روش جدیدی جهت تعیین ضریب مقاومت لوله‌های آبرسانی با استفاده از ریاضیات آمار واحتمالات

نوشتهٔ :

محمدتقی منزوی

دکتر مهندس در راه و ساختمان ـ استادیار دانشکده فنی تبریز

چکیده :

برای محاسبه افت فشار درلوله‌های آبرسانی توسط فرمول دارسی و ایسباخ احتیاج به تعیین ضریب مقاومت λ ودرنتیجه‌آگاهی قبلی برمیزان عدد ناصافی جدار داخلی k_s لوله میباشد . تنها روشی‌که تاکنون برای تعیین مقدار k_s مورد استفاده قرار میگیرد آزمایش هیدرولیکی روی لوله موردنظر است . این عمل غالباً پرخرج وگاهی بعلل فنی غیرممکن و مستلزم مدل‌سازی میگردد . لذا دراین موارد برای انتخاب عدد k_s مقداری حدس زده میشودکه اکثراً دقت‌کافی را دربر ندارد .

دراین‌مقاله مشکلات تعیین عدد k_s موردبررسی قرارمیگیرند وتأثیر خواص‌مختلف هندسی‌جدار داخلی لوله‌ها درمیزان افت فشار آنها ارزیابی میگردند .

سپس باکمک‌ریاضیات آماروا‌حتمالات‌پارامترهائی‌جستجومیگردند که خواص هندسی‌فوق‌الذکر را گویا باشند . باکمک این پارامترها و با استفاده ازقوانین جریان توربولانت درمرحله اول بیک فرمول کلی‌رسیده و سپس با استفاده از نتایج عددی‌آزمایشهای هیدرولیکی برای حالت خاص ناصافی‌های‌طبیعی شدید یک‌رابطه عددی نتیجه میگردد که با استفاده ازآن میتوان برای این حالت خاص ـ مقدار λ و یا k_s را بدون توسل به‌آزمایش هیدرولیکی وفقط با استفاده ازبرداشت پرفیلهای‌طولی ازناصافی‌های جدارداخلی لوله محاسبه نمود .

پیش‌گفتار

برای محاسبه افت فشار درلوله‌های آبرسانی، درمرحله اول احتیاج به‌آگاهی برخواص هندسی‌جدار داخلی لوله یعنی درجه ناصافی آن میباشد . درفرمولهای محاسباتی مختلف درجه ناصافی جدار داخلی‌لوله توسط پارامترهائی مشخص میگردند امروز برای تعیین افت فشار درلوله‌های تحت فشار استفاده از فرمول Darcy—Weisbach

$$h_v = \lambda \times \frac{L}{D} \times \frac{v_m^2}{2g} \qquad (۱)$$

گسترش همگانی یافته که درآن h_v ارتفاع نظیر افت فشار درلوله برحسب واحد طول ، λ ضریب مقاومت و یا ضریب اصطکاك لوله (friction coefficient) در برابر جریان مایع ، L طول و D قطر لوله ، v_m سرعت متوسط مایع داخل لوله و بالاخره g شتاب ثقل زمین میباشد . در رابطه (۱) ضریب λ درحالت کلی تابعی است از عدد راینلدز (R_e) و یک سری پارامترهای بی‌بعد دیگری که مشخصات هندسی جدار داخلی لوله را تعیین میکنند یعنی :

$$\lambda = f(R_e\,,\ \varepsilon_1\,,\ \varepsilon_2\,,\ \varepsilon_3\,,\ \cdots) \qquad (۲)$$

درحالتی که عدد R_e نسبتاً بزرگ و میزان ناصافی‌های نسبی جدار داخلی لوله زیاد باشد عملاً اثر لزجت ودرنتیجه اثر عدد R_e در رابطه(۲) دربرابر عوامل دیگر ناچیز شده وقابل صرفنظر کردن‌میباشد و لذا رابطه (۲) بصورت رابطه (۳) خلاصه میشود .

$$\lambda = f(\varepsilon_1\,,\ \varepsilon_2\,,\ \varepsilon_3\,,\ \cdots) \qquad (۳)$$

از اوایل قرن بیستم برای تعیین تابع f در رابطه‌های (۲) و (۳) معادلات زیادی پیشنهاد گردیده است . که اکثراً تجربی میباشند و تنها معادله‌ای که پایه‌های تئوریک داشته و با تجربه نیز تطبیق داده شده ، رابطه‌ایست که توسط پراندل Prandtl براصل تئوری اختلاط Mixing theory پایه گذاری شده‌است[۹] .

پراندل با استفاده از تئوری مزبور وتعیین‌طول تداخل Mixing length به‌رابطه لگاریتمی‌پخش سرعت درلوله‌ها (رابطه ۱۸) رسید و براساس آن معادله تعیین ضریب مقاومت لوله را برای حالت کاملاً زبر بصورت کلی زیر پیشنهاد نمود :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A \log \frac{D}{k} + B \qquad (٤)$$

که درآن k عددی است مشخص کننده تمام خواص هندسی جدار داخلی لوله و A و B ضرایب ثابتی میباشند . سپس نیکورادزه Nikuradse با چسباندن دانه‌های شن و ماسه به‌جدار داخلی لوله‌ها و ایجاد ناصافیهای مصنوعی و انجام آزمایشهای هیدرولیکی روی لوله‌های مزبور ، ضرایب ثابت A و B را محاسبه نموده و رابطه عددی زیر را برای حالت لوله زبر پیشنهاد نمود [۸] .

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}0 \log \left(\frac{3{,}71D}{k_s} \right) \qquad (٥)$$

که درآن k_s قطر متوسط دانه‌های ماسه‌ایست که به جداو داخلی‌لوله‌های‌آزمایشی چسبانده شده بودند بعداً

کلبرك Colebrook با استفاده از رابطه نیکورادزه و رابطه پراندل برای لوله های کاملاً صیقلی حالت کلی تعیین ضریب مقاومت λ را برای ناصافی های طبیعی بصورت رابطه (۶) معرفی نمود :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2,15}{R_e\sqrt{\lambda}} + \frac{k_s}{3,71 \times D}\right) \tag{۶}$$

که درآن k_s عددی است معادل قطر متوسط دانه های ماسه‌ای که درصورت چسباندن آنها به جدار داخلی یک لوله همان افت فشاری را تولید کند که لوله موردنظر تولید میکند .

با توجه به‌رابطه های (۱) و (۶) ملاحظه میشود برای تعیین افت فشار درلوله ها آگاهی قبلی به عدد ناصافی جدار داخلی لوله یعنی k_s ضروری است درعمل برای استفاده از فرمولهای (۱) و (۶) و آگاهی بر k_s لازم است قبلاً لوله موردنظر درآزمایشگاه آزمایش شود و با اندازه‌گیری مقادیر h_v و λ عدد k_s مربوطه محاسبه گردد . این روشی است که کارخانجات تولید کننده لوله ها نیز قبل‌از ببازار آوردن‌محصول خود انجام میدهند و عدد k_s مربوطه را جزو مشخصات لوله به مشتری عرضه میدارند .

دربسیاری موارد آزمایش هیدرولیکی روی لوله یا میسر نیست و یا ازنظر اقتصادی مقرون به‌صرفه نمیباشد درین موارد است که مهندسین‌محاسب میبایست برای k_s مقداری حدس بزنند وعددی تقریبی برای آن انتخاب کنند آزمایشها و تحقیقاتی که اخیراً درکشورهای اروپائی و آمریکائی بعمل آمده نشان میدهند که نتیجه چنین حدسها و انتخابهائی برای عدد k_s همیشه مقرون بدرستی نبوده و بخصوص هرچه درجه ناصافی نسبی یعنی $\frac{k_s}{D}$ بزرگتر گردد (مثلاً وقتی $15 > \frac{D}{k_s}$) امکان وجود خطا بیشتر میشود [۷] .

آزمایشهای هیدرولیکی‌متعددی که مؤلف‌درطی سالهای ۱۹۶۹ تا ۱۹۷۲ روی لوله هائی بادرجه ناصافی نسبی مختلف انجام داده است این نظریه را کاملاً تائید میکند [٤] ، [٥] و [٦] .

علت این خطاها را میتوان بدین‌طریق توجیه نمود که عوامل هندسی حاصله از ناصافی‌های جدار داخلی لوله که روی مقدار افت فشار تأثیر دارند زیاد و درجه تأثیرشان متفاوت و لذا توجه نمودن به تمام آنها ازطرف مهندس طراح درموقع انتخاب عدد k_s امکان‌پذیر نمیباشد .

آزمایشهای انجام گرفته نشان میدهند که مهمترین پارامترهای هندسی که برمیزان افت فشار تأثیر قابل توجهی دارند عبارتند از :

الف ـ بلندی نسبی ناصافی‌ها .

ب ـ فاصله ناصافی‌ها ازهم دراستداد جریان مایع .

ج ـ شکل ناصافی‌ها ازنظر امکان گوشه‌دار بودن و یا پخی آنها .

البته عوامل هندسی دیگری نیز در مقدار افت فشار مؤثر میباشند ولی اثر آنها در برابر سه عامل فوق‌الذکر از درجه دوم و قابل صرفنظر کردن هستند .

تعیین پارامترهائی که نمایش دهنده سه عامل اصلی فوق‌الذکر باشند وجمع‌آوری آنها دریک رابطه‌ای مانند رابطه (٤) نیز با توجه باینکه تغییرات ناصافی‌های طبیعی جدار داخلی لوله ها پدیده‌ایست کاملاً اتفاقی و تصادفی کاری است بسیار مشکل و مستلزم تعمق درخواص جریان توربولانت و مطالعات ریاضی مربوط به‌حساب آمار و احتمالات میباشند .

با پیدایش ماشینهای حساب الکترونیکی (Computer) و تکامل تئوری انیفرماسیون استفاده از ریاضیات آمار و احتمالات در روشن نمودن پدیده‌های اتفاقی درهیدرولیک مانند حرکت زیگزاکی درجریان توربولانت وغیره گسترش یافته است .

با توجه به نکات فوق‌الذکر هدف از نوشتن این مقاله این است که :

اولاً روش جدیدی معرفی گردد که بوسیله آن بتوان عدد ناصافی k_s را بدون توسل به آزمایش هیدرولیکی و فقط براساس اندازه‌گیری و برداشت پروفیلهای طولی از ناصافی‌های جدار داخلی لوله و سپس با استفاده از ریاضیات آمار و احتمالات تعیین نمود .

این روش چه ازنظر ریاضی و چه از نظر قوانین مربوط به‌جریانهای توربولانت برپایه‌های تئوریکی استوار میباشد .

ثانیاً روش کلی فوق‌الذکر را برای حالت خاص ناصافی‌های شدید طبیعی گسترش داده تا بیک فرمول عددی برسد طبعاً استفاده ازاین فرمول با ضرایب ثابت آن محدود بحالت ناصافی‌های شدید طبیعی میباشد این نوع ناصافی‌ها را میتوان درتونلهای آبرسانی بدون پوشش داخلی مشاهده نمود [٢] ، [٣] و [١٠] .

مورداستعمال آن مخصوصاً درتونلهای‌انحرافی‌است که اکثراً استفاده از ساختمان آنها جنبه موقتی داشته و امروز با پوشش بتنی ساخته میگردند .

فکر استفاده ازچنین تونلهائی بدون پوشش‌داخلی‌مخصوصاً درکشورهای کوهستانی مثل کشور ما خیلی بجا میباشد . باکمک روشی که دراین مقاله معرفی میشود میتوان چنین تونلهائی را با چشم‌پوشی از پوشش داخلی آنها با قیمتی ارزانتر ساخت .

بعلاوه درلوله های آبرسانی کهنه که درجه ناصافی‌جدار داخلی‌آنها بعلل رسوبات زیاد شده میتوان ازاین فرمول برای تعیین افت فشار مربوط استفاده نمود .

دراینجا میتوان امیدوار بود که با ادامه تحقیقات دراین زمینه بتوان درآینده برای تمام حالتهای لوله های آبرسانی فرمولهائی نظیر معادله (٢٠) بدست آورد که باکمک آنها مشکل تعیین عدد ناصافی k_s بکلی از بین برود .

قسمت اول ـ تجزیه و تحلیل ناصافی‌های طبیعی باکمک روشهای ریاضی آمار و احتمالات

۱ـ استفاده از پرفیلهای طولی

ناصافی‌های طبیعی جدار داخلی یک لوله سطحی را تشکیل میدهند که دارای برجستگی‌های نامنظم وکاملاً تصادفی میباشد و لذا مسئله مورد مطالعه خاصیت فضائی بخود میگیرد دراینجا با توجه به‌جریان سیال درلوله مطالعات را روی پرفیلهای طولی درامتداد محور لوله انجام داده و بدینوسیله مطالعه مسئله فضائی را به مطالعه مسئله‌ای دو بعدی تبدیل مینمائیم وسپس طبق شکل (۱) با انتخاب پرفیلهای متعدد و با اختلاف زاویه Φ عمل فوق‌الذکر را جبران میکنیم .

۲ـ انتخاب سیستم مقایسه

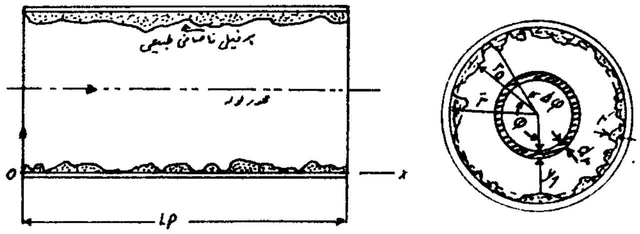
برای برداشت پرفیلهای‌طولی از ناصافی‌های‌داخلی لوله‌ها لازم است قبلاً سیستم مقایسه ومنحنی مبدائی برای تعیین ارتفاعهای ناصافی‌ها انتخاب نموده با توجه به سیستم‌های مختلف موجود که از ذکر یکایک آنها دراینجا صرفنظر میشود منحنی مقایسه را درین مورد خطی مستقیم و موازی با محور لوله درنظر میگیریم .

۳ـ طول مشخصه LP

هرپارامتری مانند ξ که با روش ریاضی آمار و احتمالات از روی نمونه‌ای از ناصافی‌های جدار داخلی لوله بدست آید طبق شکل (۱) تابعی است از طول پرفیلی که محاسبه روی آن انجام شده و زاویه Φ یعنی :

$$\xi = f(L , \Phi) \qquad (۷)$$

برای اینکه این پارامتر بتواند مشخص‌کننده خواص تمام آن ناصافی‌موردنظر باشد باید وابستگی رابطه(۷) از بین برود یعنی طول پرفیل به‌اندازه‌کافی بزرگ باشد که هرازدیاد طولی جدید تغییری درمیزان پارامتر مزبور ندهد ونیز تغییر زاویه Φ تأثیری درکمیت پارامتر مزبور نکند .



شکل (۱) ـ پرفیل طولی از ناصافی طبیعی با طول مشخصه

بعبارت دیگر پرفیلهای موردمطالعه باید حداقل طولی را بنام طول مشخصی LP داشته باشند تا شرط عدم وابستگی مزبور برقرار باشد . بزرگی طول مشخصه LP بستگی دارد به درجه پراکندگی و نامنظمی عناصر ناصافی درسطح لوله .

۴ ـ روشهای مورداستفاده درمشخص نمودن ناصافی‌ها

روشهای متداول در ریاضیات‌آمار و احتمالات برای‌مشخص کردن خواص ناصافی‌ها زیاد و درینجا فقط بذکر مهمترین آنها اکتفا میگردد . پارامترها و منحنی‌های حاصله از روشهای فوق‌الذکر بطورکلی بدوگروه تقسیم میشوند .

گروه اول ـ پارامترها ومنحنی‌هائی که ناصافی را فقط دراستداد عمود برمحور جریان بیان میکنند .

الف ـ منحنی فراوانی (منحنی بسامدها)

ب ـ منحنی فراوانی جمعی (منحنی بسامدهای تراکمی)

ج ـ میانگین قطر دانه‌های مولد ناصافی (پارامتری که نیکورادزه درفرمول‌خود بکار میبرد) یعنی:

$$k_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} d_i \qquad (۸)$$

د ـ میانگین حسابی ارتفاع نقاط ناصافی نسبت به مبداء مقایسه یعنی :

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad (۹)$$

چنانچه رابطه (۹) نشان میدهد این کمیت بمحل و موقعیت مبداء مقایسه بستگی دارد .

هـ ـ میانگین حسابی قدرمطلق شیب سطح ناصافی نسبت به محور جریان یعنی :

$$\beta = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\left|\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right| \qquad (۱۰)$$

این کمیت که مشخص کننده شکل عناصر ناصافی (گوشه‌دار بودن و یا پخ بودن) میباشد ازنظر بالا بردن درجه توربولانت درجریان حائز اهمیت میباشد زیرا یک عنصرگوشه‌دار و نوك تیز تولید تلاطم بیشتری از یک عنصر پخ میکند .

و ـ محاسبه انحراف معیار (Standard deviation) بصورت :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \qquad (۱۱)$$

که درآن $i=1, 2, 3, \ldots, n$ بوده و پارامتر σ نظیر k_s و یا $\bar{y}$ میباشد ـ ولی ازنظر هیدرودینامیک بسیار مؤثرتر است چون بجای قدرمطلق ارتفاع ناصافی شدت‌انحراف آنها را از میانگین $\bar{y}$ بیان میکند و این خود عامل اصلی تلاطم درجریان میباشد از نظر ریاضی نیز امتیاز زیادی به k_s و یا $\bar{y}$ دارد چون پارامتری است مستقل از مبداء مقایسه یعنی با تغییر دادن مبداء مقایسه کمیت $\bar{y}$ تغییر میکند درصورتیکه σ ثابت میماند. عیب این پارامتر مانند k_s و $\bar{y}$ دراین است که ناصافی را فقط درامتداد قائم برمحور جریان بیان میکند واثر فاصله ناصافی‌هارا ازهم مشخص نمیسازد ولذا نمیتوان‌آنرا نیز بعنوان تنها پارامتر مشخص کننده ناصافی درفرمول ضریب مقاومت بکار برد.

گروه دوم ـ روشهائی که ناصافی‌ها را هم درامتداد قائم‌وهم درامتداد محور جریان بیان میکنند.

مهمترین روشها برای بیان خصوصیات یک ناصافی در امتداد محور جریان بررسی و مطالعه تابع توان طیفی (Power Spectra) و یا استفاده از تابع اتوکرلاسیون (Autocorrelation function) و یا تعیین ضریب اتوکرلاسیون (Autocorrelation Coefficient) میباشد.

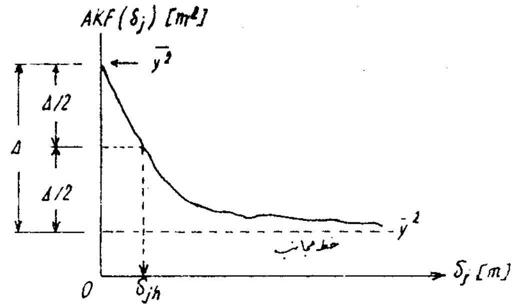
تابع توان طیفی اثر و میزان دخالت قسمتهای تناوبی را درتغییرات تصادفی موجود در ناصافی مشخص میکند درناصافی‌های طبیعی چون خاصیت تناوبی درآن بسیار ناچیز میباشد عملاً استفاده ازاین‌تابع بی‌مورد میباشد.

تابع اتوکرلاسیون Autocorrelation function (بطور مخفف ACF) از نظر ریاضی تابع اتوکرلاسیون امید ریاضی حاصلضرب دوتابع $y(x)$ و $y(x+\delta)$ میباشد وصورت خلاصه آن عبارتست از:

$$ACF(\delta_j) = \frac{1}{n-j} \sum_{i-1}^{n-j} y(x_i) \times y(x_i + \delta_j) \qquad (۱۲)$$

از نظر فیزیکی تابع اتوکرلاسیون وابستگی داخلی برجستگی‌های ناصافی را با هم مشخص میکند این تابع بما درمورد چگونگی قرارگرفتن عناصر ناصافی، فاصله آنها و درجه پراکندگی و نامنظمی آنها درجهت محور جریان اطلاعاتی میدهد تابع مزبور تابعی است نزولی یعنی با زیاد شدن عدد j مقدار ACF برای پدیده‌های تصادفی طبق شکل (۲) کم میشود این تابع دارای یک ماکزیمم است که بازاء $\delta_j = o$ حاصل میشود و بعلاوه دارای مجانب خطی میباشد معادله این خط مجانب $ACF(\delta_j = \infty) = (\bar{y})^2$ میباشد.

هرچه بی‌نظمی و درجه پراکندگی درعناصر ناصافی زیادتر باشد تابع ACF با شیب زیادتری بسمت مجانب خود میل میکند بطوریکه میتوان عددی مانند δ را که بازاء آن منحنی ACF نصف فاصله بین ماکزیمم تا مجانب خود را طی نموده معرف درجه بی‌نظمی و پراکندگی عناصر ناصافی دانست و آنرا پارامتری برای مشخص کردن وضعیت ناصافی درامتداد محور جریان انتخاب نمود.



شکل (۲) ـ منحنی تغییرات تابع ACF کرلگرام (Korrelogramm)

۵ـ پارامترهای مشخصه

با توجه به مطالعاتی که روی یکایک پارامترهای مختلف نامبرده و تأثیر متقابل آنها درآزمایشگاه هیدرولیکی بعمل آمد سه پارامترزیر بعنوان پارامترهای مؤثر درافت بارتشخیص داده شد [٤] ، [٥] و [٦] .

اول ـ انحراف معیار σ[mm] راکه تأثیر آن درتغییرات افت فشار درلوله هم ازنظر تئوری و هم از نظر نتایج عملی شدید است میتوان بعنوان پارامتر اصلی و مشخص کننده اثر بلندی‌های نسبی و انحرافات سطح ناصافی انتخاب نمود [۱] .

دوم ـ پارامتر δ[mm] (Half-Width-Value) مشخص کننده اثر فواصل عناصر ناصافی ازهم و منظم ویا نامنظم قرارگرفتن آنها درکمیت ضریب مقاومت .

سوم ـ میانگین قدرمطلق شیب‌ها β[—] را میتوان معرف خواص ناشی ازشکل ناصافی دانست در ناصافی‌هائی با عناصر گوشه‌دار و نوك تیز عدد β بزرگتر بوده و اثر آنها درایجاد تلاطم درجریان نیز بیشتر است .

۶ـ اطمینان آماری

چنانچه قبلاً هم اشاره شد دراولین قدم جهت تعیین پارامترهای سه‌گانه که مشخص‌کننده سطح ناصافی یك لوله‌اند میبایست اطمینان حاصل نمود که پارامترهای محاسبه شده از چند نمونه پرفیل برداشت شده میتوانند نماینده تمام آن ناصافی قرارگیرند یعنی با تعیین طول مشخصه‌ای برای برداشت پرفیلها تحقیق بعمل آیدکه پیوستگی رابطه (۷) برقرار نمیباشد . این عمل طی یك رشته آزمونهای ریاضی روی نمونه پرفیلهای برداشته شده انجام میگیردکه عبارتند از :

الف ـ Student-Test برای بدست آوردن عدد میانگین حسابی

ب ـ Chi-Quadrat-Test و یا آزمون $\mathcal{H}^2$ برای بدست آوردن عدد انحراف معیار. هردوآزمون نامبرده خود براین فرضیه قرار دارندکه منحنی فراوانی موجود بصورت منحنی هنجاری (منحنی Gaus)

میباشد پس لازم است قبل از انجام آزمونهـای نامبرده کنترل شود کـه آیا شرط منحنی گـاوس درحد تقریبی برقرار میباشد یا نه این عمل نیز خود توسط تعیین مقادیر عددی « بی‌قرینگی » از رابطه :

$$CS = \frac{n\,\Sigma\,(y_i - \bar{y})^3}{(n-1)(n-2)\times\sigma^3} \qquad (۱۳)$$

و «کورتوز» از رابطه :

$$ES = \frac{n(n-1)\,\Sigma(y_i-\bar{y})^4 - 3(n-1)\,[\Sigma(y_i-\bar{y})^2]^2}{(n-1)(n-2)(n-3)\times\sigma^4} \qquad (۱٤)$$

محاسبه میشود که درآنها $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ میباشد .

درصورتیکه اعداد بی‌قرینگی و کـورتوز مربوط به منحنی فراوانی از حدودی تجاوز نکنند (درمورد مسئله مورد بحث حد مزبور یک فرض میگردد) دراینصورت با دقت کافی میتوان منحنی فراوانی را بصورت منحنی گاوس فرض نمود و آزمونهای دوگانه نامبرده را اجرا نمود [۱۳] و [۱٤] .

درصورتیکه آزمونهای نامبرده نتیجه مثبت ارائـه دهند میتوان اعداد حاصل از میانگین و انحراف معیار را بعنوان اعداد مشخصه برای تمام ناصافی‌ها انتخاب نمود و درصورتیکه آزمونهای فوق‌الذکر نتیجه منفی دهند میبایست طول مشخصه را به‌اندازه‌ای اضافه نمود که شرایط ریاضی فوق‌الذکر برقرار گردند .

درمورد پارامتر δ باید باین‌محدودیت توجه نمود که در رابطه(۱۲) نمیتوان عدد j را زیادبزرگ اختیار نمود زیرا بـا کم شدن $(n-j)$ از دقت اطلاعات داده شده توسط تـابع ACF کاسته میگردد بنابر۔ پیشنهاد دو دانشمند ریاضی Blockmann و Tuky که درتکـامل این دو تابع مطالعاتی طولانی کرده‌اند باید عدد j حداکثر از ۱٫ر. مقدار n تجاوز نکند .

دراینجا لازم به تذکر است که استفاده از معادلـه ACF و بقیه روشهای ریاضی ذکر شده دراین قسمت بعلت‌زیادی‌حجم‌محاسبات فقط با کمک ماشینهای‌حساب‌الکترونیکی (Computer) قابل‌اجرامیباشد .

قسمت دوم ـ تجزیه و تحلیل اثر ناصافی‌های طبیعی درجریان توربولانت (جریان دوهم) .

۱ـ معادله کلی حرکت

معادله دیفرانسیل ناویـه استکس (Navier stockes) نمایش‌دهنده تعادل نیروهـای وارد بیک ذره مایع میباشد . این نیروها عبارتند از :

الف نیروهای اینرسی که خود از دوقسمت تشکیل میشود .

اول نیروهای اینرسی کـه ناشی از حرکت ذرات و برخورد آنها به عناصر ناصافی بوجـود میآیند . این نیروها درلوله‌های صیقلی از بین میروند .

دوم نیروهای اینرسی ناشی ازحرکت ذرات وبرخورد آنها بهم که دراثر خاصیت توربولانت بوجود میآیند و لذا وجود آنها بستگی بنوع جدار لوله ندارد .

ب ـ نیروهای حجمی که در این‌مورد تشکیل شده‌است از نیروی ثقل ذرات که ازطرف زمین به‌آنها وارد میشود .

ج ـ نیروهای سطحی که بسطح ذرات وارد میشوند و عبارتند از نیروهای ناشی از فشار و نیروهای ناشی از اصطکاك .

با توجه به نکات فوق‌الذکر و اینکه $\vec{v}$ بردار سرعت لحظه‌ای است میتوان معادله دیفرانسیل ناویه را بصورت زیر نوشت :

$$\underbrace{\rho(\vec{v}\nabla\vec{v})}_{\text{نیروهای اینرسی}} = \underbrace{\rho\vec{g}}_{\text{نیروهای‌حجمی}} - \underbrace{\nabla\vec{p} + \eta\Delta\vec{v}}_{\text{نیروهای سطحی}} \tag{10}$$

برای‌اینکه قسمتی از نیروهای‌اینرسی ناشی از توربولانت را ازبقیه جدا سازیم ازطرفین‌معادله(۱۰) میانگین زمانی میگیریم . حال اگر سرعت متوسط را با $\bar{v}$ و نوسانات ناشی از حرکت توربولانت را با v' و تلاش برشی حقیقی (تلاش برش لامینار) ناشی از لزجت مایع را با τ_l و تلاش برشی ظاهری ناشی از توربولانت را با τ_t نشان دهیم خواهیم داشت [٤] ، [٦] و [۱۲] .

$$\vec{v} = \vec{\bar{v}} + \vec{v}'$$

$$\rho v' v' = \tau_t$$

و لذا میتوان رابطه (۱۰) را بصورت زیر نوشت :

$$\rho(\vec{\bar{v}}\nabla\vec{\bar{v}}) = -\rho\vec{\bar{g}} - \overline{\nabla p} + \overline{\nabla\tau_l} + \overline{\nabla\tau_t}$$

که درآن τ_l از رابطه نیوتن :

$$\tau_l = \eta \frac{dv}{dy}$$

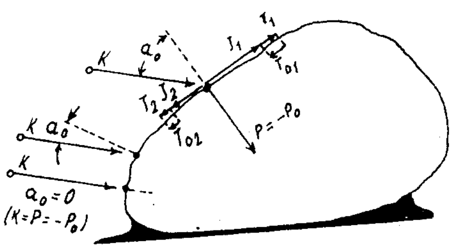
و τ_t از تئوری طول تداخل پراندل طبق رابطه (۱۷) بدست میآید .

$$\tau_t = \rho l^2 \left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \tag{17}$$

۲ـ تأثیر یک عنصر ناصافی جدار لوله دربرابر جریان

درلوله‌های زیر اثر تلاش برشی لامینار τ_l منحصر میشود به قشر بسیار نازك حدکه روی جدار

لوله قرارگرفته درصورتیکه تلاش برشی ناشی از جریان توربولانت τ_t درتمام سطح مقطع جریان ظاهر شده و با کمک قشر حد برجدار مؤثر واقع میگردد . تأثیر ضربه های ناشی از برخورد ذرات مایع بهجدار ویا عنصر ناصافی بسته به شیب نقطه برخورد با نسبتهای مختلف طبق شکل (۳) بصورت مؤلفه های مماسی و قائم ظاهر میگردد . مؤلفه قائم ناشی از ضربه ذره مایع کاملاً توسط جدار جذب شده درصورتیکه مؤلفه مماسی بسته بهضخامت قشر حد قسمتی بصورت تلاش برشی τ_o توسط جدار جذب و قسمتی بصورت مقدار حرکت J دوباره وارد جریان میگردد . لذا مقدار زاویه برخورد و یا بعبارت دیگر شیب نقطه برخورد درمیزان لفت فشار و یا ضریب مقاومت λ مؤثر میباشد بدینجهت اثر ناصافی‌های مصنوعی و متناوب روی جریان با اثر ناصافی‌های طبیعی تفاوت مییابد . درآزمایشهائی‌که Nikuradse و Morris و دیگران روی ناصافی‌های مصنوعی و متناوب بعمل آوردند زاویه برخورد α_o بستگی به عدد راینلدز R_e داشته و لذا درمنحنی‌های $(\lambda - R_e)$ حاصله از آزمایشهای این محققین تغییرات λ نسبت به R_e دارای ماکزیممی میباشد درصورتیکه درناصافی‌های طبیعی بعلت اینکه شیب جدار لوله در نقاط برخورد ذرات مطابق شکل (۱) کاملاً تصادفی و تابع هیچ نوع تغییرات تناوبی نیست این موضوع سبب میشود که دریک طول مشخصه از لوله بستگی زاویه برخورد ازضریب مقاومت λ از بین میرود .



شکل (۳) تجزیه نیروی F ناشی ازضربه ذرات مایع روی عنصر ناصافی به :

۱ - مؤلفه قائم P $\left(P=\int_A p_o \times dA\right)$

۲ - مؤلفه مماسی T که توسط جدارجذب میشود $\left(T=\int_A \tau_o \times dA\right)$

۳ - مؤلفه مماسی که دوباره درجریان تلاطم ایجاد میکند (J)

۳- معادله کلی ضریب مقاومت لوله باکمک حساب آمار و احتمالات

جهت تعیین حالت کلی معادله ضریب مقاومت λ با توجه به روشی که پراندل بکار برد و با فرض برقرار بودن پخش لگاریتمی سرعت یعنی :

$$v=v_*\left(\frac{1}{\mathcal{H}} L \frac{y_1}{y_o}\right) \qquad (۱۸)$$

که درآن $v_* = \sqrt{\frac{\tau_\circ}{\rho}}$ سرعت برشی میباشد [٤] و [٦] .

طبق شکل (١) مقدار دبی که از لوله میگذرد برابر است با :

$$Q = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_\circ} v \times r \times dr \times d\varphi$$

با استفاده از رابطه (١٨) نتیجه میشود :

$$Q = v_* \int_0^{2\pi} \frac{r_\circ^2}{2}\left(\frac{1}{\mathcal{H}} L \frac{r_\circ}{y_\circ} - \frac{3}{2\mathcal{H}}\right) d\varphi \qquad (١٩)$$

حال اگر متوسط شعاع $r_\circ$ را روی محیط دایره برابر $\hat{r}$ و نوسانات شعاع را نسبت به $\hat{r}$ برابر r' فرض کنیم خواهیم داشت :

$$r_\circ = \hat{r} \pm r'$$

درصورتیکه S_u انحراف معیار $r_\circ$ روی محیط باشد نتیجه میشود :

$$S_u^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r'^2 \times d\Phi \neq f(\Phi)$$

با توجه به نکات فوق‌الذکر میتوان رابطه (١٩) را بصورت زیر نوشت :

$$Q = v_* \int_0^{2\pi} \frac{(\hat{r}^2 + r'^2 \pm 2\hat{r}r')}{2}\left(\frac{1}{\mathcal{H}} L \frac{\hat{r}+r'}{y_\circ} - \frac{3}{2\mathcal{H}}\right) d\varphi \qquad (٢٠)$$

دراین رابطه عدد :

$$L\frac{\hat{r}+r'}{y_\circ} \approx L\frac{\hat{r}}{y_\circ} \quad \text{و} \quad \mathcal{H} \neq f(\varphi)$$

میباشد و ازطرفی $y_\circ$ تابعی است از مشخصات هندسی جدار لوله یعنی :

$$y_\circ = f(S_u \text{ و } \delta \text{ و } \beta)$$

حال با توجه به‌اینکه انحراف معیار S_u عامل هندسی اصلی‌میباشد میتوانیم بستگی $y_\circ$ را به‌صورت زیر بنویسیم :

$$y_\circ = S_u \times f\left(\frac{\delta \times \beta}{S_u}\right)$$

با توجه به نکات ذکر شده میتوان رابطه (۲) را بصورت زیر نوشت :

$$Q = \frac{v_*}{2\mathcal{H}}\left[2\pi\hat{r}^2\left(L\frac{\hat{r}}{S_u} - \frac{3}{2}\right)\right] + 2\pi S_u^2\left(L\frac{\hat{r}}{S_u} - \frac{3}{2}\right) - \hat{r}^2\int_0^{2\pi} Lf\left(\frac{\delta\times\beta}{S_u}\right)d\varphi$$

$$-\int_0^{2\pi} r' Lf\left(\frac{\delta\times\beta}{S_u}\right)d\varphi - 2\hat{r}\int_0^{2\pi} r' Lf\left(\frac{\delta\times\beta}{S_u}\right)d\varphi \qquad (۲۱)$$

چون $\int_0^{2\pi} r' d\varphi = 0$ است لذا در دو انتگرال آخری رابطه (۲۱) صفر بوده و انتگرال باقیمانده بعلت نامعلوم بودن تابع f قابل محاسبه نیست اگر آنرا بصورت تابع C_1 بنامیم خواهیم داشت :

$$Q = v_* \times \hat{r}^2 \times \pi\left[\left(1 + \frac{S_u^2}{\hat{r}^2}\right)\frac{1}{\mathcal{H}} L\frac{\hat{r}}{S_u} + C_1\right]$$

بجای شعاع $\hat{r}$ میتوان بادقت کافی شعاع حجمی $\frac{D}{2}$ را قرار دهیم (شعاعی که با اندازه‌گیری حجم لوله بدست میآید) .

درنتیجه :

$$Q = \frac{\pi D^2}{4}\left[\frac{1}{\mathcal{H}}\left(1 + \frac{4S_u^2}{D^2}\right)L\frac{D}{S_u} + C_2\right]$$

برای بدست آوردن یک معادله کلی برای تمام طول لوله میتوان بجای S_u یعنی انحراف معیار روی محیط مقدار انحراف معیار روی جمیع سطح داخلی لوله یعنی σ را قرار داد و نیز بجای v_* از رابطه :

$$v_* = v \times \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$$

استفاده کرده با توجه به‌اینکه عدد ثابت $\mathcal{H}$ نیز بستگی با مشخصات جدار نداشته و توسط نیکو را ذره برابر 0,4 اندازه‌گیری شده است خواهیم داشت :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}0\left(1 + \frac{4\times\sigma^2}{D^2}\right)\log\frac{D}{\sigma} + C \qquad (۲۲)$$

اندازه‌گیری‌های مقادیر σ روی لوله‌های مختلف نشان میدهند که عبارت $\frac{4\sigma^2}{D^2}$ در رابطه (۲۲) برای شدیدترین ناصافی‌های ممکنه همیشه عددی کوچکتراز ۰۰۰.۰ را نشان میدهد که در برابر عدد یک داخل پرانتز قابل چشم‌پوشی است ولذا میتوان عبارت رابطه مزبور را بصورت :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}0 \log \frac{D}{\sigma} + C \qquad (۲۳)$$

خلاصه نمود رابطه ۲۳ معادله کلی تعیین λ ضریب مقاومت لوله در برابر جریان آب میباشد که درآن σ انحراف معیار ارتفاعات ناصافی‌ها نسبت به میانگین حسابی آنها میباشد و C تابعی است از پارامترهای δ (نمایش دهنده اثر فاصله عناصر ناصافی) و β (نمایش دهنده شکل عناصر مزبور) و σ . مقایسه‌ای با معادله (٤) نشان میدهد که عملاً σ بجای k مصرف شده با این امتیاز که تعیین σ برخلاف k احتیاج به آزمایش هیدرولیکی ندارد و میتواند مستقیماً روی یک قطعه لوله تعیین گردد .

قسمت سوم ـ تعیین معادله ضریب مقاومت لوله برای ناصافی‌های شدید طبیعی

برای تعیین معادله ضریب مقاومت‌لوله درناصافی‌های شدید طبیعی لازم است در رابطه ۲۳ مقدار تابع C را برای چنین لوله هائی بشکل آزمایشی تعیین نمود .

آزمایشهای‌لازمه روی ۱۰ عدد ناصافی‌طبیعی‌مختلف و ۸ عدد ناصافی‌های‌متناوب که درلوله هائی بقطر $11\ cm$ و طول ۱٤٫٥ متر کارگذاری شده بودند انجام گرفت . دراینجا از بحث تفصیل آزمایشهای هیدرولیکی و روش برداشت پرفیلهای طولی خودداری شده فقط به ذکر نتایج آنها اکتفا میگردد .

اولین نتیجه قاطعی که از آزمایشهای فوق‌الذکر گرفته شد و از نظر تئوریکی نیز کاملاً پیش‌بینی میگردد افزایش کمیت C با زیاد شدن ناصافی نسبی $\frac{\sigma}{D}$ است با توجه به نتایج حاصله اگر تناسب مزبور را بطور تقریب خطی فرض کنیم میتوان رابطه کلی زیر را طرح نمود .

$$C = A\left(\frac{\sigma}{D} - E\right) \log \frac{B \times D}{\delta \times \beta} \qquad (۲٤)$$

که‌درآن A و B و E اعداد ثابتی‌میباشند که تعیین‌آنها فقط با استفاده ازنتایج عددی‌آزمایشهای‌هیدرولیکی فوق‌الذکر ممکن است .

نتایج عددی آزمایشهای هیدرولیکی روی ده نوع ناصافی طبیعی بصورت جدول(۱) داده شده‌است [٤] و [٦] .

ضرایب A و B باید باتوجه به‌اینکه انحراف نقاط حاصله از آزمایشها درشکل (٤) نسبت به‌خط

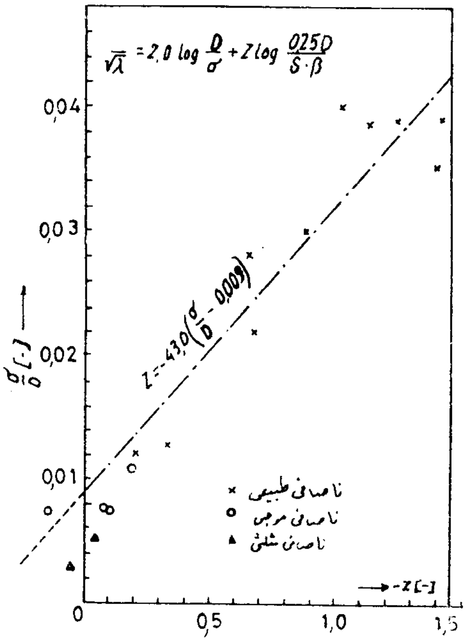
$$Z = A\left(\frac{\sigma}{D} - E\right)$$

جدول ۱ ـ مقایسه روشهای مختلف محاسبه ضریب مقاومت

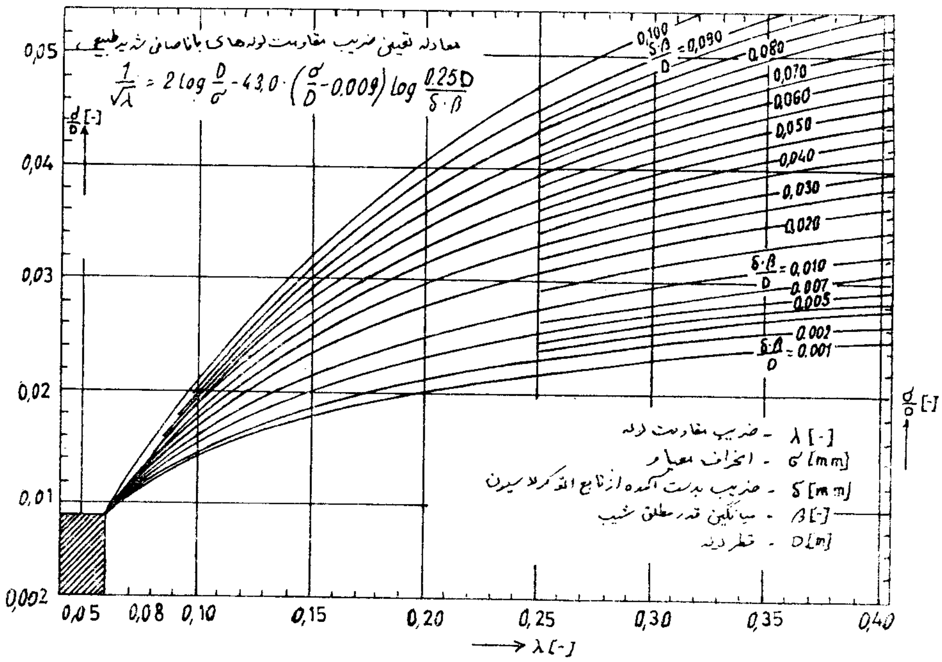
ردیف	λ تجربی ازآزمایش	مقدار λ ازفرمول (۵)			مقدار λ ازفرمول (۲۵)					
					$\frac{D}{\sigma}$	با C=0		با C≠0		
		D/k	λ	Δλ		λ	λ	D/δ×β	λ	Δλ
—	—	—	—	%	—	—	%	—	—	%
1	0,199	9,3	0,102	−48,7	32,89	0,109	−45,5	32,44	0,206	+ 3,7
2	0,249	10,2	0,099	−60,0	52,71	0,126	−49,5	21,07	0,279	+12,1
3	0,161	9,0	0,103	−36,0	35,46	0,104	−35,3	33,36	0,183	13,7
4	0,344	10,3	0,098	−71,5	25,58	0,126	−63,4	24,13	0,306	−10,9
5	0,309	—	—	—	25,51	0,126	−59,1	26,18	0,326	5,5
6	0,244	—	—	—	28,33	0,118	−51,5	17,19	0,208	−14,6
7	0,184	—	—	—	24,88	0,128	−30,3	11,33	0,208	13,8
8	0,079	23,7	0,066	−16,5	83,33	0,068	−14,2	91,74	0,074	− 5,8
9	0,090	22,4	0,068	−24,4	78,74	0,070	−22,8	86,77	0,078	−13,3
10	0,143	—	—	—	45,04	0,091	−36,1	38,87	0,132	− 7,6

k= میانگین قطر دانه‌های شن

می‌لیمم باشد محاسبه گردد ، ضریب E بایـد تغییر شکل ناصافی نسبی را از حالت شدید به‌حالت معمولی نشان دهد . محاسباتی‌که برمبنای آزمایشهای فوق‌الذکر انجام گرفته است و با توجه به نکات ذکر شده و قرار دادن مقادیر عددی A ، B و E در رابطـه (٢٤) و سپس با قرار دادن مقدار C از رابطه (٢٤) در رابطه (٢٣) ، نتیجه میشود :



شکل ٤ ـ بستگی تابع Z از ناصافی نسبی $\frac{\sigma}{D}$



شکل ٥ ـ نمایش تغییرات ضریب مقاومت‌لوله λ

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log\frac{D}{\sigma} - 43,0\left(\frac{\sigma}{D} - 0,0009\right)\log\frac{0,25\,D}{\delta\times\beta} \qquad (۲۰)$$

رابطه (۲۰) بصورت آباکی درشکل (۵) رسم شده است .

با مقایسه رابطه (۲۰) با رابطه (۵) نتیجه میشود :

$$k_s = 3,71\times\sigma\times\left[\frac{0,25\,D}{\delta\times\beta}\right]^{21,5\left(\frac{\sigma}{D} - 0,0009\right)} \qquad (۲۶)$$

یعنی با استفاده از رابطه (۲۶) میتوان بدون توسل به یک آزمایش هیدرولیکی و فقط براساس تعیین پارامترهای هندسی σ ، δ و β باکمک برداشت پروفیل های طولی مقدار k_s را محاسبه نمود [٤] .

منابع

1 – Brown, B. f. and chu, Y. H. : «Boundary Effects of Uniform Size Roughness Elements in Two-dimensional Flow in Open Channels». U. S. Army Enginerr Waterways Experiment Station. Paper H. 68. 5. Vicksburg Mississipi 1968.

2 – Hellström, B. : «Friction Losses in Unlined Rock Tunnels». Bulletin Nr. 49 of the Institute of Technology, Stockholm, Schweden, 1955.

3 – Huval, G. J. : «Hydraulic Design of Unlined Rock Tunnels». Journal of the Hydraulic Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, July 1969.

4 – Monzavi, M. T. : «Widerstandsgesetz auf Statistischer Basis für extreme natürliche Rauhigkeiten in Druckrohren». Technische Bericht Nr. 8 des Institutes für Hydraulik und Hydrologie der Technische Hochschule Darmstadt 1972.

5 – Monzavi, M. T. : «Statistische Untersuchung extremer natürlicher Rohrrauhigkeiten». Die Bautechnik April 1973

6 – Monzavi, M. T. : «Widerstandsgesetz für extreme natürliche Rauhigkeiten in Druckrohren». Die Bautechnik July 1973.

7—Morris, H. M. : «Design Methods for Flow in Rough Conduits». Journal of the Hydraulics Division, Proccedings of the American Society of Civil Engineers, July 1959.

8—Nikurades, J. : «Strömungsgesetze in rauhen Rohren». VDI Forschungsheft Nr 361, August 1933.

9—Prandtl, L. : «Führer durch die Stromungslehre». 2· Auflag 1944.

10—Priha, S. : «Hydraulic Properties of Small Unlined Rock Tunnels». Journal of the Hydraulics Division Proccedings of the American Society of Civil Engineers July 1969.

11—Schlichting, H. : «Experimentelle Untersuchung Zum Rauhigkeitsproblem». Ingenieur—Archiv, 7. B and 1. Heft 1936.

12—Whitaker, S. : «Introduction to Fluid Mechnics». Prentice—Hall International Inc. 1968.

۱۳ — افضلی‌پور : اصول و روشهای ریاضی آمار

۱۴ — مهدوی اردبیلی : احتمالات وآمار ریاضی

A Resistance law for Extreme Natural Roughness in Pressure Pipes Based on Statistical Methods

By :

Dr. Ing. M. T. Monzavi

Contradiction and uncertainity in estimating the roughness parameter k_s (equivalent value of sand grain roughness) for the extremely rough region $D/k_s < 15$ gives occasion to further investigation on this problem. The aim of this study is to determine the rouhness parameter k_s with more precision or to find other characteristic parameters for this region of roughness.

Up to this time the investigation of various authors has been limited to cases of regularly arranged roughness elements of uniform geometrical shape.

In relation to these investigations it will be shown in this paper that the description of surface roughness by the height of the roughness elevations alone is not sufficient; in addition other parameters are required to describe the shape and arrangement of the roughness elements.

To this purpose nine types of roughness models were built showing various characteristics corresponding to many natural examples. Hydraulic tests were carried out on these models and their wall surfaces were statistically evaluated.

The experimentally determined λ—values are correlated with hydromechanically signifficant statistical parameters of the surface structure. Every parameter is examined with regard to its advantages and disadvantages, possible contradiction in special cases, its practical application and finally with respect to its influence on the value of λ.

The examination yields the following three main statistical parameters :

σ[m] Standard Deviation as a measure for the intensity of surface roughness. Its effect on the drag coefficient has been confirmed by recent works of other authors.

δ[m] Half-Width-Value. It is chosen because of properties of autocorrelation function and based on the result of measurements carried out on several profiles with constant geometrical form. δ is a measure for the mutual top distance of roughness elements in flow direction.

β[—] Absolute average value of the rough surfaces slope. β describes the form of the roughness elements.

The drag law for extreme natural roughness has been experimentally developed on the basis of Prandtl's mixing length theory.

In order to give the drag law a more general validity nine types of roughness models with different surface structures have been prepared for the hydraulic tests.

The deviation between the experimental results and the computed λ—value in the extremely rough region could be substantially reduced by this drag law.

Furthermore the accuracy which can be achieved by replacing k_s with σ in Prandtl's drag equation can be proved with regard to hydraulic investigations of other authors. The result in the normal rough range leads t a good approximaion for the λ — values.

It may be assumed that the uncertainity in the estimation of equivalent sand grain roughness in the normal rough range can be reduced by application of these three parameters derived from further investigations using more minute measurement steps.

An appropriate form coefficient would allow the expansion of the drag law formula introduced in this paper to include non-circular profiles and open channel flow properties. This would require further investigation of free-surface flow.