

محاسبه مقاومت ac سیم دو فلزه

نگارش

فرخ آرم

مربی تحقیقاتی دانشکده فنی

مرکز تحقیقات مخابرات ایران

چکیده:

خطوط سیم هوایی با مقایسه با کابل دارای یک مزیت فوق العاده است و آن داشتن افت انتقال کم است. بهر حال این خطوط نسبت به خسارات مکانیکی ناشی از طوفان و مزاحمت های آدمی، تداخل الکتریکی ناشی از سایر خطوط ارتباطی و خطوط قدرت و تمام منابع نویز طبیعی و مصنوعی حساسیت خیلی زیاد دارند. هوای مرطوب و هم چنین شرایط برف و یخبندان تضعیف خطوط هوایی را زیاد میکنند. بطور کلی می توان گفت از نظر اقتصادی خطوط سیم هوایی باید درجائی کشیده شود که تقاضای مدار خیلی کم باشد (کمتر از ۱۰ مدار) و هزینه تأسیس کابل و همچنین هزینه تأسیس سیستم بی سیم دوازده کانالی بخاطر بعد مسافت شهرهای ایران در مقایسه با سیم هوایی گران باشد.

محاسبه مقاومت این سیم در فرکانسهای کاربری از نظر محاسبه ضریب تضعیف بسیار مهم است که این مقاله، این مساله را مورد بررسی قرار میدهد و نمونه هائی بعنوان مثال ذکر و منحنی های مربوطه ارائه میشود این مساله بعنوان پایه ای برای بررسی مسائل متشابه در نظر خواهیم گرفت.

۱-۱- کلیات

چون سالیانه در ایران حدود دوهزار کیلومتر خط سیم هوایی برای ارتباط تلفنی شهرهای کوچک و دهات به شهرهای بزرگ کشیده میشود بررسی این قبیل سیمهای هوایی از نقطه نظر الکتریکی بسیار مهم است.

از نقطه نظر اقتصادی واضح است که هرچه تعداد تیرهای مصرفی برای یک خط کمتر باشد هم از

لحاظ هزینه تأسیس و هم از لحاظ هزینه نگهداری و تعمیر کاملاً مقرون بصرفه است. بنابراین باید سیمی بعنوان خط ارتباطی مورد استفاده قرار گیرد که اولاً دارای مقاومت کششی زیاد باشد چون فاصله بین دو تیر زیادتر بتواند باشد، ثانیاً وزن آن کم باشد تا شکم (افتادگی) کمتری ایجاد کند تا از مزاحمت‌های بعدی ناشی از وزش باد یا وزن برف و یخ که روی سیم‌های نشینند جلوگیری شود. مزاحمت‌های بعدی ناشی از وزش باد میتواند غیر از پارگی سیم‌ها از محل‌های اتصال سیم‌ها بیکدیگر یا بمقره‌ها، اتصال دو سیم بیکدیگر باشد. سرعت باد حدی (Threshold Wind Velocity) یعنی حداقل سرعت باد که باعث میشود دو سیم که موازی یکدیگر هستند بهم برخورد کنند تابع افتادگی (شکم) سیم‌ها هستند بطوریکه با زیاد شدن مقدار افتادگی سرعت باد حدی کمتر میشود. یعنی سرعت باد کمتری احتیاج است که دو سیم بیکدیگر تلاقی کنند و این مطابق خواسته ما نیست. بنابراین نسبت عددی مقاومت کششی سیم به وزن واحد طول سیم یک نسبت خوبی برای مقایسه انواع سیم‌ها میباشد یعنی سیمی بهتر است که این نسبت عددی برای آن سیم بیشتر باشد.

از این نقطه نظر انواع سیم‌های هوایی در زیر ذکر میگردد:

(a) سیم مسی سخت

(b) سیم کادمیم مسی

(c) سیم مسی مغز فولادی

(d) سیم آلومینومی مغز فولادی

(e) سیم فولادی (آهنی گالوانیزه).

از بین انواع سیم‌های مذکور، سیم‌های مسی سخت، مسی مغز فولادی و آهنی در ایران مصرف میشود و جدیداً کلیه خطوط از سیم مسی مغز فولادی است.

امروزه سیم کادمیم مسی برای سیم هوایی بخاطر اینکه دارای نسبت عددی مقاومت کششی به وزن نسبتاً کمی در مقایسه با سیم مسی مغز فولادی یا آلومینومی مغز فولادی هست و همچنین میتواند در معرض دستبرد واقع شود دیگر مورد استفاده قرار نمیگیرد.

سیم مسی سخت از نظر الکتریکی هادی خیلی خوبی است (هدایت مخصوص آن ۹۸٪ IACS* است).

* IACS = International Annealed Copper Standard

طبق تعریف مقدار هدایت استاندارد در 20°C برابر $\frac{\text{mho}-\text{m}}{\text{mm}^2}$ ۵۸ میباشد. یعنی مقاومت سیم مسی

سخت استاندارد بطول ۱ متر و سطح مقطع ۱ میلیمتر مربع برابر $\frac{1}{58}$ اهم میباشد.

این سیم دارای نسبت عددی مقاومت کششی به وزن کمتری از سیم کادمیم مسی است بهمین جهت هزینه تأسیس و نگهداری این سیم گران است و خیلی راحت قابل دستبرد زدن است بطور کلی سیم مسی سخت جائی مصرف میشود که مزیت هدایت بالا و مقاومت در مقابل خوردگی بیشتر از هزینه نسبی آن ارزش داشته باشد.

سیم آهنی گالوانیزه با دوامترین سیم از نظر مکانیکی بین سیمهای ذکر شده است. برای این سیم میتوان دهه دو تیر را بیشتر انتخاب کرد بنابراین هزینه تأسیس خط و تیر کمتر میشود. این سیم بخاطر هدایت کم آن در مدارهای نسبتاً کوتاه استفاده میشود. این سیم بر حسب وزن فلز روی (Zn)، بر واحد سطح سیم که روی سیم گالوانیزه میشود دارای انواع مختلف است. امروزه سیم آهنی گالوانیزه بخاطر تضعیف زیاد آن در مقایسه با انواع مختلف دیگر در مدارهای طولانی و یا سیستم کاربرهای چند کاناله از حیز انتفاع خارج میشود.

سیم آلومینومی مغز فولادی بعنوان سیم ارتباطی هنوز در ایران متداول نشده سیم مسی مغز فولادی در دو نوع با هدایت مخصوص ۰.۴٪ و ۰.۳٪ (با مقایسه با هدایت استاندارد) وجود دارد یعنی بطور مثال سیم مسی مغز فولادی ۰.۴٪ دارای هدایتی برابر ۰.۴٪ سیم مسی سخت استاندارد (Annealed copper) بهمان قطر میباشد. در مقایسه این سیم با سیم مسی سخت که هر دو دارای قطر یکسان هستند استنباط میشود که وزن واحد طول سیم مسی مغز فولادی اندکی کمتر از وزن واحد طول سیم مسی سخت بوده و مقاومت کششی آن دو برابر مقاومت کششی سیم مسی سخت است یعنی فاصله دو تیر میتواند دو برابر انتخاب شود و در نتیجه هزینه تیرها نصف گردد. علاوه تعداد مقره های مصرفی در کیلومتر کمتر شده نشد ناشی از مقره ها در هوای مرطوب نقصان مییابد که خود یک بهبود در عمل انتقال در فرکانسهای زیاد است.

از مزایای مهم این سیم بخاطر اینکه جدا کردن مس از فولاد دارای اشکالات فراوان و دشوار میباشد دور بودن این سیم از خطر دزدی است.

دیگر اینکه مشخصه ضریب افت سیم مسی مغز فولادی یا آلومینومی مغز فولادی بر حسب فرکانس با اصطلاح پخ بوده (یعنی تغییرات ضریب افت بر حسب فرکانس بطئی میباشد) که کار متعادل کردن مدارها با این سیمها را آسان تر از سیم مسی میکند. باین ترتیب انرژی بیشتری منتقل شده و انعکاس به حداقل میرسد. بعضی مهندسین طراح، پایداری این نوع سیمها را با استفاده از مواد پوششی از قبیل پلی اتیلن (Polyethylene) و نئوپرن (Neopren) افزایش میدهند این پوشش علاوه بر کم کردن احتمال برخورد و

سیم یکدیگر این اجازه را بدهد که فاصله دوسیم را کمتر انتخاب کنیم که نتیجه آن نقصان کرس تاك^(۱) (Crosstalk) و ساده کردن عمل زیگزآك کردن (Transposition) میباشد.

بدین دلائل سیم مسی مغز فولادی بعنوان سیم هوایی مورد استفاده قرار میگیرد.

۱-۱: یادآوری حل معادلات ماکسول در مختصات قطبی

قانون ۱ و ۲ ماکسول در حوزه زمان بصورت زیر بیان میشود:

$$(۱) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{B}^\circ$$

$$(۲) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \mathbf{D}^\circ$$

این دو رابطه در حوزه فرکانس بصورت روابط ۳ و ۴ ظاهر میشوند.

$$(۳) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$(۴) \quad \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E}$$

بایک پارکل گیری از روابط ۳ و ۴ بشرط $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ برای هریک از بردارهای $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ خواهیم داشت:

$$(۵) \quad \nabla^2 \mathbf{F} = \gamma^2 \mathbf{F}$$

بطوریکه:

$$(۶) \quad \gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)$$

و برای مولفه های بردار $\mathbf{F}$ روی سه محور x, y, z خواهیم داشت:

$$(۷) \quad \nabla^2 \Phi = \gamma^2 \Phi$$

در محور مختصات استوانه ای (r, ϕ, z) با فرض اینکه Φ تابعی بصورت حاصل ضرب از سه متغیر r, ϕ, z بصورت:

$$(۸) \quad \Phi(r, \phi, z) = f_1(r) \cdot f_2(\phi) \cdot f_3(z)$$

باشد:

بطوریکه f_1, f_2, f_3 بترتیب فقط توابعی از r, ϕ, z بترتیب باشند.

حل معادله γ^2 بصورت زیر خواهد بود:

۱ - انتقال انرژی از یک مدار به مدار دیگر را کرس تاك (Cross talk) گویند.

$$(۹) \quad f_r = A_r e^{-\gamma_z z} + B_r e^{\gamma_z z}$$

$$(۱۰) \quad f_r = A_r \cos n\phi + B_r \sin n\phi$$

بطوریکه γ_z مقداری ثابت، ضریب انتشار در طول محور z و n عدد صحیح است و:

$$(۱۱) \quad f_i = A_i J_n(x) + B_i N_n(x)$$

بطوریکه:

$$(۱۲) \quad x = \sqrt{\gamma_z^2 - \gamma^2} r = hr$$

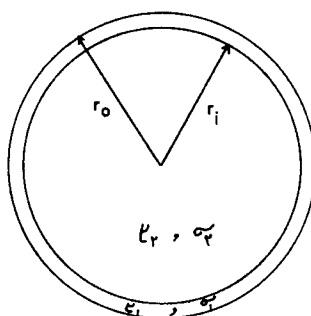
$$(۱۳) \quad h^2 = \gamma_z^2 - \gamma^2$$

J_n ، N_n توابع بسل نوع اول و دوم از درجه n هستند.

۳-۱: تعیین مقاومت ac سیم دو فلزه

سیم دو فلزه از یک سیم داخلی توپر که روی آنرا فلز دیگری پوشانده تشکیل شده سطح مقطع این

سیم مطابق شکل (۱) است.



شکل (۱)

بطوریکه r_i و r_o شعاع داخلی و خارجی فلز رویه است (این ترکیب شکل یا ممکن است بوسیله

جوش دادن فلز خارجی بفلز داخلی ایجاد شده باشد و یا بوسیله الکترولیز که فلز خارجی روی فلز داخلی مینشیند).

بخطا اثر پوستی جریان در سطح بیرونی سیم بیشتر متمرکز است و فرض میکنیم جهت جریان در

امتداد محور Z (محور عمود بر صفحه کاغذ منطبق با مرکز سیم) باشد.

اگر دو فلز را بوسیله پرمابلیته و هدایت از یکدیگر مشخص کنیم بطوریکه μ_1 و σ_1 به ترتیب پرمابلیته و هدایت فلز خارجی μ_2 و σ_2 به ترتیب پرمابلیته و هدایت فلز داخلی باشد و اگر دو فلز را هادی خوب فرض کنیم بطوریکه بتوان از جریان جابجائی صرفنظر کرد، کل جریان (J) عبوری از سیم دو فلزه، حوزه مغناطیسی $H_\phi|_{r=r_0}$ مماس بر محیط دایره سطح مقطع سیم را ایجاد میکند بطوریکه:

$$(1) \quad 2\pi r_0 H_\phi|_{r=r_0} = J$$

برای داخل هر دو محیط فلزی ($\nabla \cdot D = 0$ و $D^\circ = 0$) داریم:

$$(2) \quad \nabla^2 \bar{E} = j\omega\mu\sigma \bar{E}$$

اگر از سایر مولفه‌های بردار $\bar{E}$ در مقابل مولفه روی محور Z صرفنظر کنیم:

$$(3) \quad \nabla^2 E_z = \hat{z} \nabla^2 E_z$$

در نتیجه:

$$(4) \quad \nabla^2 E_z = j\omega\mu\sigma E_z$$

در محور مختصات استوانه‌ای (محور Z مرکز سیم) و تئیکه تغییرات E_z را در صفحه عمود بر محور Z بررسی میکنیم، اگر تغییرات E_z بازاء تغییرات z و ϕ در مقابل تغییرات E_z بازاء تغییرات r قابل صرفنظر کردن باشد با توجه بمعادلات (۱، ۲، ۳) قسمت ۲ - ۱ مقادیر:

$$x = \tau r j^{\frac{1}{2}} \quad \text{و} \quad n = 0, \quad r_z = 0$$

میباشد بطوریکه:

$$(5) \quad \tau = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$$

میباشد.

چون در داخل هر دو هادی رابطه زیر صادق است:

$$(6) \quad E_z = \frac{i_z}{\sigma}$$

بنابراین جریان i_z در دو هادی با توجه بمعادله (۱، ۲) بصورت زیر بدست میآید:

$$i_{z1} = A J_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) + B K_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) \quad (a)$$

(۷)

$$i_{z2} = C J_0(\tau_2 r j^{\frac{1}{2}}) + D K_0(\tau_2 r j^{\frac{1}{2}}) \quad (b)$$

بطوریکه :

$$\tau_r = \sqrt{\omega \mu_r \sigma_r} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\delta_r}$$

و :

$$\tau_1 = \sqrt{\omega \mu_1 \sigma_1} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\delta_r}$$

(δ_1 و δ_r عمق نفوذ در دو محیط میباشند) و J_0 تابع بسل نوع اول از درجه صفر و K_0 تابع اصلاح شده بسل (Modified Bessel function) نوع دوم از درجه صفر است. بطوریکه :

$$J_0(xj^{\frac{1}{2}}) = \text{Ber}(x) + j \text{Bei}(x)$$

$$K_0(xj^{\frac{1}{2}}) = \text{Ker}(x) + j \text{Kei}(x)$$

میباشند (x عدد حقیقی است).

چون بازاء $r=0$ مقدار K_0 برابر بینهایت و J_0 برابر ۱ میشود لازم میآید $D=0$ و مقدار C دانستیه جریان در محور سیم را بدهد.

از طرفی برای هادی کامل وقتی E_r مقابل E_z قابل صرف نظر کردن باشد خواهیم داشت :

$$(۸) \quad \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t}$$

و یا :

$$(۹) \quad j\omega\mu H_\phi = \frac{\partial E_z}{\partial r}$$

با در نظر گرفتن رابطه ۹ مقادیر شدت حوزه الکتریکی در دو محیط بصورت زیر ظاهر میگردند :

$$E_{z1} = \frac{1}{\sigma_1} \left[A J_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) + B K_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) \right] \quad r_i \leq r \leq r_o \quad (a)$$

(۱۰)

$$E_{z2} = \frac{1}{\sigma_r} C J_0(\tau_r r j^{\frac{1}{2}}) \quad 0 \leq r \leq r_i \quad (b)$$

و با در نظر گرفتن رابطه ۹ مقادیر شدت حوزه مغناطیسی در دو محیط بصورت زیر نوشته میشوند .

$$H_{\phi_1} = \frac{1}{j\omega\mu_1\sigma_1} \left[A\tau_1 j^{\frac{1}{2}} J'_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) + B\tau_1 j^{\frac{1}{2}} K'_0(\tau_1 r j^{\frac{1}{2}}) \right] \quad r_i \leq r \leq r_o(a)$$

$$(11) \quad H_{\phi_2} = \frac{1}{j\omega\mu_2\sigma_2} C\tau_2 j^{\frac{1}{2}} J'_0(\tau_2 r j^{\frac{1}{2}}) \quad 0 \leq r \leq r_i(b)$$

بطوریکه :

$$j^{\frac{1}{2}} J'_0(x j^{\frac{1}{2}}) = \text{Ber}'(x) + j \text{Bei}'(x)$$

$$j^{\frac{1}{2}} K'_0(x j^{\frac{1}{2}}) = \text{Ker}'(x) + j \text{Kei}'(x)$$

میباشد (x عدد حقیقی است).

بازاء شرط حدی $r=r_i$ مقادیر $E_{z1}=E_{z2}$ و $H_{\phi_1}=H_{\phi_2}$ باید پیوسته و مساوی باشند با تشکیل این

دو تساوی و بخش آنها بیکدیگر و در نظر گرفتن رابطه زیر :

$$(12) \quad P = \frac{\text{Ber}(\tau_2 r_i) + j \text{Bei}(\tau_2 r_i)}{\text{Ber}'(\tau_2 r_i) + j \text{Bei}'(\tau_2 r_i)}$$

و اینکه :

$$\frac{\sigma_1 \tau_2}{\sigma_2 \tau_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \sigma_1}{\mu_1 \sigma_2}}$$

میباشد مقدار $\frac{B}{A}$ از فرمول زیر بدست میآید :

$$(13) \quad \frac{B}{A} = - \frac{\text{Ber}(\tau_1 r_i) + j \text{Bei}(\tau_1 r_i) - \sqrt{\frac{\mu_2 \sigma_1}{\mu_1 \sigma_2}} P [\text{Ber}'(\tau_1 r_i) + j \text{Bei}'(\tau_1 r_i)]}{\text{Ker}(\tau_1 r_i) + j \text{Kei}(\tau_1 r_i) - \sqrt{\frac{\mu_1 \sigma_2}{\mu_2 \sigma_1}} P [\text{Ker}'(\tau_1 r_i) + j \text{Kei}'(\tau_1 r_i)]}$$

برطبق تعریف امپدانس داخلی برابر است با $Z_{in} = \frac{E_{z1}|_{r=r_o}}{J}$ یا :

$$(14) \quad Z_{in} = \frac{j\tau_1}{2\pi r_o \sigma_1} \cdot \frac{\text{Ber}(\tau_1 r_o) + j \text{Bei}(\tau_1 r_o) + \frac{B}{A} [\text{Ker}(\tau_1 r_o) + j \text{Kei}(\tau_1 r_o)]}{\text{Ber}'(\tau_1 r_o) + j \text{Bei}'(\tau_1 r_o) + \frac{B}{A} [\text{Ker}'(\tau_1 r_o) + j \text{Kei}'(\tau_1 r_o)]}$$

بطوریکه $Z_{in} = R_{in} + j\omega L_{in}$ میباشد.

وقتی r_i بسمت صفر میل کند مقدار $\frac{B}{A}$ نیز بسمت صفر میل کرده در نتیجه برای یک سیم از جنس فلز شماره ۱ خالص خواهیم داشت:

$$(10) \quad (Z_{in})_1 = \frac{j\tau_1}{2\pi r_o \sigma_1} \cdot \frac{\text{Ber}(\tau_1 r_o) + j\text{Bei}(\tau_1 r_o)}{\text{Ber}'(\tau_1 r_o) + j\text{Bei}'(\tau_1 r_o)} = (R_{in})_1 + j\omega(L_{in})_1$$

برای یک هادی بشکل استوانه توخالی از جنس فلز شماره ۱ بشعاع خارجی r_o و شعاع داخلی

r_i چون σ_2 بسمت صفر میل میکند پس مقدار $\frac{B}{A}$ از رابطه زیر بدست میآید:

$$(11) \quad \frac{B}{A} = \frac{\text{Ber}'(\tau_1 r_i) + j\text{Bei}'(\tau_1 r_i)}{\text{Ker}'(\tau_1 r_i) + j\text{Kei}'(\tau_1 r_i)}$$

مقدار امپدانس داخلی هادی استوانه‌ای شکل توخالی $(Z_{in})_2$ از جنس فلز شماره ۱ از فرمول (۱۴) محاسبه میشود وقتی بجای $\frac{B}{A}$ مقدار آنرا از رابطه (۱۶) قرار دهیم.

$$(12) \quad (Z_{in})_2 = (R_{in})_2 + j\omega(L_{in})_2$$

در قسمت بعد محاسبات عملی برای یک نمونه ذکر میگردد.

۴ - ۱ محاسباب عملی برای یک نمونه:

محاسبات عملی با استفاده از ضمیمه شماره (۱) انجام یافته است.

نمونه مزبور دارای مشخصات زیر است:

$$\text{شعاع خارجی سیم دوفلزه} \quad r_o = 1.303 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{شعاع داخلی روبه مس} \quad r_i = 1.024 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{مقاومت مخصوص فلز داخلی (فولاد)} \quad \rho_2 = \frac{1}{\sigma_2} = 2791 \times 10^{-8} \Omega - \text{m}$$

$$\text{مقاومت مخصوص فلز داخلی خارجی (مس)} \quad \rho_1 = \frac{1}{\sigma_1} = 1.83 \times 10^{-8} \Omega - \text{m}$$

Handbook of mathematical functions

۱ - این ضمیمه از کتاب

Dover by Abramowitz and Segun

در اینجا ذکر شده است.

محاسبات توسط کامپیوتر انجام شده و تمامی برنامه‌ها در بخش اوت ساید پلنت مرکز تحقیقات مخابرات

ایران موجود است. برنامه‌ها طوری ترتیب داده شده‌اند که با تعویض کارت مشخصات سیم دو فلزه میتوان محاسبات

مربوطه را انجام داد.

$$\mu_2 = 78.8 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{mks} \quad \text{پرما بلایته فلز داخلی (فولاد)}$$

$$\mu_1 = 1.0 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{mks} \quad \text{پرما بلایته فلز خارجی (مس)}$$

۱-۴-۱ : رسم منحنی های مقاومت ac و راکتانس ac سیم نمونه به مقاومت dc سیم نمونه :

نتیجه این محاسبات بوسیله کامپیوتر انجام شده و اشکال (a - b) ۱-۴-۱ نمودارهای مربوطه هستند. با توجه باینکه میدانیم با مفروضات فوق مقاومت dc این سیم برابر $16.22 \Omega/\text{loop} - \text{km}$ میباشد.

۱-۴-۲ : تأثیر تغییر پرما بلایته نسبی فولاد در مقاومت و راکتانس ac سیم دو فلزه نمونه :

برای این بررسی مقدار پرما بلایته نسبی فلز داخلی را از ۰.۴ تا ۱.۰ که مسلماً حدود تغییرات پرما بلایته فولادهای مصرفی برای تهیه سیم های ارتباطی میباشد انتخاب کرده منحنی های (a , b) ۱-۴-۲ نمودارهای مربوطه میباشد.

همانطور که از نتایج پیدا است بعلمت تغییرات کم فقط بازاء دو مقدار پرما بلایته نسبی بیشینه و کمینه فولاد نمودارهای مربوطه نشان داده شده اند و همچنین ملاحظه میگردد که تأثیر این تغییر خیلی جزئی میباشد.

۱-۴-۳ : رسم منحنی های مقاومت ac و راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه و مقاومت ac سیم مسی بهمان قطر :

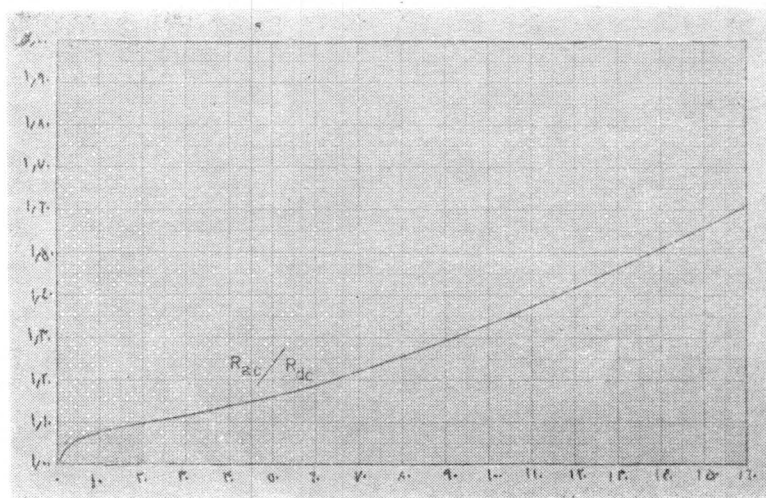
منظور از این منحنی ها با توجه به قسمت ۳-۱ معادلات ۱۴ و ۱۵ همان نسبت

$R_{in}/(R_{in})_1$ و $\omega L_{in}/(R_{in})_1$ بر حسب فرکانس میباشد بطوریکه R_{in} ، L_{in} مقاومت ac و راکتانس ac سیم مغز فولادی نمونه و $(R_{in})_1$ مقاومت ac سیم مسی از جنس مس رویه سیم مسی مغز فولادی بقطر خارجی مساوی سیم مسی مغز فولادی نمونه میباشد. منحنی های مربوطه در شکل ۱-۴-۳ نشان داده شده اند.

برای بررسی وسیعتر وقتی شعاع داخلی سیم دو فلزه (r_i) خیلی بزرگتر از عمق نفوذ فلز داخلی باشد یا در فرکانسهای زیاد که این فرض صحیح باشد یعنی بتوان دو فلز را مسطح کرد از راه حل تقریبی که در قسمت ۱-۴-۴ آمده است برای بررسی نتایج کمک میگیریم.

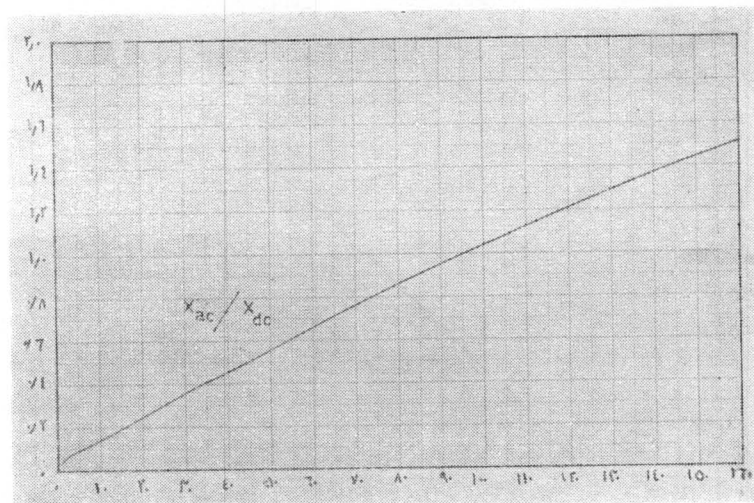
۱-۴-۴ : حل تقریبی برای رسم منحنی های مقاومت ac و راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی از جنس مس سیم مسی مغز فولادی با قطرهای یکسان :

همانطور که در قسمت ۱-۴-۳ ذکر گردید برای بررسی وسیعتر به یک حل تقریبی مبادرت میکنیم



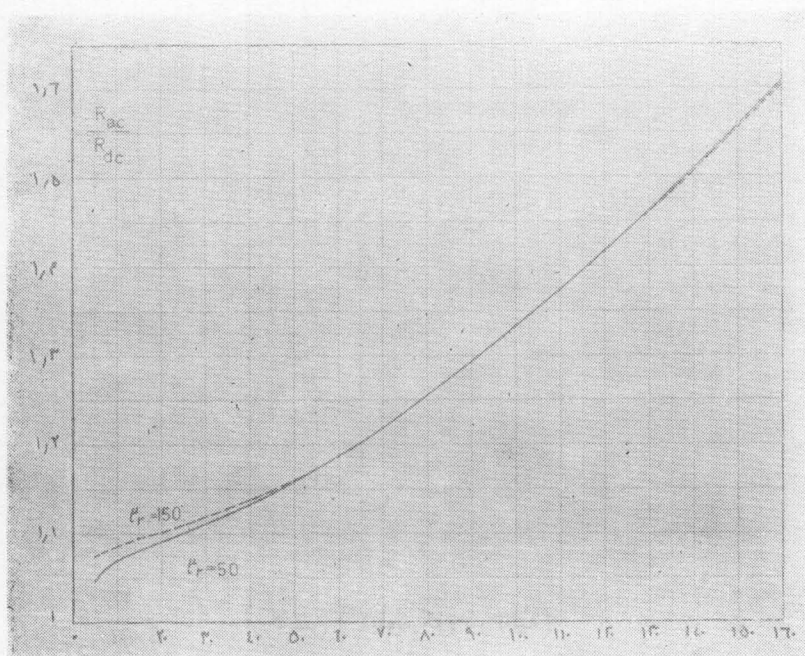
فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (a) ۱-۴-۱ : نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی بقطر خارجی ۲۷۹mm به مقاومت dc همان سیم



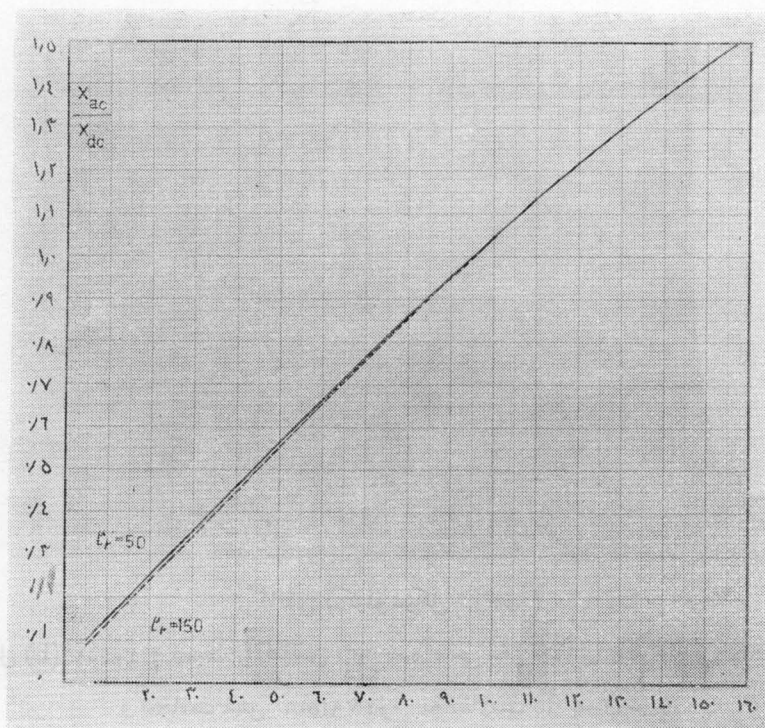
فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (b) ۱-۴-۱ : نسبت راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی بقطر خارجی ۲۷۹mm به مقاومت dc همان سیم



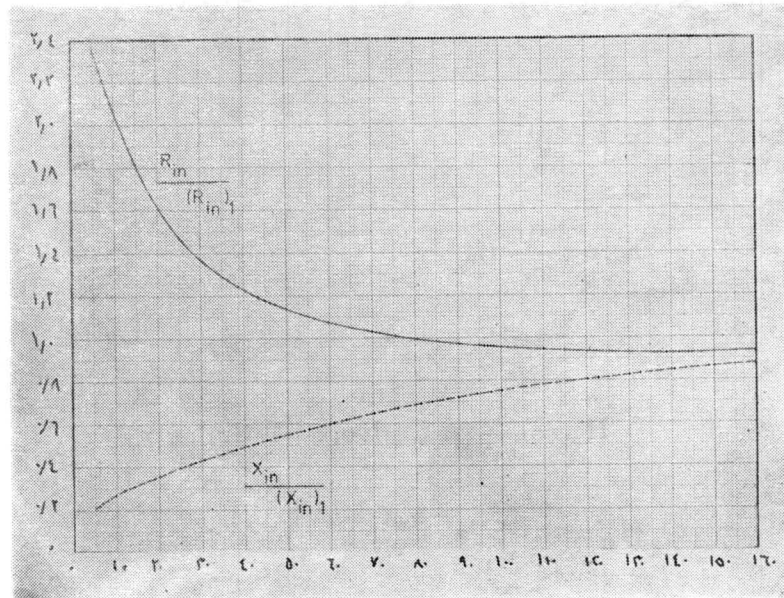
فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (a) ۱-۴-۲ نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت dc نمونه با تغییر پرمابلیته نسبی فولاد



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (b) ۱-۴-۲ نسبت راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه به مقاومت dc نمونه با تغییر پرمابلیته نسبی فولاد



فرکانس (کیلوسیکل در ثانیه)

شکل ۳-۴-۱: — : نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی نمونه به مقاومت ac سیم مسی بهمان قطر

— — : نسبت راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه به مقاومت ac سیم مسی بهمان قطر

که این حل تقریبی در فرکانسهای زیاد یا زمانی که قطر داخلی سیم نسبت به عمق نفوذ لایه داخلی خیلی زیاد باشد و ضخامت لایه خارجی بیشتر از عمق نفوذ لایه خارجی باشد، دارای تقریب خوبی نیز هست. میتوانیم برای حل مساله سیم را بصورت صفحات مسطح در نظر گرفت^(۱) که فلز شماره ۲ دارای عمق نیم بینهایت و فلز شماره ۱ به ضخامت d است (شکل (۱) $\epsilon - \epsilon - 1$) در این صورت معادلات جریان در دو لایه بصورت زیر هستند بطوریکه برای فلز شماره ۱ معادلات را بصورت $\sinh$, $\cosh$ مینویسیم تا حل ساده تری داشته باشیم.

$$(۱) \quad i_{z1} = A \sinh \gamma_1 x + B \cosh \gamma_1 x$$

$$(۲) \quad i_{z2} = C e^{-\gamma_2 x}$$

بطوریکه :

$$(۳) \quad \gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu_1\sigma_1} = \frac{1+j}{\delta_1}$$

$$(۴) \quad \gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_2\sigma_2} = \frac{1+j}{\delta_2}$$

Imbedance of a coated conductor 19 - 5 از کتاب :

(۱) - قسمت

Fields and waves in communication Electronics BY Simon Ramo, John R. Whinnery, Theodore Van Duzer, John Wiley and Sons, Inc.

بوده و δ_1 و δ_2 بترتیب عمق نفوذ فلز شماره ۱ و ۲ هستند. حوزه‌های الکتریکی در دولایه بصورت زیر خواهند بود:

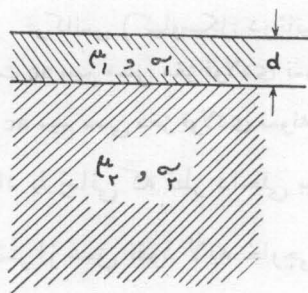
$$(5) \quad E_{z1} = \frac{1}{\sigma_1} i_{z1}$$

$$(6) \quad E_{z2} = \frac{1}{\sigma_2} i_{z2}$$

با استفاده از فرض (۹ یا ۸) ۱ - ۳ برای حوزه‌های مغناطیسی داریم:

$$(7) \quad H_{z1} = \frac{1}{\gamma_1} (A \cosh \gamma_1 x + B \sinh \gamma_1 x)$$

$$(8) \quad H_{z2} = -\frac{C}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 x}$$



شکل (۱) ۴-۴-۱

در فاصله $x=d$ مرز دولایه $E_{z1} = E_{z2}$ و $H_{z1} = H_{z2}$ میباشد در نتیجه:

$$(9) \quad \frac{B}{A} = -\frac{\sinh \gamma_1 d + (\gamma_2 \sigma_1 / \gamma_1 \sigma_2) \cosh \gamma_1 d}{\cosh \gamma_1 d + (\gamma_2 \sigma_1 / \gamma_1 \sigma_2) \sinh \gamma_1 d}$$

و مقدار امپدانس سطحی طبق تعریف برابر است با:

$$(10) \quad z_s = \frac{E_{z1}|_{X=0}}{J_s} = -\frac{E_{z1}}{H_{z1}} \Big|_{X=0} = -\frac{B}{A} \cdot \frac{\gamma_1}{\sigma_1}$$

برای سیم دوفلزه بشعاع خارجی r_o باید بنویسیم:

$$(11) \quad z_{hf} = \frac{z_s}{2\pi r_o} = R_{hf} + jX_{hf}$$

و برای محاسبه امپدانس داخلی سیم یکت‌فلزه از جنس فلز خارجی بشعاع خارجی r_o فرض میکنیم d بسمت بینهایت میل

کند در نتیجه کسر $\frac{B}{A}$ بسمت ۱ میل کرده در اینصورت امپدانس داخلی یک سیم تک‌فلزه برابر مقدار

زیر است:

$$(12) \quad (z_{hf})_1 = \frac{1}{2\pi r_o \sigma_1 \delta_1} + \frac{j}{2\pi r_o \sigma_1 \delta_1} = (R_{hf})_1 + j(X_{hf})_1$$

بفرض :

$$\frac{d}{\delta_1} = \varphi \quad \text{و} \quad K = \sqrt{\frac{\gamma_2 \sigma_1}{\gamma_1 \sigma_2}}$$

با توجه بمعادلات ۱۱ و ۱۲ خواهیم داشت :

$$(13) \quad \frac{R_{hf}}{(R_{hf})_1} = \frac{(K + th\varphi)(1 + Kth\varphi)(1 + tg^2\varphi) - tg\varphi[(1 + Kth\varphi)^2 - (K + th\varphi)^2]}{(1 + Kth\varphi)^2 + tg^2\varphi(K + th\varphi)^2}$$

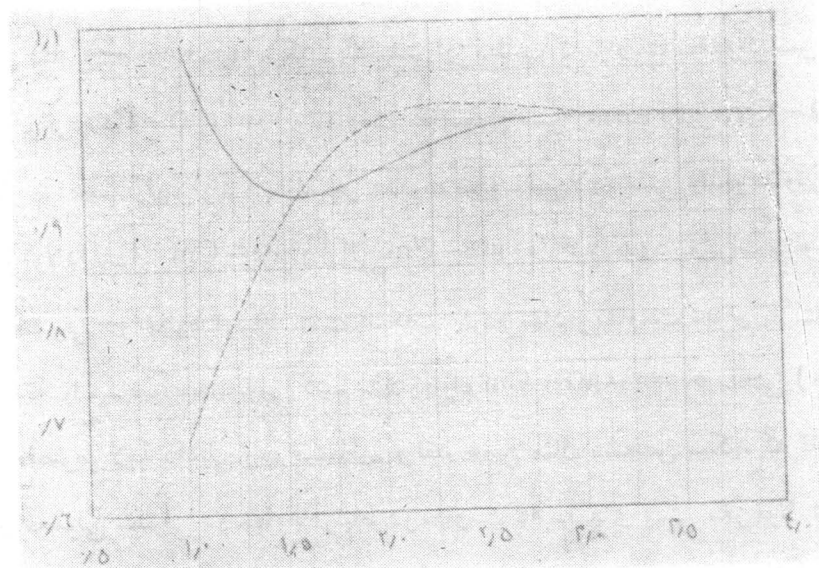
$$(14) \quad \frac{X_{hf}}{(R_{hf})_1} = \frac{(K + th\varphi)(1 + Kth\varphi)(1 + tg^2\varphi) + tg\varphi[(1 + Kth\varphi)^2 - (K + th\varphi)^2]}{(1 + Kth\varphi)^2 + tg^2\varphi(K + th\varphi)^2}$$

برای سیم نمونه $K = \sqrt{\frac{\mu_2 \sigma_1}{\mu_1 \sigma_2}} = 27.2812$ بوده و منحنی های (۲) ۱-۴-۴ نمودار نسبت های

۱۳ و ۱۴ بر حسب $\frac{d}{\delta_1}$ میباشند.

همانطور که از اشکال ۱-۴-۳ و (۲) ۱-۴-۴ پیداست بازاء باندی از فرکانس مقاومت ac سیم

دوفلزه کمتر از مقاومت ac سیم تک فلزه میشود و این خود مزیت دیگر سیم مسی مغز فولادی را به سیم مسی کاربری نشان میدهد.



$\frac{d}{\delta_1}$ ، نسبت ضخامت مس به عمق نفوذ مس

شکل (۲) ۱-۴-۴ : اثر پوستی روی سیم مسی مغز فولادی وقتی قطر داخلی سیم بحد کافی بزرگ باشد.

— : منحنی نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی

--- : منحنی نسبت راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی

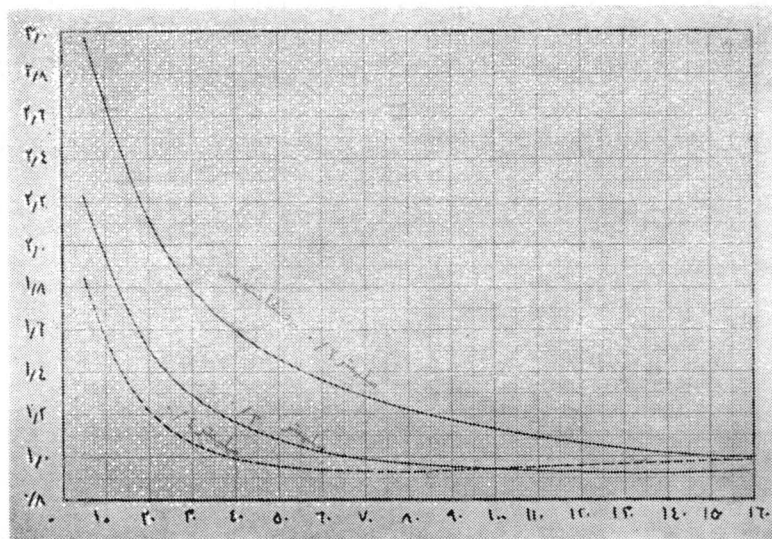
با این نتیجه مهم باید این انتظار را داشته باشیم که در فرکانس کاربری ضریب تضعیف سیم مسی مغز فولادی کمتر از ضریب تضعیف سیم مسی بهمان قطر باشد. که در آزمایشات عملی این موضوع مورد بررسی قرار خواهد گرفت

۵- ۴- ۱: تأثیر ضخامت مس روی مقاومت ac و راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه:

برای این بررسی ضخامت مس را از ۲ ر. میلیمتر تا ۴ ر. میلیمتر تغییر داده بطوریکه شعاع داخلی سیم نمونه ثابت باشد نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی را به سیم مسی هم قطر خارجی محاسبه کرده منحنی‌های (a, b) ۵- ۴- ۱ این تغییرات را برای سه ضخامت مس ۲ ر. میلیمتر و ۳ ر. میلیمتر و ۴ ر. میلیمتر نشان میدهد همانطور که از اشکال پیداست بازاء باندی از فرکانس نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی هم قطر آن بازاء مقدار ضخامت مس کمتر، ممکن است کمتر از نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی هم قطر آن بازاء ضخامت مس بیشتر باشد و این صحت نتیجه قسمت ۴- ۴- ۱ را تأیید میکند.

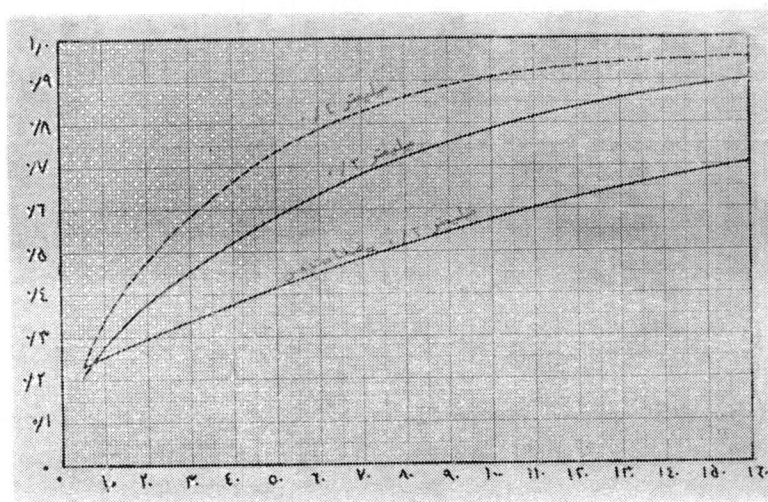
۶- ۴- ۱: تأثیر تغییر ضریب هدایت مخصوص دولایه:

برای بررسی ضرایب هدایت مخصوص لایه‌های داخلی و خارجی هر کدام به تنهایی روی مقاومت ac و راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه، مقدار مقاومت مخصوص لایه خارجی را که از مس است بین $1.7 \times 10^{-2} \mu\Omega - \text{Cm}$ اختیار میکنیم با دانستن این مطلب که مقاومت مخصوص مس نرم استاندارد Annealed copper برابر $1.724 \mu\Omega - \text{Cm}$ و مقاومت مخصوص مس سخت برابر $1.77 \mu\Omega - \text{Cm}$ در محدوده‌ای که اختیار کرده‌ایم قرار دارند و بازاء هر هدایت مخصوص لایه مسی مقدار مقاومت مخصوص لایه داخلی را که از فولاد است از $10 \mu\Omega - \text{Cm}$ الی $50 \mu\Omega - \text{Cm}$ که حدود تغییرات مقاومت مخصوص فولادهای معمولی مصرفی در خطوط ارتباط است انتخاب کرده مقادیر مقاومت ac و راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی نمونه را مستقیماً محاسبه می‌کنیم مثلاً بازاء $\rho_1 = 1.8 \mu\Omega - \text{Cm}$ منحنی (۱) ۶- ۴- ۱ را با تغییر مقاومت مخصوص لایه داخلی رسم مینمائیم و فقط همین مثال مشخص میکند که تغییرات هدایت مخصوص فولادهای معمولی مصرفی در خطوط ارتباط در مقاومت ac سیمهای مسی مغز فولادی بالاخص در فرکانسهای کاربری تأثیر ناچیزی دارند. برای بررسی تأثیر تغییرات مقاومت مخصوص لایه خارجی مقدار مقاومت مخصوص لایه داخلی را برابر مقدار ثابتی مثلاً برابر $20 \mu\Omega - \text{Cm}$ فرض کرده منحنی (۲) ۶- ۴- ۱ تغییرات مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی را برحسب فرکانس بازاء دو مقدار مختلف مقاومت مخصوص فلز خارجی ($1.7 \mu\Omega - \text{Cm}$ و $2 \mu\Omega - \text{Cm}$) نشان میدهد. این شکل نشان میدهد که اولاً تغییرات



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (a) ۱-۴-۵ : نسبت مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی هم قطر آن بر حسب فرکانس وقتی ضخامت مس تغییر کند.



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (b) ۱-۴-۵ : نسبت راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی به مقاومت ac سیم مسی هم قطر بر حسب فرکانس وقتی ضخامت مس تغییر کند.

مقاومت ac سیم بمقدار زیادی به تغییرات مقاومت مخصوص لایه مسی بستگی دارد و چون معمولاً $1/8 \mu\Omega - Cm \leq \rho_1 \leq 1/7 \mu\Omega - Cm$ است بهر حال $\Delta R_{ac} < 0.05 \Omega/Km$ میباشد یعنی اگر تغییرات ρ_1 حدود ۰.۵٪ باشد حدود تغییرات مقاومت ac کمتر از ۰.۵٪ خواهد بود. به همین جهت برای بررسی ρ_1 روی R_{ac} بازاء $\rho_2 = 2.0 \mu\Omega - Cm$ در اشکال (۴ و ۳) ۱ - ۴ - ۶ این تغییرات را نشان میدهیم. آنچه از تئوری قبلاً انتظار داریم این است که در فرکانسهای بالا R_{ac} با جذر ρ_1 متناسب باشد چون:

$$R_{ac} \approx \frac{\sqrt{f\mu_1/\pi}}{2r_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_1}} \quad \text{یا} \quad R_{ac} \approx \frac{1}{2\pi r_0 \sigma_1 \delta_1}$$

و این چیزی است که حدوداً با تقریب کمتر از ۶٪ در فرکانس بیشتر از ۱۰۰ کیلو سیکل صادق است.

ضمناً اشکال (۶ و ۵) ۱ - ۴ - ۶ در تکمیل مطلب فوق نسبت مقاومت ac و راکتانس ac به

مقاومت dc سیم مسی مغز فولادی نمونه را بازاء تغییرات σ_1 و σ_2 بدست میدهند.

۱ - ۴ - ۷: توزیع جریان در سطح مقطع سیم مسی مغز فولادی نمونه:

اگر دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم بفاصله r از مرکز سیم را به i_r نشان دهیم منحنی

های (۷~۱) ۱ - ۴ - ۷ مقدار نسبت این دانسیته جریان به دانسیته جریان در سطح بیرونی سیم (i_{r0}) در

لحظه صفر و همچنین قدر مطلق این نسبت و اختلاف فاز بین دو دانسیته جریان را نشان میدهند. این مقادیر

برای شش فرکانس ۱۶، ۴۷، ۷۸، ۱۰۹، ۱۴۰، ۱۷۱ کیلو سیکل رسم شده‌اند. همانطور که از اشکال

پیداست مقدار جریان در فلز داخلی قابل صرف نظر کردن میباشد همچنین برای یک مقایسه بین سیم مسی مغز

فولادی و سیم مسی بهمان قطر خارجی توزیع دانسیته جریان را بازاء همین شش فرکانس برای سیم مسی

در منحنی‌های (۸~۱۴) ۱ - ۴ - ۷ نشان داده‌ایم و در تکمیل مطلب فوق برای یک آنالیز کلی در جدول ۱

مقادیر مقاومت، راکتانس، امپدانس، زاویه امپدانس، جریان کل سیم بازاء $E_{tan} = 1V/m$ و زاویه جریان

کل نسبت به حوزه الکتریکی سماسی برای واحد طول سیم مسی مغز فولادی نمونه و همچنین برای مقایسه

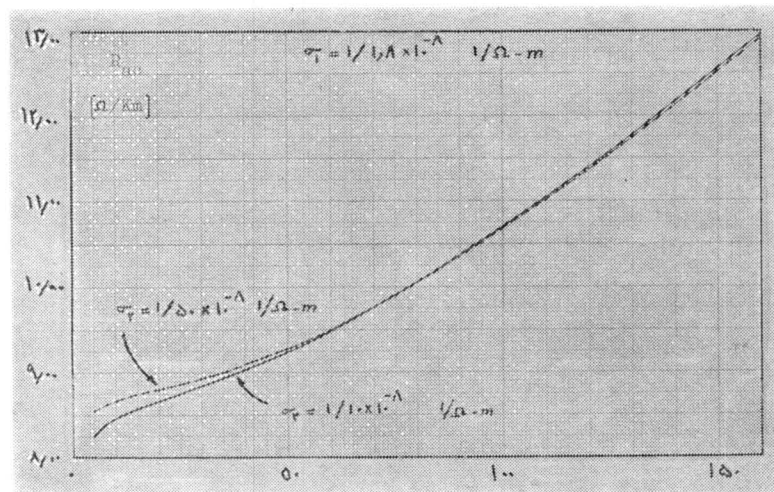
مقادیر فوق در جدول ۲ برای سیم مسی بهمان قطر خارجی بازاء فرکانسهای مختلف محاسبه و اشکال

(۱۵~۱۹) ۱ - ۴ - ۷ نمودارهای مربوطه هستند. بطور مثال در فرکانس ۱۴۰ کیلو سیکل در شکل

(۶) ۱ - ۴ - ۷ برای سیم مسی مغز فولادی نمونه سطح زیر منحنی توپر وقتی نسبت دانسیته جریانها در

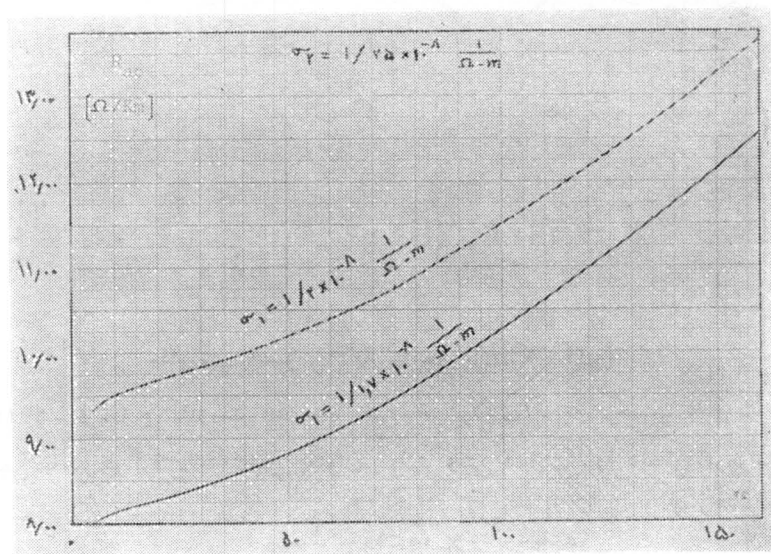
σ_1 ضرب شوند (وقتی که $E_{tan} = E_{r0} = 1V/m$ یا $i_{r0} = \sigma_1 A/m^2$ باشد) برابر جریان در لحظه صفر میباشد

که مطابق آنچه که در جدول ۱ آمده برابر $\cos(-42/220) = 0.30225$ میباشد.



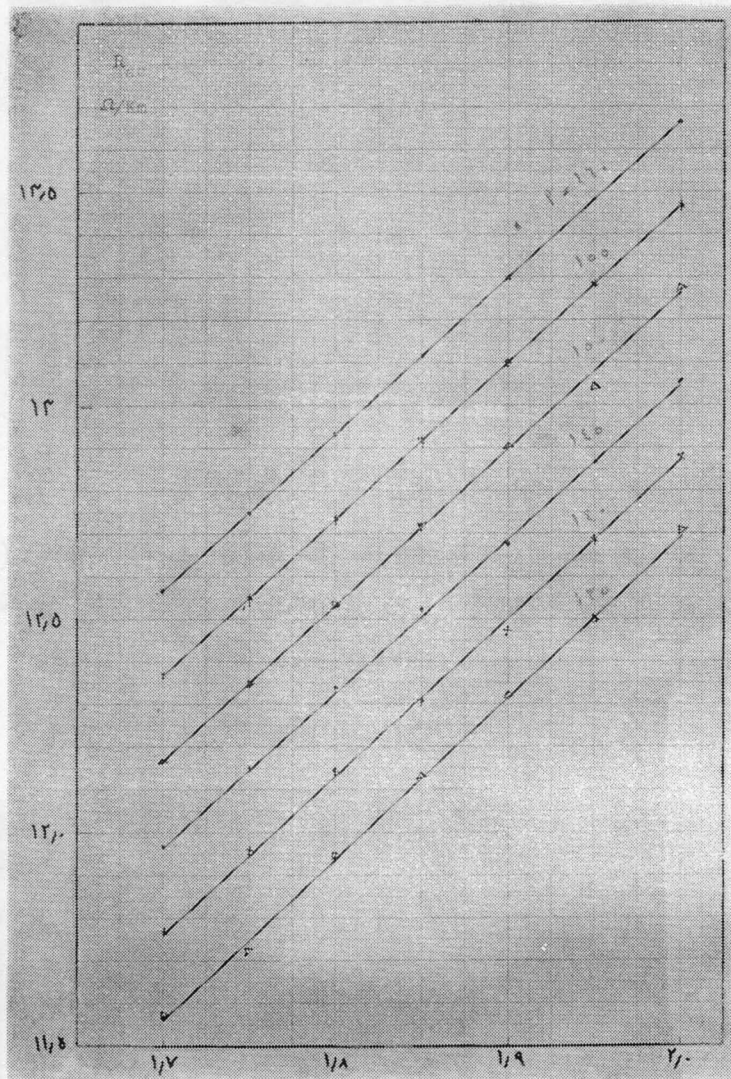
فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۱) ۱-۴-۶: مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی نمونه برحسب فرکانس با در نظر گرفتن هدایت مخصوص لایه داخلی بعنوان پارامتر وقتی هدایت مخصوص لایه خارجی برابر مقدار ثابتی باشد



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

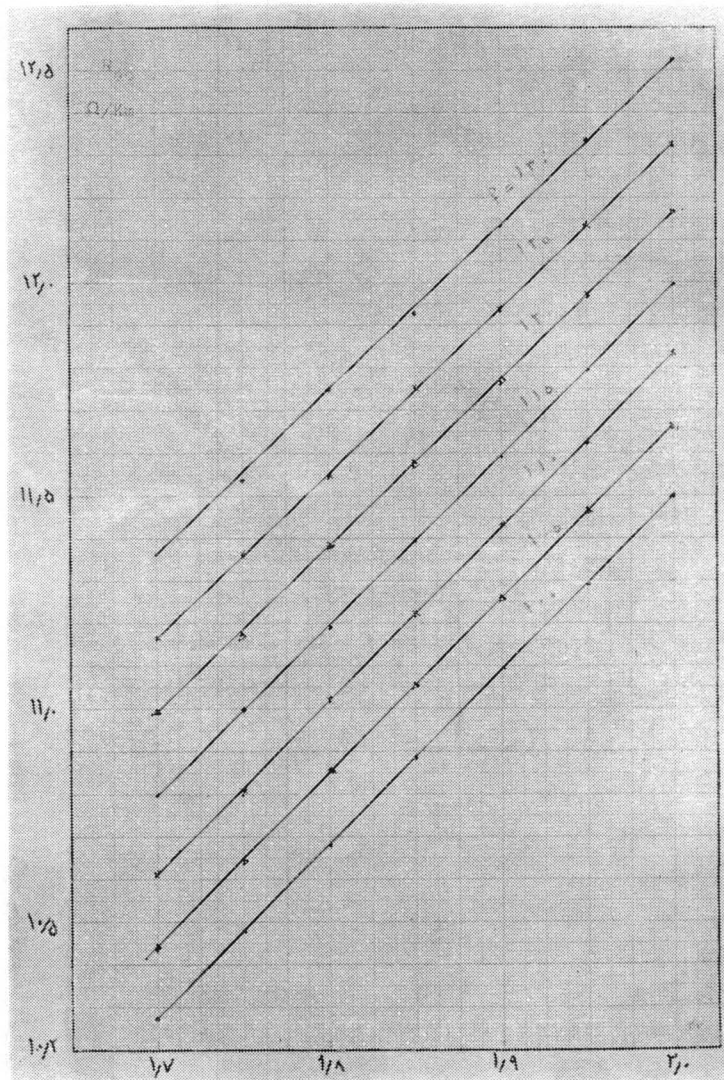
شکل (۲) ۱-۴-۶: مقاومت ac سیم مسی فولادی نمونه برحسب فرکانس با در نظر گرفتن هدایت مخصوص لایه خارجی بعنوان پارامتر وقتی هدایت مخصوص لایه داخلی برابر مقدار ثابتی باشد



مقاومت مخصوص لایه خارجی ($\mu\Omega - \text{Cm}$)

شکل (۳) ۱ - ۴ - ۶: مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی نمونه بر حسب مقاومت مخصوص لایه خارجی با در نظر گرفتن فرکانس بعنوان پارامتر وقتی هدایت لایه داخلی برابر مقدار ثابت

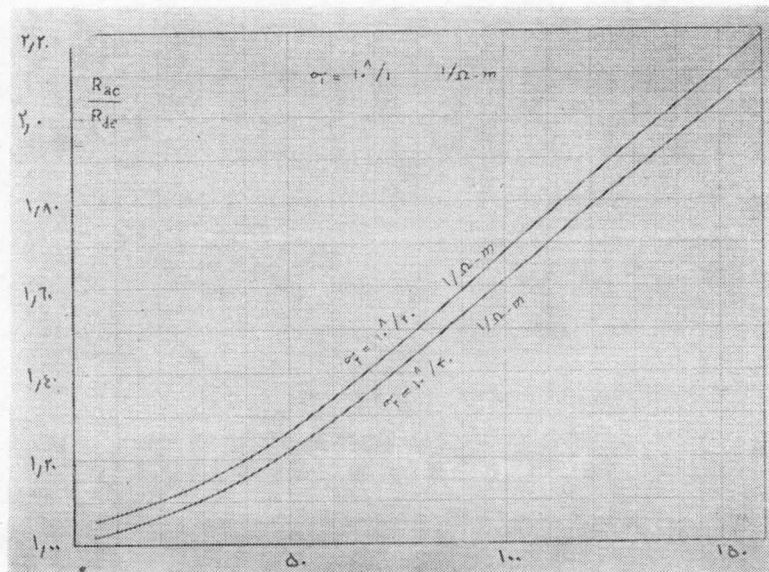
$$\frac{1}{\Omega - m} \times 10^{-8} \text{ باشد}$$



مقاومت مخصوص لایه خارجی $\mu\Omega - \text{Cm}$

شکل (۴) ۶ - ۴ - ۱ : مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی نمونه بر حسب مقاومت مخصوص لایه خارجی با در نظر گرفتن فرکانس بعنوان پارامتر وقتی هدایت لایه داخلی برابر مقدار ثابت

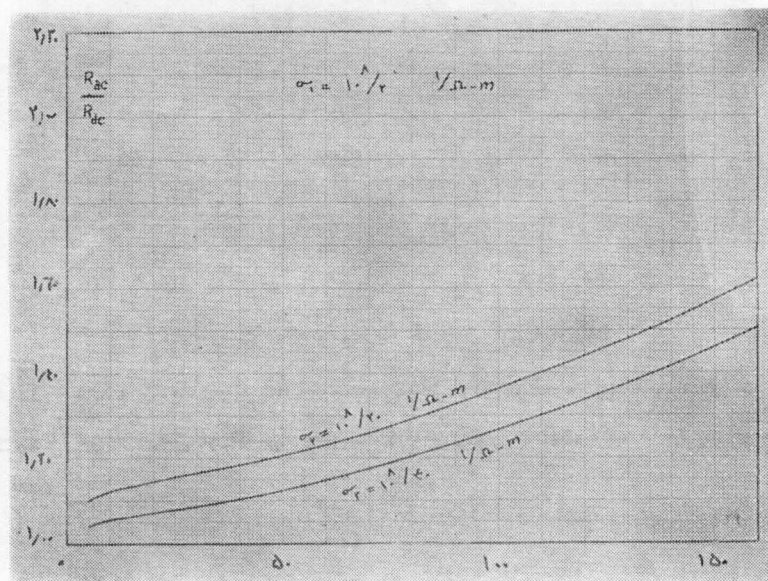
$$\text{باشد} \quad \frac{1}{20} \times 10^{-8} \frac{1}{\Omega - 33}$$



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۵) ۱-۴-۶: نسبت مقاومت ac به مقاومت dc سیم مسی مغز فولادی برحسب فرکانس با در نظر گرفتن هدایت مخصوص لایه داخلی بعنوان پارامتر وقتی هدایت مخصوص

لایه خارجی مقدار ثابتی برابر $10^8 \frac{1}{\Omega - m}$ باشد

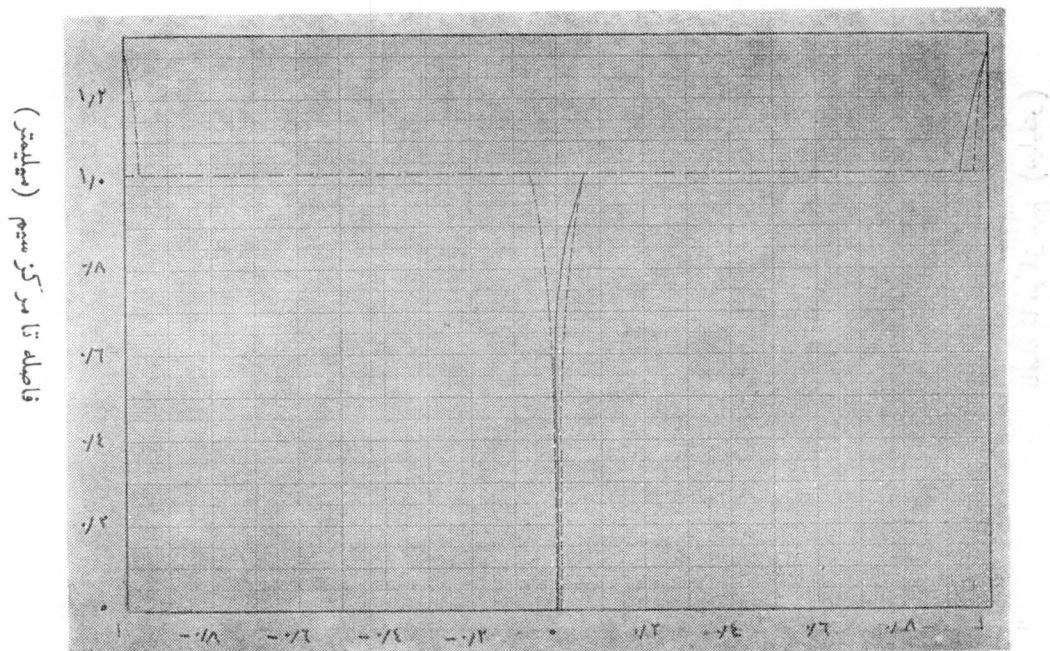


فرکانس (سیکل در ثانیه)

شکل (۶) ۱-۴-۶: نسبت مقاومت ac به مقاومت dc سیم مسی مغز فولادی نمونه برحسب فرکانس با در نظر گرفتن هدایت مخصوص لایه داخلی بعنوان پارامتر وقتی هدایت مخصوص

لایه خارجی مقدار ثابتی برابر $10^8 \frac{1}{\Omega - m}$ باشد

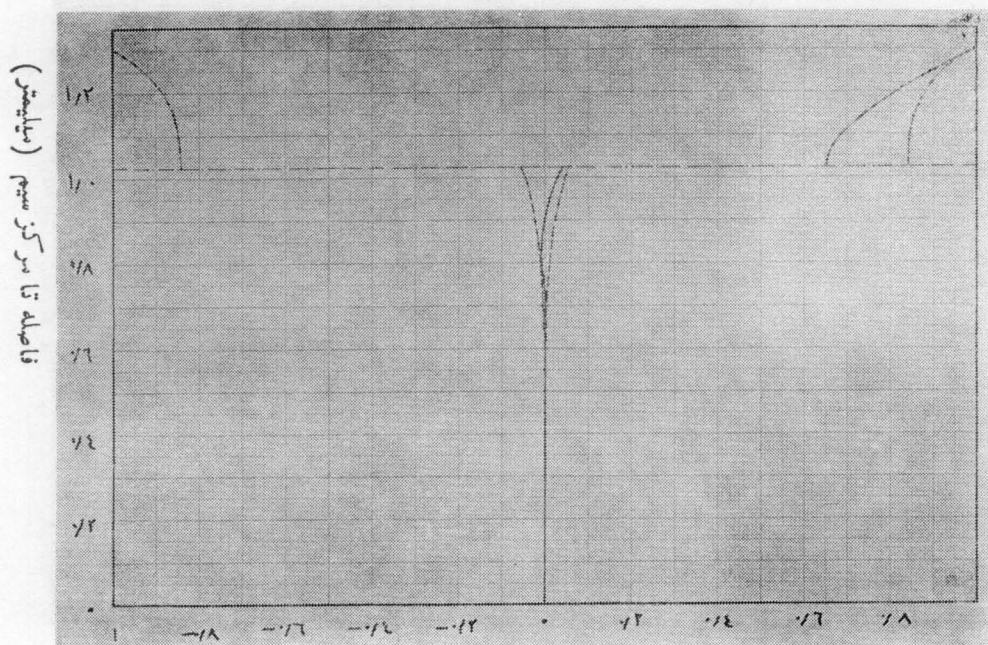
کیلو سیکل در ثانیه $F = 16$



شکل (۱) ۷ - ۴ - ۱

— — — : قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع میم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی میم $(| i_r / i_{ro} |)$ در فرکانس ۱۶ کیلو سیکل در ثانیه
 — : نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع میم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی میم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{ro}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۶ کیلو سیکل در ثانیه

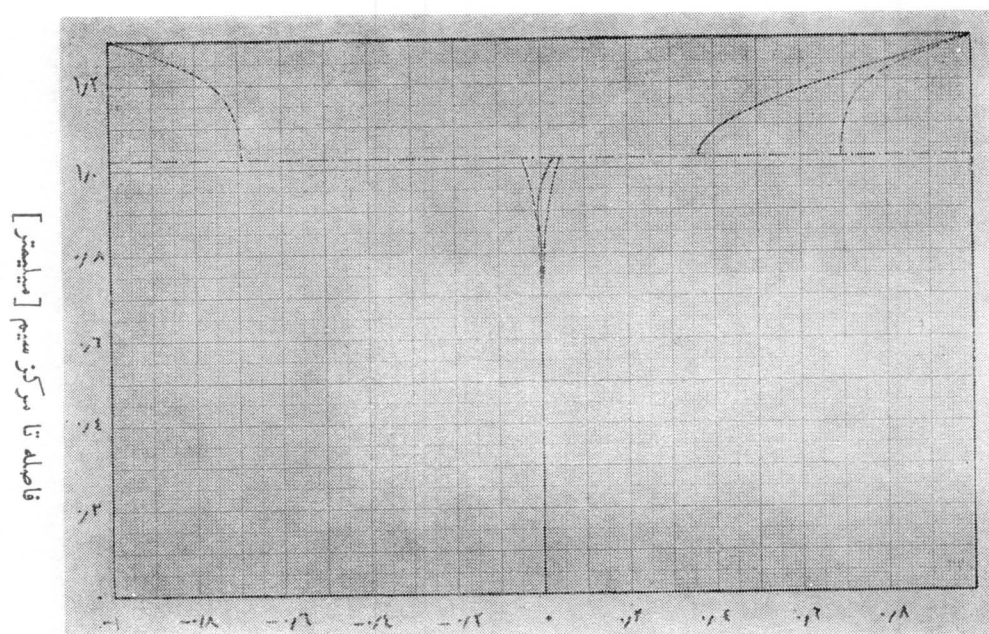
کیلو ستل در ثانیه $F = 47$



شکل (۲) ۷ - ۴ - ۱

— — : قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(| i_r / i_{r0} |)$ در فرکانس ۴۷ کیلو در ثانیه .
 — : نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر . $\left. \frac{i_r}{i_{r0}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۴۷ کیلو سیکل در ثانیه

کیلو میکمل در ثانیه $F=78$

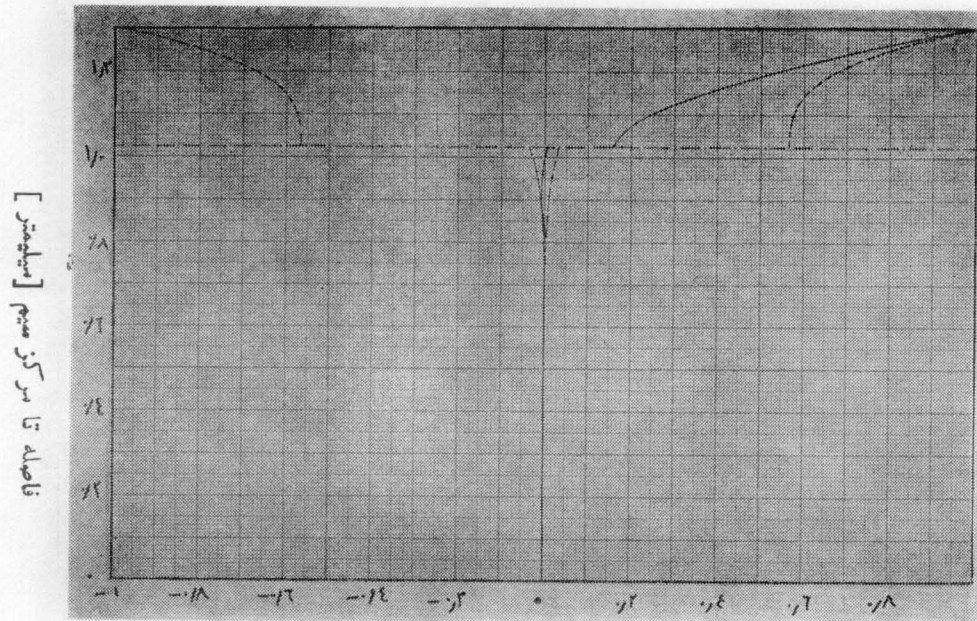


شکل (۳) ۷ - ۴ - ۱

..... قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز
به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(| i_r/i_{r0} |)$ در فرکانس ۷۸ کیلو میکمل در ثانیه
— : نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح

خارجی سیم در لحظه صفر $\frac{i_r}{i_{r0}} \Big|_{t=0}$ در فرکانس ۷۸ کیلو میکمل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F=109$



شکل (۴) ۷-۴-۱

.....: قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r

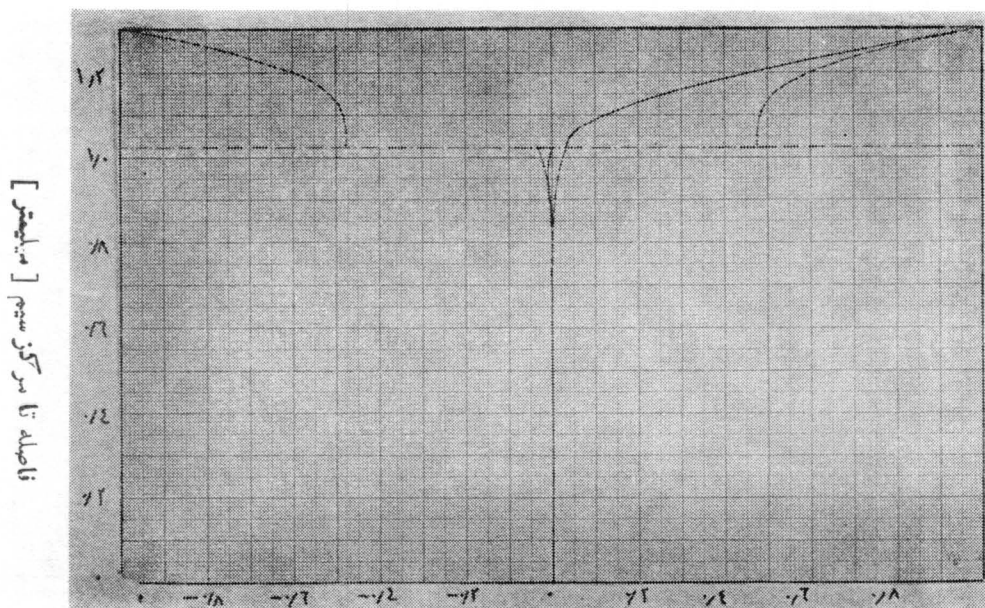
از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(|i_r/i_0|)$ در فرکانس ۱۰۹ کیلو

سیکل در ثانیه

.....: نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته

جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر. $\left. \frac{i_r}{i_0} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۰۹ کیلو سیکل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F=140$



شکل (۵) ۷-۴-۱

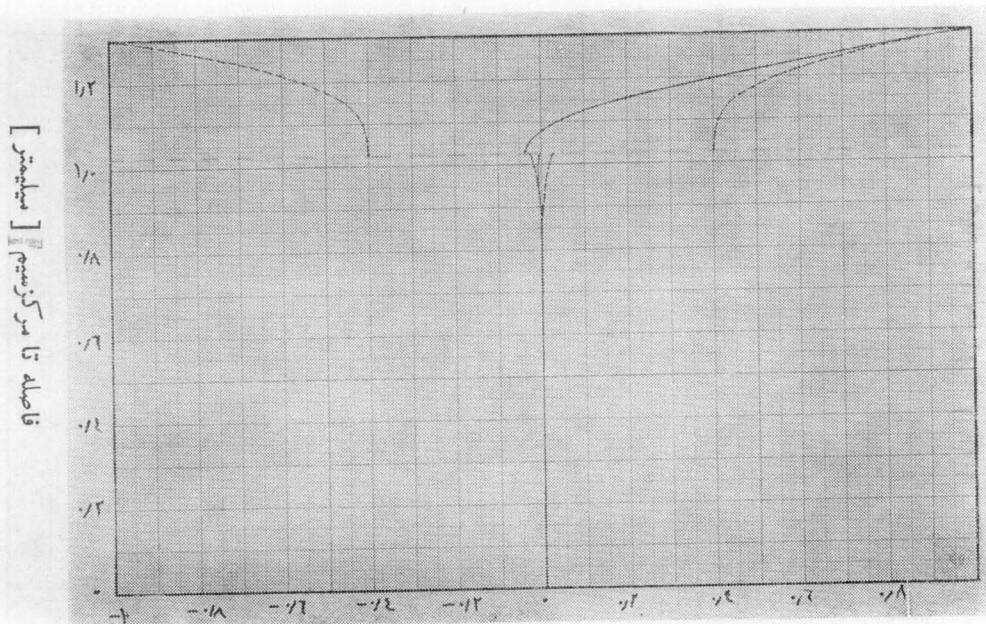
..... : قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم ($|i_r/i_{ro}|$) در فرکانس ۱۴۰ کیلو سیکل در ثانیه

_____ : نسبت دانسیته جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز

به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{ro}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۴۰

کیلو سیکل در ثانیه

کیلو میکال در ثانیه $F = 171$



شکل (۶) ۷-۴-۱ :

-----: قدر مطلق نسبت دانسیته جریان در نقطه ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r

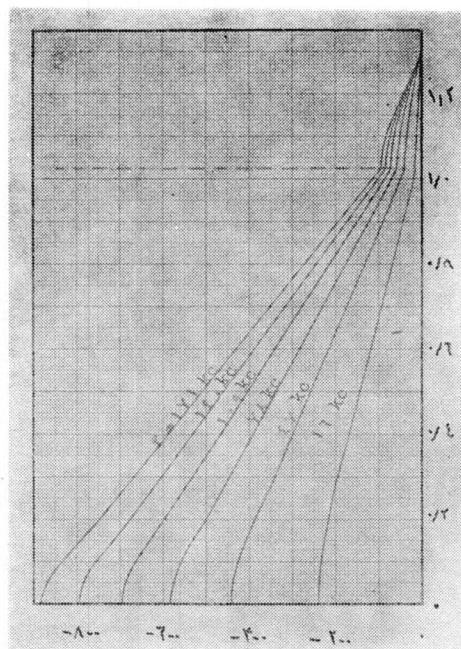
از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(|i_r/i_{r0}|)$ در فرکانس ۱۷۱ کیلو میکال در ثانیه

—: نسبت دانسیته جریان در نقطه ای از مقطع سیم مسی مغز فولادی بفاصله r از مرکز

به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{r0}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۷۱

کیلو میکال در ثانیه

مرزدولایه



اختلاف فاز (درجه)

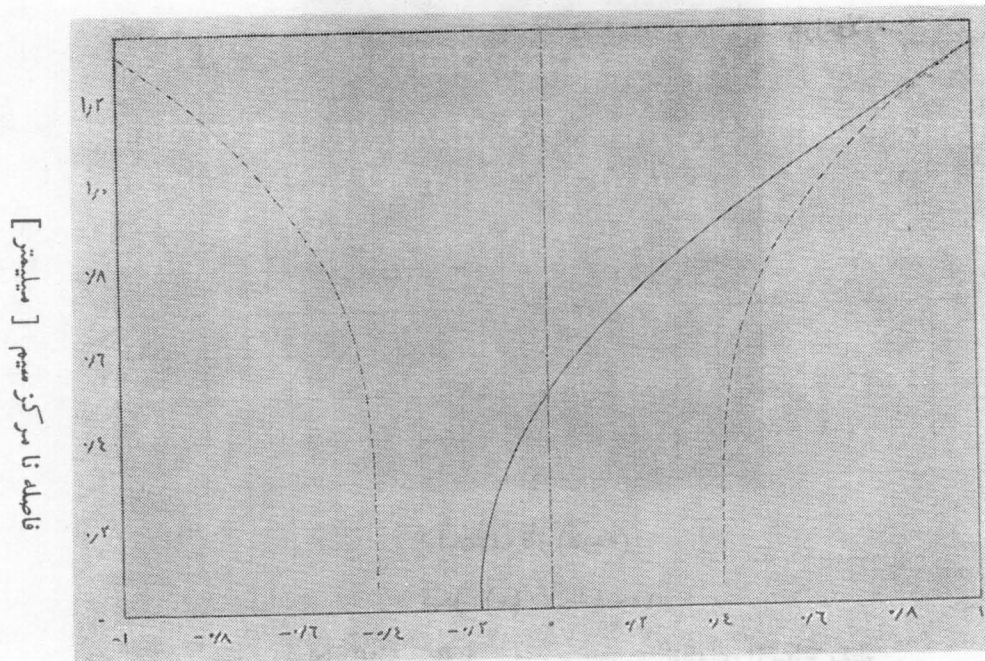
شکل (۷) ۱ - ۴ - ۷

منحنی اختلاف فاز بین چگالی شدت جریان در نقطه‌ای از سطح مقطع

سیم مسی مغز فولادی نمونه بفاصله r از مرکز سیم و چگالی شدت

جریان در سطح خارجی سیم نمونه

کیلوسیکل در ثانیه $F=16$

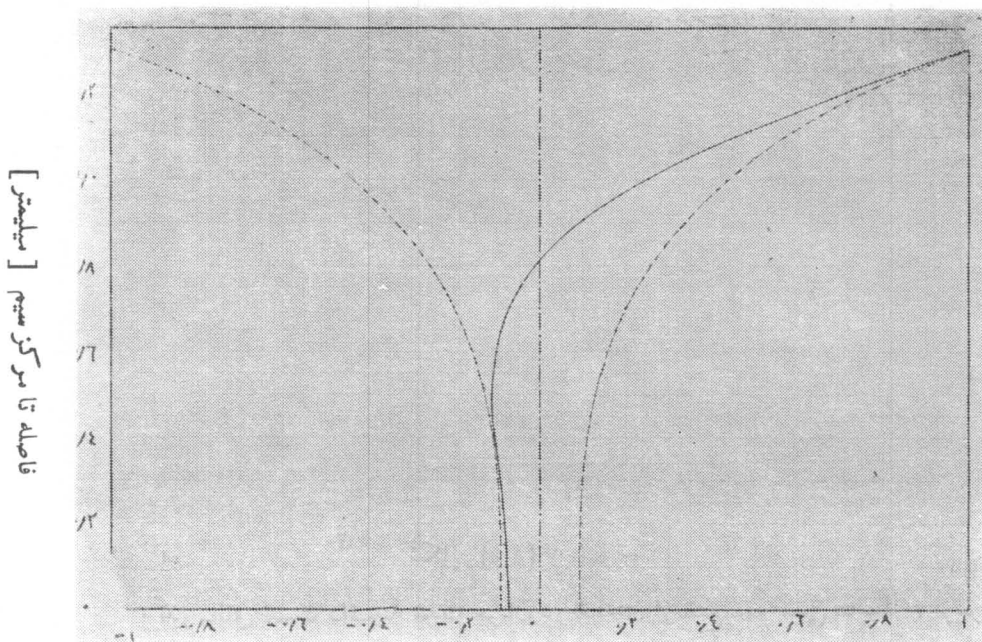


شکل (۸) ۷-۴-۱

.....: قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم ($|i_r/i_{r0}|$) در فرکانس ۱۶ کیلو سیکل در ثانیه

—: نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{r0}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۶ کیلومیل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F = 47$



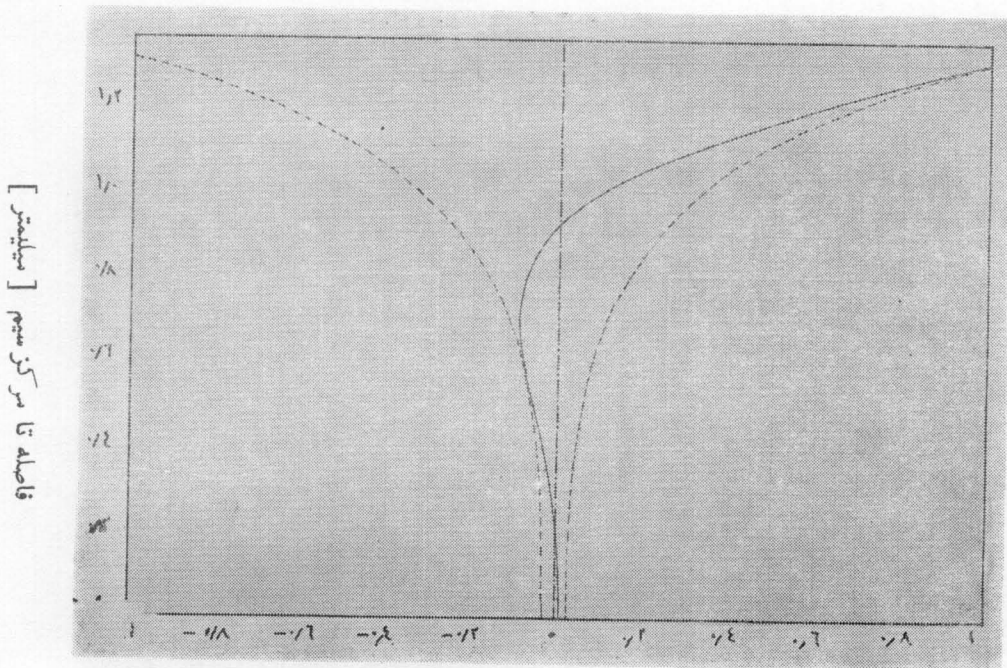
شکل (۹) ۷ - ۴ - ۱

.....: قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم ($|i_r / i_{r0}|$) در فرکانس ۴۷ کیلو سیکل در ثانیه

——: نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به

دانسیته جریان در سطح سیم در لحظه صفر $\frac{i_r}{i_{r0}} \Big|_{t=0}$ در فرکانس ۴۷ کیلو سیکل در ثانیه

کیلو میکسل در ثانیه $F=78$



شکل (۱۰) ۷-۴-۱

..... : قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز

به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(|i_r/i_{r0}|)$ در فرکانس ۷۸ کیلو
سیکل در ثانیه

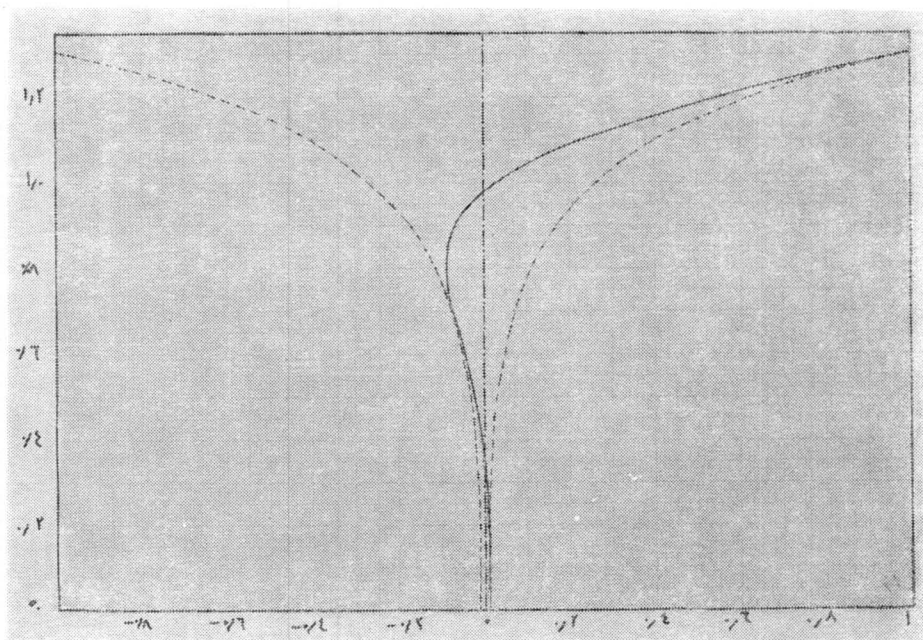
— : نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به

دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{r0}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۷۸

کیلو میکسل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F=109$

فاصله تا مرکز میم [میلی متر]



شکل (۱۱) ۷-۴-۱

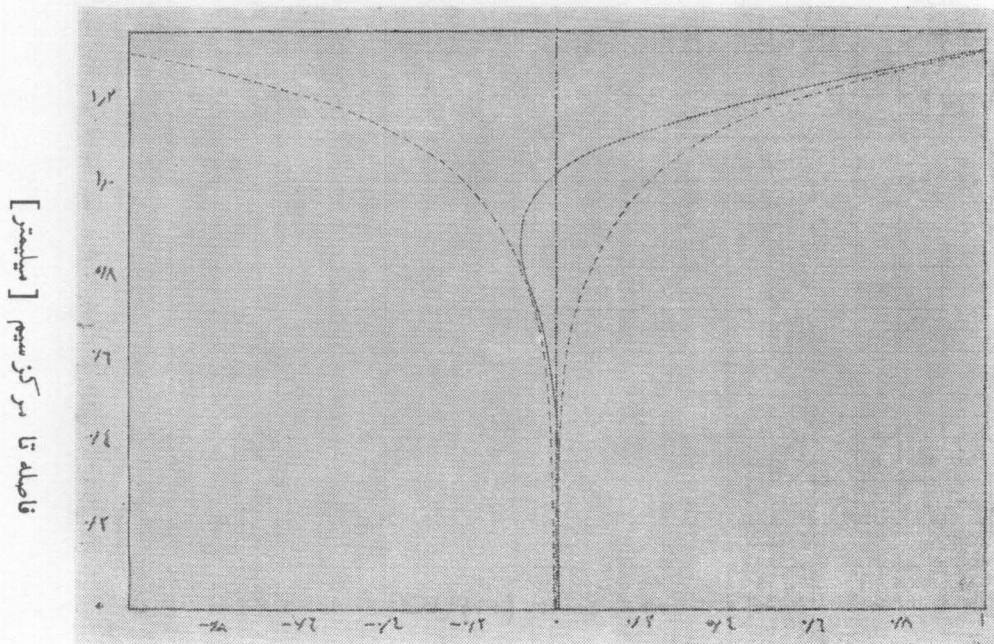
..... : قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع میم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی میم ($|i_r/i_{r0}|$) در فرکانس ۱۰۹ کیلو سیکل در ثانیه

— : نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع میم مسی بفاصله r از مرکز به

دانسیته جریان در سطح خارجی میم در لحظه صفر $\frac{i_r}{i_{r0}}|_{t=0}$ در فرکانس ۱۰۹

کیلو سیکل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F=140$

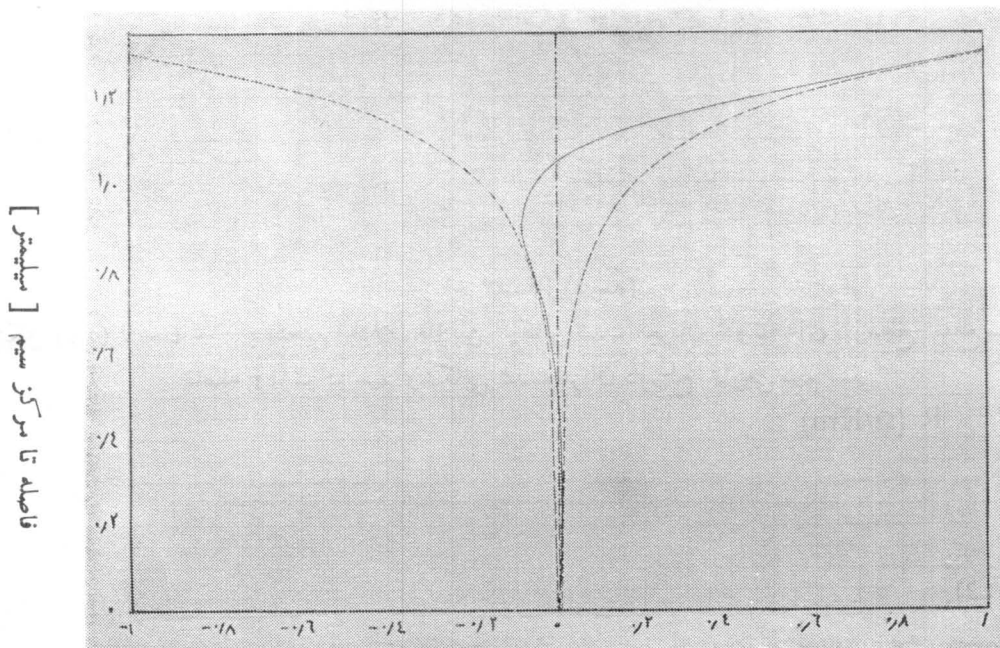


شکل (۱۲) ۷-۴-۱

..... : قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم $(|i_r/i_{r0}|)$ در فرکانس ۱۴۰ کیلو سیکل در ثانیه

—— : نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\frac{i_r}{i_{r0}} \Big|_{t=0}$ در فرکانس ۱۴۰ کیلو سیکل در ثانیه

کیلو سیکل در ثانیه $F = 171$



شکل (۱۳) ۷-۴-۱

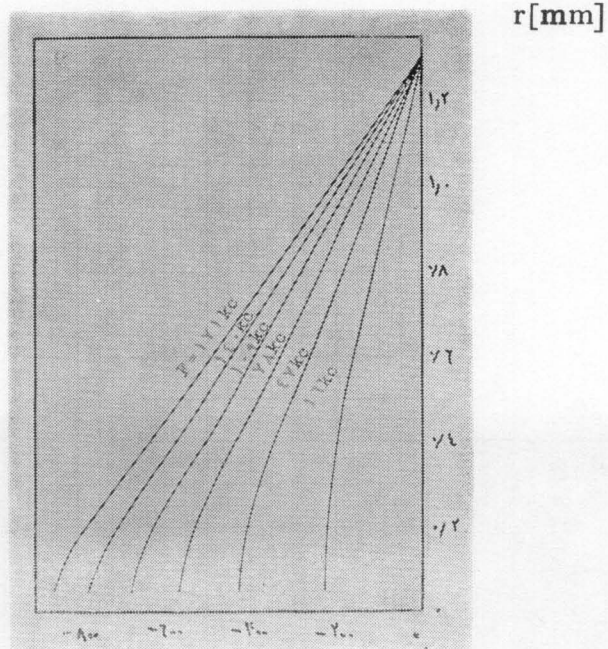
..... : قدر مطلق نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز

به دانسیته جریان در سطح خارجی سیم ($|i_r/i_{r0}|$) در فرکانس ۱۷۱ کیلو سیکل در ثانیه

— : نسبت دانسیته شدت جریان در نقطه‌ای از مقطع سیم مسی بفاصله r از مرکز به

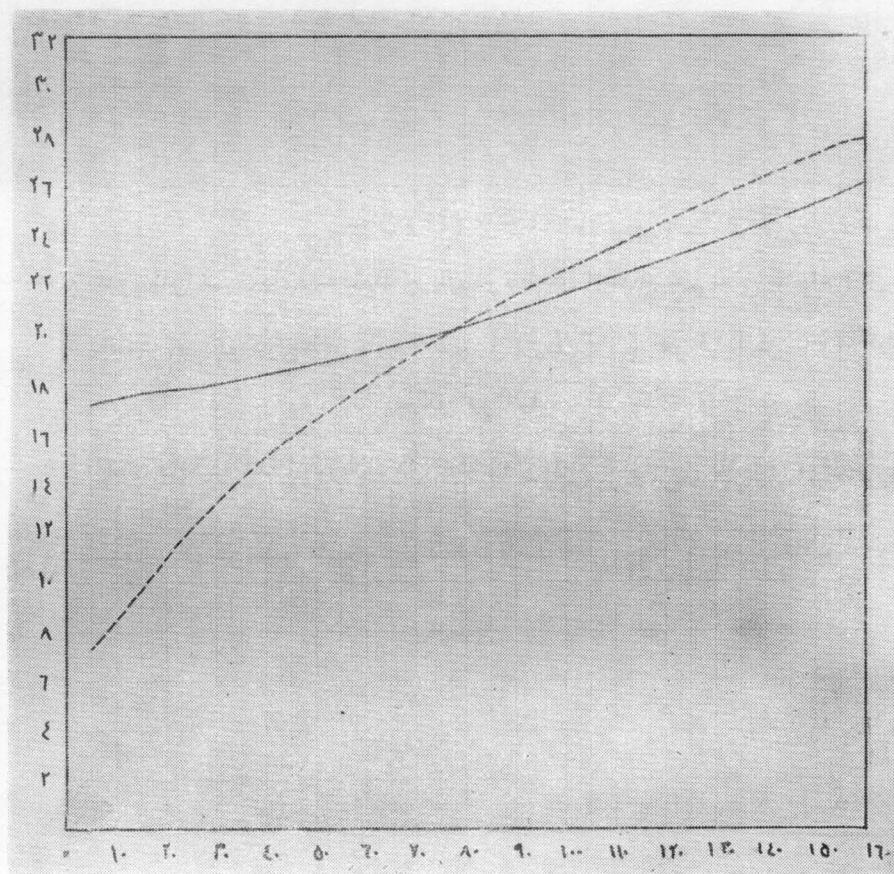
دانسیته جریان در سطح خارجی سیم در لحظه صفر $\left. \frac{i_r}{i_{r0}} \right|_{t=0}$ در فرکانس ۱۷۱

کیلو سیکل در ثانیه



اختلاف فاز (درجه)

شکل (۱۴) ۱-۴-۷: منحنی اختلاف فاز بین چگالی شدت جریان در نقطه‌ای از سطح مقطع سیم مسی
بفاصله r از مرکز سیم و چگالی شدت جریان در سطح خارجی سیم مسی
 $R (\Omega/\text{Km})$



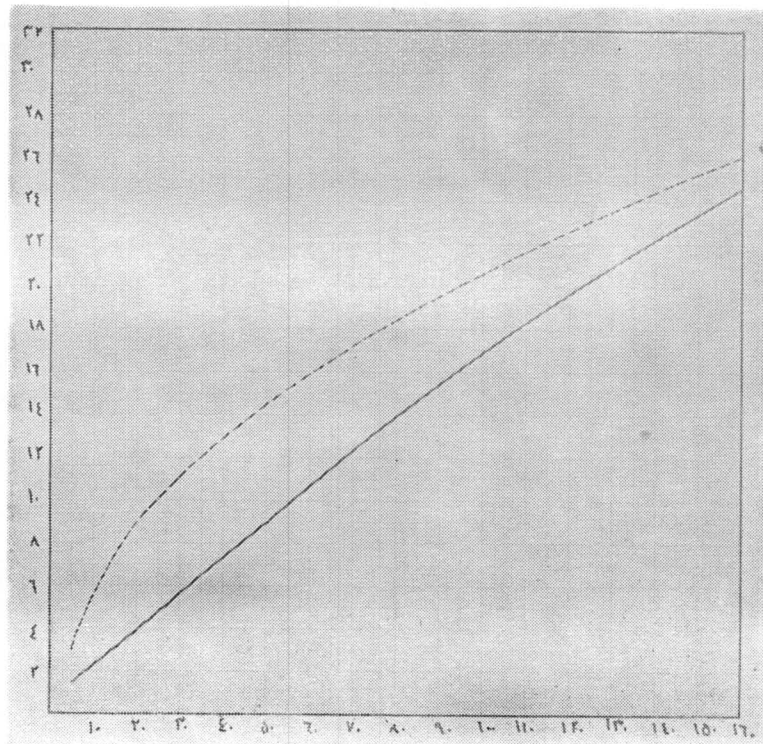
فرکانس (کیلوهرتز)

شکل (۱۵) ۱-۴-۷

— : مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی نمونه بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

..... : مقاومت ac سیم مسی بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

$X (\Omega/Km)$



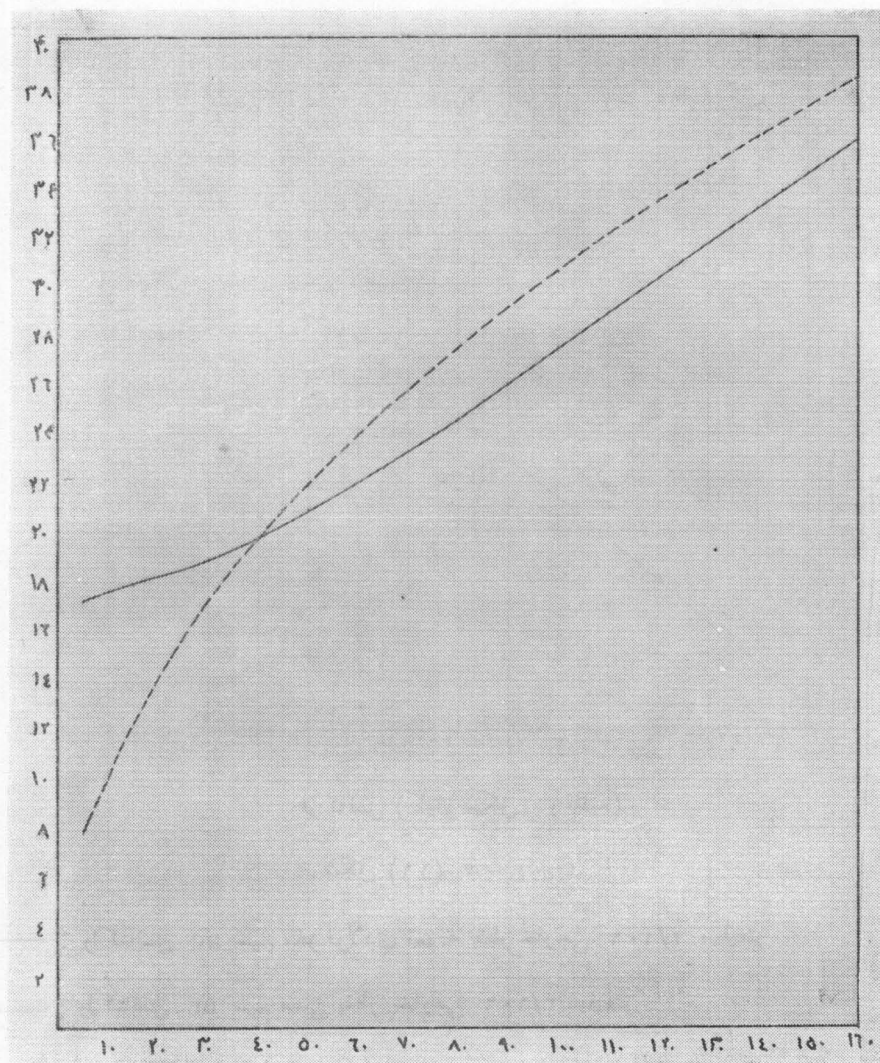
فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۱۶) ۱-۴-۷

— : راکتانس ac سیم مغز فولادی نمونه بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

..... : راکتانس ac سیم مسی بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

$|Z| (\Omega/Km)$

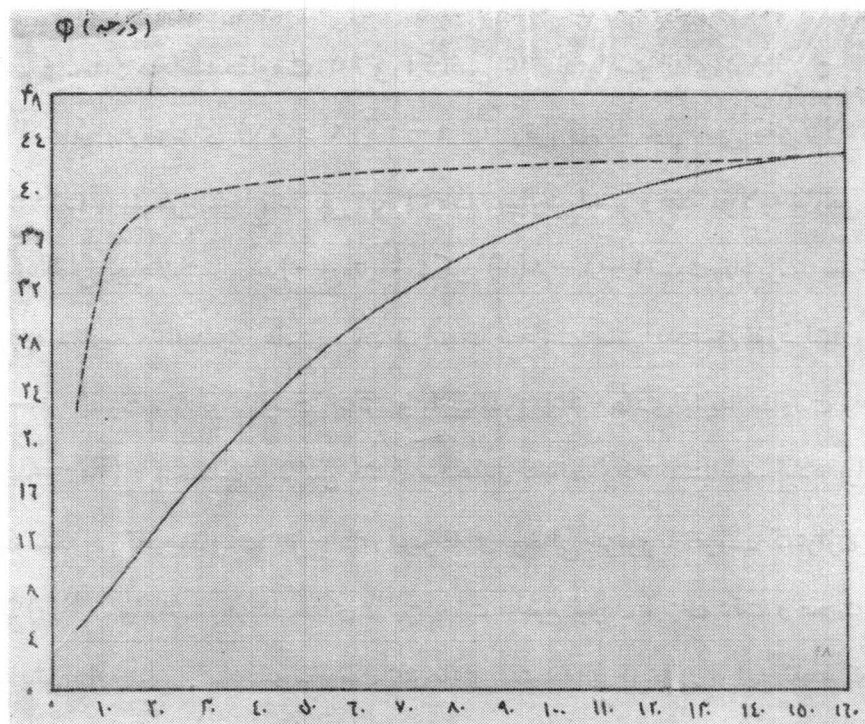


فرکانس (کیاوسیكل در ثانيه)

شکل (۱۷) ۷ - ۴ - ۱

— : امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی نمونه بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

..... : امپدانس داخلی سیم مسی بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

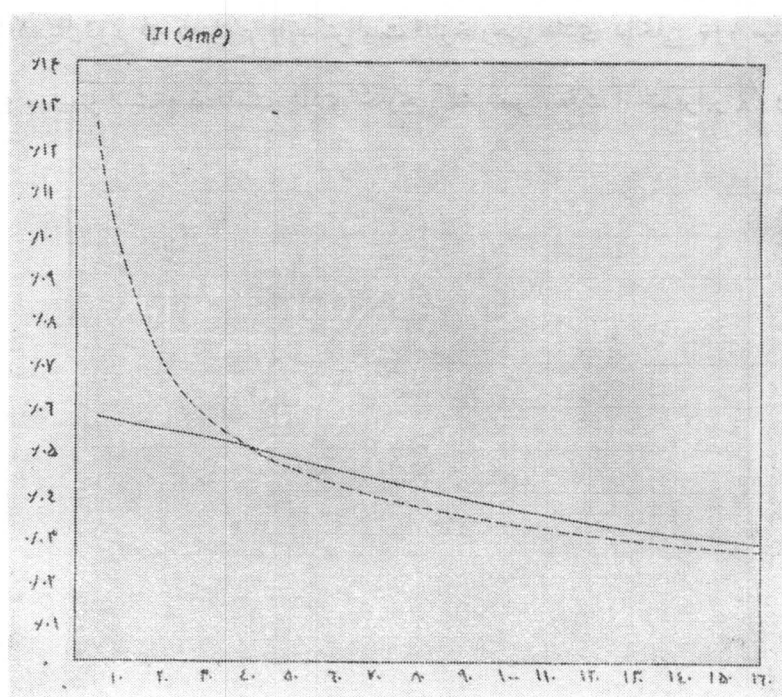


فرکانس (کیلو میکرو در ثانیه)

شکل (۱۸) ۱-۴-۷

— : زاویه امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی نمونه بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

..... : زاویه امپدانس داخلی سیم مسی بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر



فرکانس (کیلو میکرو در ثانیه)

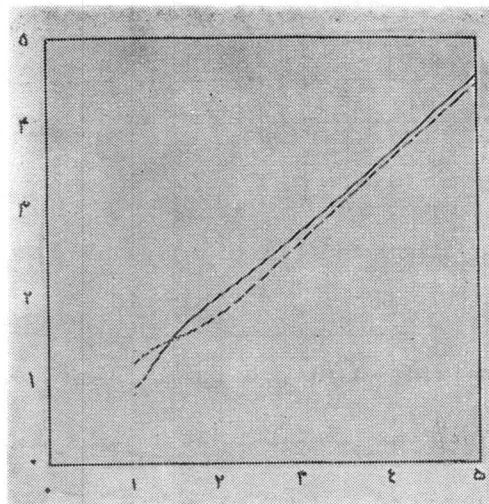
شکل (۱۹) ۱-۴-۷

— : قدر مطلق کل جریان عبوری از سیم مسی مغز فولادی نمونه بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

..... : قدر مطلق کل جریان عبوری از سیم مسی بقطر خارجی ۲/۶۰۶ میلیمتر

۸- ۴- ۱ : محاسبه مقاومت ac و راکتانس ac هادی استوانه‌ای توخالی :

با استفاده از فرمولهای (۱۶ و ۱۷) ۱-۳ با فرض اینکه سیم مسی مغز فولادی نمونه که شعاع خارجی آن ۱٫۱۰۳ میلیمتر و شعاع داخلی آن ۱٫۰۲۴ میلیمتر است و فقط از لایه خارجی تشکیل شده باشد بطوریکه لایه داخلی وجود نداشته باشد ($\sigma_2 = 0$)، شکل (۱) ۸-۴-۱ نسبت مقادیر مقاومت ac و راکتانس ac این هادی را به مقاومت dc همین هادی بر حسب نسبت ضخامت مس به عمق نفوذ نشان میدهند. شکل (۲) ۸-۴-۱ نسبت مقادیر مقاومت ac و راکتانس ac هادی را به مقاومت فرکانس بالا، ($R_{hf} = 1.72 \pi r_o \sigma_1 \delta_1$)، بر حسب فرکانس نشان میدهند. همانطور که استنباط میگردد برای فرکانس بیشتر از ۰٫۰۴ کیلوسیکل در ثانیه مقاومت ac هادی استوانه‌ای توخالی مزبور با تقریب کمتر از ۰٫۱٪ مساوی مقاومت فرکانس بالا (R_{hf}) میباشد. در فرکانسهای پائین بعلت معلوم نبودن میزان دقت و صحت بصورت خط چین در شکل نمایش داده شده. محاسبه مقاومت ac هادی استوانه‌ای توخالی از این نقطه نظر دارای اهمیت است که میدانیم هادی خارجی کابل‌های کواکسیال که برای مخابرات بکار میروند، در سیستم ۴Mc (۹۶۰ کانال صوتی) یا ۱۲Mc (۲۷۰۰ کانالی) یا ۶۰Mc (۱۰۸۰۰ کانالی) هادی استوانه‌ای توخالی هستند و معمولاً از دو نوع کابل کواکسیال نوع c (۲۶/۹۵ میلیمتری) و نوع p (۱۲/۴۴ میلیمتری) استفاده میکنند. مثلاً در کابل کواکسیال نوع p که نوع باریکتر است قطر خارجی هادی داخلی ۱٫۲ میلیمتر و قطر داخلی هادی خارجی ۰٫۴ میلیمتر است و ضخامت هادی خارجی که مس سخت است برابر ۰٫۱۸ ر. میلیمتر میباشد.



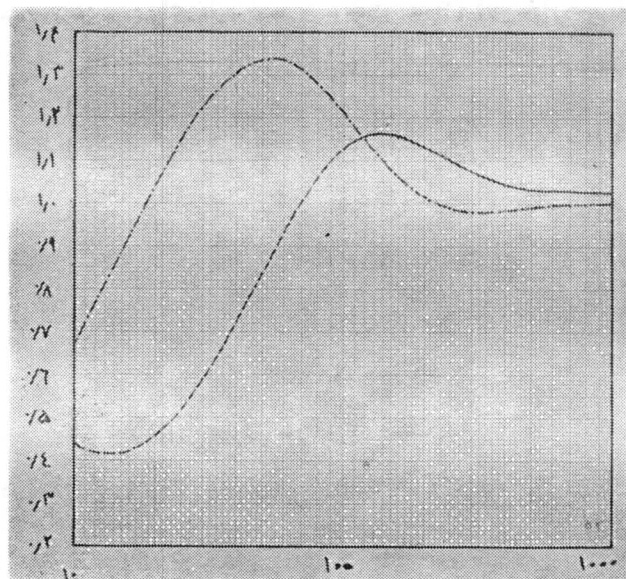
نسبت ضخامت مس به عمق نفوذ

شکل (۱) ۸-۴-۱

— : نسبت مقاومت ac به مقاومت dc هادی استوانه‌ای توخالی.

----- : نسبت راکتانس ac به مقاومت dc هادی استوانه‌ای توخالی.

(هادی استوانه‌ای توخالی بقطر خارجی ۱/۳۰۳ میلیمتر و قطر داخلی ۱/۰۲۴ میلیمتر در نظر گرفته شده)



فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۲) ۸-۴-۱

— : نسبت مقاومت ac هادی استوانه‌ای توخالی بشعاع داخلی ۱/۰۲۴ میلیمتر و ضخامت

مس ۰/۲۷۹ میلیمتر به مقاومت فرکانس بالا

----- : نسبت راکتانس ac هادی استوانه‌ای توخالی بشعاع داخلی ۱/۰۲۴ میلیمتر و ضخامت

مس ۰/۲۷۹ میلیمتر به مقاومت فرکانس بالا

۹- ۴- ۱: استفاده عملی برای محاسبه تقریبی مقاومت ac و راکتانس ac یک سیم دو فلزه:

سیم هوایی مصرفی در ایران در حال حاضر سیم مسی مغز فولادی بقطر خارجی ۱۲۸ میلی متر وضخامت مس ۰.۲۱ میلی متر میباشد چون هیچ نوع اطلاعاتی در مورد نوع جنس بکار رفته برای این سیمها را در دست نداریم برای محاسبه مقاومت ac و راکتانس ac این سیم فرض میکنیم که مس آن از نوع سخت باشد یعنی $\rho_1 = 1.77 \mu\Omega - \text{Cm}$ و پرمابلیته مس را حدود $(\text{MKS}) 10^{-7} \times \pi$ اختیار میکنیم و چون از قسمتهای قبل میدانیم که پرمابلیته و مقاومت مخصوص لایه داخلی تأثیر چندانی روی مقاومت ac و راکتانس ac ندارند بهمین جهت آنها را در حد معمولی انتخاب میکنیم یعنی $\rho_2 = 2.0 \mu\Omega - \text{Cm}$ و پرمابلیته فولاد را حدود $10^{-7} \times \pi \times 80$ در نظر میگیریم در اینصورت هدایت سیم مسی مغز فولادی مربوطه برابر ۲۶۷۸ درصد میباشد. چون:

$$\frac{r_o^2 - r_i^2}{\rho_1} + \frac{r_i^2}{\rho_2} = \sigma_t \Rightarrow \sigma_t = 1.05348 \times 10^6 \frac{1}{\Omega - \text{m}}$$

$$\sigma_t = \%26/788$$

جداول ۳ و ۴ مقادیر مقاومت، راکتانس، امپدانس داخلی، زاویه امپدانس، جریان کلی سیم بازاء $E_{\text{tan}} = 1 \text{ V/m}$ و زاویه جریان کل نسبت به حوزه الکتریکی مماس نه تنها برای سیم مسی مغز فولادی بلکه برای مقایسه، همین مقادیر برای سیم مسی سخت بهمان قطر خارجی نیز نشان داده اند و اشکال (۱۰۵) ۹- ۴- ۱ نمودارهای مربوطه میباشد با انتخاب:

$$\rho_2 = 1.060 \times 10^{-8} \Omega - \text{m} \quad \text{و} \quad \rho_1 = 1.77 \times 10^{-8} \Omega - \text{m}$$

نتیجه میشود:

$$\sigma_t \approx 1.73990 \times 10^6 \frac{1}{\Omega - \text{m}}$$

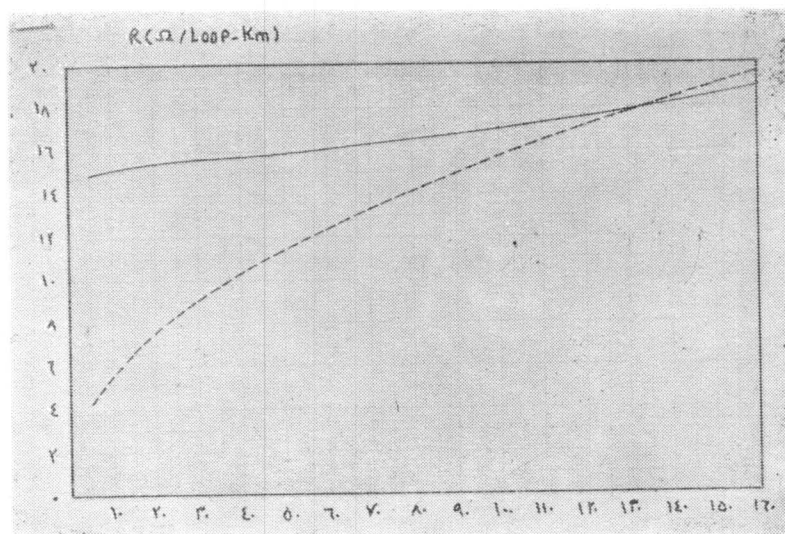
یا:

$$\sigma_t = \%29.9999 \approx \%30$$

که برابر هدایت سیم مسی مغز فولادی مصرفی در ایران است.

و همچنین با انتخاب پرمابلیته مس برابر $\mu_1 = 10^{-7} \times \pi$ و پرمابلیته فولاد برابر:

$\mu_2 = 50 \times 10^{-7} \times \pi$ مقادیر مقاومت، راکتانس، امپدانس داخلی، زاویه امپدانس داخلی، زاویه امپدانس برای سیم مسی مغز فولادی مصرفی در ایران در جدول ۵ نشان داده شده که شکل (۶) ۹- ۴- ۱ نمودار مقاومت ac این سیم میباشد. اینکه منحنی مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی (یا آلومینیومی مغز فولادی) نسبت به مقاومت ac سیم مسی پخش تر (دارای تغییرات کمتری نسبت به راکتانس) هستند مساله تطبیق (Matching) در مورد این سیمها راحت تر است بعبارت دیگر سیم مسی مغز فولادی (یا آلومینیومی مغز فولادی) تغییرات کمتری را نسبت به راکتانس نشان میدهند.

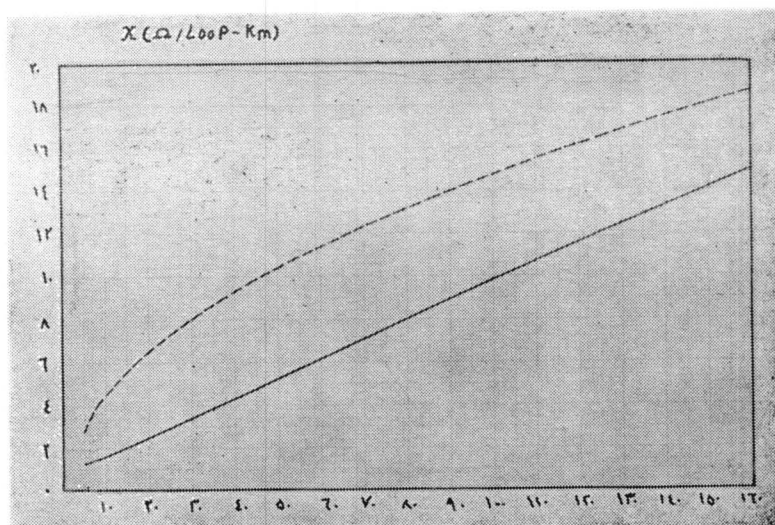


فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۱) ۹-۴-۱

— : مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی ۲۶٪ بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

..... : مقاومت ac سیم مسی بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

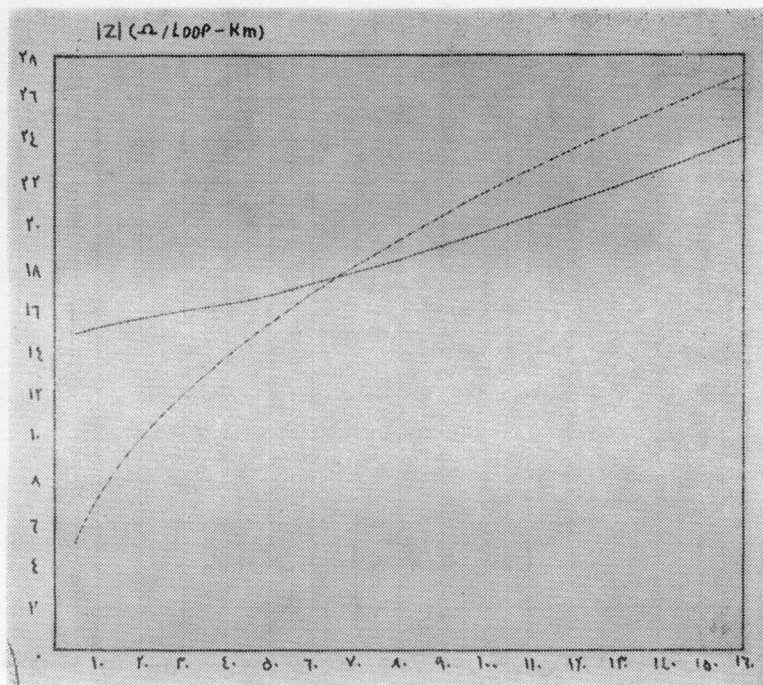


فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۲) ۹-۴-۱

— : راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی ۲۶٪ بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

..... : راکتانس ac سیم مسی بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

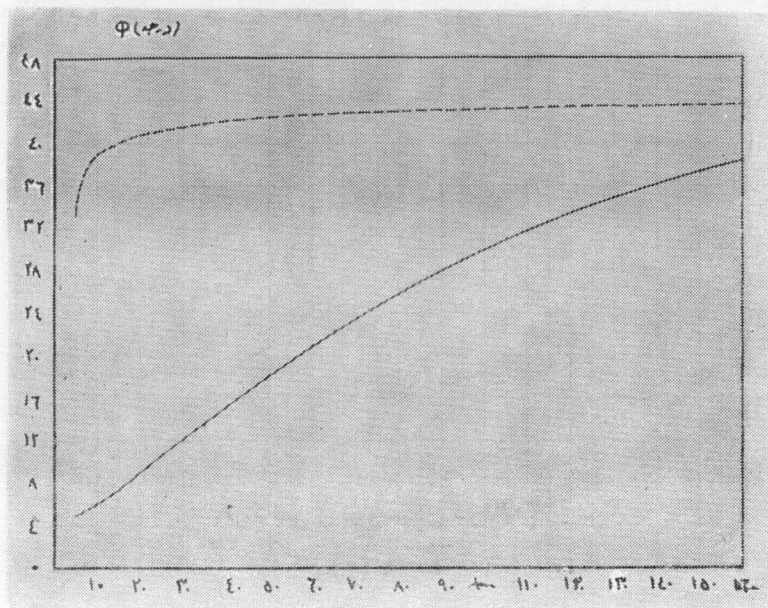


فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۳) ۱-۴-۹

——: قدر مطلق امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی ۲۶٪ بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

-----: قدر مطلق امپدانس داخلی سیم مسی بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

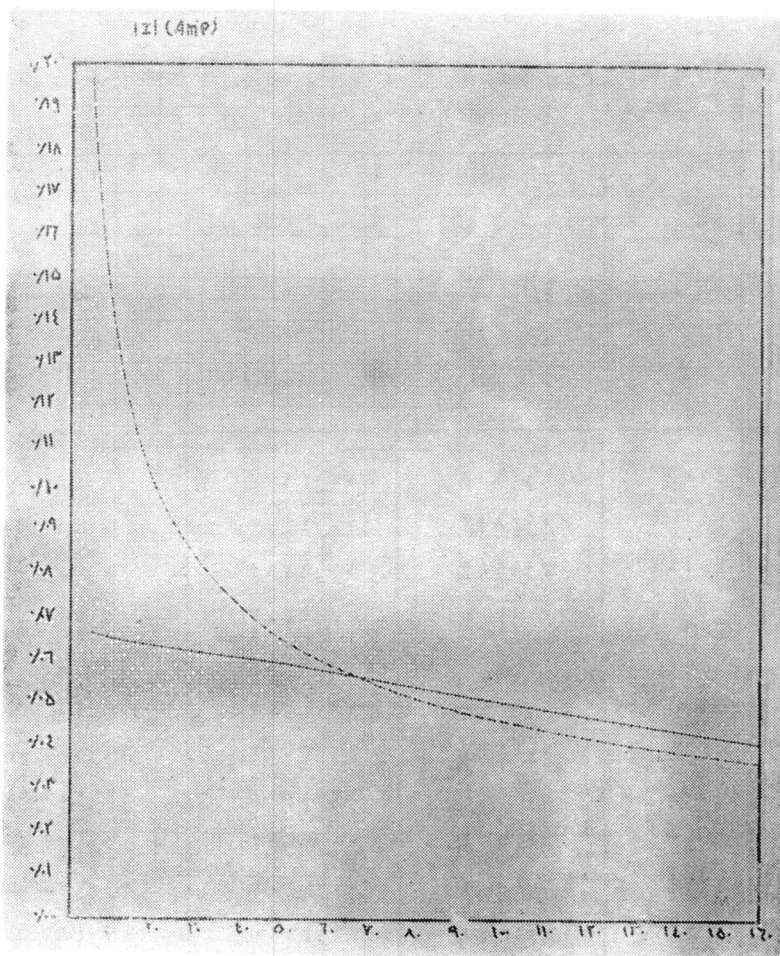


فرکانس (کیلو سیکل در ثانیه)

شکل (۴) ۱-۴-۹

——: زاویه امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی ۲۶٪ بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

-----: زاویه امپدانس داخلی سیم مسی بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر

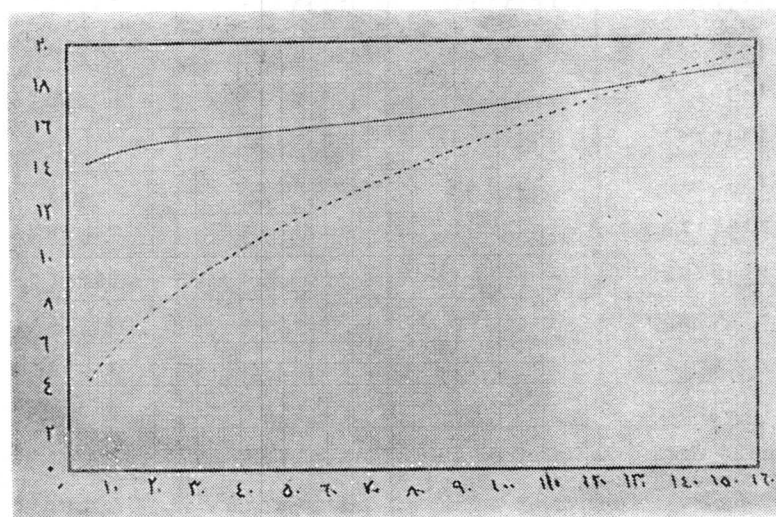


فرکانس (کیلوسیکل در ثانیه)

شکل (۵) ۱-۴-۹

—: کل جریان عبوری از سیم مسی مغز فولادی ۲۶٪ بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر بازا $E_{tan} = 1v/m$

-----: کل جریان عبوری از سیم مسی بقطر خارجی ۳/۶ میلیمتر بازا $E_{tan} = 1v/m$



شکل (۶) ۱-۴-۹: —: مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی ۳۰٪ بقطر ۳/۶ میلیمتر

-----: مقاومت ac سیم مسی بقطر ۳/۶ میلیمتر

جدول ۱

شعاع جارچی سیم مسی مغز فولادی = ۱۲۰۳ میلیمتر

شعاع داخلی سیم مسی مغز فولادی = ۱۰۲۴ میلیمتر

فرکانس برحسب سیکل در ثانیه	مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	قدر مطلق امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	زاویه امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی (درجه)	کل جریان عبوری از سیم مسی مغز فولادی بازاء $E_{\tan}=1\text{ v/m}$ (Amp)
۵۰۰۰	۱۷۱۹۷۴	۱۵۱۱۸	۱۷۲۶۳۷	۵۰۲۴	۰.۰۵۷۹۲۵
۱۰۰۰۰	۱۷۴۸۸۴	۲۲۸۵۳	۱۷۶۳۷۰	۷۴۴۵	۰.۰۵۶۶۹۹
۱۵۰۰۰	۱۷۶۵۵۰	۳۱۱۱۸۹	۱۷۹۲۸۴	۱۰۰۱۸	۰.۰۵۵۷۷۸
۲۰۰۰۰	۱۷۷۹۹۷	۳۹۷۰۵	۱۸۲۳۷۳	۱۲۵۷۵	۰.۰۵۴۸۳۳
۲۵۰۰۰	۱۷۹۴۳۰	۴۸۲۷۶	۱۸۵۸۱۱	۱۵۰۵۹	۰.۰۵۳۸۱۸
۳۰۰۰۰	۱۸۰۹۳۹	۵۶۸۵۵	۱۸۹۶۶۲	۱۷۴۴۴	۰.۰۵۲۷۲۵
۳۵۰۰۰	۱۸۲۵۶۱	۶۵۴۱۴	۱۹۳۹۲۶	۱۹۷۱۳	۰.۰۵۱۵۶۶
۴۰۰۰۰	۱۸۴۳۰۸	۷۳۹۳۸	۱۹۸۵۸۵	۲۱۸۵۹	۰.۰۵۰۳۵۶
۴۵۰۰۰	۱۸۶۲۱۳	۸۲۴۰۸	۲۰۳۶۳۳	۲۳۸۷۲	۰.۰۴۹۱۰۸
۵۰۰۰۰	۱۸۸۲۴۹	۹۰۸۰۲	۲۰۹۰۰۴	۲۵۷۵۰	۰.۰۴۷۸۴۶
۵۵۰۰۰	۱۹۰۴۲۸	۹۹۰۷۵	۲۱۴۶۶۰	۲۷۴۸۷	۰.۰۴۶۵۸۵
۶۰۰۰۰	۱۹۲۶۰۳	۱۰۷۲۹۵	۲۲۰۴۷۲	۲۹۱۲۱	۰.۰۴۵۳۵۷
۶۵۰۰۰	۱۹۵۰۶۱	۱۱۵۳۷۳	۲۲۶۶۲۷	۳۰۶۰۳	۰.۰۴۴۱۲۵
۷۰۰۰۰	۱۹۷۹۷۲	۱۲۳۳۶۴	۲۳۳۲۶۳	۳۱۹۲۹	۰.۰۴۲۸۷۰
۷۵۰۰۰	۲۰۰۶۶۱	۱۳۱۶۱۵	۲۳۹۹۷۳	۳۳۲۶۱	۰.۰۴۱۶۷۱
۸۰۰۰۰	۲۰۳۴۲۱	۱۳۹۱۱۴	۲۴۶۶۴۰	۳۴۳۶۷	۰.۰۴۰۵۷۸
۷۵۰۰۰	۲۰۶۶۱۸	۱۴۶۹۱۷	۲۵۳۵۲۶	۳۵۴۱۵	۰.۰۳۹۴۴۴
۹۰۰۰۰	۲۰۹۵۱۴	۱۵۴۳۷۴	۲۶۰۲۴۵	۳۶۳۸۴	۰.۰۳۸۴۲۵
۹۵۰۰۰	۲۱۲۷۵۱	۱۶۱۷۷۸	۲۶۷۲۷۳	۳۷۲۵۰	۰.۰۳۷۴۱۵
۱۰۰۰۰۰	۲۱۶۰۵۷	۱۶۹۲۰۱	۲۷۴۴۲۶	۳۸۰۶۶	۰.۰۳۶۴۴۰
۱۰۵۰۰۰	۲۱۹۵۳۸	۱۷۶۳۶۶	۲۸۱۶۰۶	۳۸۷۷۷	۰.۰۳۵۵۱۱
۱۱۰۰۰۰	۲۲۲۷۲۶	۱۸۳۸۲۰	۲۸۸۷۸۵	۳۹۵۳۳	۰.۰۳۴۶۲۸
۱۱۵۰۰۰	۲۲۶۱۲۴۰	۱۹۰۷۳۵	۲۹۵۸۲۴	۴۰۱۴۸	۰.۰۳۳۸۰۴
۱۲۰۰۰۰	۲۲۹۷۱۸	۱۹۷۲۲۹	۳۰۲۷۶۹	۴۰۶۴۸	۰.۰۳۳۰۲۸
۱۲۵۰۰۰	۲۳۳۲۷۱	۲۰۳۶۴۱	۳۰۹۶۵۳	۴۱۱۲۰	۰.۰۳۲۲۹۴
۱۳۰۰۰۰	۲۳۷۱۲۳	۲۱۰۲۹۹	۳۱۶۹۴۳	۴۱۵۶۹	۰.۰۳۱۵۵۱
۱۳۵۰۰۰	۲۴۰۶۶۶	۲۱۶۸۴۶	۳۲۳۹۴۷	۴۲۰۲۰	۰.۰۳۰۸۶۹
۱۴۰۰۰۰	۲۴۴۴۶۱۰	۲۲۲۷۷۳	۳۳۰۸۵۰	۴۲۳۲۵	۰.۰۳۰۲۲۵
۱۴۵۰۰۰	۲۴۸۸۹۴	۲۲۸۶۹۷	۳۳۸۰۱۰	۴۲۵۷۸	۰.۰۲۹۵۸۵
۱۵۰۰۰۰	۲۵۲۸۱۴	۲۳۴۶۵۰	۳۴۴۹۲۸	۴۲۸۶۶	۰.۰۲۸۹۹۲
۱۵۵۰۰۰	۲۵۶۷۶۳	۲۴۰۴۷۳	۳۵۱۷۸۸	۴۳۱۲۴	۰.۰۲۸۴۲۶
۱۶۰۰۰۰	۲۶۰۷۳۷	۲۴۶۱۶۸	۳۵۸۵۸۴	۴۳۳۵۴	۰.۰۲۷۸۸۷

جدول ۲

شعاع سیم مسی = $1/303$ میلیمتر

کل جریان عبوری از سیم مسی بازا $E_{tan} = 1 \text{ V/m}$ (Amp)	زاویه امپدانس داخلی سیم مسی (درجه)	قدر مطلق امپدانس داخلی سیم مسی (Ω/km)	راکتانس ac سیم مسی (Ω/km)	مقاومت ac سیم مسی (Ω/km)	فرکانس برحسب میکل در ثانیه
۰.۱۲۶۲۳۴	۲۲۲۵۵۱	۷۹۲۱۸	۳۰۳۸۱	۷۳۱۶۱	۵۰۰۰
۰.۹۸۸۹۵	۳۳۹۴۶۳	۱۰۱۱۱۷	۵۵۷۵۵	۸۴۳۵۷	۱۰۰۰۰
۰.۸۱۱۴۷	۳۷۹۴۷۶	۱۲۳۲۳۲	۷۴۹۷۹	۹۷۷۹۸	۱۵۰۰۰
۰.۷۰۲۱۴	۳۸۹۸۰	۱۴۲۴۲۲	۸۹۵۹۱	۱۱۰۷۱۳	۲۰۰۰۰
۰.۶۲۹۵۹	۳۹۶۷۰	۱۵۸۸۳۵	۱۰۱۳۹۵	۱۲۲۲۶۰	۲۵۰۰۰
۰.۵۷۷۳۰	۴۰۱۰۰	۱۷۳۲۱۹	۱۱۱۵۷۴	۱۳۲۴۹۹	۳۰۰۰۰
۰.۵۳۷۰۸	۴۰۴۳۷	۱۸۶۱۹۳	۱۲۰۷۶۷	۱۴۱۷۱۵	۳۵۰۰۰
۰.۵۰۴۶۴	۴۰۷۲۸	۱۹۸۱۶۰	۱۲۹۲۹۳	۱۵۰۱۷۰	۴۰۰۰۰
۰.۴۷۷۶۲	۴۰۹۸۴	۲۰۹۳۷۰	۱۳۷۳۱۵	۱۵۸۰۵۲	۴۵۰۰۰
۰.۴۵۴۵۹	۴۱۲۰۹	۲۱۹۹۷۶	۱۴۴۹۲۳	۱۶۵۴۹۰	۵۰۰۰۰
۰.۴۳۴۶۴	۴۱۴۰۷	۲۳۰۰۷۷	۱۵۲۱۷۳	۱۷۲۵۶۵	۵۵۰۰۰
۰.۴۱۷۱۲	۴۱۵۸۰	۲۳۹۷۴۰	۱۵۹۱۰۷	۱۷۹۳۳۴	۶۰۰۰۰
۰.۴۰۱۵۸	۴۱۷۳۱	۲۴۹۰۱۹	۱۶۵۷۵۷	۱۸۵۸۳۷	۶۵۰۰۰
۰.۳۸۷۶۷	۴۱۸۶۵	۲۵۷۹۵۵	۱۷۲۱۵۳	۱۹۲۱۰۴	۷۰۰۰۰
۰.۳۷۵۱۲	۴۱۹۸۴	۲۶۶۵۷۹	۱۷۸۳۲۰	۱۹۸۱۵۸	۷۵۰۰۰
۰.۳۶۳۷۴	۴۲۰۹۰	۲۷۴۹۲۲	۱۸۴۲۷۹	۲۰۴۰۱۸	۸۰۰۰۰
۰.۳۵۳۳۵	۴۲۱۸۵	۲۸۳۰۰۸	۱۹۰۰۴۹	۲۰۹۷۰۲	۸۵۰۰۰
۰.۳۴۴۳۸۱	۴۲۲۷۲	۲۹۰۸۶۰	۱۹۵۶۴۷	۲۱۵۲۲۴	۹۰۰۰۰
۰.۳۳۵۰۱	۴۲۳۵۱	۲۹۸۴۹۵	۲۰۱۰۸۹	۲۲۰۵۹۶	۹۵۰۰۰
۰.۳۲۶۸۷	۴۲۴۲۴	۳۰۵۹۳۱	۲۰۶۳۸۵	۲۲۵۸۲۹	۱۰۰۰۰۰
۰.۳۱۹۳۰	۴۲۴۹۱	۳۱۳۱۸۳	۲۱۱۵۴۹	۲۳۰۹۳۵	۱۰۵۰۰۰
۰.۳۱۲۲۴	۴۲۵۵۴	۳۲۰۲۶۴	۲۱۶۵۸۸	۲۳۵۹۲۱	۱۱۰۰۰۰
۰.۳۰۵۶۴	۴۲۶۱۲	۳۲۷۱۸۴	۲۲۱۵۱۲	۲۴۰۷۹۵	۱۱۵۰۰۰
۰.۲۹۹۴۴	۴۲۶۶۶	۳۳۳۹۵۶	۲۲۶۳۲۹	۲۴۵۵۶۵	۱۲۰۰۰۰
۰.۲۹۳۶۱	۴۲۷۱۷	۳۴۰۵۸۸	۲۳۱۰۴۶	۲۵۰۲۳۷	۱۲۵۰۰۰
۰.۲۸۸۱۱	۴۲۷۶۴	۳۴۷۰۸۹	۲۳۵۶۶۷	۲۵۴۸۱۷	۱۳۰۰۰۰
۰.۲۸۲۹۱	۴۲۸۰۹	۳۵۳۴۶۶	۲۴۰۲۰۰	۲۵۹۳۱۱	۱۳۵۰۰۰
۰.۲۷۷۹۹	۴۲۸۵۱	۳۵۹۷۲۵	۲۴۴۶۴۹	۲۶۳۷۲۲	۱۴۰۰۰۰
۰.۲۷۳۳۲	۴۲۸۹۱	۳۶۵۸۷۴	۲۴۹۰۱۸	۲۶۸۰۵۶	۱۴۵۰۰۰
۰.۲۶۸۸۸	۴۲۹۲۹	۳۷۱۹۱۷	۲۵۳۳۱۱	۲۷۲۳۱۶	۱۵۰۰۰۰
۰.۲۶۴۶۵	۴۲۹۶۵	۳۷۷۸۶۱	۲۵۷۵۳۳	۲۷۶۵۰۶	۱۵۵۰۰۰
۰.۲۶۰۶۱	۴۳۰۰۰	۳۸۳۷۱۰	۲۶۱۶۸۷	۲۸۰۶۳۰	۱۶۰۰۰۰

جدول ۳

شعاع خارجی سیم مسی مغز فولادی = ۱/۸ میلیمتر

شعاع داخلی سیم مسی مغز فولادی = ۱/۵۹ میلیمتر

فرکانس برحسب میکل در ثانیه	مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	قدرمطلق امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی (Ω/km)	زاویه امپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی (درجه)	کل جریان عبوری از سیم مسی مغز فولادی بازاء $E_{\tan} = 1 \text{ V/m}$ (Amp)
۵۰۰۰	۱۴۸۸۰۲	۱۲۸۵۱	۱۴۹۳۵۶	۴۹۳۶	۰.۶۶۹۵۴
۱۰۰۰۰	۱۵۱۸۶۴	۱۲۰۶۱	۱۵۲۷۱۱	۶۰۳۷	۰.۶۵۴۸۳
۱۵۰۰۰	۱۵۳۴۰۳	۲۰۱۱۶	۱۵۴۷۱۶	۷۴۷۱	۰.۶۴۶۳۵
۲۰۰۰۰	۱۵۴۴۸۱	۲۴۴۷۵	۱۵۶۴۰۷	۹۰۰۳	۰.۶۳۹۳۶
۲۵۰۰۰	۱۵۵۳۸۸	۲۹۰۰۲	۱۵۸۰۷۱	۱۰۵۷۲	۰.۶۳۲۶۳
۳۰۰۰۰	۱۵۶۲۴۹	۳۳۳۷۸	۱۵۹۷۷۵	۱۲۰۵۸	۰.۶۲۵۸۸
۳۵۰۰۰	۱۵۷۲۳۷	۳۷۸۵۷	۱۶۱۷۳۰	۱۳۵۳۷	۰.۶۱۸۳۲
۴۰۰۰۰	۱۵۷۸۲۴	۴۳۱۳۱	۱۶۳۶۱۱	۱۵۲۸۵	۰.۶۱۱۲۰
۴۵۰۰۰	۱۵۸۳۰۰	۴۷۳۹۳	۱۶۵۲۴۲	۱۶۶۶۷	۰.۶۰۵۱۷
۵۰۰۰۰	۱۵۸۷۶۳	۵۲۱۰۱	۱۶۷۰۹۴	۱۸۱۶۸	۰.۵۹۸۴۷
۵۵۰۰۰	۱۶۰۰۷۱	۵۶۵۳۷	۱۶۹۷۶۳	۱۹۴۵۳	۰.۵۸۹۰۶
۶۰۰۰۰	۱۶۱۲۵۲	۶۱۵۴۲	۱۷۲۵۹۶	۲۰۸۸۹	۰.۵۷۹۳۹
۶۵۰۰۰	۱۶۲۲۰۷	۶۶۱۹۲	۱۷۵۱۹۳	۲۲۱۹۹	۰.۵۷۰۸۰
۷۰۰۰۰	۱۶۳۲۰۶	۷۰۸۲۶	۱۷۷۹۱۲	۲۳۴۵۹	۰.۵۶۲۰۸
۷۵۰۰۰	۱۶۴۲۵۰	۷۵۴۴۲	۱۸۰۷۴۷	۲۴۶۷۰	۰.۵۵۳۲۶
۸۰۰۰۰	۱۶۵۳۴۰	۸۰۰۳۶	۱۸۳۶۹۳	۲۵۸۳۰	۰.۵۴۴۳۹
۸۵۰۰۰	۱۶۶۴۷۷	۸۴۶۰۷	۱۸۶۷۴۳	۲۶۹۴۱	۰.۵۳۵۵۰
۹۰۰۰۰	۱۶۷۶۵۸	۸۹۱۵۴	۱۸۹۸۸۸	۲۸۰۰۲	۰.۵۲۶۶۳
۹۵۰۰۰	۱۶۸۸۸۶	۹۳۶۷۳	۱۹۳۱۲۵	۲۹۰۱۵	۰.۵۱۷۸۰
۱۰۰۰۰۰	۱۷۰۱۶۰	۹۸۱۶۳	۱۹۶۴۴۴	۲۹۹۸۰	۰.۵۰۹۰۵
۱۰۵۰۰۰	۱۷۱۴۷۸	۱۰۲۶۲۳	۱۹۹۸۴۰	۳۰۸۹۹	۰.۵۰۰۴۰
۱۱۰۰۰۰	۱۷۲۸۴۱	۱۰۷۰۵۱	۲۰۳۳۰۷	۳۱۷۷۳	۰.۴۹۱۸۷
۱۱۵۰۰۰	۱۷۴۲۴۷	۱۱۱۴۴۷	۲۰۶۸۳۹	۳۲۶۰۳	۰.۴۸۳۴۷
۱۲۰۰۰۰	۱۷۵۶۹۶	۱۱۵۸۰۸	۲۱۰۴۲۹	۳۳۳۹۰	۰.۴۷۵۲۲
۱۲۵۰۰۰	۱۷۷۱۸۶	۱۲۰۱۳۳	۲۱۴۰۷۲	۳۴۱۳۸	۰.۴۶۷۱۳
۱۳۰۰۰۰	۱۷۸۷۱۶	۱۲۴۴۲۳	۲۱۷۷۶۳	۳۴۸۴۶	۰.۴۵۹۲۲
۱۳۵۰۰۰	۱۸۰۲۸۷	۱۲۸۶۷۵	۲۲۱۴۹۶	۳۵۵۱۶	۰.۴۵۱۴۸
۱۴۰۰۰۰	۱۸۱۸۹۵	۱۳۲۸۸۹	۲۲۵۲۶۷	۳۶۱۵۱	۰.۴۴۳۹۲
۱۴۵۰۰۰	۱۸۳۵۴۱	۱۳۷۰۶۵	۲۲۹۰۷۲	۳۶۷۵۲	۰.۴۳۶۵۴
۱۵۰۰۰۰	۱۸۵۲۲۲	۱۴۱۲۰۰	۲۳۲۹۰۵	۳۷۳۱۹	۰.۴۲۹۳۶
۱۵۵۰۰۰	۱۸۶۹۳۹	۱۴۵۲۹۶	۲۳۶۷۶۳	۳۷۸۵۶	۰.۴۲۲۳۶
۱۶۰۰۰۰	۱۸۸۶۸۸	۱۴۹۳۵۰	۲۴۰۶۴۲	۳۸۳۶۲	۰.۴۱۵۵۵

جدول ۴

شعاع سیم مسی = $1/09$ میلیمتر

کل جریان عبوری از سیم مسی بازاء $E_{tan} = 1 \text{ V/m}$ (Amp)	زاویه اسپدانس داخلی سیم مسی (درجه)	قدر مطلق اسپدانس داخلی سیم مسی (Ω/km)	راکتانس ac سیم مسی (Ω/km)	مقاومت ac سیم مسی (Ω/km)	فرکانس برحسب سیکل در ثانیه
۰.۱۹۶۳۲۸	۳۳.۲۸۷	۵۰.۹۳۵	۲۷۹۵۵	۴۲۵۷۸	۵۰۰۰
۰.۳۹۴۷۴۲	۳۸.۹۲۸	۷۱.۱۶۹۹	۴۵۰۰۵۲	۵۰۵۷۷۷	۱۰۰۰۰
۰.۱۱۴۶۳۵	۴۰.۰۷۰	۷۷.۲۳۳	۵۶.۱۵۴	۶۶۷۵۶	۱۵۰۰۰
۰.۱۰۰۲۰۰	۴۰.۶۹۸	۹۸.۸۰۰	۷۵.۰۷۷	۷۵۰۶۶۴	۲۰۰۰۰
۰.۰۹۰۲۶۶	۴۱.۱۸۱	۱۱۰.۷۸۳	۷۲.۹۴۳	۸۳۳۷۹	۲۵۰۰۰
۰.۰۸۲۸۲۹	۴۱.۵۵۳	۱۲۰.۷۳۰	۸۰.۰۸۲	۹۰.۳۴۷	۳۰۰۰۰
۰.۰۷۶۹۸۳	۴۱.۸۴۱	۱۲۹.۸۹۸	۸۶.۶۵۰	۹۶.۷۷۴	۳۵۰۰۰
۰.۰۷۲۲۳۴	۴۲.۰۶۸	۱۳۸.۴۳۹	۹۲.۷۵۵	۱۰۲.۷۷۰	۴۰۰۰۰
۰.۰۶۸۲۷۷	۴۲.۲۵۲	۱۴۶.۶۴۲	۹۸.۴۸۰	۱۰۸.۴۱۱	۴۵۰۰۰
۰.۰۶۴۹۱۴	۴۲.۴۰۵	۱۵۴.۰۴۹	۱۰۳.۸۸۶	۱۱۳.۷۴۹	۵۰۰۰۰
۰.۰۶۲۰۰۹	۴۲.۵۳۶	۱۶۱.۲۶۵	۱۰۹.۰۲۳	۱۱۸.۸۲۹	۵۵۰۰۰
۰.۰۵۹۴۶۸	۴۲.۶۴۹	۱۶۸.۱۵۸	۱۱۳.۹۲۷	۱۲۳.۶۸۴	۶۰۰۰۰
۰.۰۵۷۲۱۸	۴۲.۷۴۸	۱۷۴.۷۶۹	۱۱۸.۶۲۸	۱۲۸.۳۴۱	۶۵۰۰۰
۰.۰۵۵۲۰۸	۴۲.۸۳۶	۱۸۱.۱۳۰	۱۲۳.۱۵۰	۱۳۲.۸۲۴	۷۰۰۰۰
۰.۰۵۳۳۹۹	۴۲.۹۱۴	۱۸۷.۲۶۷	۱۲۷.۵۱۱	۱۳۷.۱۵۰	۷۵۰۰۰
۰.۰۵۱۷۵۸	۹۲.۹۸۵	۱۹۳.۳۲۰	۱۳۱.۷۲۸	۱۴۱.۳۳۵	۸۰۰۰۰
۰.۰۵۰۲۶۶	۴۳.۰۴۹	۱۹۸.۹۵۸	۱۳۵.۸۱۴	۱۴۵.۳۹۲	۸۵۰۰۰
۰.۰۴۸۸۸۹	۴۳.۱۰۸	۲۰۴.۵۴۴	۱۳۹.۷۷۹	۱۴۹.۴۳۲	۹۰۰۰۰
۰.۰۴۷۶۲۴	۴۳.۱۶۱	۲۰۹.۹۷۸	۱۴۳.۶۳۶	۱۵۳.۱۶۴	۹۵۰۰۰
۰.۰۴۶۴۵۳	۴۳.۲۱۱	۲۱۵.۲۷۰	۱۴۷.۳۹۲	۱۵۶.۸۹۸	۱۰۰۰۰۰
۰.۰۴۵۳۶۶	۴۳.۲۵۶	۲۲۰.۴۳۱	۱۵۱.۰۵۴	۱۶۰.۵۳۹	۱۰۵۰۰۰
۰.۰۴۴۳۵۲	۴۳.۲۹۹	۲۲۵.۴۷۱	۱۵۴.۶۲۹	۱۶۴.۰۹۵	۱۱۰۰۰۰
۰.۰۴۳۴۰۳	۴۳.۳۳۸	۲۳۰.۳۹۸	۱۵۸.۱۲۴	۱۶۷.۵۷۲	۱۱۵۰۰۰
۰.۰۴۲۵۱۳	۴۳.۳۷۵	۲۳۵.۲۱۹	۱۶۱.۵۴۲	۱۷۰.۹۷۴	۱۲۰۰۰۰
۰.۰۴۱۶۷۷	۴۳.۴۱۰	۲۳۹.۹۴۰	۱۶۴.۸۹۰	۱۷۴.۴۳۰	۱۲۵۰۰۰
۰.۰۴۰۸۸۸	۴۳.۴۴۲	۲۴۴.۵۶۸	۱۶۸.۱۷۱	۱۷۷.۵۷۳	۱۳۰۰۰۰
۰.۰۴۰۱۴۳	۴۳.۴۷۳	۲۴۹.۱۰۸	۱۷۱.۳۹۰	۱۸۰.۷۷۸	۱۳۵۰۰۰
۰.۰۳۹۴۳۸	۴۳.۵۰۲	۲۵۳.۵۶۵	۱۷۴.۵۴۹	۱۸۳.۹۲۳	۱۴۰۰۰۰
۰.۰۳۸۷۶۸	۴۳.۵۲۹	۲۵۷.۹۴۲	۱۷۷.۷۵۲	۱۸۷.۰۱۴	۱۴۵۰۰۰
۰.۰۳۸۱۳۲	۴۳.۵۵۵	۲۶۲.۲۴۵	۱۸۰.۷۰۱	۱۹۰.۰۵۲	۱۵۰۰۰۰
۰.۰۳۷۵۲۷	۴۳.۵۸۰	۲۶۶.۴۷۷	۱۸۳.۷۰۰	۱۹۳.۰۳۹	۱۵۵۰۰۰
۰.۰۳۶۹۴۹	۴۳.۶۰۳	۲۷۰.۹۶۴	۱۸۶.۶۵۱	۱۹۵.۹۸۰	۱۶۰۰۰۰

جدول ۵

شعاع خارجی سیم مسی مغز فولادی = $1/8$ میلیمتر
 شعاع داخلی سیم مسی مغز فولادی = $1/59$ میلیمتر
 هدایت سیم مسی مغز فولادی = 30%

کل جریان عبوری از سیم مسی مغز فولادی بازاء $E_{tan} = 1V/m$ (Amp)	زاویه اسپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی (درجه)	قدر مطلق اسپدانس داخلی سیم مسی مغز فولادی ($\Omega/loop - Km$)	راکتانس ac سیم مسی مغز فولادی ($\Omega/loop - km$)	مقاومت ac سیم مسی مغز فولادی ($\Omega/loop - km$)	فرکانس برحسب سیکل در ثانیه
۰.۶۹۲۸۹	۶۷۶۸	۱۴۴۳۲۳	۱۶۷۵۷	۱۴۳۳۴۷	۵۰۰۰
۰.۶۶۹۸۰	۷۴۵۰	۱۴۹۲۹۸	۱۹۳۵۸	۱۴۸۰۳۸	۱۰۰۰۰
۰.۶۵۷۳۵	۸۷۲۱	۱۵۲۱۲۵	۲۳۰۶۶	۱۵۰۳۶۶	۱۵۰۰۰
۰.۶۴۷۸۴	۱۰۱۴۹	۱۵۴۳۵۹	۲۷۱۹۸	۱۵۱۹۴۴	۲۰۰۰۰
۰.۶۳۹۲۸	۱۱۶۳۹	۱۵۶۴۲۶	۳۱۵۵۹	۱۵۳۲۰۹	۲۵۰۰۰
۰.۶۳۱۱۱	۱۳۰۶۴	۱۵۸۴۵۱	۳۵۸۱۶	۱۵۴۳۵۰	۳۰۰۰۰
۰.۶۲۲۴۰	۱۴۴۹۲	۱۶۰۶۶۹	۴۰۲۰۷	۱۵۵۵۵۷	۳۵۰۰۰
۰.۶۱۴۳۴	۱۶۱۸۳	۱۶۲۷۷۶	۴۵۳۶۵	۱۵۶۳۲۷	۴۰۰۰۰
۰.۶۰۷۳۹	۱۷۵۲۲	۱۶۴۶۳۸	۴۹۵۶۸	۱۵۷۰۰۰	۴۵۰۰۰
۰.۵۹۹۸۸	۱۸۹۷۵	۱۶۶۷۰۱	۵۴۲۰۴	۱۵۷۶۴۳	۵۰۰۰۰
۰.۵۸۹۹۷	۲۰۲۲۶	۱۶۹۵۰۰	۵۸۵۹۹	۱۵۹۰۴۸	۵۵۰۰۰
۰.۵۷۹۸۹	۲۱۶۱۹	۱۷۲۴۴۸	۶۳۵۳۶	۱۶۰۳۱۷	۶۰۰۰۰
۰.۵۷۰۸۷	۲۲۸۹۰	۱۷۵۰۱۷۲	۶۸۱۳۶	۱۶۱۳۷۸	۶۵۰۰۰
۰.۵۶۱۷۸	۲۴۱۱۳	۱۷۸۰۰۷	۷۲۷۲۴	۱۶۲۴۷۴	۷۰۰۰۰
۰.۵۵۲۶۴	۲۵۲۸۸	۱۸۰۹۴۸	۷۷۲۹۵	۱۶۳۶۰۹	۷۵۰۰۰
۰.۵۴۳۵۱	۲۶۴۱۳	۱۸۳۹۸۹	۸۱۸۴۷	۱۶۴۲۸۲	۸۰۰۰۰
۰.۵۳۴۴۰	۲۷۴۹۰	۱۸۷۱۲۵	۸۶۳۷۷	۱۶۵۹۹۷	۸۵۰۰۰
۰.۵۲۵۳۵	۲۸۵۱۹	۱۹۰۳۵۰	۹۰۸۸۳	۱۶۷۲۵۲	۹۰۰۰۰
۰.۵۱۶۳۸	۲۹۵۰۰	۱۹۳۶۵۷	۹۵۳۶۳	۱۶۸۵۵۰	۹۵۰۰۰
۰.۵۰۷۵۱	۳۰۴۳۶	۱۹۷۰۴۰	۹۹۸۱۴	۱۶۹۸۸۸	۱۰۰۰۰۰
۰.۴۹۸۷۷	۳۱۳۲۵	۲۰۰۴۹۴	۱۰۴۲۳۶	۱۷۱۲۶۸	۱۱۰۰۰۰
۰.۴۹۰۱۷	۳۲۱۷۱	۲۰۴۰۱۲	۱۰۸۶۲۷	۱۷۲۶۸۸	۱۱۵۰۰۰
۰.۴۸۱۷۲	۳۲۹۷۵	۲۰۷۵۹۰	۱۱۲۹۸۵	۱۷۴۱۴۹	۱۲۰۰۰۰
۰.۴۷۳۴۴	۳۳۷۳۷	۲۱۱۲۲۱	۱۱۷۳۰۹	۱۷۵۶۵۰	۱۴۵۰۰۰
۰.۴۶۵۳۳	۳۴۴۶۰	۲۱۴۹۰۰	۱۲۱۵۹۹	۱۷۷۱۸۹	۱۲۵۰۰۰
۰.۴۵۷۴۱	۳۵۱۴۶	۲۱۸۶۲۳	۱۲۵۸۵۲	۱۷۸۷۶۶	۱۳۰۰۰۰
۰.۴۴۹۶۷	۳۵۷۹۴	۲۲۲۳۸۴	۱۳۰۰۶۸	۱۸۰۳۸۱	۱۳۵۰۰۰
۰.۴۴۲۱۳	۳۶۴۰۸	۲۲۶۱۷۹	۱۳۴۲۴۶	۱۸۲۰۳۱	۱۴۰۰۰۰
۰.۴۳۴۷۸	۳۶۹۸۹	۲۳۰۰۰۴	۱۳۸۳۸۵	۱۸۳۷۱۶	۱۴۵۰۰۰
۰.۴۲۷۶۲	۳۷۵۳۸	۲۳۳۸۵۴	۱۴۲۴۸۵	۱۸۵۴۳۴	۱۵۰۰۰۰
۰.۴۲۰۶۵	۳۸۰۵۷	۲۳۷۷۲۷	۱۴۶۵۴۵	۱۸۷۱۸۶	۱۵۵۰۰۰
۰.۴۱۳۸۸	۳۸۵۴۷	۲۴۱۶۱۷	۱۵۰۵۶۳	۱۸۸۹۶۹	۱۶۰۰۰۰

بسطهای تقریبی معادلات یسل

$$- \lambda \leq x \leq \lambda$$

$$\begin{aligned} \text{Ber } x = & 1 - 64(x/\lambda)^4 + 113777777 \ 774(x/\lambda)^6 - 32336340 \ 602(x/\lambda)^8 \\ & + 2264191 \ 397(x/\lambda)^{10} - 0.8349 \ 609(x/\lambda)^{12} + 0.0122 \ 002(x/\lambda)^{14} \\ & - 0.00000 \ 901(x/\lambda)^{16} + \varepsilon \end{aligned}$$

$$|\varepsilon| < 1 \times 10^{-9}$$

$$- \lambda \leq x \leq \lambda$$

$$\begin{aligned} \text{Bei } x = & 16(x/\lambda)^2 - 113777777 \ 774(x/\lambda)^4 + 7281777 \ 742(x/\lambda)^6 \\ & - 1.056760 \ 779(x/\lambda)^8 + 0.52180 \ 610(x/\lambda)^{10} - 0.01203 \ 667(x/\lambda)^{12} \\ & + 0.00011 \ 346(x/\lambda)^{14} + \varepsilon \end{aligned}$$

$$|\varepsilon| < 6 \times 10^{-9}$$

$$0 < x \leq \lambda$$

$$\begin{aligned} \text{Ker } x = & -\ln \left(\frac{x}{\gamma} \right) \text{Ber } x + \frac{1}{\xi} \pi \text{Bei } x - 0.57721 \ 066 - 0.9080819 \ 744(x/\lambda)^4 \\ & + 17136272 \ 132(x/\lambda)^6 - 6.060977 \ 401(x/\lambda)^8 + 0.60039 \ 121(x/\lambda)^{10} \\ & - 0.19636 \ 347(x/\lambda)^{12} + 0.00309 \ 699(x/\lambda)^{14} - 0.00002 \ 408(x/\lambda)^{16} + \varepsilon \end{aligned}$$

$$|\varepsilon| < 1 + 10^{-8}$$

$$0 < x \leq \lambda$$

$$\begin{aligned} \text{Kei } x = & -\ln \left(\frac{x}{\gamma} \right) \text{Bei } x - \frac{1}{\xi} \pi \text{Ber } x + 6776404 \ 936(x/\lambda)^2 \\ & - 142991827 \ 687(x/\lambda)^4 + 124223069 \ 600(x/\lambda)^6 - 2130060 \ 904(x/\lambda)^8 \end{aligned}$$

$$+1.0117009 \cdot 64(x/\lambda)^{18} - 0.02690(x/\lambda)^{12} + 0.00029 \cdot 032(x/\lambda)^{17} + \varepsilon$$

$$|\varepsilon| < 3 \times 10^{-4}$$

$$-\lambda \leq x \leq \lambda$$

$$\text{Ber}' x = x[-\varepsilon(x/\lambda)^7 + 1.422222 \cdot 222(x/\lambda)^7 - 0.6814 \cdot 810(x/\lambda)^{10}$$

$$+ 0.66047 \cdot 849(x/\lambda)^{14} - 0.02609 \cdot 203(x/\lambda)^{18} + 0.00040 \cdot 907(x/\lambda)^{12}$$

$$- 0.00000 \cdot 394(x/\lambda)^{17}] + \varepsilon$$

$$|\varepsilon| < 2.1 \times 10^{-4}$$

$$-\lambda \leq x \leq \lambda$$

$$\text{Bei}' x = x[1/2 - 0.66666 \cdot 666(x/\lambda)^4 + 0.027777 \cdot 777(x/\lambda)^4$$

$$- 2.31167 \cdot 014(x/\lambda)^{12} + 0.14677 \cdot 204(x/\lambda)^{16} - 0.0379 \cdot 386(x/\lambda)^{12}$$

$$+ 0.00004 \cdot 609(x/\lambda)^{14}] + \varepsilon$$

$$|\varepsilon| < 7 \times 10^{-4}$$

$$0 < x \leq \lambda$$

$$\text{Ker}' x = -\ln\left(\frac{x}{\lambda}\right) \text{Ber}' x - x^{-1} \text{Ber} x + \frac{1}{\xi} \pi \text{Bei}' x + x[-3/69113 \cdot 734(x/\lambda)^7$$

$$+ 2.042034 \cdot 017(x/\lambda)^7 - 0.026433 \cdot 272(x/\lambda)^{10} + 0.01384 \cdot 780(x/\lambda)^{14}$$

$$- 0.06136 \cdot 208(x/\lambda)^{18} + 0.00116 \cdot 137(x/\lambda)^{12} - 0.00001 \cdot 070(x/\lambda)^{17}] + \varepsilon$$

$$|\varepsilon| < 8 \times 10^{-4}$$

$$0 < x \leq \lambda$$

$$\text{Kei}' x = \ln\left(\frac{x}{\lambda}\right) \text{Bei}' x - x^{-1} \text{Bei} x - \frac{1}{\xi} \pi \text{Ber}' x + x$$

$$[0.2113 \cdot 217 - 0.339808 \cdot 846(x/\lambda)^4 + 0.941182 \cdot 708(x/\lambda)^4$$

$$- 4.60900 \cdot 823(x/\lambda)^{12} + 0.33049 \cdot 424(x/\lambda)^{16} - 0.0926 \cdot 707(x/\lambda)^{12}$$

$$+ 0.00011 \cdot 997(x/\lambda)^{14}] + \varepsilon$$

$$|\varepsilon| < 7 \times 10^{-4}$$

$$\lambda \leq x < \infty$$

$$\text{Ker} x + j \text{kei} x = f(x) (1 + \varepsilon_1)$$

اختصارات

E (volt/meter)	بردار شدت حوزه الکتریکی
D (coulomb/square meter)	دانسیته فلو الکتریکی
H (Amp/meter)	بردار شدت حوز مغناطیسی
B (weber/square meter)	دانسیته فلو مغناطیسی
μ (Henry/meter)	ضریب نفوذ (پرمابلیته)
ϵ (Farad/meter)	ضریب عایقی
σ (1/ohm – meter)	هدایت مخصوص
ρ (ohm – meter)	مقاومت مخصوص
f (cycles/second)	فرکانس
$\omega = 2\pi f$ (radian/second)	سرعت زاویه
$j = \sqrt{-1}$	
i (Amp/m ²)	دانسیته شدت جریان
J (Amp)	کل شدت جریان عبوری
γ	ثابت انتشار
δ (m)	عمق نفوذ