

## فشار پس‌ماند الکتریکی در عایقها<sup>(۱)</sup>

نوشته‌ی

امیرمنصور میری

دانشیار دانشکده فنی

پدیده پس‌ماند الکتریکی در عایقها از مدت‌ها پیش توجه محققین را بخود جلب کرده است و با وجود تمام کاوش‌های انجام یافته در این زمینه هنوز هم باید بررسی‌های زیادی در این باره بعمل آید. تندیصات انجام یافته تاکنون منحصرآ ببرروی جریان الکتریکی پس‌ماند متخرکز بوده و در رساله‌های علمی نگاشته شده در این زمینه، اشاره‌ای به پدیده فشار الکتریکی پس‌ماند نشده است. مقاله زیر منعکس کننده مطالعات آزمایش‌های این است که در مورد فشار الکتریکی پس‌ماند توسط نویسنده در سال ۱۹۶۵ در انتستیتوی فشار قوی دانشگاه صنعتی کارلسروهه<sup>(۲)</sup> انجام گردیده است. این بررسی بر روی دونظریه زیر استوار است:

۱. ر. - تئوری غیرهمگنی واگنر (تئوری چندلایه واگنر)<sup>(۳)</sup>.

۲. ر. - استفاده از قانون انطباق<sup>(۴)</sup>.

۱- اهمیت پدیده پس‌ماند در موارد زیر بیشتر مشهود می‌گردد:

۱۱- آزمایش کابلها و خازنهای فشار قوی بوسیله جریان دائم.

۱۲- اندازه‌گیری ضریب تلفات (Tan $\delta$ ) خازنا و کابل‌های فشار قوی با «نوسانات مستهلك

شونده» [۱] [۰] بعلاوه پدیده پس‌ماند الکتریکی بیان کننده مقاومت زیرنیز می‌باشد.

۱— Nachladespannung in Dielektrika (Residual Voltage in the Dielectric)

۲— Institut fuer Hochspannung Elektrische Anlagen und Elektrische Antriebe an der  
Technischen Hochschule Karlsruhe

۳— Wagnersche Mehrschichttheorie

۴— Superposition

۵— Verlustfaktormessung mit dem Verfahren der gedämpften Schwingung (Using Damped Oscillation Method for Measuring Dielectric Loss Factor)

۳- هرگاه دجوشن خازن پرشده‌ای را اتصال کوتاه دهیم این خازن تیخایه شده و پس از گذشت زمان کوتاهی با قطع ارتباط بین دجوشن بار پس‌ماندی در عایق واقع شده بین دجوشن باقی می‌ماند که فشار الکتریکی ای به مراد دارد. با اتصال کوتاه مجدد جوشن‌ها می‌توان خازن را دگربار تخلیه کرد.

۴- تلفات دی الکتریک یک خازن تحت فشار متناوب خیلی بیش از تلفات ناشی از هدایت اهمی بین دجوشن خازن می‌باشد.

۵- عددی الکتریک نسبی و کاپاسیته عایق تابعی از فرکانس فشار گذارده شده بوده و از طول زمانی که عایق تحت فشار الکتریک دائم قرار می‌گیرد نیز تعییت می‌کند.

۶- چنانچه یک خازن بارگیری و یا تخلیه گردد علاوه بر جریان‌های اهمی و خازنی، جریان دیگری از آن بنام جریان پس‌ماند، عبورخواهد کرد.  
پدیده‌های گفته شده در بالا از یکدیگر مستقل نبوده بلکه حتی بین آنها ارتباط نزدیکی نیز وجود دارد [۲].

۷- توجه به پدیده پس‌ماند در عایقهای و تکیه به آزمایشها مختلف نتایج عملی زیرا را بدست میدهد.

۸- کم کردن تلفات دی الکتریک در کابلها و تهیه خازن‌های با حداقل تلفات که برای اندازه گیری فشارهای بسیار زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۹- تشخیص ناخالصی در عایق [۳].

۱۰- اندازه گیری مقاومت عایقی [۴].

برای بدست آوردن مقاومت عایقی، فشار دائم معینی را بروی یک عایق قرار داده و از نسبت بین فشار جریان گذشته در عایق مقاومت آن بدست می‌آید. جریان الکتریکی ای که از عایق عبور مینماید قابل تقسیم به سه مؤلفه است.

۱۱- جریان اهمی.

۱۲- سریان خازنی.

۱۳- جریان پس‌ماند.

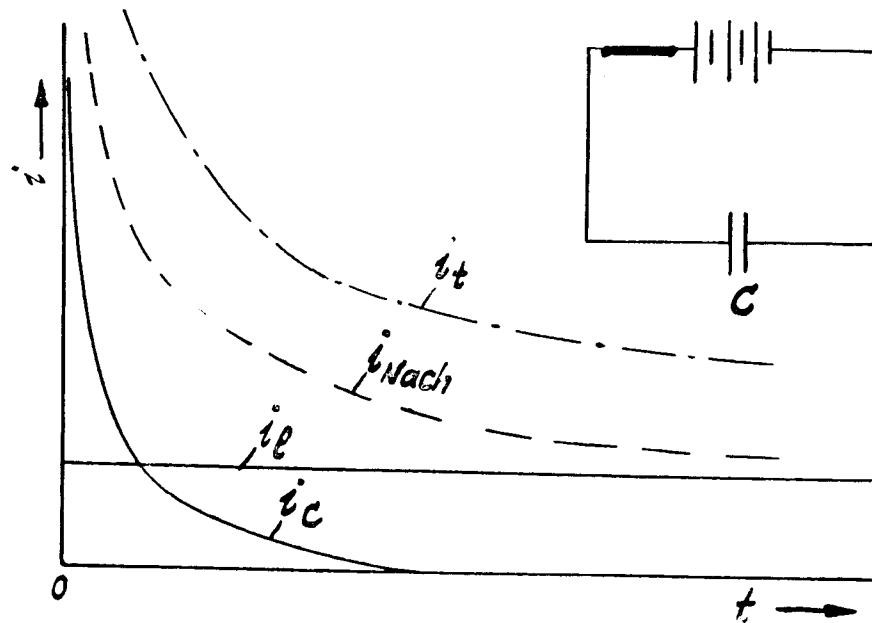
مقدار حقیقی مقاومت عایقی فقط تابعی از جریان اهمی عایق نیست بلکه درین اندازه گیری تحت تأثیر دو عامل نامبره شده در ۱۱ و ۱۲ مقدار جریان حقیقی تغییر می‌کند. اثر جریان خازنی فوری مستهلک می‌شود لیکن عبور جریان پس‌ماند تات مدت زیادی ادامه دارد و درنتیجه مقاومت عایقی متناسب با زمان تحت فشار بودن عایق، زیادتر می‌شود، از این‌رو مقاومت عایقی را برحسب زمان معین استاندارد شده‌ای (یکدیگر) تعیین مینمایند.

بدیهی است که پس از این زمان نیز جریان پس‌ماند وجود دارد که با توجه به آن مقاومت اصلی عایقی از مقدار اندازه گرفته شده، بیشتر می‌گردد.

۱۴- آنچه که در این زمینه انجام یافته است.

تا کنون تئوریهای مختلفی برای پدیده پس‌ماند وضع شده‌اند و آزمایش‌های نیز در این زمینه از اوآخر قرن نوزدهم انجام گرفته است که بعلت دقیق نبودن وسائل اندازه‌گیری در آن‌مان مقدار اولیه بدست آمده حائز اهمیت نمی‌باشند. فهرست کاملی از کارهای انجام شده در آثار Schweidler [۲] موجود می‌باشد. درین تئوریهای مختلفی که برای تفسیر این پدیده بیان شده‌اند دو تئوری اول که Maxwell [۰] و Wagner [۹-۶] آنرا بنیان گذاری کرده‌اند، پدیده پس‌ماند را در اثر ناتج انس بودن ماده فرض نموده و هیچگونه اشاره‌ای بساختمان اتمی نمینماید و طبق این تئوری وضع یک عایق در حوزه الکتریکی توسط دو ضریب دی‌الکتریک « $\epsilon$ » و هدايت « $\chi$ » معین می‌شود. یک عایق از تعدادی لایه با عدد دی‌الکتریک و هدايت الکتریکی مختلف تشکیل گردیده است. هرچه غیرهمگنی عایق کمتر شود اثر پدیده پس‌ماند الکتریکی در آن ضعیفتر می‌شود مثلاً پس‌ماند الکتریکی در اثر ذوب کردن اجسام ناپدید می‌شود و در گازها بطور محسوسی کوچک می‌گردد.

درئوری دوم که مربوط به Deby [۲] و Schweidler می‌باشد پدیده پس‌ماند الکتریکی را مربوط بوجود ملکولهای دوقطبی میدانند. کارهای تحقیقاتی انجام شده تماماً براساس جریان پس‌ماند می‌باشد و برای مجسم نمودن این جریان طبق شکل ۱ خازنی را تحت فشار جریان دائم قرار میدهیم. با جمع نمودن جریان‌های  $i_{\text{ن}}$  و  $i_{\text{ز}}$  که بشکل یک منحنی توانی با پایه (e) می‌باشد جریانی بدست می‌آید که در لحظه کمتر از مقدار جریان قابل اندازه‌گیری می‌باشد و این خود بیان‌کننده آنست که باید جریانی اضافی ( $I_{\text{Nach}}$ ) بمجموع فوق افزود تا جریان اصلی  $i_{\text{ن}}$  بدست آید (شکل ۱).



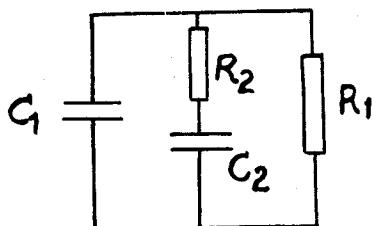
شکل ۱

برای جریان پس‌ماند  $I_{\text{Nach}}$  در ابطه زیر که هردو تا حدود دقیقی مسیر جریان را رسم می‌کنند پیش‌بینی شده است.

$$(1) \quad i_{Nach} = A \cdot e^{-kt}$$

$$(2) \quad i_{Nach} = A \cdot t^{-m}$$

[۱۰] یک خازن را طبق مدار معادل الکتریکی شکل ۲ نشان میدهد که در آن  $C_1$  ظرفیت خازن بر اثر ابعاد هندسی آن است و  $R_1$  مقاومت اهمی عایق و  $C_2$  و  $R_2$  نشان دهنده پدیده پس ماند در عایق



شکل ۲

میباشد. مدار معادل الکتریکی شکل ۲ غالباً کفایت بیان حالت الکتریکی عایق حقیقی را نمیکند بلکه باید آنرا بصورت یک سری از ترکیب خازن و مقاومت اهمی نشان داد [۱۱].

۴- بررسی علمی مطالب گفته شده در بالا - چنانچه خازن حقیقی (چندلایه) را تحت فشار جریان دائمی قرار دهیم لحظه‌ای پس از اتصال ، فشار الکتریکی مسولد به نسبت اعداد دی الکتریک لایه بر روی عایق تقسیم میشود. حالت فوق پایدار نبوده و در اثر موجود بودن و افزایش هدایت الکتریکی در لایه‌ها ، پتانسیل به نسبت هدایت الکتریکی لایه‌ها تقسیم میشود.

$$(3) \quad \frac{\varepsilon_{r1}}{x_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{x_2} = \dots = \frac{\varepsilon_{rn}}{x_n}$$

حالت ویژه نشان داده شده در رابطه ۳ تساوی مؤلفه‌های عمودی چگالی شار الکتریکی لایه‌ها را بایکدیگر برقرار میسازد و رابطه :

$$(4) \quad D_{n1} = D_{n2} = D_{n3} = \dots = D_{nn}$$

را بدست میدهد و در غیراینصورت یعنی زمانیکه :

$$(5) \quad \frac{\varepsilon_{rv}}{x_v} \neq \frac{\varepsilon_{rv+1}}{x_{v+1}}$$

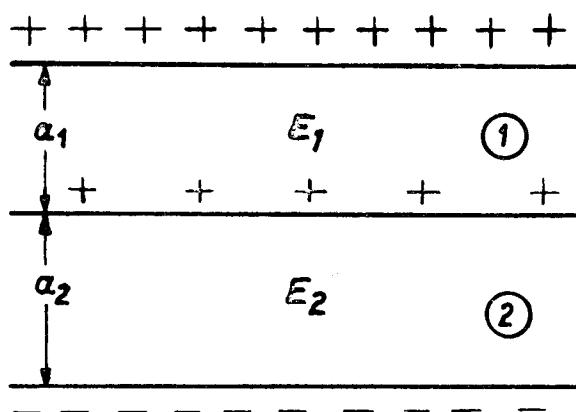
باشد برای مؤلفه‌های عمودی شار الکتریکی لایه‌ها نقاط منفرد (Discontinuons) بوجود می‌آیند و رابطه :

$$(6) \quad \frac{D_{nv}}{D_{nv+1}} = \frac{\varepsilon_{rv} \cdot x_{v+1}}{\varepsilon_{rv+1} \cdot x_v}$$

برقرار میشود. این رابطه نشان میدهد که بر روی فصل مشترک لایه‌ها بار الکتریکی ای باقی میماند. در صورت

اتصال جوشن‌های خازن حقیقی فوق یکدیگر با توجه به این مسئله که سطح مشترک لایه‌ها فاقد بار الکتریکی باشند بار جوشن‌ها از راه هادی تخلیه می‌شود و چنانچه بارهای مرزی در سطوح مشترک موجود باشند پس از عمل تخلیه وقطع ارتباط بین جوشن‌ها این بارهای باقیمانده ایجاد فشاری الکتریکی بین سطوح مشترک و جوشن‌ها مینماید که در صورت اتصال مجدد جوشن‌ها با یکدیگر جریانی در مدار ایجاد می‌شود که قابل اندازه گیری است. تبعیت فشار الکتریکی پس ماند از زمان  $f(t) = U_{Nach}$  را بنابر نظریه غیر همگنی (چندلایه) می‌باشد. تابع فوق را نیز بر حسب فرضیات K. W. Wagner [۹-۶] و Maxwell [۰] و Hopkinson و Schweidler [۱۲] تعیین مینماییم.

۵- محاسبه فشار الکتریکی پس ماند بر حسب زمان طبق فرضیه Maxwell - ابتدا خازن دو لایه‌ای را طبق شکل ۳ در نظر می‌گیریم و فشار الکتریکی پس ماند را در زمان  $t$  محاسبه می‌کنیم:



شکل ۳

که در آن :

$a =$	ضخامت لایه	$U_A = U_{Auf} =$	فشار کل (فشار بارگیری)
$E =$	شدت حوزه الکتریکی	$\epsilon_r =$	عدد دی الکتریک نسبی
$x =$	ضریب هدایت الکتریکی	$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$	
$Q =$	بار الکتریکی	$t_A = t_{Auf} =$	زمان بارگیری
$F =$	سطح لایه	$t_E = t_{Ent} =$	زمان تخلیه
$j =$	چگالی جریان کل	$k, k_1, k_2 =$	ضرایب ثابت
$i =$	جریان در لایه		
$U =$	فشار لایه		

در زیر عکس العمل خازن را درسه مرحله بررسی مینماییم.  
۱- زمان بارگیری خازن  $A$ .

در حالت بارگیری خازن ضرایب هدایت  $x_1$  و  $x_2$  در لایه‌ها جریانهای با چگالی  $\frac{i_1}{F}$  و  $\frac{i_2}{F}$  را

ایجاد مینما یند که روابط زیر نشان دهنده آنها میباشند :

$$(7) \quad \frac{i_1}{F} = x_1 \cdot E_1$$

$$(8) \quad \frac{i_2}{F} = x_2 \cdot E_2$$

چنانچه  $\frac{\epsilon_1}{x_1} \neq \frac{\epsilon_2}{x_2}$  برقرار گردد بروی فصل مشترک لایه ها بارهای الکتریکی جمع میشوند و در نتیجه رابطه زیر پدید میآید (بار مشبت بروی فصل مشترک) :

$$(9) \quad \frac{Q}{F} = D_2 - D_1$$

با توجه به اینکه اختلاف جریانها برابر با اختلاف تغییرات زمانی بارها است نتیجه میشود که :

$$(10) \quad i_1 - i_2 = \frac{dQ_2}{dt} - \frac{dQ_1}{dt}$$

باتوجه به روابط زیر و در نظر گرفتن معادله های ۳ و ۴ :

$$(11) \quad D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E_1$$

$$(12) \quad D_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_2$$

معادله ۱۰ بصورت زیر در میآید :

$$(13) \quad x_1 E_1 - x_2 E_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{dE_2}{dt} - \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{dE_1}{dt}$$

و یا :

$$(14) \quad x_1 E_1 + \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{dE_1}{dt} = x_2 E_2 + \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{dE_2}{dt} = j$$

از رابطه فوق چنین استنباط میشود که جریان در هر لایه از دو مؤلفه تشکیل گردیده است یکی جریان اهمی  $x \cdot E$  و دیگری جریان جابجایی  $\epsilon_0 \epsilon_r \frac{dE}{dt}$  که جمع آنها مقدار ثابتی بوده و این مقدار در تمام لایه ها یکسان میباشد. از طرفی جمع فشار الکتریکی بین لایه ها برابر فشار کل بارگیری است :

$$(15) \quad U_A = U_1 + U_2 = a_1 E_1 + a_2 E_2$$

از روابط ۱۰ و ۱۴ معادله دیفرانسیلی زیر را بدست میآوریم :

$$(16) \quad \frac{dE_1}{dt} + \frac{1}{T} E_1 = \frac{x_2 \cdot U_A}{\epsilon_0 (a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1})}$$

که در آن :

$$(17) \quad T = \frac{\epsilon_0 (a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1})}{a_1 x_1 + a_2 x_2}$$

معادله دیفرانسیلی فوق دارای ریشه ای برابر :

$$(18) \quad E_1 = \frac{x_r \cdot U_A}{a_1 x_r + a_r x_1} + k_o e^{-\frac{t}{T}}$$

است. ضریب ثابت  $k$  را از مقادیر اولیه تعیین می‌نماییم:  
چگالی بارگرفته شده از مولد:

$$(19) \quad \frac{Q}{F} \int j dt = x_1 \int E_1 dt + \epsilon_o \epsilon_r E_1 = x_r \int E_r dt + \epsilon_o \epsilon_r E_r$$

میباشد و چون  $\int E dt$  برای زمانهای کوچک  $dt$  قابل اغماض است لذا بازاء  $t=0$  مقادیر لحظه‌ای شدت حوزه  $E_1$  و  $E_r$  از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$(20) \quad \frac{Q}{F} = \epsilon_o \epsilon_r E_{1o} = \epsilon_o \epsilon_r E_{ro}$$

از ترکیب معادله فوق با رابطه:

$$U_A = a_1 E_{1o} + a_r E_{ro}$$

چنین نتیجه می‌شود:

$$(21) \quad E_{1o} = \frac{\epsilon_r U_A}{a_1 \epsilon_r + a_r \epsilon_{r1}}$$

$$(22) \quad E_{ro} = \frac{\epsilon_{r1} U_A}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}}$$

پس از قراردادن رابطه ۲۱ در ۱۸ برای ضریب  $k$  چنین خواهیم داشت ( $t=0$ )

$$(23) \quad K_o = U_A \left( \frac{\epsilon_{r2}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} - \frac{x_r}{a_1 x_r + a_r x_1} \right)$$

و درنتیجه معادله ۱۸ بصورت زیر درمی‌آید

$$(24) \quad E_1 = \frac{x_r U_A}{a_1 x_r + a_r x_1} + U_A \left( \frac{\epsilon_{r2}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} - \frac{x_r}{a_1 x_r + a_r x_1} \right) e^{-\frac{t}{T}}$$

و بهمین طریق:

$$(25) \quad E_r = \frac{x_1 U_A}{a_1 x_r + a_r x_1} + U_A \left( \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} - \frac{x_1}{a_1 x_r + a_r x_1} \right) e^{-\frac{t}{T}}$$

از معادله‌های ۲۵ و ۲۰ استنباط می‌شود که در وهله اول شدت حوزه‌ها در لایه‌ها تابع اعداد دی‌الکتریک بوده لیکن پس از آن مقادیر آنها تابع همایت لایه‌ها می‌گردند. پس از تمام شدن عمل بارگیری در زمان  $t_A$  بردار شدت حوزه‌ها مقادیر زیر را می‌پذیرند:

$$(26) \quad E_1(t_A) = \frac{x_r \cdot U_A}{a_1 x_r + a_r x_1} + U_A \left( \frac{\epsilon_{r2}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} - \frac{x_r}{a_1 x_r + a_r x_1} \right) e^{-\frac{t_A}{T}}$$

$$(27) \quad E_r(t_A) = \frac{x_1 \cdot U_A}{a_1 x_2 + a_2 x_1} + U_A \left( \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1}} - \frac{x_1}{a_1 x_2 + a_2 x_1} \right) e^{-\frac{t_A}{T}}$$

زمان تخلیه خازن  $t_E$

اکنون دوجوشن خازن را کورسیر کوئی مینماییم. درحظه اول بار جوشن ها متعادل گردیده (پلاریزاسیون لحظه‌ای) بنابراین مقادیر شدت حوزه‌های لایه‌ها بمیزان معادلات ۲۱ و ۲۲ کمتر میشوند. شرایط اولیه این حالت بقرار زیرند:

$$(28) \quad E_1^+(t_A + \Delta t) = E_1(t_A) - \frac{\epsilon_{r2} \cdot U_A}{a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1}}$$

$$(29) \quad E_r^+(t_A + \Delta t) = E_r(t_A) - \frac{\epsilon_{r1} \cdot U_A}{a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1}}$$

در روابط فوق  $E_1^+$  و  $E_r^+$  شدت حوزه‌ها در لایه‌ها در حین تخلیه میباشند. معادله دیفرانسیلی مرحله تخلیه بصورت زیر است:

$$(30) \quad \frac{dE_1^+}{dt} + \frac{1}{T} E_1^+ = 0$$

و ریشه آن عبارتست از:

$$(31) \quad E_1^+ = K_1 e^{-\frac{t-t_A}{T}}$$

$$(32) \quad K_1 = E_1^+(t_A + \Delta t)$$

با زاء از معادله ۳ با روابط ۲۸ و ۲۹ مقدار شدت حوزه  $E_1^+$  را پس از زمان تخلیه

بدست میآوریم:

$$(33) \quad E_1^+(t_A + t_E) = U_A \left[ \frac{x_2}{a_1 x_2 + a_2 x_1} - \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{T}} \right) e^{-\frac{t_E}{T}}$$

بهین ترتیب برای  $E_r^+$  نتیجه زیر بدست میآید:

$$(34) \quad E_r^+(t_A + t_E) = U_A \left[ \frac{x_1}{a_1 x_2 + a_2 x_1} - \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_2 \epsilon_{r1}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{T}} \right) e^{-\frac{t_E}{T}}$$

زمان پس از قطع ارتباط جوشنها.

در این حالت جریانی در مدارهای خارجی خازن وجود ندارد بنابراین رابطه زیر بقرار است:

$$(35) \quad x_1 E_1^{++} + \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{dE_1^{++}}{dt} = 0$$

و یا:

$$(36) \quad \frac{dE_1^{++}}{dt} + \frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} E_1^{++} = 0$$

ریشه معادله دیفرانسیلی فوق بعبارت زیراست

$$(۲۷) \quad E_1^{++} = K_r e^{-\frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} [t - (t_A + t_E)]}$$

که در آن :

$$(۲۸) \quad K_r = E_1^+ (t_A + t_E) = E_1^{++} (t_A + t_E + \Delta t)$$

و با منظور کردن مقدار ضریب  $K_r$  در معادله ۲۷ نتیجه میشود که

$$(۲۹) \quad E_1^{++} = U_A \left[ \frac{x_r}{a_1 x_r + a_r x_1} - \frac{\epsilon_{r2}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{t_E}{T}} \right) . e^{-\frac{t_E}{T}} . e^{-\frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} [t - (t_A + t_E)]}$$

و بهمین طریق :

$$(۳۰) \quad E_r^{++} = U_A \left[ \frac{x_1}{a_1 x_r + a_r x_1} - \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{T}} \right) .$$

$$e^{-\frac{t_A}{T}} . e^{-\frac{x_r}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} [t - (t_A + t_E)]}$$

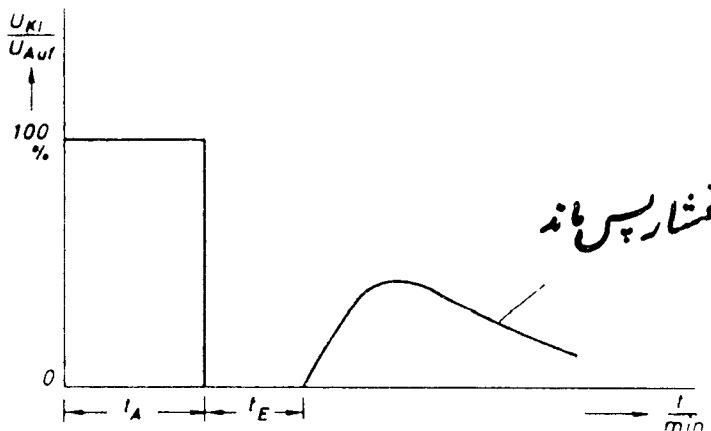
چون مقدار  $U_A$  همواره بنابر رابطه ۵ معلوم است بنابراین فشار پس ماند را از رابطه زیر بدست سیاوردیم

$$(۳۱) \quad U_{Nach} = a_1 E_1^{++} + a_r E_r^{++}$$

با قراردادن معادلات ۹ و ۱۰ در رابطه ۱۴ نتیجه زیر حاصل میشود

$$(۳۲) \quad U_{Nach} U_A \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{T}} \right) . e^{-\frac{t_E}{T}} \left[ a_1 \left( \frac{x_r}{a_1 x_r + a_r x_1} - \frac{\epsilon_{r2}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} \right) e^{-\frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} [t - (t_A + t_E)]} + a_r \left( \frac{x_1}{a_1 x_r + a_r x_1} - \frac{\epsilon_{r1}}{a_1 \epsilon_{r2} + a_r \epsilon_{r1}} \right) e^{-\frac{x_r}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} [t - (t_A + t_E)]} \right]$$

منحنی زیر نمودار معادله فوق میباشد :



شکل ۴

از آنچه گفته شد نتایج زیر بدست می‌آید :

- ۱ - تابع زمانی فشار پس ماند یک خازن دولایه‌ای از ترکیب دو تابع توانی با پایه (e) تشکیل شده است و بطوریکه مشاهده می‌شود درهاییک از دوتابع نامبرده تخلیه بار الکتریکی هر لایه همایت همان لایه را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

۲ - بازای  $t = t_A + t_E$  مقدار فشار پس ماند برابر صفر می‌شود.

- ۳ - برای زمانهای Relaxation مقدار فشار پس ماند مساوی صفر می‌گردد (فشار پس ماند پدید نمی‌آید).

۴ - با زیاد نمودن زمان بارگیری  $t_A$  فشار پس ماند بزرگتر می‌شود.

۵ - با زیاد نمودن زمان تخلیه  $t_E$  فشار پس ماند کوچکتر می‌شود.

- ۶ - برای بررسی اثر میزان فشار بارگیری بروی فشار پس ماند Evershed [۴] تابع بودن همایت لایه‌ها از فشار بارگیری را بسط Exponential فرض نموده بطوریکه با بالا رفتن فشار بارگیری همایت لایه‌ها بیشتر می‌شود. چنانچه  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_r$  و  $x_1 > x_2$  فرض شوند معادله ۲ بصورت ساده زیر درمی‌آید :

$$(43) \quad U_{Nach} = U_A \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{T}} \right) e^{-\frac{t_E}{T}} \left[ \left( \frac{x_2}{x_1 + x_2} - \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_r} [t - (t_A + t_E)]} + \left( \frac{x_1}{x_1 + x_2} - \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{x_2}{\epsilon_0 \epsilon_r} [t - (t_A + t_E)]} \right]$$

دو جمله

$$(44) \quad \left( \frac{x_2}{x_1 + x_2} - \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{x_1}{\epsilon_0 \epsilon_r} [t - (t_A + t_E)]}$$

و

$$(45) \quad \left( \frac{x_1}{x_1 + x_2} - \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{x_2}{\epsilon_0 \epsilon_r} [t - (t_A + t_E)]}$$

داخل کروشه فشارهای لایه‌ها را بیان میدارند. برای  $x_1 > x_2$  فشار  $U_2$  بیشتر از  $U_1$  می‌شود و این موضوع طبق فرضیه Evershed نتیجه  $\Delta x_2 > \Delta x_1$  را بدست میدهد بنابراین روابط زیر بدست می‌آیند :

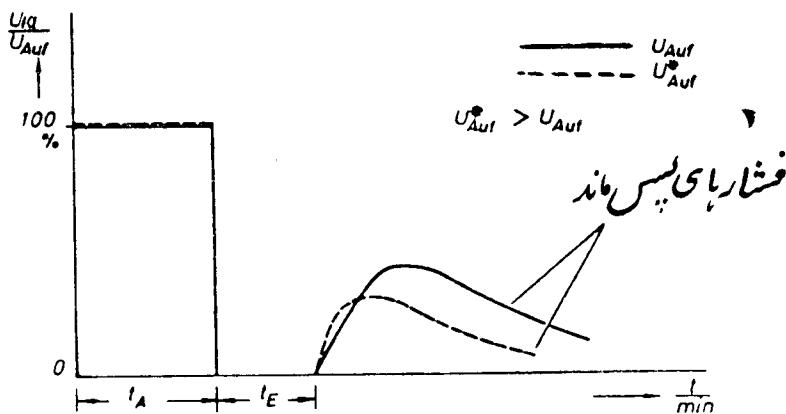
$$\frac{\Delta x_1}{x_1} < \frac{\Delta x_2}{x_2}$$

$$\frac{x_2}{x_1 + x_2} = \frac{1}{1 + \frac{x_1}{x_2}} < \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_1}{x_1 + x_2} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{x_1 + \Delta x_1}{x_1 + x_2 + \Delta x_1 + \Delta x_2} = \frac{1}{1 + \frac{x_1}{x_2} \left( \frac{1 + \frac{\Delta x_1}{x_1}}{1 + \frac{\Delta x_2}{x_2}} \right)} > \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$

$$\frac{x_1 + \Delta x_1}{x_1 + x_2 + \Delta x_1 + \Delta x_2} < \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$

از روابط فوق نتیجه میشود که مقادیر اولیه دو جمله توانی با پایه (e) (۴۳) و (۴۴) برای فشار بارگیری بزرگتر، گوچکتر میشوند و بعلاوه این جمله ها با میل تندری نزولی میگردند.  
شکل ۰ نشان دهنده نمودار زمانی فشار پس ماند برای دوفشار بارگیری مختلف است.



شکل ۰

بطوریکه مشاهده میشود با زیاد شدن فشار بارگیری مقدار ماکزیمم نسبی فشار پس ماند الکتریکی کوچکتر شده بعلاوه این نقطه ماکزیمم زودتر فرا میبرسد. مطالب فوق را میتوان با افزایش تعداد لایه عمومیت داد در این صورت فشار پس ماند الکتریکی برابر جمع توابع توانی با پایه (e) تمام لایه ها میگردد مقدار آن متناسب با افزایش مقدار مطلق فشار بارگیری و زمان تأثیر آن بالا میرود.

**a- تعیین منحنی فشار پس ماند الکتریکی بكمک قانون Superposition** بین پدیده پس ماند الکتریکی و فشار مکانیکی Boltzmann [۱۲] وجه تشابهی موجود میباشد. در اثر این وجه تشابه نتایج زیر حاصل میشوند :

هر گاه عایقی تحت فشار دائم قرار گیرد در هر لحظه چگالی شار الکتریکی از دو مؤلفه تشکیل یافته است

a) مؤلفه ای که متناسب با شدت حوزه الکتریکی موجود میباشد. ضریب تناسب عددی الکتریک عایق مربوطه است .

b) مؤلفه ای که تابع شدت حوزه های قبلی تا لحظه t میباشد .

بعلاوه فرض میشود که شاخص حوزه  $E_{\omega}$  در زمان  $\omega$  تابعی است که نسبت معکوس با ازدیاد پارامتر  $\omega$  دارد برای بدست آوردن فشار پس‌ماند الکتریکی محاسبات را بطريق زیر انجام میدهیم.  
حروف بکار رفته زیر در روابطی که ذکر خواهند شد مبین کمیت‌های ذیل هستند:

$D_t =$	چگالی شار الکتریکی در زمان $t$
$E_t =$	شدت حوزه الکتریکی در زمان $t$
$\phi(\omega) =$	تابعی از متغیر $\omega$ که نسبت معکوس با ازدیاد کمیت $\omega$ دارد
$t, \omega =$	زمان
$E, E', E'', \dots =$	مشتقات شدت حوزه الکتریکی
$a_1, b_1, c_1, k_1, \dots =$	ضرایب ثابت
$\epsilon =$	ضریب دی الکتریک
$t_A =$	زمان بارگیری خازن
$t_E =$	زمان تخلیه خازن
$U_A =$	فشار بارگیری خازن در زمان $t_A$
$E_A =$	شدت حوزه الکتریکی در زمان $t_A$

همانطور که قبل ذکر شد چگالی شار الکتریکی در زمان  $t$  برابر:

$$(45) \quad D_t = \epsilon E_t + \int_{-\infty}^t \epsilon E_{\omega} \frac{d}{d\omega} \phi(t - \omega) d\omega$$

میباشد که در آن  $E_{\omega}$  مؤلفه چگالی شار الکتریکی مربوط بشدت حوزه الکتریکی در لحظه  $t$  بوده و عبارت انتگرال جمع تمامی اثرحوزه‌های الکتریکی را تا لحظه  $t$  بیان میدارد.  $E_{\omega}$  عبارتست از شدت حوزه الکتریکی در زمان  $\omega$  و  $\phi$  عبارت از تابعی است که نسبت معکوس با ازدیاد پارامتر  $\omega$  دارد.

۱- در این حالت خازنی را که کاملاً از بار الکتریکی خالی است (در مدت زمانی بی‌نهایت در حال اتصال کوتاه‌بوده است) تحت شدت حوزه  $E_A$  قرار میدهیم. چگالی شار الکتریکی پس از زمان بارگیری  $t_A$  عبارت خواهد بود:

$$(46) \quad D_{tA} = \epsilon E_A + \int_{-\infty}^0 \epsilon \cdot 0 \cdot \frac{d}{d\omega} \phi(t_A - \omega) d\omega + \int_0^{t_A} \epsilon E_A \cdot \frac{d}{d\omega} \phi(t_A - \omega) d\omega \\ = \epsilon E_A + \epsilon E_A \left[ \phi(t_A - \omega) \right]_0^{t_A} = \epsilon E_A \left\{ 1 + \phi(0) - \phi(t_A) \right\}$$

۲- در این حالت جوشن‌های خازن بارگیری شده فوق را برای مدت زمان  $t_E$  اتصال کوتاه میدهیم. طبق معادله ۴ چگالی شار الکتریکی پس از زمان  $t_E$  برابر:

$$D_{t_E} = \epsilon \cdot o + \int_{-\infty}^0 \epsilon \cdot o \cdot \frac{d}{d\omega} \varphi(t_A + t_E - \omega) d\omega + \int_0^{t_A} \epsilon E_A \frac{d}{d\omega} \varphi(t_A + t_E - \omega) d\omega \\ + \int_{t_A}^{t_E} \epsilon \cdot o \cdot \frac{d}{d\omega} \varphi(t_A + t_E - \omega) d\omega$$

$$(47) \quad D_{t_E} = o + o + \epsilon E_A \int_0^{t_A} \frac{d}{d\omega} \varphi(t_A + t_E - \omega) d\omega = \epsilon \cdot E_A \left\{ \varphi(t_E) - \varphi(t_A + t_E) \right\}$$

است. معادله فوق را نیز میتوان بطريق زیر نوشت :

$$(48) \quad D_{t_E} = \epsilon E_A \left\{ 1 + \varphi(o) - \varphi(t_A + t_E) \right\} - \epsilon E_A \left\{ 1 + \varphi(o) - (t_E) \right\}$$

مقایسه معادله ۴ با رابطه ۶ نشان میدهد که میتوان همان نتیجه را با منطبق نمودن اثرهای دوفشار الکتریکی که مقدار آنها برابر و علامتشان مغایرهم بوده است بدست آورد و این حالت نتیجه تأثیر قانون Superposition میباشد :

$$(t_A + t_E) \quad \text{در زمان} \quad + E_A$$

$$t_E \quad \text{در زبان} \quad - E_A$$

نتایج زیرا از بررسی معادله ۷ حاصل میشوند.

۱ - فشار پس ماند الکتریکی با زیاد شدن زمان بارگیری بیشتر میشود.

۲ - فشار پس ماند الکتریکی با ازدیاد زمان تخلیه کم میشود.

۳ - مطالب فوق بنتایج بدست آمده توسط Gross [۱۴] مطابقت نمینماید. زیرا بنابر گفته Gross برای بدست آوردن فشار پس ماند الکتریکی پس از زمان بارگیری  $t_A$  و زمان تخلیه  $t_E$  میبایستی ممنوعی های تخلیه خود بخود خازن را پس از زمانهای بارگیری  $t_A$  و  $t_E$  بدست آورده و از تفاضل این دو منعنه فشار پس ماند الکتریکی را بدست آورد.

عدم صحبت مطالب فوق بدین نحو روشن میشود که چنانچه زمانهای  $t_A$  و  $t_E$  را مساوی قراردهیم فشار پس ماند الکتریکی با بدباربر صفر گردد که معادله ۷ چنین مقداری را تأیید نکرده و آزمایشهای متعدد نویسنده نیز چنین نتیجه ای را نشان نداده است.

۴ - قطع ارتباط جوشن ها .

چگالی شار الکتریکی  $D_t$  را در زمان  $t$  میتوان برآیند سه مؤلفه دانست :

$$+ E_A (t + t_A + t_E) \quad \text{برای زمان } (t + t_E) \quad \text{و} \quad E_A \quad \text{برای زمان } >t \quad \text{و} \quad \text{در نتیجه}$$

از رابطه ۷ معادله زیر بدست میآید :

$$(49) \quad D_t = \epsilon E_A \left\{ \varphi(t + t_E) - \varphi(t + t_A + t_E) \right\} + \epsilon E_t + \int_0^t \epsilon E_\omega \frac{d}{d\omega} \varphi(t - \omega) d\omega$$

و یا :

$$D_t = \varepsilon E_t + \varepsilon E_A \left\{ \varphi(t+t_E) - \varphi(t+t_A+t_E) \right\} + \varepsilon \left[ E_\omega \varphi(t-\omega) \right]_0^t - \varepsilon \int_0^t E'_\omega \varphi(t-\omega) d\omega$$

و بالاخره :

$$(50) \quad D_t = \varepsilon E_t + \varepsilon E_A \left\{ \varphi(t+t_E) - \varphi(t+t_A+t_E) \right\} + \varepsilon E_t \varphi(0) - \varepsilon \int_0^t E'_\omega \varphi(t-\omega) d\omega$$

چون برای  $t > 0$  ارتباط جوشنهای خازن را قطع میکنیم، بنابراین جریان در مدار هادی برابر صفر میشود و این شرط رابطه زیر را بدست میدهد.

$$(51) \quad xE_t + \frac{dD_t}{dt} = 0$$

از ترکیب معادله های ۵۰ و ۵۱ و تغییر فرم در روابط موجود معادله زیر حاصل میشود:

$$(52) \quad \int_0^t E'_\omega \varphi'(t-\omega) d\omega = E'_t + E_A \left\{ \varphi'(t+t_E) - \varphi'(t+t_A+t_E) \right\} + \frac{xE_t}{\varepsilon}$$

همانطور که قبل ذکر شد  $\varphi$  تابعی است نزولی و چنانچه منحنی تغییراست این تابع را بصورت تابع توانی با پایه (e) فرض کنیم و جهت تطبیق دادن این فرض با نتایج عملی آنرا ترکیبی از مجموعه منحنی های توانی با پایه (e) فرض نمائیم.

$$(53) \quad \varphi(x) = a_1 e^{-\beta_1 x} + a_2 e^{-\beta_2 x} + \dots + a_{n-1} e^{-\beta_{n-1} x} + a_n e^{-\beta_n x}$$

میگردد که در آن  $a_n \neq 0$  و  $a_2 \neq 0$  و  $\beta_2 \neq \beta_1$  و  $\beta_n \neq \beta_1$  ضرایب مثبت میباشند.

از رابطه فوق پس از تغییر شکل معادله زیر:

$$(54) \quad \varphi^{(n+1)}(x) + k_1 \varphi^{(n)}(x) + k_2 \varphi^{(n-1)}(x) + \dots + k_{n-1} \varphi''(x) + k_n \varphi'(x) = 0$$

بدست میآید. بكمک رابطه ۵۰ میتوانیم جواب معادله ۵۲ را در زمان  $t$  را پس از قطع ارتباط بین جوشنهای آوریم. پس از گرفتن مشتق از رابطه ۵۰ بر حسب متغیر  $t$  نتیجه زیر حاصل میشود:

$$(55a) \quad E'_t \varphi(0) + \int_0^t E'_\omega \varphi''(t-\omega) d\omega = E''_t + E_A \left\{ \varphi''(t+t_E) - \varphi''(t+t_A+t_E) \right\} + \frac{xE'_t}{\varepsilon}$$

$$(\text{a} \circ \text{b}) \quad \int_0^t E'_\omega \varphi''(t-\omega) d\omega = E_t'' + \left\{ \frac{x}{\varepsilon} - \varphi'(o) \right\} E'_t + E_A \left\{ \varphi''(t+t_E) - \varphi''(t+t_A+t_E) \right\}$$

بهمین ترتیب پس از گرفتن مشتق‌های متوالی روابط زیربدست می‌آید:

$$(o \circ c) \int_0^t E'(\omega) \varphi'''(t-\omega) d\omega = E''_t + \left\{ \frac{x}{e} - \varphi'(o) \right\} E'_t - \varphi''(o) E_t + E_A \left\{ \varphi'''(t+t_E) - \varphi'''(t+t_A+t_E) \right\}$$

$$(\circ \circ) \quad \int_0^t E'_\omega \varphi^{(n+1)}(t-\omega) d\omega = E_t^{(n+1)} \left\{ \frac{x}{\varepsilon} - \varphi'(o) \right\} E_t^{(n)} - \varphi''(o) E_t^{(n-1)} \cdots - \\ - \cdots - \varphi^{(n)}(o) E'_t + E_A \left\{ \varphi^{(n+1)}(t+t_E) - \varphi^{(n+1)}(t+t_A+t_E) \right\}$$

از گروه روابط بالا در نظر گرفتن رابطه ع و تغییرشکل در آنها نتیجه می‌شود:

$$(5) \quad E_t^{(n+1)} + b_1 E_t^{(n)} + b_2 E_t^{(n-1)} + \cdots + b_n E_t' + b_{n+1} E_t = o$$

$$b_i = k_i + \frac{x}{\varepsilon} - \varphi'(o) \quad \text{که در آن:}$$

$$b_r = k_r + k_1 \left\{ \frac{x}{\varepsilon} - \varphi'(o) \right\} - \varphi''(o)$$

$$b_n = k_n + k_{n-1} \int_{-\infty}^x -\varphi'(o) \Big\{ -k_{n-2} \varphi''(c) - \cdots - k_1 \varphi^{(n-1)}(o) - \varphi^{(n)}(o)$$

$$b_{\perp} \rightarrow x k_{\perp}/s$$

میباشد. ریشه معادله دیفرانسیل، ۶۵ عمارت است از

$$(e^v) \quad E_t = C_1 e^{m_1 t} + C_2 e^{m_2 t} + \cdots + C_n e^{m_n t} + C_{n+1} e^{m_{n+1} t}$$

بنابراین مهندی فشار پس ماند الکتریکی از مجموعه  $1 + n$  حمله توانی یا پایه (e) تشکیل گردیده است.

#### ۷- آزمایش‌های مربوط به قسمت تئوری و نتایج حاصله از آن - پراساس نتایج حاصله از بررسی‌های

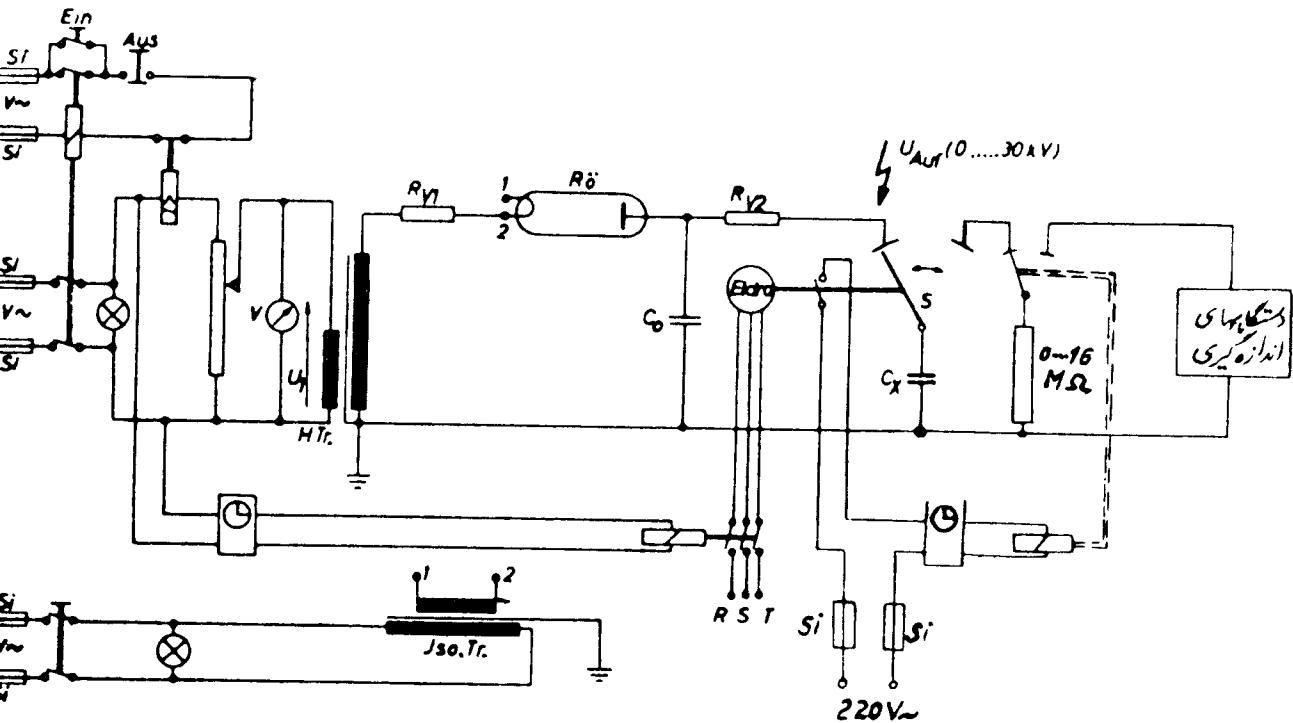
گفته شده در بالا آزمایش‌های متعددی بر روی تعداد زیادی خازنها و کابل‌های فشار قوی انجام گردیده است.

نوع عایق خازنهای بکار رفته از کاغذهای روغنی و کولوفونی و گاز ازت تحت فشار تشکیل میگردد.

کابلهایی که مورد آزمایش قرار گرفتند از نوع کابلهای فشار قوی با عایق PVC\* و کابلهای با

عايق کاغذ روغنی تشکیل میگردید.

برای انجام آزمایش‌های مورد لزوم مداری طبق شکل ۶ طرح گردید.



شکل ۶ الکتریکی برای اندازه‌گیری فشار پس ماند الکتریکی  
عوامل مختلف این مدار بترتیب زیرمیباشند:

H. Tr ترانسفورماتور فشار قوى

Rv<sub>1</sub> مقاومت سري در مدار بار گيرى.

Ro'' ردسور.

C<sub>0</sub> خازن فیلتراسیون.

Rv<sub>2</sub> مقاومت سري.

S کلیه دوطرفه فشار قوى.

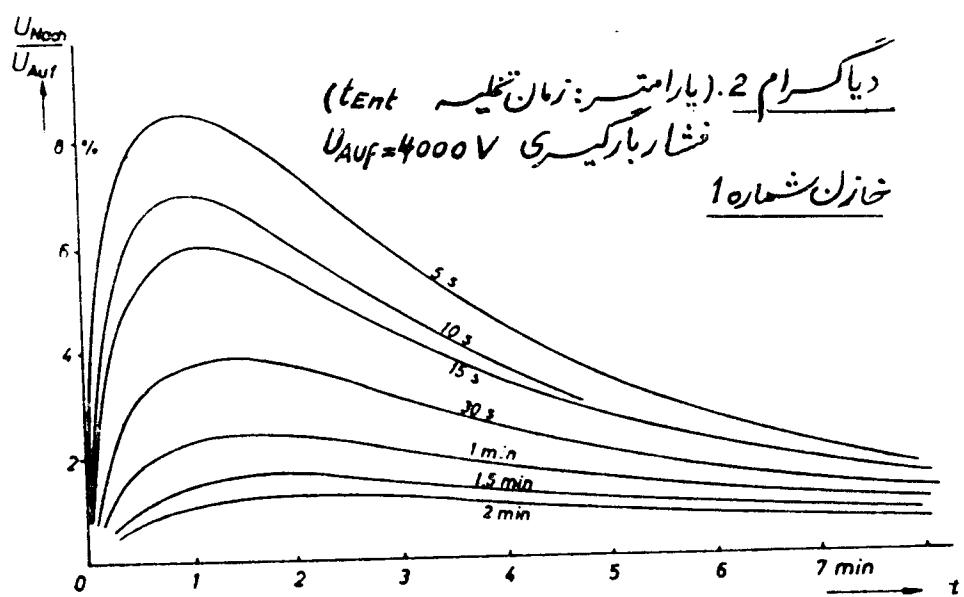
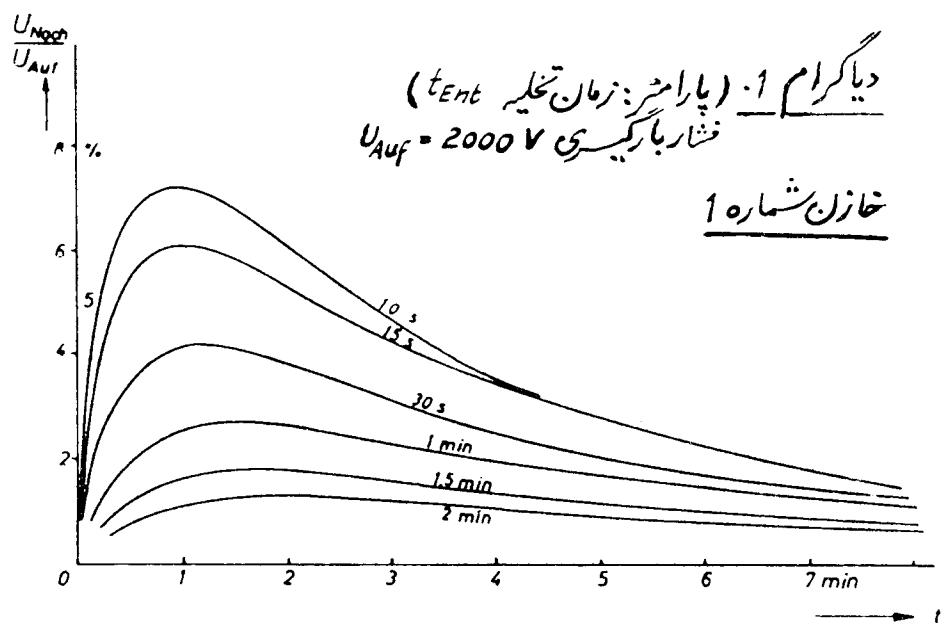
Eldro موتور فرمان کلید.

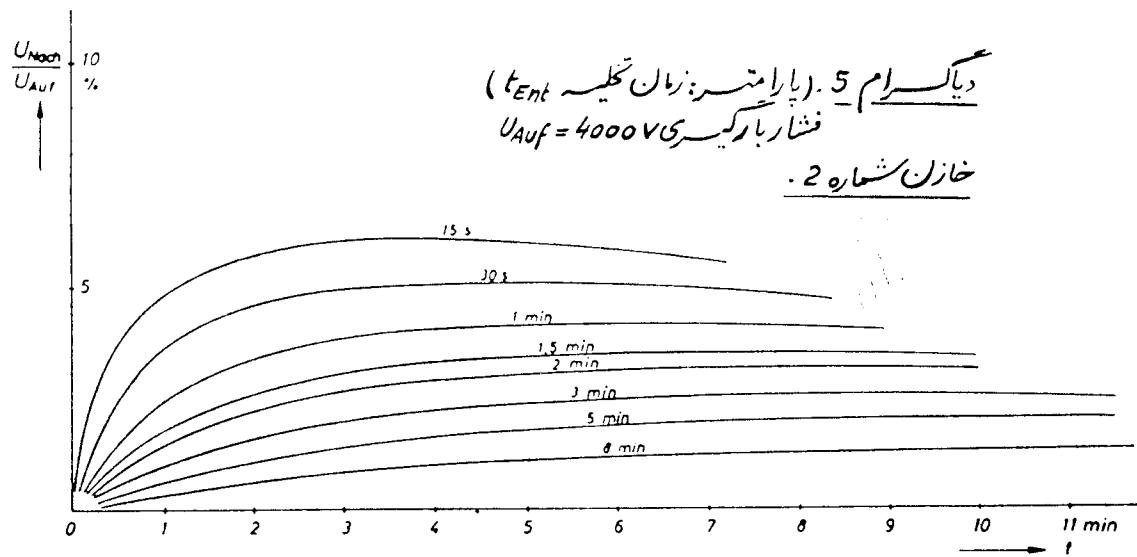
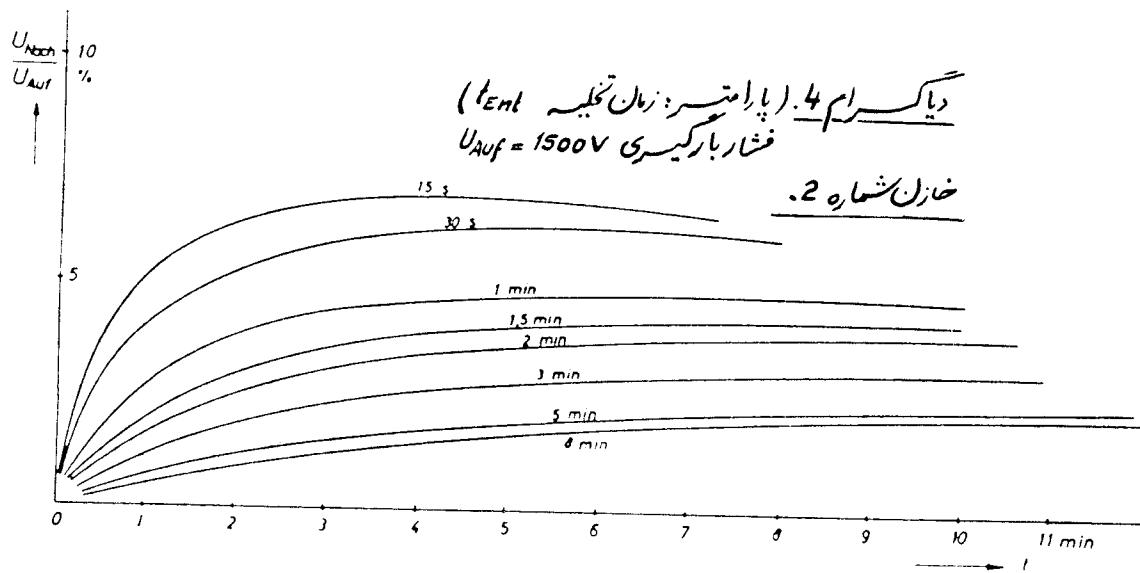
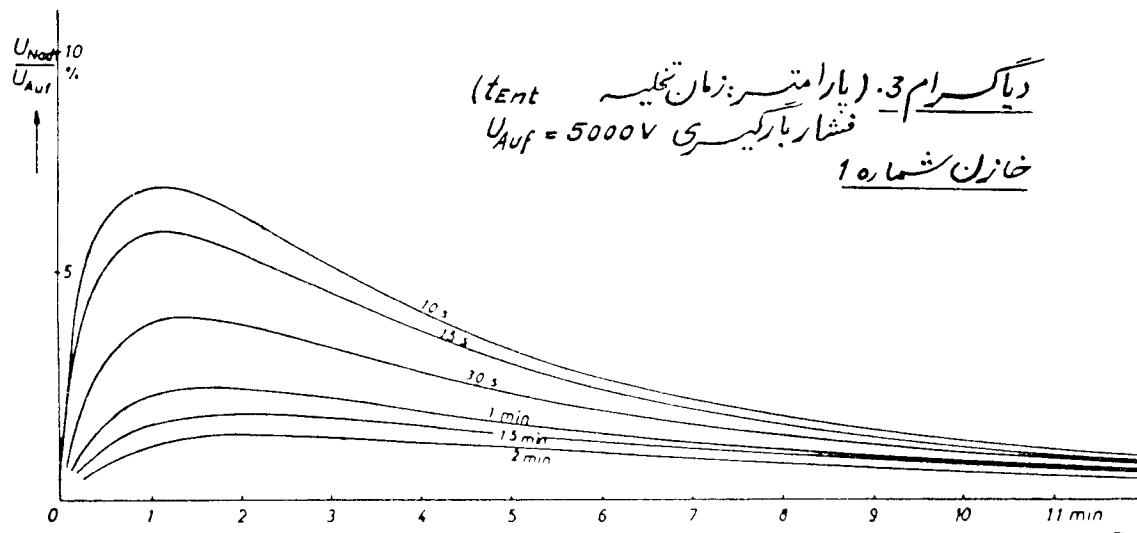
C<sub>x</sub> خازن ویا کابل مورد آزمایش.

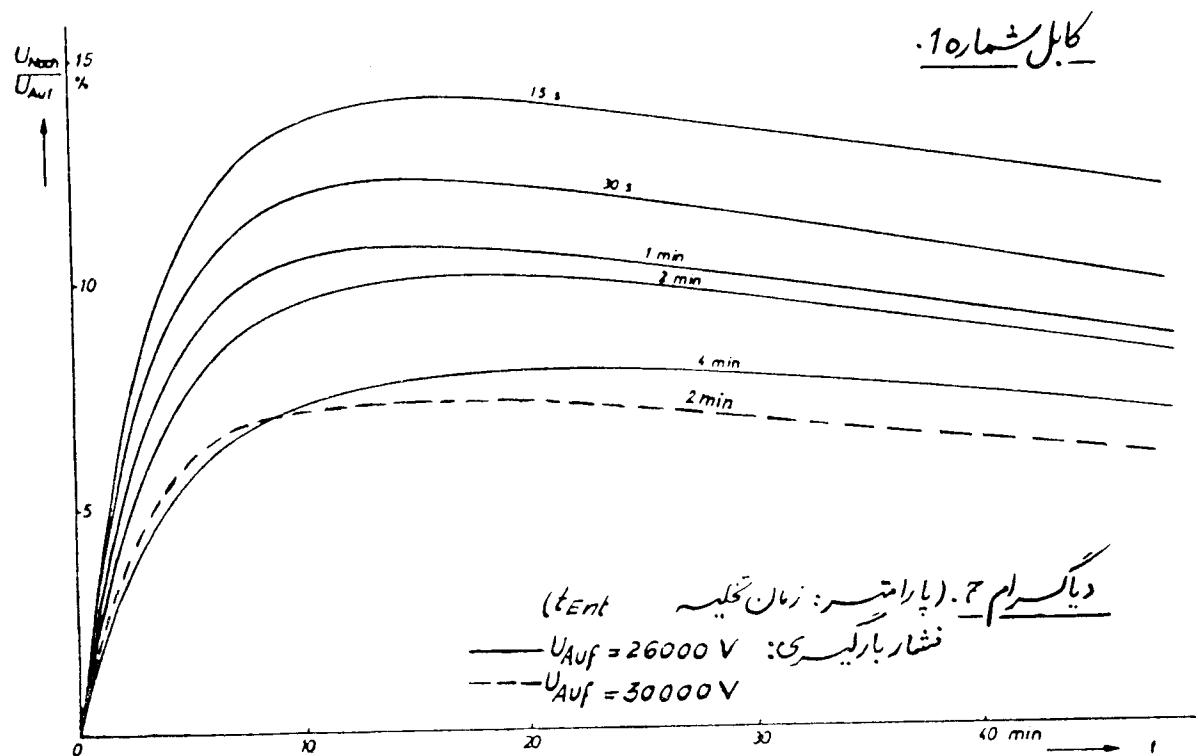
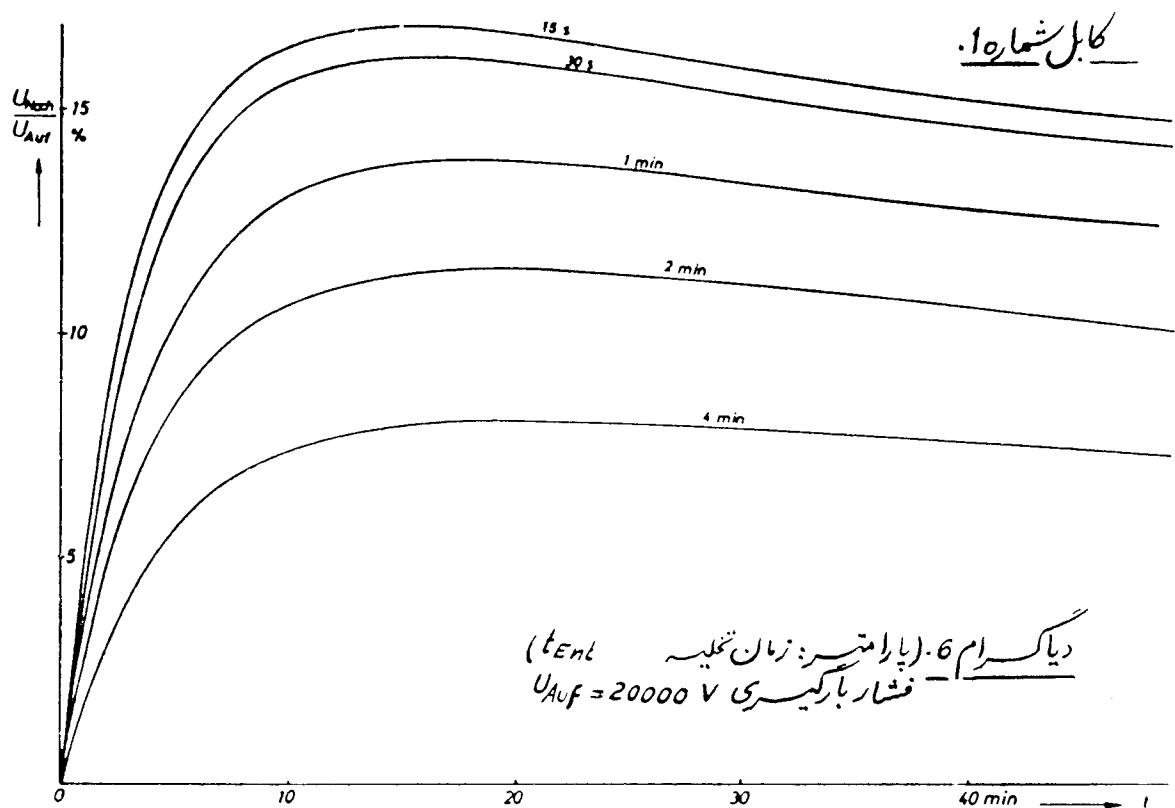
R<sub>E</sub> مقاومت زیمن کردن که میزان آن بین صفرتا ۱۶MΩ تغییر مینمود.

هفت دیاگرام زیر نشان دهنده تغییرات فشار پس ماند الکتریکی بر حسب زمان بوده و نتیجه تعداد

زیادی آزمایش است.







در دیاگرامهای فوق نمونه‌ها عبارتند از:

خازن شماره ۱: تشکیل شده از کاغذ غوطه خورده در روغن با:

$$C = 4 \mu F \quad U_N = 4000 V$$

خازن شماره ۲: تشکیل شده از کاغذ غوطه خورده در روغن با:

$$C = 4 \mu F \quad U_N = 5400 V$$

کابل شماره ۱: کابل سه غلافه روغنی - NEKBA ۳ × ۹۵rm ۱۱۶/۲۰kV - بطول ۹ متر

تمام منحنی‌های بدست آمده میان این نکته میباشند که فشار پس ماند الکتریکی ابتدا با هستگی قوس صعودی طی نموده و پس از رسیدن بنقطه ماکزیمم مسیر آن نزولی میگردد و میل منحنی در قسمت اول بیش از مقدار مطلق آن در قسمت دوم میباشد.

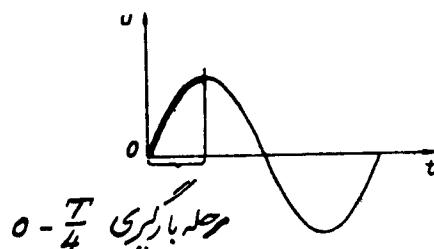
بنقطه ماکزیمم و زمان لازم برای رسیدن به آن در نمونه‌های مختلفه متفاوت است و بزرگترین مقدار را خازنهای (کابلهای) با عایق کاغذ روغنی دارا میباشند.

از دیاگرامها همچنین استنباط میشود که با زیاد شدن زمان تخلیه مقدار ماکزیمم فشار پس ماند الکتریکی کوچکتر شده و زمان رسیدن بآن بزرگتر میشود.

با زیاد کردن زمان بارگیری (که در مورد تعداد زیادی خازنها و کابلها انجام گردیده واز نشان دادن دیاگرامهای مربوطه در اینجا صرف نظر شده است) مقدار فشار پس ماند الکتریکی بزرگتر شده و زمان رسیدن بنقطه ماکزیمم طولانی تر میگردد.

چون در عمل زمین کردن روی مقاومتهای با اهم زیاد انجام میگیرد لذا آزمایشهای در این زمینه روی مقاومتهای با اهم زیاد انجام گردید و چنین نتیجه شد که با زیاد شدن مقاومت زمین ( $12 M\Omega$ ) مقدار فشار پس ماند در یک زمان تخلیه معین (یکدیقه) بیشتر از مقدار آن در حالت زمین کردن مستقیم میباشد. درجهت نظریه Gross که قبل از ذکر شد خازنهای را به مدت پنج دقیقه بارگیری نموده و پس از آن هر یک درهمین مدت تخلیه گردید، اندازه گیری روی خازن پس از گذشت این زمان وجود فشار الکتریکی پس ماند را نشان داد و بدین ترتیب عدم صحیح نظریه Gross ثابت گردید.

تبعیت فشار الکتریکی پس ماند از میزان فشار بارگیری در تمام دیاگرامها مشهود است مخصوصاً در دیاگرام ۷ مشاهده میشود که منحنی خط چین مربوط به فشار بارگیری ... ولت زمان تخلیه دو



شکل ۷

دو دقیقه نسبت بمنحنی مربوط (زمان تخلیه دو دقیقه) به فشار بارگیری ۲۰۰۰ ولت پائین تر بوده و زمان رسیدن بنقطه ماکزیمم کوتاهتر میباشد (منحنی های برای سهولت مقایسه بر حسب مقدار درصد ترسیم گردیده اند). با درنظر گرفتن مطالعه فوق در مواد دیکه با کابلها و خازنهای فشار قوی تحت فشار دائم سروکار میباشد میباشد میباشد حتی الامكان سعی گردد که زمان تخلیه را طولانی نمود زیرا بطوریکه مشاهده شد ماکزیمم فشار الکتریکی پس مانند در مورد کابلهای با کاغذ روغنی در حدود ۱۸ درصد فشار بارگیری میباشد و این مقدار خطر مستقیم جانی در بردارد (نظیراين حوالث مشاهده شده است) و در اين مورد توصیه میشود که ارتباط با زمين در حين کار به چوجه قطع نشود.

همچنان در حالاتیکه خازنهای را با جریان دائم پرنموده و از تخلیه آنها در مدارهای روزانسی استفاده میشود برای تضعیف اثر پس ماند بايد زمان بارگیری را حتی المقدور کم نمود و میزان ایده آل آن برابر  $\frac{1}{4}$  پریود موج جریان متناسب میباشد (شکل ۷).

## فهرست مراجع

- [۱] Miri, A. M. : Verlustfaktormessung mit dem Verfahren der gedaempften Schwingung Karlsruhe 1965 Dissertation ETZ Mai (1966)
- [۲] Schweidler : Studien ueber die Anomalien im Verhalten der Dielektrika : Annalen der Physik, Vol (329) (1907).
- [۳] Ruffler, Hans : Dielektrische Nachwirkungen an Phosphoren : Annalen der Physik, Vol (431) (1941).
- [۴] Evershed, S. : The characteristics of insulation resistance : Journal of the I. E. E. Vol (52) (1914)
- [۵] Maxwell, J. C. : A treatise on Electricity and Magnetism : Vol (1) (1904)
- [۶] Schering, H. : Die Isolierstoffe der Elektrotechnik Springer Verlag (1924) Berlin
- [۷] Wagner, K. W. : Zur Theorie der unvollkommenen Dielektrika : Annalen der Physik, Vol (4) 40, (1913).
- [۸] Wagner, K. W. : Theorie der dielektrischen Nachwirkung: ETZ Vol (34), (1913)
- [۹] Wagner K. W. : Erklaerung der dielektrischen Nachwirkungsvorgaenge aufgrund Maxwellscher Vorstellungen Archiv fuer Elektrotechnik 11, (2) (1914)
- [۱۰] Dunsheath, P. : High Voltage Cables.
- [۱۱] Golding, E. W. : Electrical Measurements and measuring Instruments 4 th Edition (1955)
- [۱۲] Pellat, H. : Journal de Physik Vol (9)
- [۱۳] Boltzmann : Theorie der elastischen Nachwirkung : Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaft zu Wien
- [۱۴] Gross, B. : On after—effects in Solid dielectrics : Physical Review, Vol (57) (1940)