

میدان دو بعدی دما در دیوار نیمه بینهایت پره‌دار

دکتر مجید ملکی

دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان

مهندس جمشید محرری

فارغ التحصیل دوره کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت دوبعدی در یک دیوار نیمه بینهایت پره‌دار با پره‌های متعدد مستطیلی شکل بررسی شده است. معادلات هدایت در دیوار و پره‌ها به طور همزمان به روش عددی حل شده‌اند. پارامترهای اصلی مسئله عبارت‌اند از فاصله پره‌ها، طول آنها و نسبت ضرایب هدایت حرارتی پره به دیوار. در این بررسی اثر این پارامترها بر میدان دو بعدی دما در دیوار و پره‌ها و کارایی پره‌ها تشریح شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که وجود پره‌های متعدد دما را بیش از آنچه که در دیوار تک - پره‌ای مشاهده شده است کاهش می‌دهد. همچنین کاهش فاصله پره‌ها، افزایش طول آنها و ضریب هدایت حرارتی همگی کاهش دما را شدت می‌بخشند. و بالاخره از دیاد فاصله، طول و ضریب هدایت پره‌ها کارایی پره را تقویت می‌کنند.

مقدمه

در زمینه انتقال حرارت در پره‌ها تحقیقات و بررسیهای بسیاری انجام شده است. به عنوان مثال میتوان به مراجع (۱ تا ۳۶) اشاره کرد که مجموعه ارزنده‌ای از کارهای منتشر شده از سال ۱۹۴۲ تا ۱۹۹۱ را نشان میدهند. محققان به جنبه‌های مختلف پره‌ها توجه داشته‌اند. انتقال حرارت در پره‌ها در شرایط دائم^۱، غیردائم^۲ (۵، ۱۶، ۱۷، ۲۹، ۳۰) و پرودیک (۶، ۱۵، ۲۱) بررسی شده است. یکی دیگر از زمینه‌های تحقیق، بهینه سازی پره‌ها است که در مراجع (۹، ۱۱، ۱۳، ۱۹، ۲۰، ۲۲، ۲۳، ۲۶، ۳۱ - ۳۳ و ۳۵) مورد نظر قرار گرفته است.

مکانیزم انتقال حرارت در درون پره‌ها از نوع هدایتی و سطح پره‌ها از نوع جابجایی است. اما چنانچه دمای پره نسبتاً زیاد باشد یا ضریب جابجایی ضعیف باشد، آن وقت تبادل تشعشع با محیط نیز اهمیت پیدا می‌کند. برخی از محققان عامل تشعشع را نیز در بررسیهای خود منظور کرده‌اند. به عنوان مثال میتوان از مراجع (۱۰ و ۱۴) نام برد.

در این مقاله، انتقال حرارت در یک دیوار پره‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. تصویر شماتیک دیوار در شکل

دمای پایه هر پره متاثر از میدان دوی بعدی دمای ناشی از پره‌های مجاور نیز هست.

۶- انتقال حرارت تشعشی در سطح پره‌ها ناچیز است.

۷- ضرایب هدایت حرارتی پره و دیوار در حالت کلی مساوی نیستند.

یکی از شرایط مهم مسئله حاضر ثابت بودن آهنگ انتقال حرارت است. برای توضیح بیشتر یادآوری میشود که پره‌ها به دو منظور روی دیوار نصب میشوند: (۱) بالا بردن آهنگ انتقال حرارت از طریق افزایش سطح، (۲) پایین آوردن سطح دمای دیوار. مورد (۱) بدیهی است و نیاز به توضیح ندارد. مورد (۲) هنگامی اتفاق می‌افتد که منبع مولد گرمای دیوار گرمای ثابتی تولید کند. مثلاً در سیلندر یک موتور درون سوز که با دور ثابتی کار میکند و دبی سوخت ورودی ثابت است، آهنگ ایجاد گرما ثابت است. بنابراین نصب پره روی موتور، سطح دمای موتور را کاهش میدهد و چنانچه از اثر تغییر دما بر احتراق چشم پوشی کنیم آهنگ انتقال حرارت ثابت می‌ماند. مسئله حاضر با توجه به این شرایط اخیر بررسی شده است.

بیان ریاضی مسئله

همانگونه که در شکل ۱ می‌بینید، شکل هندسی متقارن است. لذا مسئله را برای ناحیه هاشور خورده دیوار و پره حل می‌کنیم. معادلات دیفرانسیل عبارتند از

$$\nabla^2 T = 0 \quad \text{دیوار} \quad (1)$$

$$\nabla^2 F = 0 \quad \text{پره} \quad (2)$$

در این معادلات T و F به ترتیب دمای بی بعد دیوار و پره با تعاریف زیر هستند:

$$F = (T'' - T_\infty) / (T_b - T_\infty), \quad T = (T' - T_\infty) / (T_b - T_\infty)$$

متغیرهای بی‌بعد دیگر عبارتند از:

(۱) نشان داده شده است. همانگونه که می‌بینید، یک دسته پره مستطیلی به دیوار متصل شده است. دیوار در سمت چپ، بالا و پائین به سوی بینهایت می‌رود، در حالی که در سمت راست با پره‌ها در ارتباط است.

بررسی مجلات علمی نشان میدهد که دسته - پره‌های متصل به دیوار در چند مقاله مورد بحث قرار گرفته‌اند. در مرجع (۱۸) این مسئله در حالی بررسی شده که دیوار پره‌دار بینهایت نبوده بلکه دارای ضخامت محدودی است. در مرجع (۱۹) ضخامت پره‌ها برای حالت بهینه تعیین شده است، اما تحلیل انجام شده یک تحلیل یک بعدی است. به نظر میرسد که نزدیک ترین بررسی به مسئله، حاضر، دیوار پره‌دار مرجع (۳۶) است که در آن یک تک پره مستطیلی به دیوار نیمه بینهایتی متصل شده و آثار ناشی از انتقال حرارت دوی بعدی و کاهش دمای دیوار در محل اتصال به پره مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

ویژگیهای مسئله حاضر به شرح زیر است:

۱ - تعداد بینهایت پره‌های موازی مستطیلی شکل به دیوار متصل شده‌اند که در مقایسه با دیوار تک پره‌ای مرجع (۳۶) یک مسئله واقعیت را ترسیم می‌کنند.

۲ - به نظر میرسد که دیوار نیمه بینهایت بستر مناسبتری برای مطالعه رفتار حرارتی پره‌ها باشد. دیواره نازک مرجع (۱۸) دارای ضخامت محدودی است که این ضخامت به عنوان یک متغیر اضافی در مسئله حضور دارد.

۳ - انتقال حرارت دائم است.

۴ - انتقال حرارت دوی بعدی است.

۵ - دمای پایه پره‌ها بر خلاف آنچه در کتابهای درسی فرض میشود با دمای دیوار بی پره برابر نیست، بلکه از حل همزمان معادلات دیوار و پره بدست می‌آید. به علاوه،

هستند.

$$X=x/t, Y=y/t$$

مبدأ مختصات را در نقطه D (شکل ۱) قرار می‌دهیم، آنچنانکه محور X در امتداد خط تقارن پره DE (به سوی نوک پره) و محور Y در امتداد DA (به سوی بالا) قرار گیرد. در این صورت شرایط مرزی عبارتند از:

$$Bi_1 = h_1 t / k_1, Bi_2 = h_2 t / k_2, Bi_3 = h_3 t / k_2$$

$$KR = k_2 / k_1$$

که در آنها t ضخامت پره، (h_3, h_2, h_1) به ترتیب ضرایب انتقال حرارت جابجایی سطوح (HE, GH, AG) ، Bi عدد بیو، (k_2, k_1) به ترتیب ضرایب هدایت حرارتی دیوار و پره

$\partial T / \partial Y = 0$	در (CD) روی $Y=0$	(الف ۳)
$\partial T / \partial Y = 0$	در (AB) روی $Y=0.5$	(ب ۳)
$\partial T / \partial X = -Bi_1 T$	در $0.5 < Y < 0.5$ و $X=0$ (روی AG)	(ج ۳)
$T = \text{معلوم}$	در مرز BC	(د ۳)
$\partial F / \partial Y = 0$	در (DE) روی $Y=0$	(ه ۳)
$\partial F / \partial X = -Bi_2 F$	در (GH) روی $Y=0.5$	(و ۳)
$\partial F / \partial X = -Bi_3 F$	در (EH) روی $X=L/t$	(ز ۳)
$T = F$	در (DG) روی $X=0$	(ح ۳)
$\partial T / \partial X = KR(\partial F / \partial X)$	در (DG) روی $X=0$	(ط ۳)

در این معادلات، X و Y متغیرهای مستقل مکانی و $L/t, S/t$ و KR پارامترهای مسئله هستند. گستره پارامترها در این بررسی عبارتند از:

$$L/t \text{ از } 1 \text{ تا } 10, S/t \text{ از } 2 \text{ تا } 155 \text{ و } KR \text{ از } 1 \text{ تا } 10.$$

از حل معادلات پیشگفته، میدان دو بعدی دما در دیوار و پره و کارایی پره بدست آمده‌اند که در صفحات آینده این مقاله تشریح شده‌اند.

روش حل معادلات

برای حل معادلات (۱) تا (۳) از روش عددی و تفاضل محدود استفاده شده است. شبکه گره‌ها در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل می‌بینید،

معادلات (۱) تا (۳) نشان می‌دهند که دمای دیوار و پره به صورت کلی زیر است:

$$T = T(X, Y, L/t, S/t, Bi_1, Bi_2, Bi_3, KR) \quad (\text{الف } 4)$$

$$F = T(X, Y, L/t, S/t, Bi_1, Bi_2, Bi_3, KR) \quad (\text{ب } 4)$$

برای سهولت ضرایب h_3, h_2, h_1 را مساوی فرض می‌کنیم. بنابراین:

$$Bi_2 = Bi_3 \quad Bi_1 = KR \cdot Bi_2$$

در این بررسی از فرض $Bi_1 = 0.25$ استفاده شده است.

در این صورت معادلات (۴) به شکل زیر ساده میشوند:

$$T = T(X, Y, L/t, S/t, KR) \quad (\text{الف } 5)$$

$$F = T(X, Y, L/t, S/t, KR) \quad (\text{ب } 5)$$

استفاده شده است. برای حل معادلات هر خط، که از یک ردیف گره در جهت X یا Y تشکیل شده است، روش ماتریس سه قطری (تی. دی. ام. ای.)^(۳۷) به کار رفته است. محاسبات انجام شده نشان داد که هرگاه جهت جاروب کردن از مرز BC به سوی پره‌ها باشد، همگرایی زودتر حاصل می‌شود.

محاسبات این پروژه به وسیله، یک کامپیوتر شخصی UNIPAQ از نوع AT 286 و سرعت 16 MHz انجام شده است. زمان اجرای برنامه، بسته به مقادیر S/t، L/t و KR، بین ۱/۵ تا ۳ ساعت است.

نتایج

عوامل موثر بر نتایج این بررسی را به سه گروه تقسیم می‌کنیم: (۱) فاصله پره‌ها، (۲) طول پره‌ها و (۳) ضرایب هدایت. در نتایجی که به دنبال می‌آید، توزیع دما در دیوار پره و کارایی پره‌ها ارائه شده است.

۱- اثر تغییر فاصله پره‌ها

اثر فاصله پره‌ها S/t بر توزیع دمای دیوار در شکل‌های ۵ تا ۹ نشان داده شده است. در این شکل‌ها طول پره $L/t=2$ است.

بررسی منحنیهای شکل ۵ نشان می‌دهد که دمای پایه پره یکنواخت نیست. کمترین دمای پایه در روی محور تقارن پره و بیشترین مقدار آن در $Y=0.5$ قرار دارد. به علاوه هرچه فاصله پره‌ها کمتر باشد، کاهش دمای بیشتری مشاهده می‌شود. باید دانست که کاهش فاصله پره‌ها به معنی افزایش تعداد آن‌ها است. محاسبات انجام شده نشان داد که هرگاه فاصله پره‌ها به سوی ۱۵۵ میل کند منحنی معینی به دست می‌آید که همان منحنی دیوار تک پره است (۳۶).

منحنیهای شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نشان می‌دهند که وجود پره

شبکه انتخابی روی پره و در ناحیه‌ای از دیوار که به پایه پره نزدیک است توزیع فشرده تری دارد. ولی هر چه از پره دور شویم، فاصله گره‌ها از یکدیگر زیادتر می‌شود. شکل ۲ برای مقادیر کوچک S/t به کار رفته است. توزیع این شبکه در جهت Y یکنواخت و در جهت X در دیوار غیر یکنواخت است. برای مقادیر بزرگ S/t، از شبکه غیر یکنواخت در جهت Y استفاده شده تا با حفظ دقت محاسبات، تعداد گره‌ها از حد معینی تجاوز نکنند. در همه بررسیهای انجام شده شبکه انتخابی پره‌ها یکنواخت بوده است.

برای تعیین مرز BC (شکل‌های ۱ و ۴)، به توزیع خطی دمای دیوار، پیش از آنکه پره‌ها به دیوار نصب شوند، رجوع می‌کنیم. این توزیع خطی در شکل ۴ رسم شده و معادله آن چنین است:

$$T=1-Bi_1 X \quad (۶)$$

لازم به یادآوری است که مقدار X در معادله (۶) منفی است و هرچه به مرز BC نزدیکتر شویم، دمای دیوار بیشتر می‌شود.

در آغاز محاسبه، مکان مرز BC را در $X=-1$ فرض می‌کنیم. بنابراین دمای BC برابر با $T=1+Bi_1$ است. این دما را به همه گره‌های روی مرز BC نسبت می‌دهیم و معادلات کل شبکه را حل می‌کنیم. اگر انتخاب مرز صحیح باشد، باید دمای گره‌های مجاور مرز با تقریب خوبی به دمای ناشی از توزیع خطی قبل از نصب پره‌ها نزدیک باشد. در غیر این صورت، باید I را بزرگتر از مقدار قبلی انتخاب کنیم. به این ترتیب با تکرار عملیات مرز BC تعیین می‌شود.

معادلات تفاضل محدود به روش گاوس سایدل^(۳۷) حل شدند. برای تسریع حل، از روش خط - به - خط

بیان میشود، انتقال حرارت در پره را افزایش داده، سبب کاهش هرچه بیشتر دمای دیوار میشود.

منحنیهای شکل‌های ۱۶ و ۱۷ این موضوع را به روشنی نشان میدهند. به علاوه، افزایش ضریب هدایت حرارتی پره اعوجاج بیشتری در منحنی توزیع دمای پایه پره ایجاد میکند (شکل ۱۶)، که علت آن افزایش انتقال حرارت از طریق پره و در نتیجه تشدید آثار ناشی از دو بعدی بودن انتقال حرارت است. باید دانست که با افزایش KR، آهنگ کاهش دما به سرعت کاهش می‌یابد، چنانکه افزایش KR از ۵ به ۱۰ کاهش دمای ناچیزی را به دنبال دارد.

۳- کارایی پره‌ها

کارایی پره را بصورت نسبت انتقال حرارت پره به انتقال حرارت از سطح پایه پره پیش از نصب پره (یعنی دیوار لخت) تعریف می‌کنیم. با این تعریف، کارایی پره همواره از یک بزرگتر است.

آثار ناشی از تغییر فاصله پره‌ها، طول پره‌ها و نسبت ضرایب هدایت حرارتی بر کارایی در شکل‌های ۱۸ تا ۲۰ نشان داده شده است. همانگونه که می‌بینید، هر سه پارامتر اثر افزایش‌دهی بر کارایی دارند. به نظر میرسد که با افزایش فاصله پره‌ها، انتقال حرارت از هر پره بیشتر شده، کارایی افزایش

می‌یابد (شکل ۱۸). به همین ترتیب از دیاد طول پره‌ها انتقال حرارت از هر پره را افزایش میدهد و اثر مشابهی را ایجاد میکند (شکل ۱۹). ولی نکته مهم این است که کارایی به سرعت به بیشترین مقدار خود میرسد، چنانکه افزایش بیشتر فاصله یا طول پره‌ها اثر چندانی بر کارایی ندارد.

ضریب هدایت حرارتی پره، انتقال حرارت از طریق پره

بر دمای درون دیوار نیز تاثیر میگذارد. به علاوه هرچه فاصله پره‌ها کمتر باشد، تعداد پره‌ها بیشتر بوده، عمق و وسعت این تاثیر بیشتر است.

در شکل ۹ دمای دیوار را روی خط تقارن AB (شکل ۱) می‌بینید. افزایش فاصله پره‌ها سطح دما را بالا برده و هرگاه فاصله به ۱۵۵ برسد، توزیع خطی دمای دیوار بی‌پره بدست می‌آید.

دما روی محور تقارن پره (خط DE) در شکل ۱۰ و در انتهای پره در شکل ۱۱ نشان داده شده است. ملاحظه میشود که کاهش فاصله پره‌ها دما را کاهش میدهد. همچنین انحنای منحنیها در شکل ۱۱ بیانگر دو بعدی بودن انتقال حرارت است.

۲- اثر تغییر طول پره‌ها

در شکل‌های ۱۲ تا ۱۵ فاصله پره‌ها از یکدیگر ثابت فرض شده و طول آنها متغیر است. در شکل ۱۲ مشاهده می‌کنیم که با افزایش طول پره‌ها کاهش دمای بیشتری در پایه پره ایجاد میشود. آهنگ کاهش دما در آغاز بیشتر بوده، اما ادامه از دیاد طول پره، آهنگ کاهش دما را کاهش میدهد. چنانکه هرگاه مقدار $L/2$ از ۱۰ تجاوز کند، کاهش دمای بیشتری مشاهده نمیشود. زیرا در این حالت دمای انتهای پره به دمای محیط نزدیک شده (شکل‌های ۱۴ و ۱۵) و از دیاد سطح پره دیگر در انتقال حرارت مؤثر نیست. از دیاد طول پره‌ها نه تنها دمای پره را کاهش میدهد، بلکه گرادیان دما در پایه پره‌ها را نیز افزایش میدهد. پره‌های بلندتر، حرارت بیشتری را انتقال میدهند و نیاز به گرادیان دمای بیشتری دارند (شکل‌های ۱۴ و ۱۵).

۳- اثر تغییر ضرایب هدایت

افزایش ضریب هدایت حرارتی پره، که با افزایش KR

است. به علاوه، میدان دما در پره و دیوار اساساً دوبعدی است و با مدل ساده یک بعدی که در کتابهای درسی مطرح میشود تفاوت آشکاری دارد.

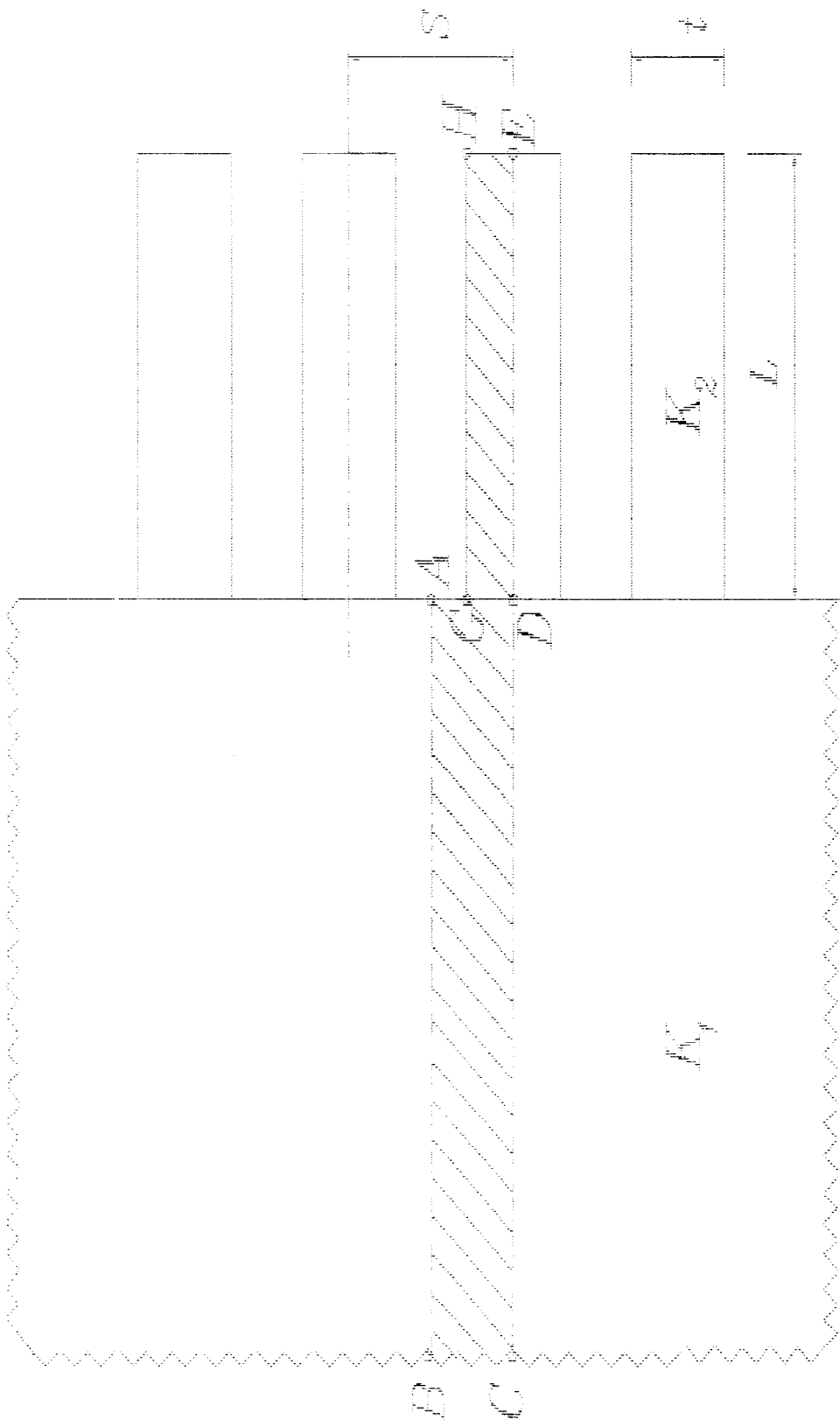
دمای پایه پره همان دمای سطح دیوار پیش از نصب پره‌هانیست، بلکه حضور پره‌ها دمای پایه پره را کاهش میدهد. باید دانست که دما در عرض پره نیز تغییر میکند. این تغییرات در پایه و انتهای پره هم مشاهده میشود.

کاهش فاصله پره‌ها، یعنی افزایش تعداد آنها و نیز ازدیاد طول آنها کاهش دمای بیشتری ایجاد میکند. همچنین هرچه ضریب هدایت حرارتی پره بیشتر باشد، دمای پره و دیوار هم بیشتر کاهش مییابد. و بالاخره ازدیاد طول فاصله و ضریب هدایت پره همگی کارایی پره را افزایش می‌دهند.

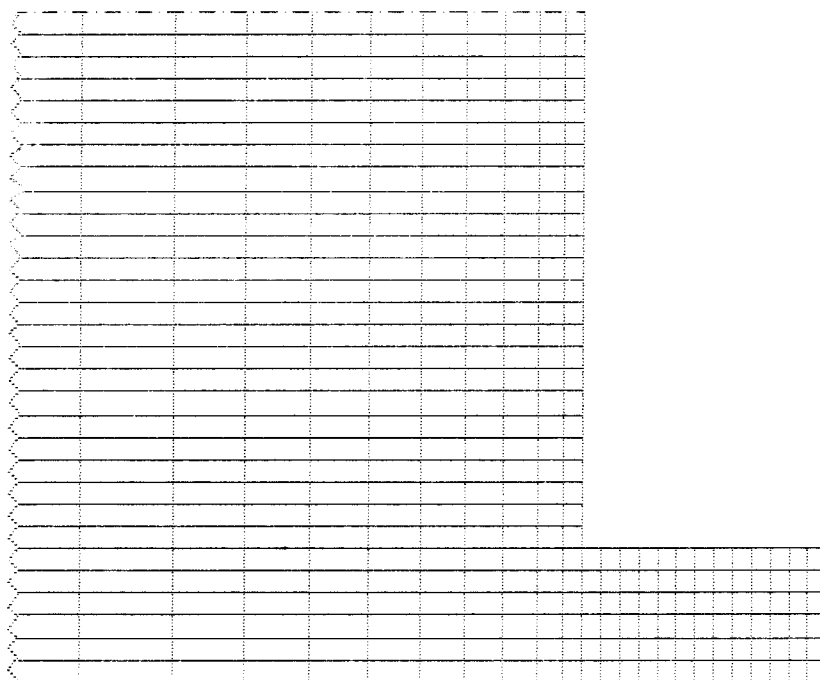
را افزایش داده، سبب بالا رفتن کارایی میشود. همان طور که در شکل ۲۰ می‌بینید، افزایش کارایی تقریباً تا $KR=10$ ادامه می‌یابد. گفتنی است که افزایش KR اثری مشابه با ازدیاد طول دارد. یعنی دمای نقاط انتهای پره آنقدر نزول میکند تا به دمای محیط برسد. در این صورت انتقال حرارت از پره به بیشترین مقدار خود رسیده و ثابت می‌ماند.

نتیجه‌گیری

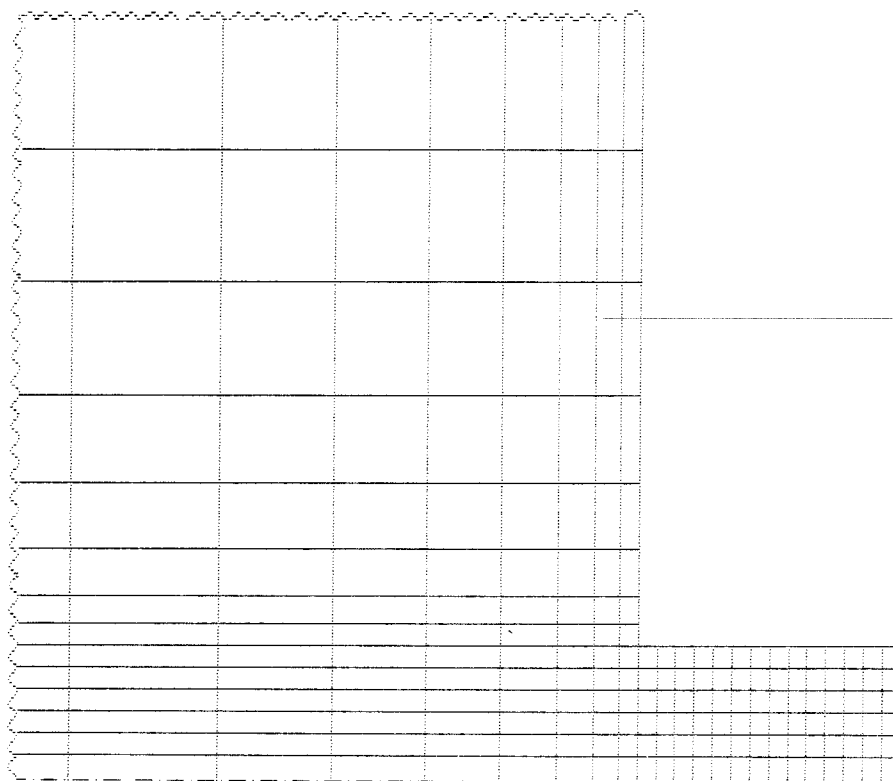
در این مقاله، انتقال حرارت در یک دیوار پره‌دار مورد بررسی قرار گرفت. از آنچه گفته شد نتیجه می‌گیریم: وجود پره‌های متعدد روی دیوار، میدان دما را در پره‌ها و دیوار تحت تأثیر قرار میدهد و سطح دما کاهش می‌یابد. این کاهش دما از کاهش دمای دیوار تک پره (۳۶) بیشتر



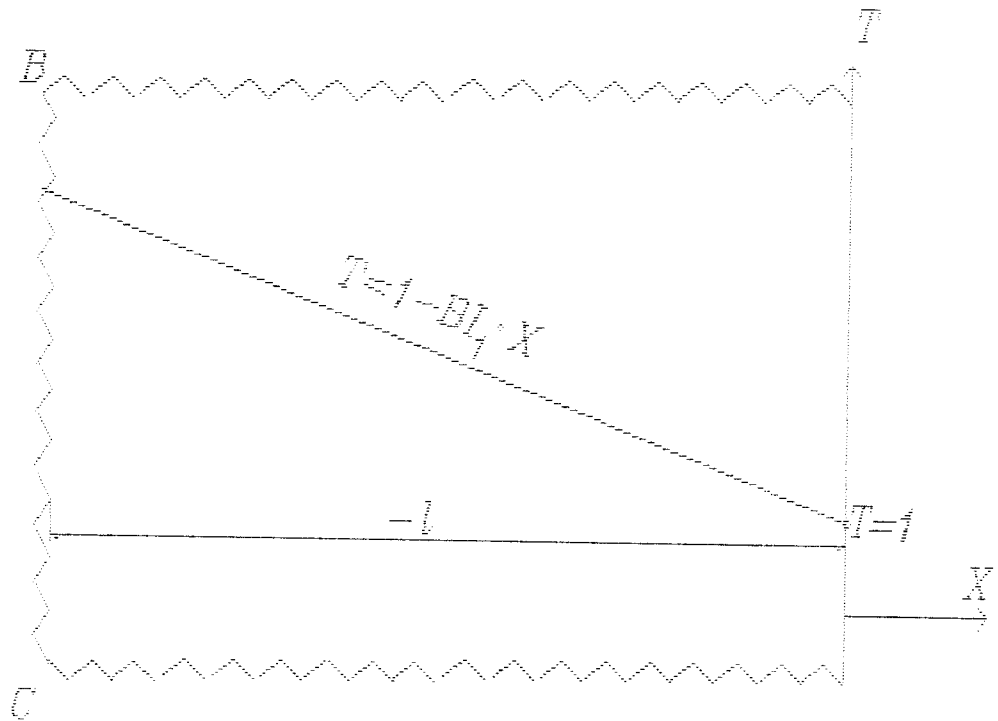
شکل ۱ تصویر شماتیک دیوار بهره‌دار



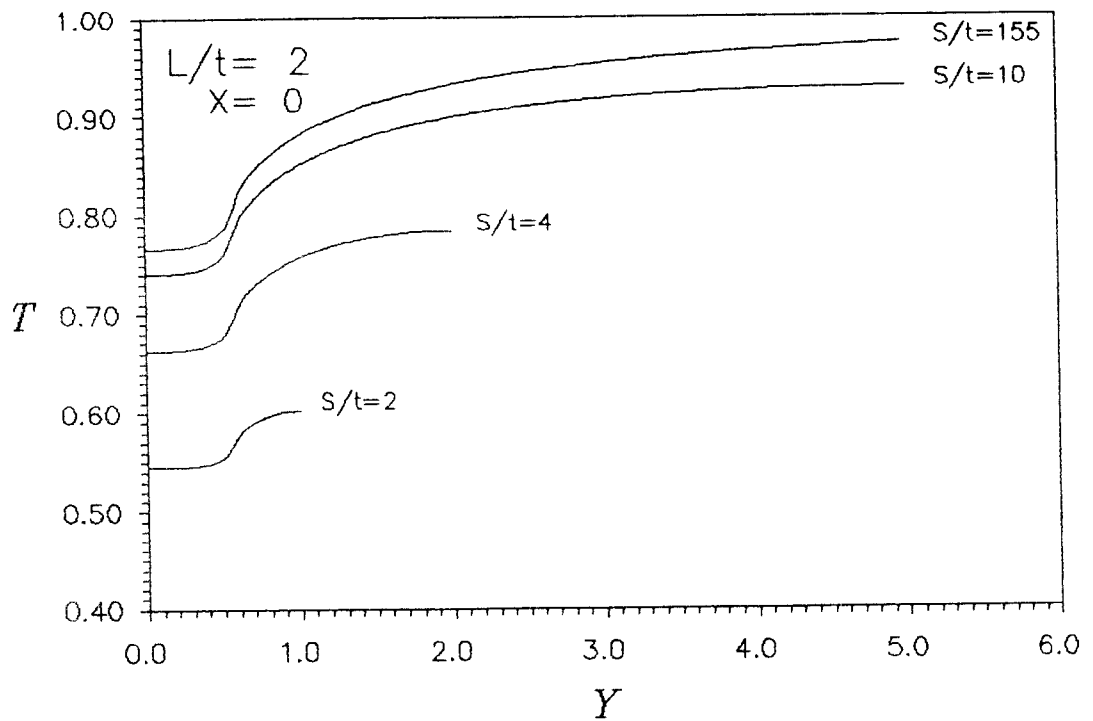
شکل ۲ شبکهء گره ها برای مقادیر کوچک S/t



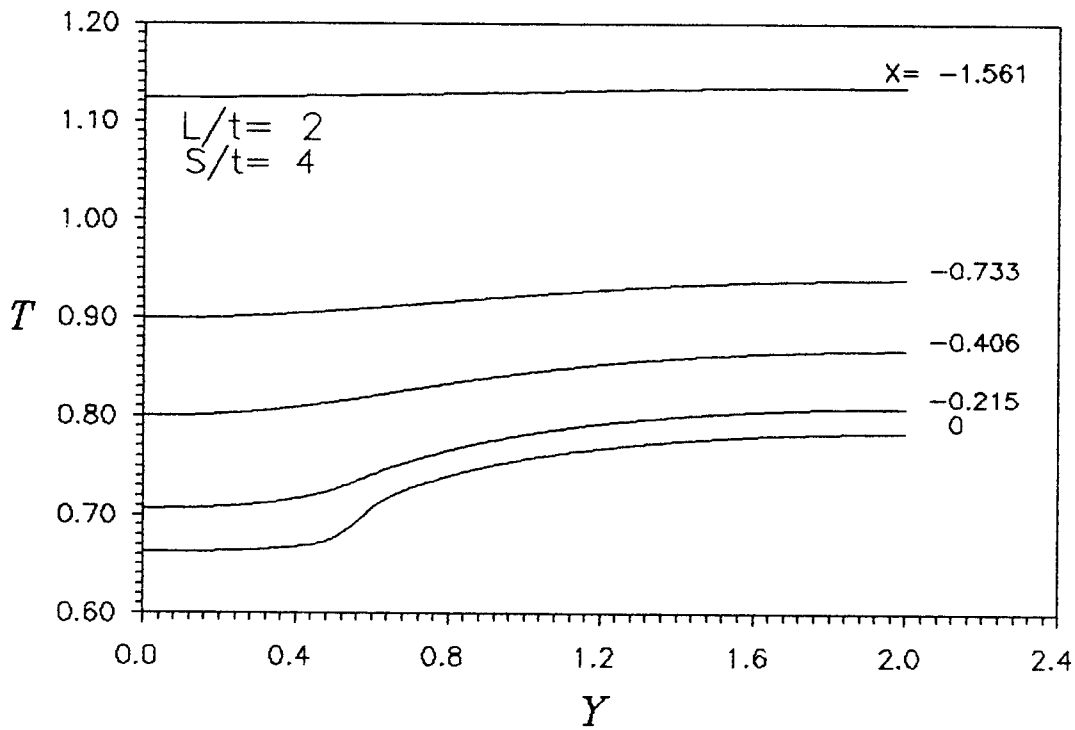
شکل ۳ شبکهء گره ها برای مقادیر بزرگ S/t



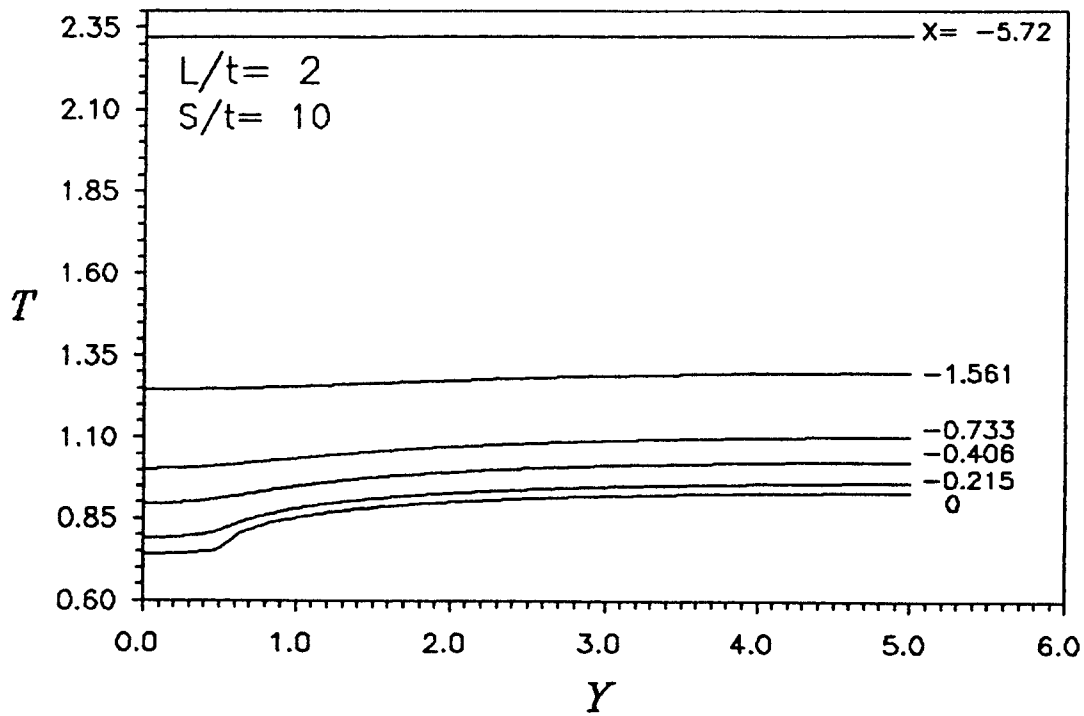
شکل ۲ توزیع دمای دیوار پیش از نصب پره ها



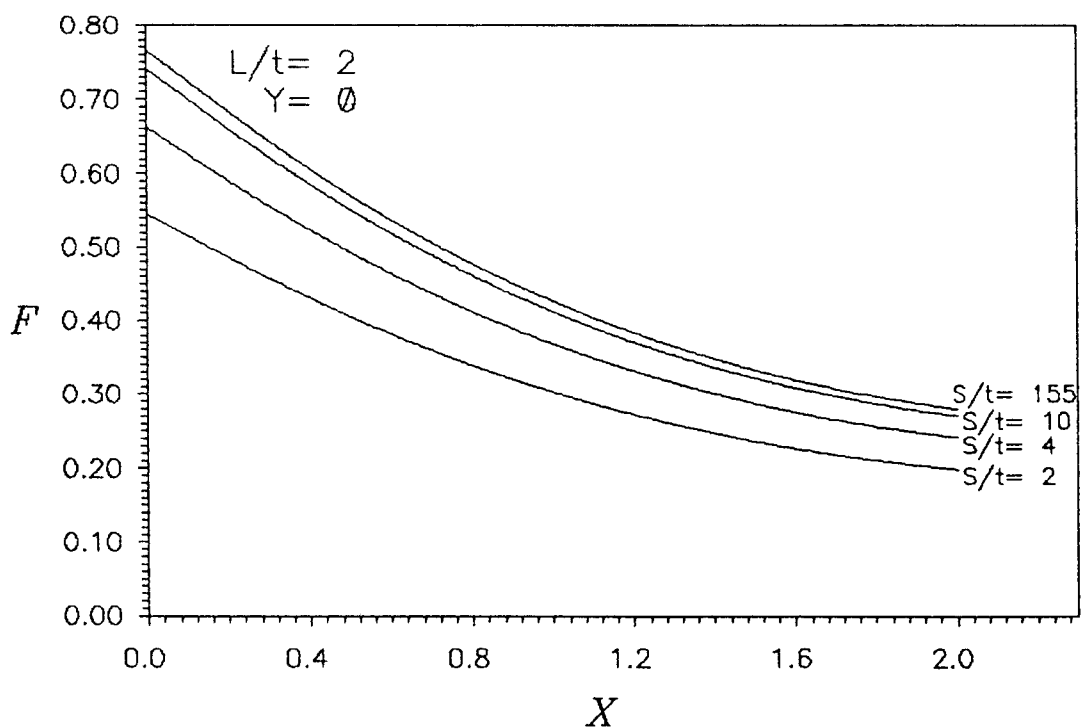
شکل ۵ تغییرات دما روی سطح دیوار



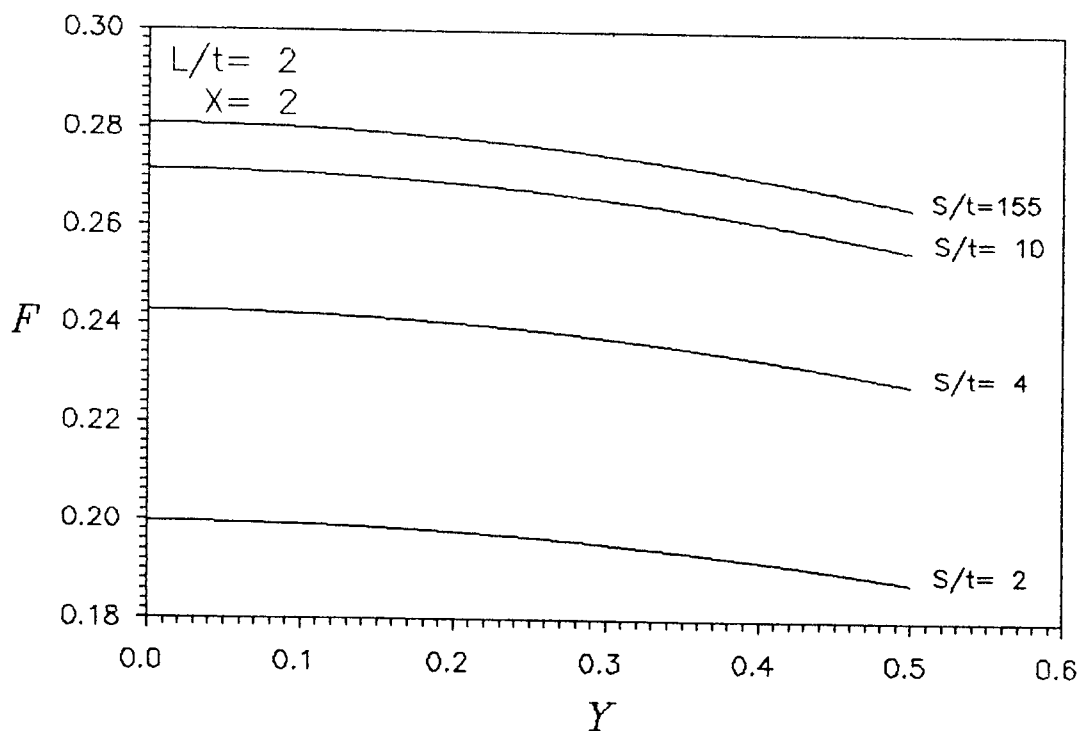
شکل ۶ تغییرات دما در درون دیوار



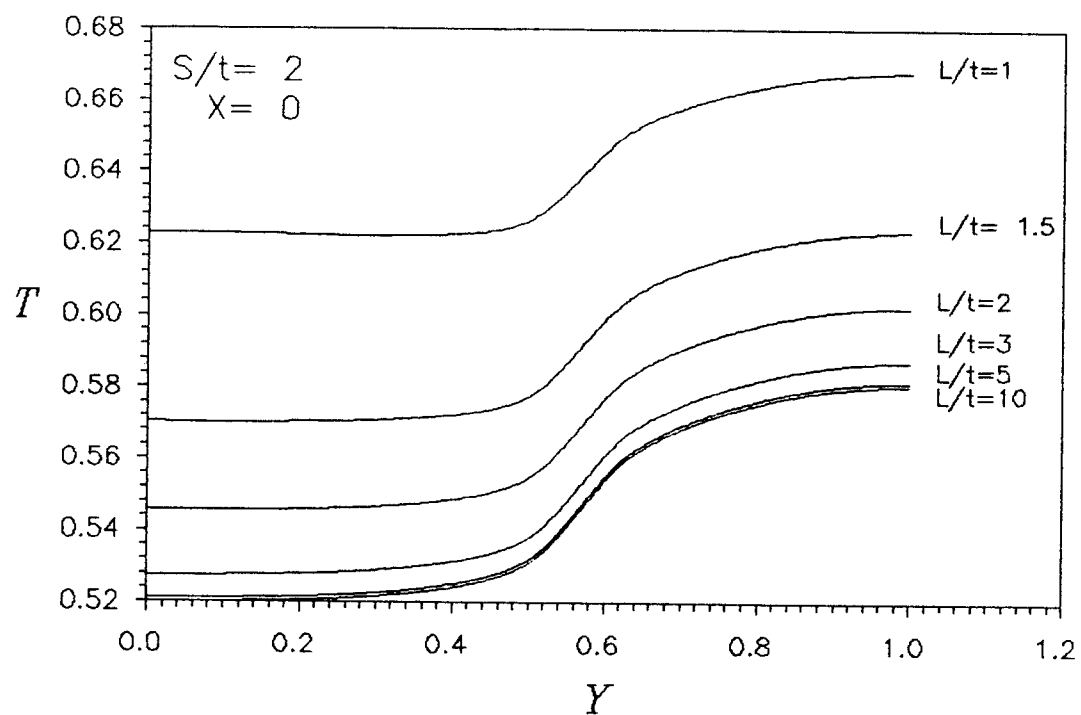
شکل ۷ تغییرات دما در درون دیوار



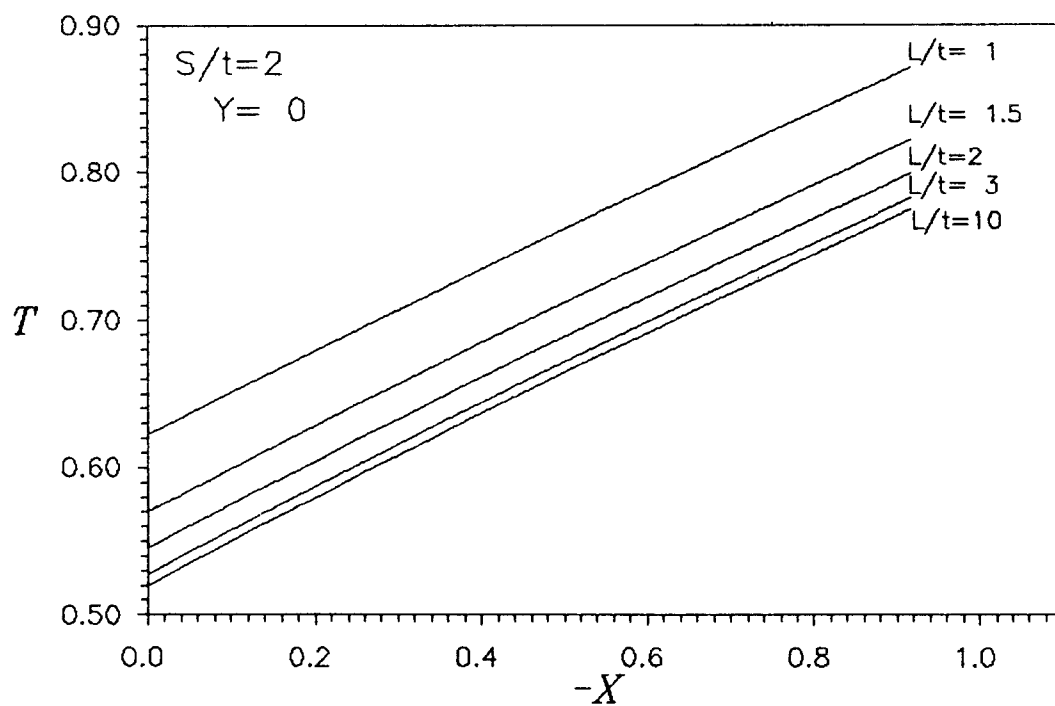
شکل ۱۰ تغییرات دما روی محور تقارن بهره



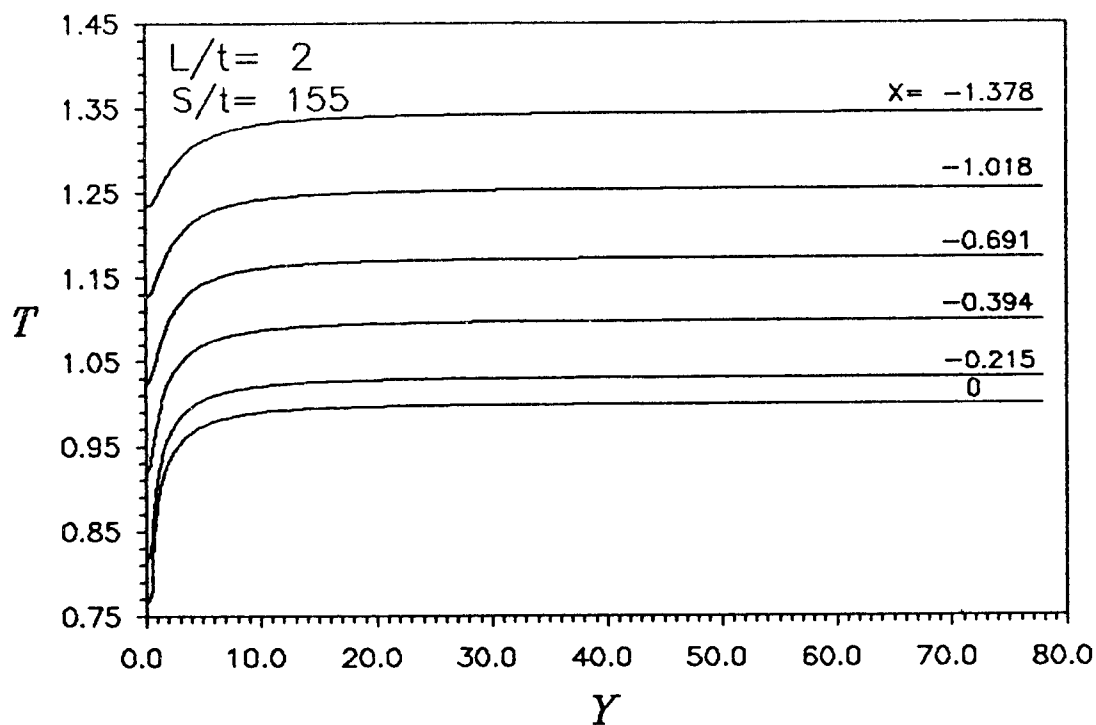
شکل ۱۱ تغییرات دما در انتهای بهره



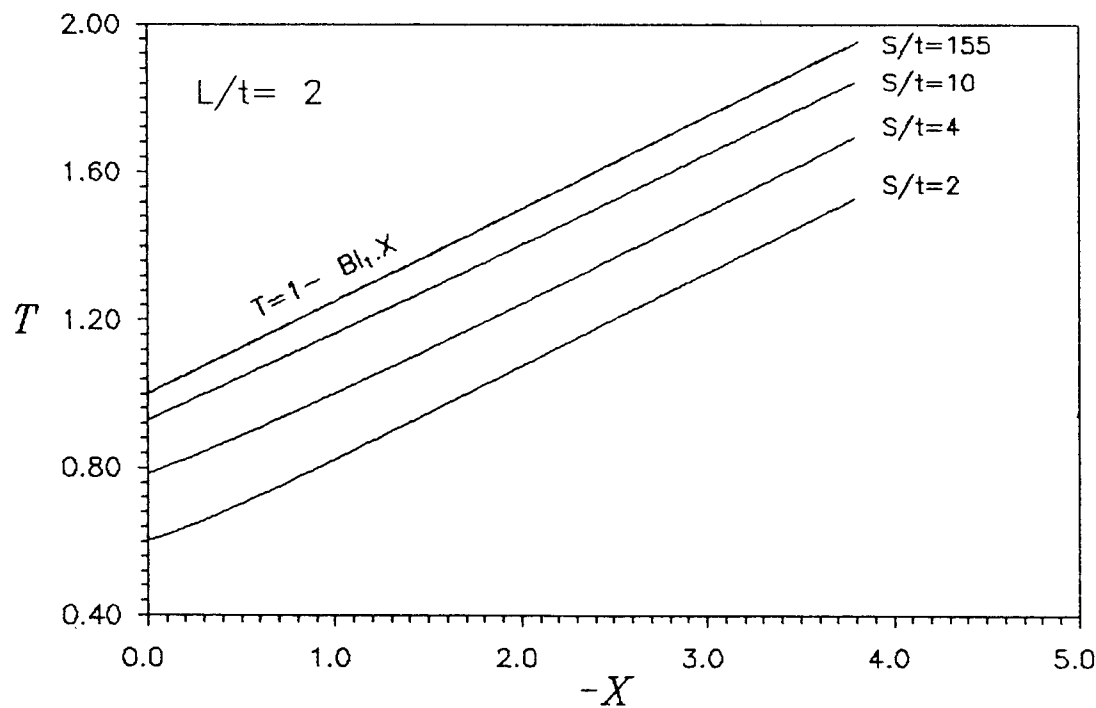
شکل ۱۲ تغییرات دمای روی سطح دیوار



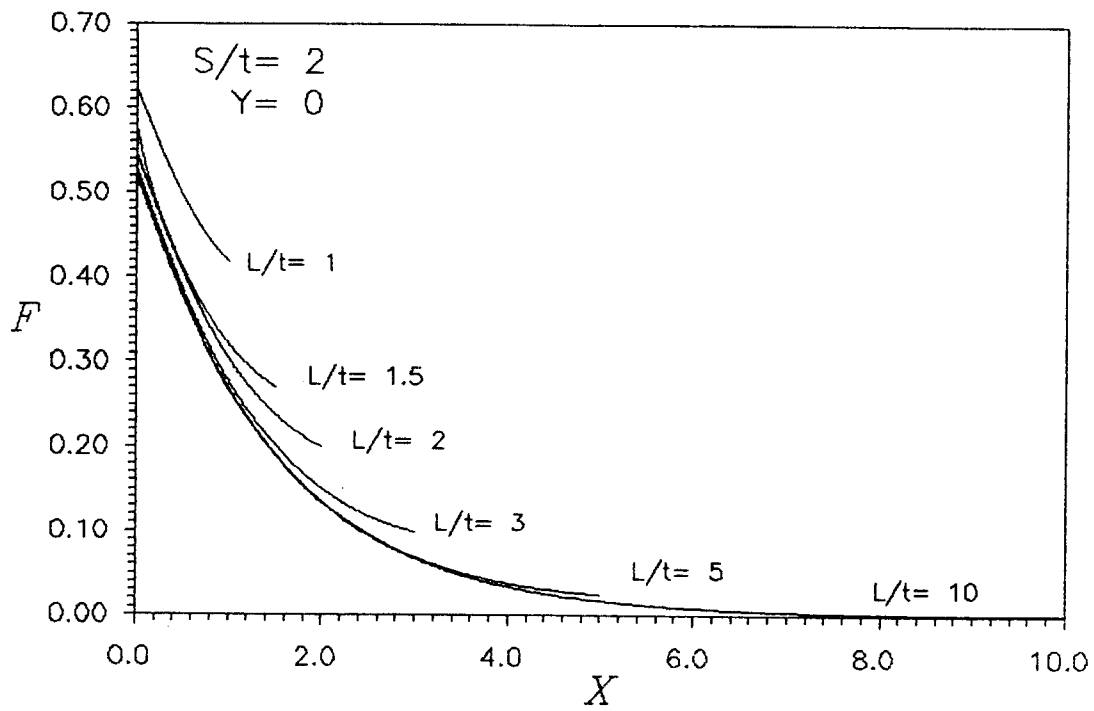
شکل ۱۳ تغییرات دمای دیوار در امتداد محور تقارن بره



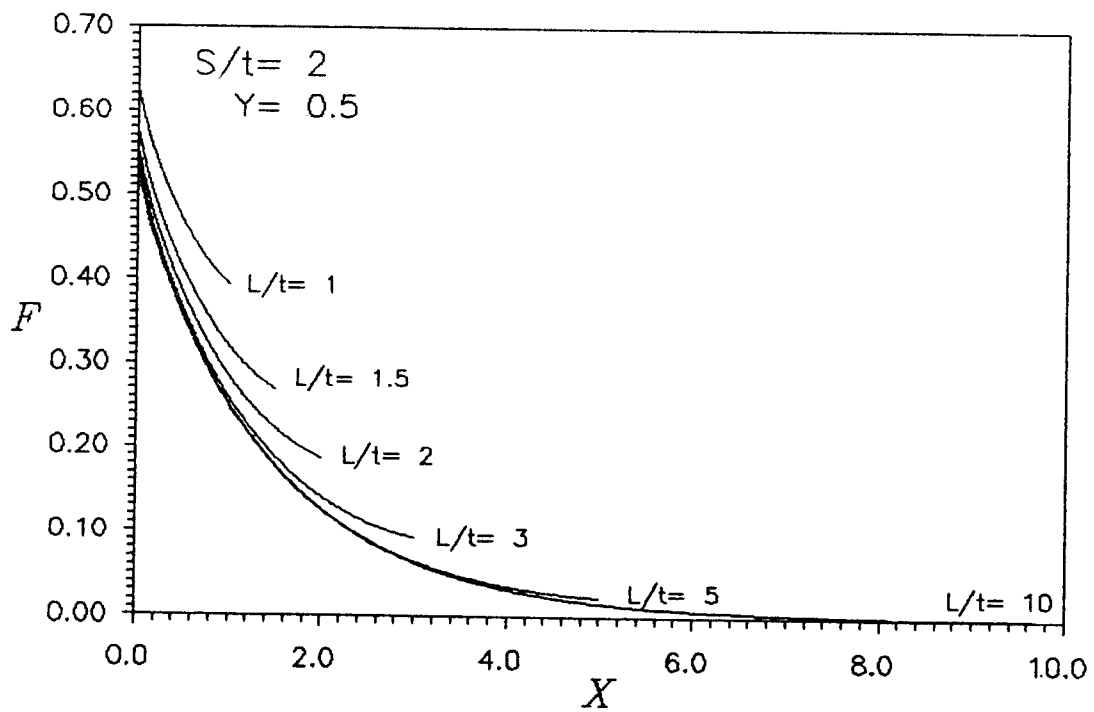
شکل ۸ تغییرات دما در درون دیوار



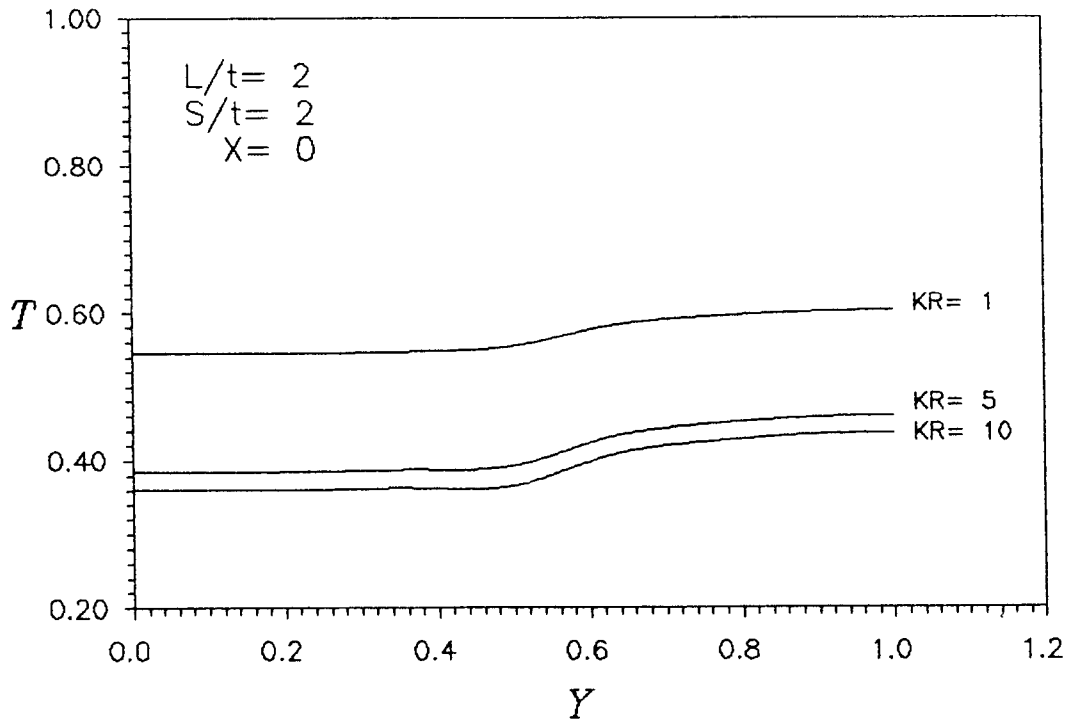
شکل ۹ تغییرات دمای دیوار روی محور تقارن بین دو پرهء مجاور



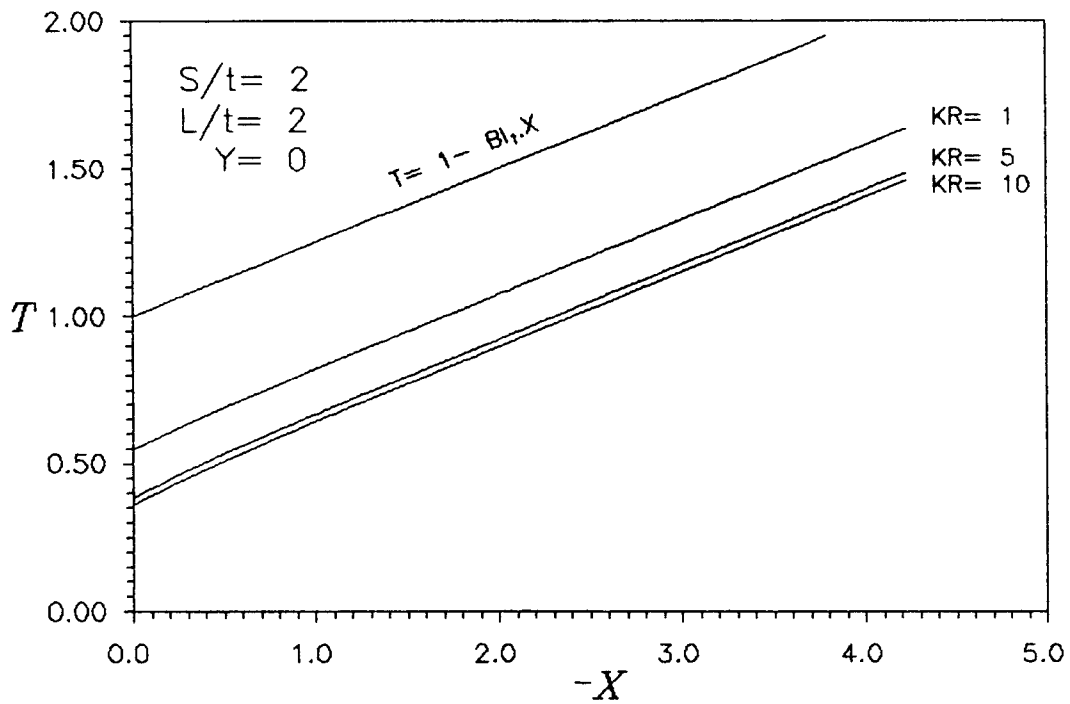
شکل ۱۴ تغییرات دما روی محور تقارن بهره



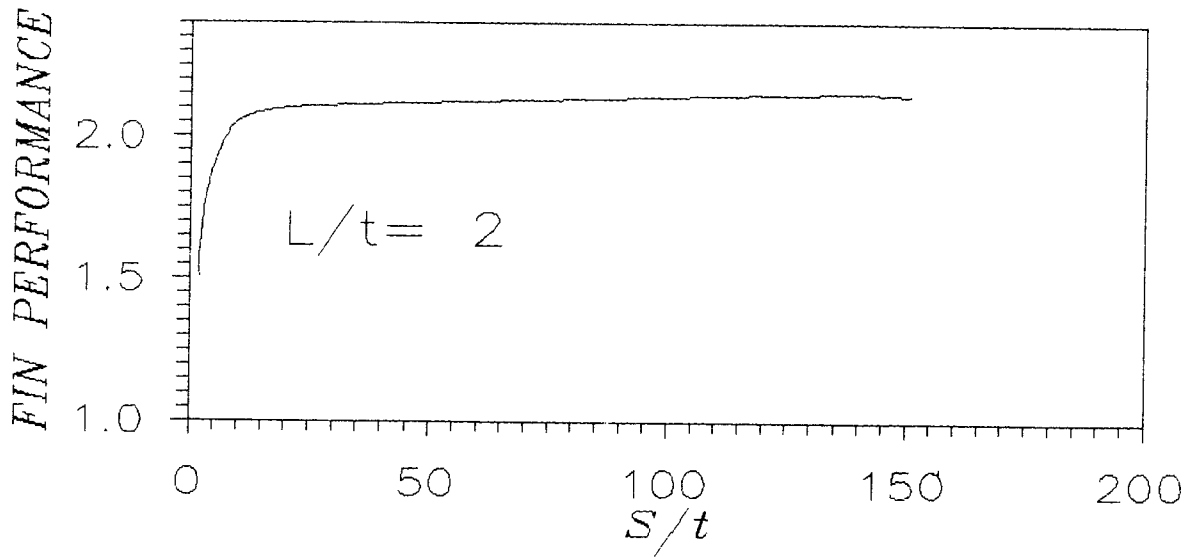
شکل ۱۵ تغییرات دما روی سطح بهره ها



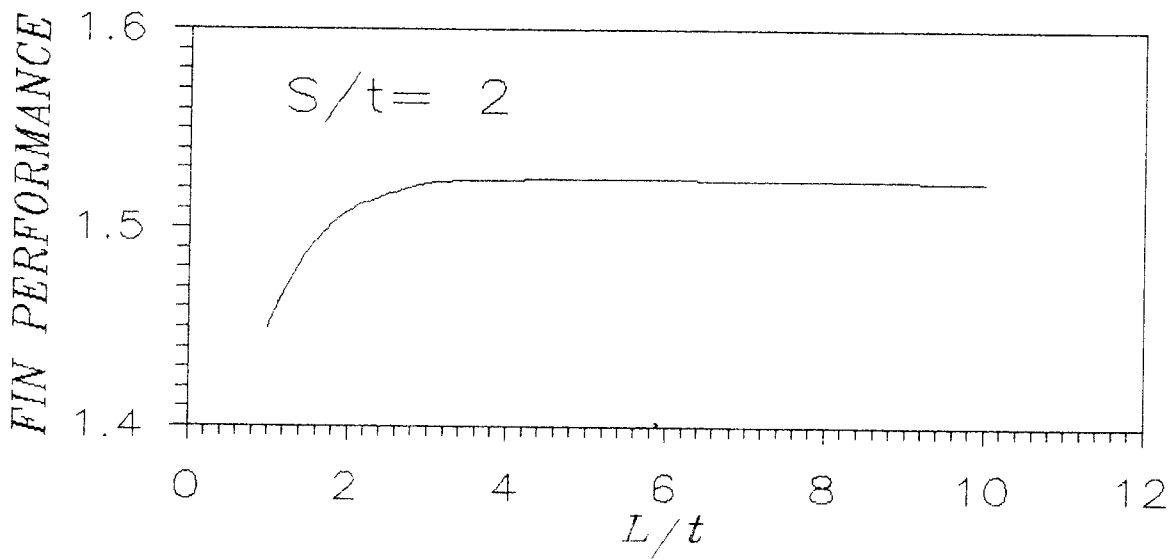
شکل ۱۶ تغییرات دما روی سطح دیوار



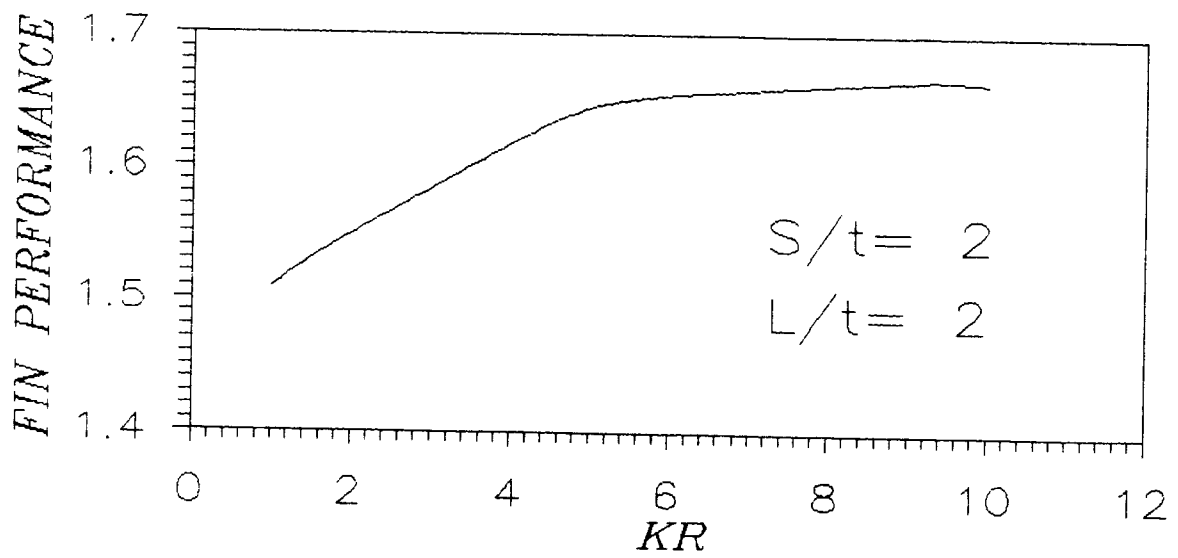
شکل ۱۷ تغییرات دمای دیوار در امتداد محور تقارن بره



شکل ۱۸ تغییرات کارایی بره ها برحسب فاصله آنها



شکل ۱۹ تغییرات کارایی بره ها برحسب طول آنها



شکل ۲۰ تغییرات کارایی بهره‌ها برحسب ضریب هدایت حرارتی

فهرست منابع

- 1- Avrami, M., Little, J.B., diffusion of heat through a rectangular bar and the cooling and insulating effect of fins. I. The steady state., J.Applied Physics, 13, 255-264 (1942).
- 2- Irey, R.K., Errors in one-dimensional fin solution, J.Heat Transfer, 175-176, (Feb.1968).
- 3- Sparrow, E.M.,and Hennecke, D.K., Temperature depression at the base of a fin, J. Heat Transfer, 204 -206, (Feb. 1970).
- 4- Klett, D.E. , and McCulloch, J.W., The effect of thermal conductivity and base -temperature depression on fin effectiveness, J. Heat Transfer, 333-334, (Aug.1972).
- 5- Doaldson, A.B., and Shouman, A.R.,Unsteady- State temperature distribution in a convective fin of constant area, Applied Scientific Research, 26, 75-85, (1972).
- 6- Yang, J.W., Periodic heat transfer in straight fins, J. Heat Transfer, 310-314, (Aug. 1972).
- 7- Myron Levitsky, The criterion for validity of the fin approximation, Int. J. Heat Mass Transfer, 15,1960-1963, (1972).
- 8- Wah Lau and Tan, C.W., Errors in one-dimensional heat transfer analysis in straight and annular fins, J. Heat Transfer, 549-551, (Nov.1973).
- 9- Ahmadi, G., and Razani, A., some optimization problems related to cooling fins, Int. J. Heat Mass Transfer, 16, 2369-2375, (1973).
- 10- Schnurr, N. M.,and Cothran, C.A., Radiation from an array of gray circular fins of trapezoidal profile, AIAA Journal, 12,1476-1480, (1974).
- 11-Maday, C. J., The minimum weight one-dimensional straight cooling fin, J.Engineering for Industry, 161-165, (Feb.1974).
- 12-Sparrow, E. M., and Lee, L., Effects of fin base-temperature depression in a multifin array, J.Heat Transfer, 463-465, (Aug, 1975).

-
- 113-Guceri, S., and Maday, C. J., A least weight circular cooling fin, J. Engineering for Industry, 97, 1190-1193, (1975).
- 14-Schnurr, N. M., Radiation from an array of longitudinal fins of triangular profile, AIAA Journal, 13, 691-693, (1975).
- 5-Aziz, A., Periodic heat transfer in annular fins, J. Heat Transfer, 302-303, (May 1975).
- 16- Suryanarayana, N. V., Transient response of straight fins, J. Heat Transfer, 417-423, (Aug. 1975).
- 17- Suryanarayana, N. V., Transient response of straight fins; Part II, J. Heat Transfer, 324-326, (May 1976).
- 18-Suryanarayana, N. V., Two -dimensional effects on heat transfer rates from an array of straight fins, J. Heat Transfer, 129-132, (Feb. 1977).
- 19-Bar-Cohen, A., Fin thickness for an optimized natural convection array of rectangular fins, J. Heat Transfer, 101, 564-566, (1979).
- 20-Razelos, P., the optimization of longitudinal convective fins with internal heat generation, Nuclear Engineering and Design, 54, 289-299, (1979).
- 21-Aziz, A., and Na, T. Y., steady periodic heat transfer in fins of arbitrary profile, Numerical Heat Transfer, 3, 331-344, (1980).
- 22-Mikk, I., convective fin of minimum mass, Int. J. Heat Mass Transfer, 23, 707-711, (1980).
- 23-Razelos, P., and Imre, K., the optimum dimensions of circular fins with variable thermal parameters, J. Heat Transfer, 102, 420-425, (1980).
- 24-Kraus, A. D., and Snider, A. D., New parametrizations for heat transfer in fins and spines, J. Heat Transfer, 102, 415-419, (1980).
- 25-Heggs, P. J., and Stones, P. R., the effects of dimensions on the heat flow rate through extended surface, J. Heat transfer, 102, 180-182, (1980).
- 26-Sonn, A., and Bar-Cohen, A., Optimum cylindrical pin fin, J. Heat Transfer, 103, 814-815, (1980).
-

- 27-Heggs, P.J., Ingham, D. B., and Manzoor, M., the effects of nonuniform heat transfer from an annular fin of triangular profile , J. Heat Transfer, 103, 184-185, (1981).
- 28-Snider, A. D., and Kraus, A. D., Correcting for the variability of the heat transfer coefficient in extended surface analysis, Proceedings 7th International Heat transfer Conference, Munich, 239-242, (1982).
- 29-Hsin-Sen Chu, Cheng- I Weng, and Chao-Kuang Chen, Transient response of a composite straight fin, J. Heat Transfer, 105, 307-311, (1983).
- 30-Chu, H.S., Chen, C. K., and Weng, C. I., Transient response of circular pins, J. Heat Transfer, 105, 205-208, (1983).
- 31-Razelos, P., and Imre, K., Minimum mass convective fins with variable heat transfer coefficients, J. the Franklin Institute, 315, 269-282, (1983).
- 32-Razelos, P., the optimum dimensions of convective pin fins, J. Heat Transfer, 105, 411-413, (1983).
- 33- Netrakanti, M. N., and Huand, C. L. D., Optimization of annular fins with variable thermal parameters by invariant imbedding, ASME-JSME Thermal Engineering Conference, Honolulu, 349-355, (1983).
- 34-Look , Jr., D.C., Two-dimensional fin performance: Bi (top surface) \geq Bi (bottom surface), J. Heat Transfer, 110, 780-782, (1988).
- 35-Molki, M., and Shahsavan, M., Heat transfer through pin fins and determination of optimum conditions, amirkabir J. science & technology, 4, 5-10, (1990).
- 36-Molki, M., and Sefid, M., Two- dimensional effects on heat transfer from an isolated rectangular fin, Amirkabir J. Science & Technology, 5, 1-14, (1991).
- 37-Patankar, S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, (1980).
-