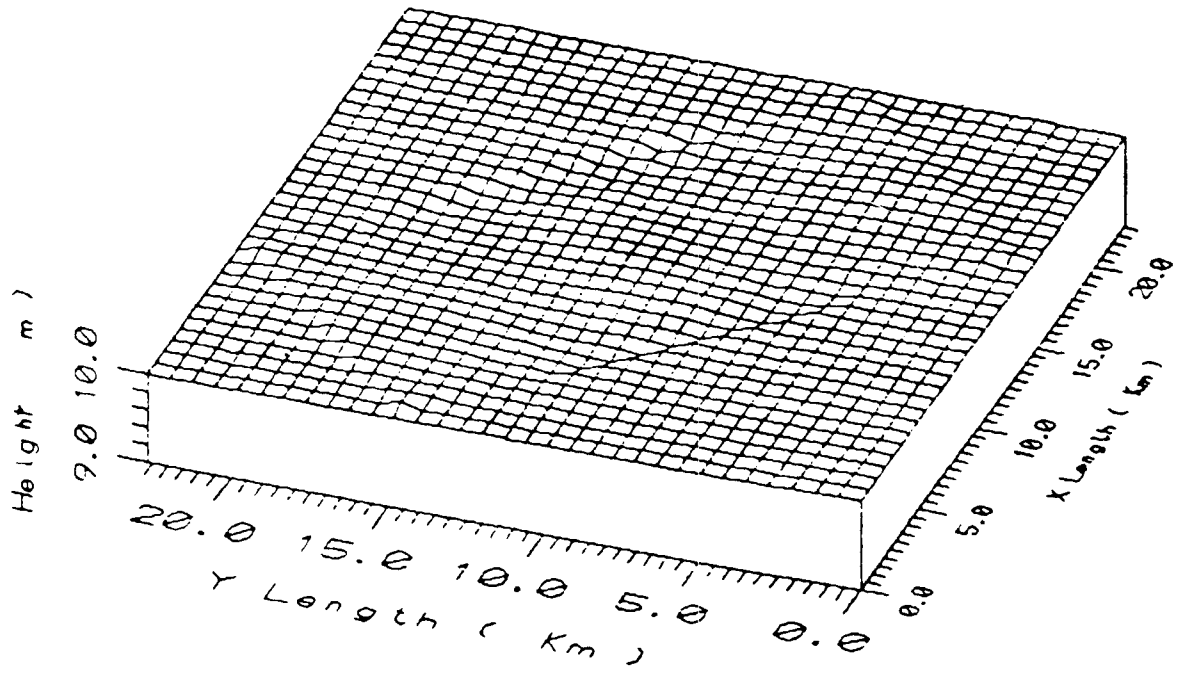
شکل ۲ شرایط اولیه موج ایستا



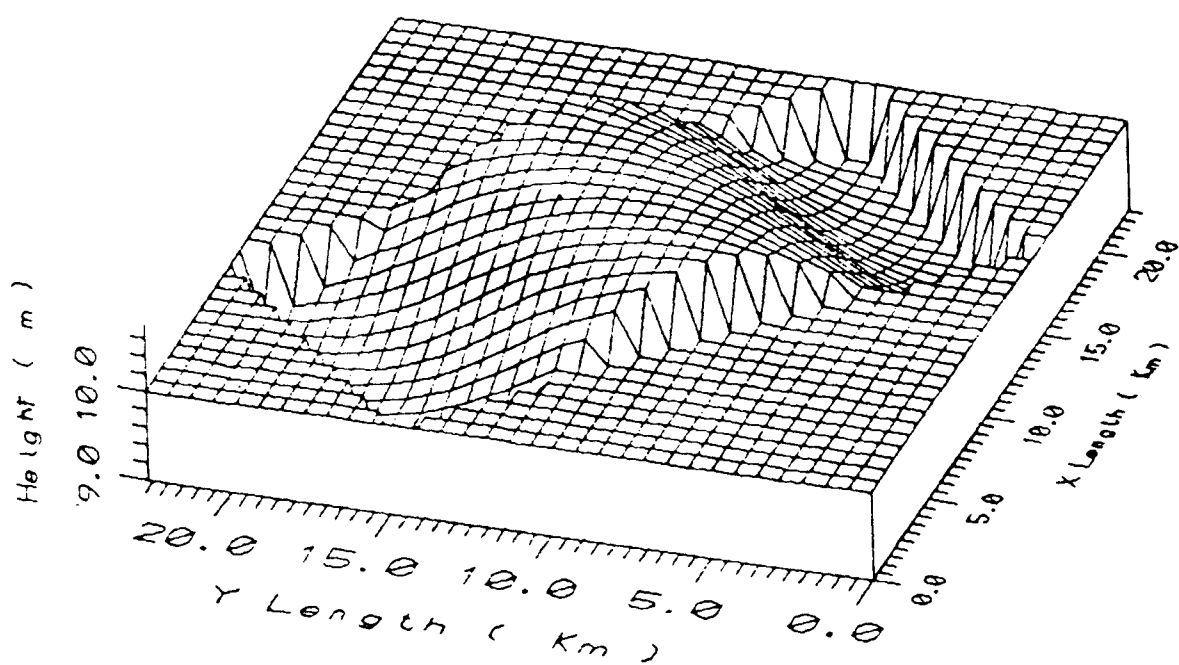
شکل ۳ موج ایستا پس از زمان  $T/4$



شکل ۴ موج ایستا پس از زمان  $T/2$



شکل ۵ موج ایستا پس از زمان  $3\pi/4$



شکل ۶ موج ایستا پس از زمان T

فهرست منابع

- 1) abbot, M.B. "Computational Hydraulics", Pitman Advanced Publishing Program, London PP 51-53, 37-38, 183-185, 1979.
  - 2) Abbot , M.B., Mc Cowan, A. and Warren, I.R., "Numerical Modeling of free Surface Flows that are Two-Dimensional in plan", Academic Press, Inc. PP 222-229, 1981.
  - 3) Abbot, M.B. damsgaard, A. and rodenhuis, G. S. "System 21, Jupiter, a Designsystem for Two-dimensional Nearly-Horizontal Flows", Journal of Hydraulic Research, No, 11, pp 1-28, 1973.
  - 4) Cho, W.S., Braker, B. and Akbar, A.M., "Modeling Tidal Transport in the Arabian Gulf" Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. Vol. 114, No. 4, July 1988.
  - 5) Danish Hydraulic Institute "Danish Hydraulics" , No. 3, November 1982.
  - 6) Carrat, J.R. "Review of Drag Coefficients Over Oceans and Continents", Month -Weat Rev., No 7 , Vol. 105, pp 915-927, 1977.
  - 7) Henderson, F.M. "Open Channel Flow", MacMillan Publishing Co Inc., New York, 1966.
  - 8) Leenderste, J.J. "Aspecgs of Computational Model for Long Water Wave Propagation", Rand Memorandom RM-5294-PR, 1967.
-