فرمول تلفات انتقال نیرو
برای محاسبات دیسپاچینگ اقتصادی

نوشتهٔ :

فرخ حبیبی اشرفی

مهندس برق (MSc.)

لوس‌آنجلس ـ کالیفرنیا

چکیده :

برای اینکه در محاسبات دیسپاچینگ اقتصادی تلفات انتقال نیرو نیز گنجانیده شوند لازم است تلفات انتقال بصورت تابعی از توان نیروگاههای سیستم در دسترس باشد . دراین نوشته بکمک تئوری تبدیلات ابتدا سیستم نیروی برق را به شبکه معادلی که فقط حاوی مولد است تبدیل نموده و سپس با استفاده از این شبکه معادل فرمول برای تلفات انتقال نیرو بدست میآید که تابعی از توان مولدهای سیستم است . ضمناً علاوه برتحلیل ریاضی‌مسئله درهرجا که لازم بنظرمیرسید راجع به شرایط واقعی که درعمل با آن روبروهستیم توضیحات‌اضافی‌داده شده وسرانجام باطرح یک‌مسئله طریقه محاسبه ضرایب فرمول‌تلفات نشان‌داده شده‌است.

افزایش روزافزون تقاضای نیروی برق موجب شده است که ظرفیت نیروگاههای تولید برق بالا برود و بخاطر اقتصادی بودن سرمایه گذاری و هزینه‌های بهره‌برداری و هم‌چنین بالابردن قابلیت اطمینان ، شبکه‌های برق بهم پیوسته بوجود آمده‌اند . درگذشته اغلب محاسبات دیسپاچینگ اقتصادی فقط براساس هزینه سوخت واحدهای تولید انجام میشده است ولی با گسترش یافتن سیستمهای نیروی برق بهم‌پیوسته لازم است درمحاسبات دیسپاچینگ اقتصادی نه تنها هزینه‌های تولید بلکه هزینه مربوط به تلفات نیرو در شبکه انتقال نیز درنظر گرفته شود .

هنگامیکه درمسئله دیسپاچینگ‌اقتصادی تلفات خطوط انتقال نیزگنجانیده شده باشند معادلات‌زیر بدست میآیند :

$$\frac{dF_i}{dP_i}+\lambda\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\lambda \qquad i=۱,۲,\ldots,N$$

$$\sum_i P_i-P_L-P_r=o$$

درمعادلات بالا :

F_i عبارتست از هزینه سوخت نیروگاه i

P_i عبارتست از توان خروجی از نیروگاه i

$\frac{dF_i}{dP_i}$ عبارتست از نمو خرج سوخت نیروگاه i

P_L عبارتست از تلفات کل خطوط انتقال

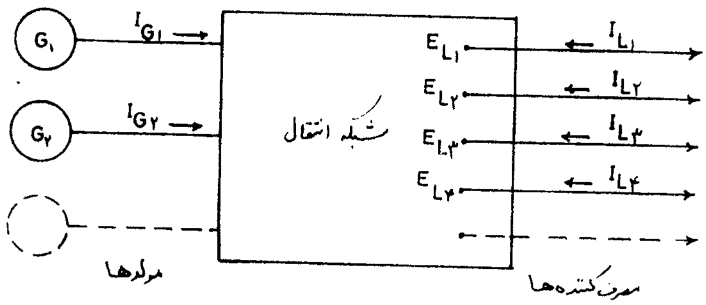
$\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ عبارتست از نمو تلفات انتقال درنیروگاه i

λ عبارتست از نمو خرج توان دریافتی بوسیله مصرف کننده‌ها

N عبارتست از تعداد نیروگاههای سیستم برق

بوضوح دیده میشود که درمعادلات با عبارت $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ یعنی مشتق جزئی تلفات خطوط انتقال نسبت به توان خروجی هریک از نیروگاهها دخالت میکند بهمین جهت بدست آوردن فرمول برای تلفات خطوط انتقال که بصورت تابعی از توان نیروگاهها باشد بسیار ضروری و مفید بنظر میرسد .

هدف اصلی این نوشته بدست آوردن عبارتی برحسب توان‌های نیروگاهها برای تلفات خطوط انتقال میباشد و برای این منظور لازم است مطابق شکل (۱) از مداری که درآن مولدهای مختلف ازطریق شبکه انتقال به مصرف کننده‌ها وصل شده‌اند شروع نموده و به مدار معادلی که درشکل (۲) نشان داده شده برسیم .



شکل ۱ ـ نمایش سیستم نیروی برق

تلفات انتقال نیروئی که از شکلهای (۱) و (۲) حساب میشوند بایستی مساوی هم باشند . این تلفات را میتوان بکمک روابط زیر محاسبه کرد :

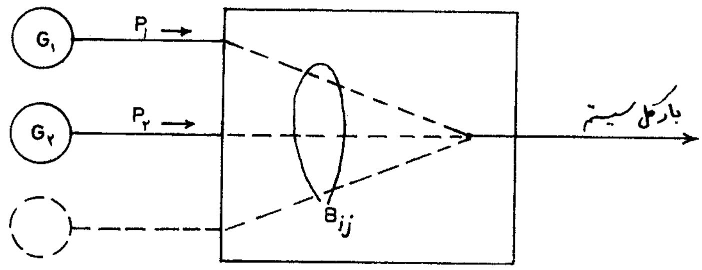
برای مدار شکل (۱)

$$P_L = \sum_k I_k^2 R_k$$

که درآن:

I_k عبارتست از شدت جریان خط k

R_k عبارتست از مقاومت خط k



شکل ۲ ـ مدار معادل شکل ۱

برای مدار معادل شکل (۲)

$$P_L = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j$$

که درآن :

P_i و P_j عبارتند از توانی که نیروگاهها تحویل میدهند و B_{ij} ضرایب ثابتی هستند که بایستی تعیین شوند . ضمناً با توجه به قواعد ماتریسها فرمول بالا را میتوان بصورت زیر نیز نوشت :

که درآن :

$$P_L = \mathbf{P}^t \mathbf{B} \mathbf{P}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_N \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{N1} & B_{N2} & \cdots & B_{NN} \end{bmatrix}$$

و $\mathbf{P}^t$ وارونه[1] ماتریس $\mathbf{P}$ میباشد . ضمناً ماتریس $\mathbf{B}$ یک ماتریس متقارن است .

۱ — Transpose

فرمول‌بندی شبکه

برای اینکه فرمول‌بندی شبکه را درحالت مطلوب موردنظر بدست آوریم لازم است دراولین قدم از شکل و حالت واقعی شبکه شروع کنیم . درشکل (۱) سیستم نیروی برق دریک حالت کلی نشان‌داده است که درآن چندین مولد وچندین مصرف کننده بحالت پراکنده موجود هستند. معادله سیستم دردستگاه مقایسه شمش[۱] عبارتست از :

$$\mathbf{E}_{bus}=\mathbf{Z}_{bus}\mathbf{I}_{bus} \qquad (۱)$$

اگر متغیرهای‌مربوط به مولدها ومصرف کننده‌هارا جدا ازهم بنویسیم‌معادله(۱) بصورت زیر نوشته میشود:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \hdashline \mathbf{E}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{G\text{-}G} & \mathbf{Z}_{G\text{-}L} \\ \mathbf{Z}_{L\text{-}G} & \mathbf{Z}_{L\text{-}L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ \hdashline \mathbf{I}_L \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

که درآن :

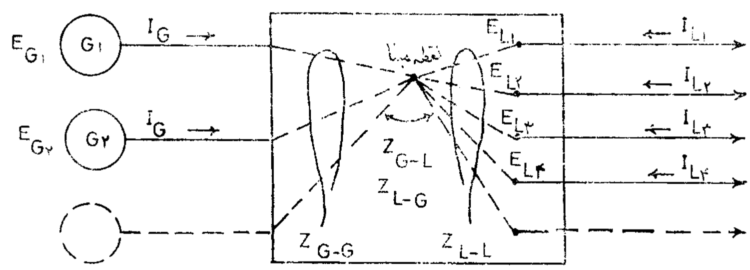
$$\mathbf{E}_G=\begin{bmatrix} E_{G1} \\ E_{G2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{GN} \end{bmatrix} \quad \mathbf{E}_L=\begin{bmatrix} E_{L1} \\ E_{L2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{LM} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_G=\begin{bmatrix} I_{G1} \\ I_{G2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{GN} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_L=\begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{LM} \end{bmatrix}$$

N عبارتست از تعداد نیروگاهها و M تعداد مصرف کننده‌های سیستم میباشد ، ضمناً زیرنویسهای G و L علائمی هستند که بترتیب برای مشخص کردن مولد و مصرف کننده بکار رفته‌اند .

چون Z_{bus} یک ماتریس متقارن است بنابراین :

$$\mathbf{Z}_{L\text{-}G}=\mathbf{Z}^{t}_{G\text{-}L} \qquad (۳)$$

شدت جریـانها و ولتاژهای مختلف درشکل (۳) نشان داده شده‌انـد و معمولاً شدت جریان I_{Lk}



شکل ۳ ـ امپدانسهای مختلف شبکه انتقال

---

۱ -- Bus reference frame

درشمش k بصورت مجموع شدت جریان بازکننده خط[۱] و شدت جریان کندانساتور سنکرون وشدت جریان مصرف کننده دراین شمش تعریف میشود .

امپدانسهای مختلفی که درمعادله (۲) بکار رفته‌اند درشکل (۳) نشان داده شده‌اند . ضمناً ولتاژهای E_G و E_L نسبت به نقطه مبنا[۲] سنجیده میشوند .

این امپدانسها را میتوان بترتیبی که در زیر تشریح شده اندازه‌گیری نمود :

۱ ـ یکی از شمش‌های شبکه بعنوان نقطه مبنا انتخاب میشود . معمولاً یکی از نیروگاههای خیلی بزرگ بعنوان نقطه مبنا انتخاب‌میشود ، بخصوص اگر این‌نقطه با دقت وعاقلانه انتخاب شود تعداد زیادی از جمله‌های ماتریس امپدانس صفر خواهند شد که بی‌اندازه در تسهیل محاسبات مؤثر خواهد بود .

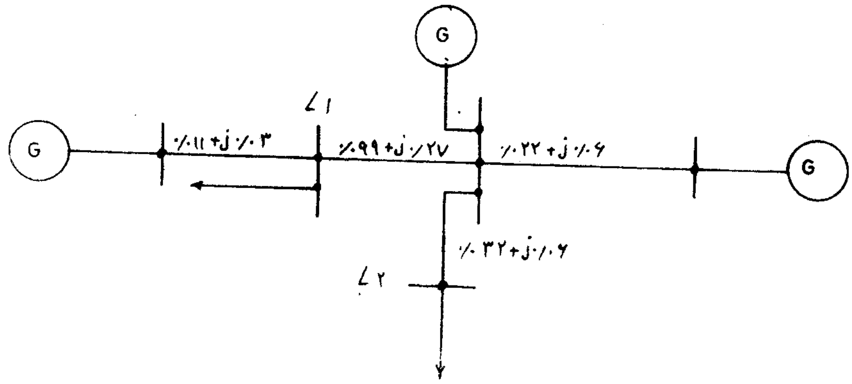
۲ ـ تمام مصرف کننده‌ها و مولدها از شبکه انتقال جدا (قطع) میشوند .

۳ ـ بترتیب ازهریک ازشمش‌ها شدت جریان واحد وارد شبکه نموده وازشمش مبنا برمیگردانیم، دراین شرایط ولتاژ تمام شمش‌ها محاسبه میشند. این ولتاژ تمام شمش‌ها محاسبه میشوند . این ولتاژها جمله‌های مختلف ماتریس امپدانس را تعیین خواهند نمود .

مثلاً برای سیستمی که دارای سه‌مولدودومصرف کننده‌است‌معادله(۲) بصورت زیر نوشته میشود:

$$
\begin{bmatrix} E_{G1} \\ E_{G2} \\ E_{G3} \\ \hdashline E_{L1} \\ E_{L2} \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{ccc:cc}
Z_{G1-G1} & Z_{G1-G2} & Z_{G1-G3} & Z_{G1-L1} & Z_{G1-L2} \\
Z_{G2-G1} & Z_{G2-G2} & Z_{G2-G3} & Z_{G2-L1} & Z_{G2-L2} \\
Z_{G3-G1} & Z_{G3-G2} & Z_{G3-G3} & Z_{G3-L1} & Z_{G3-L2} \\
\hdashline
Z_{L1-G1} & Z_{L1-G2} & Z_{L1-G3} & Z_{L1-L1} & Z_{L1-L2} \\
Z_{L2-G1} & Z_{L2-G2} & Z_{L2-G3} & Z_{L2-L1} & Z_{L2-L2}
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} I_{G1} \\ I_{G2} \\ I_{G3} \\ \hdashline I_{L1} \\ I_{L2} \end{bmatrix}
\qquad (4)
$$

درشکل (٤) یک چنین سیستمی نشان داده شده است . اگر شمش متعلق به مولد G۳ بعنوان

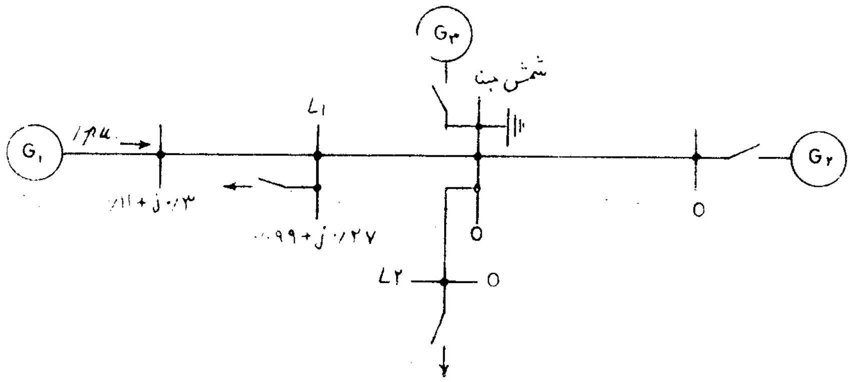


شکل ٤ ـ نمایش ساده‌ای از یک سیستم نیروی برق با سه مولد

۱ — Line-charging current

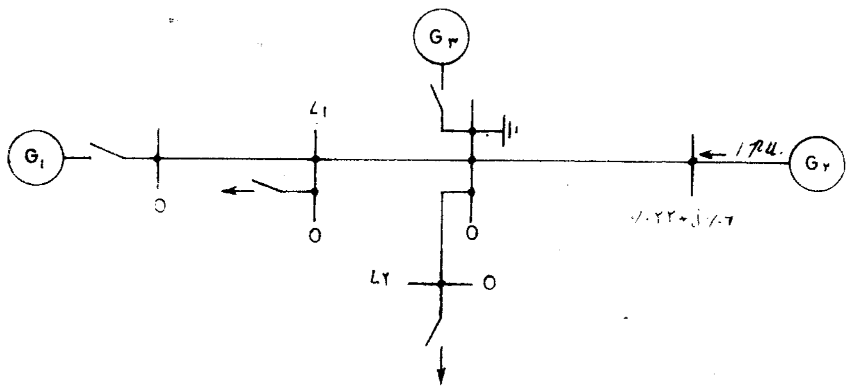
۲ — Reference Point

نقطه مبنا انتخاب شود و با توجه بشکل (٥) شدت جریان $I_{G_1}=1pu.$ (.pu مقدار نسبت بواحد را نشان میدهد) بشبکه وارد شود دراین‌صورت بکمک معادله (٤) نتیجه زیر بدست خواهد آمد :



شکل ٥ - ازمولد G_1 جریان وارد شبکه میشود

$$\begin{bmatrix} E_{G1} \\ E_{G2} \\ E_{G3} \\ \hline E_{L1} \\ E_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{G1-G1} \\ Z_{G2-G1} \\ Z_{G3-G1} \\ \hline Z_{L1-G1} \\ Z_{L2-G1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11+j0.3 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0.099+j0.27 \\ 0 \end{bmatrix}$$

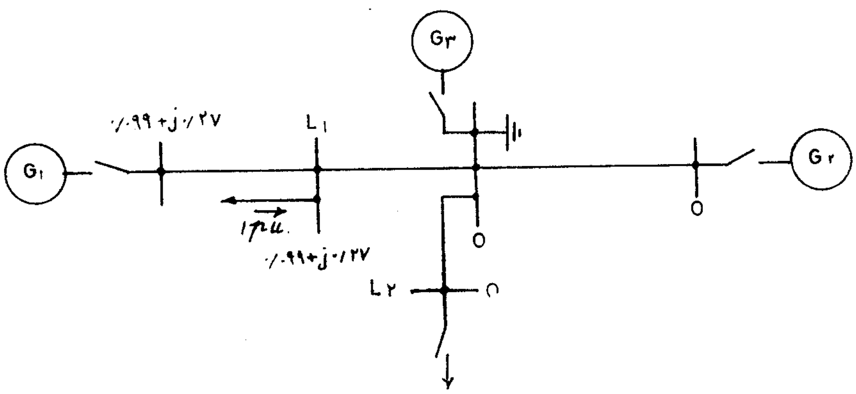


شکل ٦ - از مولد G_2 جریان وارد شبکه میشود

از روی شکل (٦) بآسانی نتیجه زیر حاصل میشود :

$$
\begin{bmatrix} Z_{G1-G2} \\ Z_{G2-G2} \\ Z_{G3-G2} \\ \hdashline Z_{L1-G2} \\ Z_{L2-G2} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0.022 + j0.06 \\ 0 \\ \hdashline 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

چون شمش متعلق به مولـد G_3 بعنوان شمش مبنا انتخـاب شده است بنابـراین تمام جمله هـای مربوط به ستون G_3 درماتریس امپدانسها مساوی صفر هستند .



شکل ۷ ـ ازمصرف کننده L_1 جریان وارد شبکه میشود .

هنگامیکه $I_{L1} = 1\ \text{pu}.$ باشد از روی شکل (۷) نتیجه زیر حاصل خواهد شد :

$$
\begin{bmatrix} Z_{G1-L1} \\ Z_{G2-L1} \\ Z_{G3-L1} \\ \hdashline Z_{L1-L1} \\ Z_{L2-L1} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0.099 + j0.27 \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline 0.099 + j0.27 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

بهمین ترتیب با قرار دادن $I_{L2} = 1\ \text{pu}.$ نتیجه زیر حاصل خواهد شد :

$$
\begin{bmatrix} Z_{G1-L2} \\ Z_{G2-L2} \\ Z_{G3-L2} \\ \hdashline Z_{L1-L2} \\ Z_{L2-L2} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline 0 \\ 0.32 + j0.06 \end{bmatrix}
$$

بالاخره اکنون که تمام جمله های ماتریس امپدانس تعیین شده‌اند میتوانیم این ماتریس را بصورت زیر بنویسیم :

$$
Z_{bus}=\left[\begin{array}{ccc|cc}
0.11+j0.3 & 0 & 0 & 0.099+j0.27 & 0 \\
0 & 0.022+j0.06 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0.099+j0.27 & 0 & 0 & 0.099+j0.27 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.032+j0.06
\end{array}\right]
$$

این ماتریس سیستم انتقال شکل (٤) را بطور کامل تشریح و تعیین مینماید .

بدیهی است هنگامیکه شبکه بزرگ و پیچیده‌تر باشد محاسبه ماتریس با روشی که در بالا نشان داده شده بسیار وقت گیر و خسته کننده خواهد بود و خیلی امکان دارد که درعملیات محاسبه اشتباه رخ دهد . دراین حالتها ماتریس امپدانس با روش مخصوصی بکمک کامپیوتر محاسبه میشود[1] .

تبدیل ماتریس امپدانس بحالتیکه درمدار معادل سیستم فقط مولد وجود داشته باشد

درتحلیل تلفات انتقال نیرو لازم است تمام تغییرات یا تبدیلهائی که درمدار معادل شکل (٣) صورت میگیرد بشکلی باشد که توان مولدها و توان مصرف کننده‌ها و تلفات انتقال یعنی بطور کلی توان سیستم تغییر نپذیرد . این تبدیلات را میتوان بوسیله ماتریسهای تبدیل بطور سیناماتیک انجام داد .

فرض میکنیم با کمک ماتریس تبدیل $\mathbf{C}$ مدار مفروضی بمدار دیگری تبدیل شود بطوریکه پس ازاین تبدیل توان مدار تغییر نکرده باشد. تمام کمیت‌هائی را که بمدار اصلی مربوط میشوند. با زیرنویس old وتمام کمیت‌هائی راکه بمدارمطلوب جدید مربوط هستند بازیرنویس new مشخص میکنیم. درحالت کلی G. Kron نشان داده است که اگر مجموعه شدت جریانهای $\mathbf{I}_{old}$ متعلق بمدار قبلی توسط ماتریس تبدیل $\mathbf{C}$ بشرح زیر با شدت جریانهای $\mathbf{I}_{new}$ متعلق بمدار جدید مربوط باشند :

$$\mathbf{I}_{old}=\mathbf{C}\,\mathbf{I}_{new} \qquad (٥)$$

واگر توان شبکه تغییر نکرده باشد دراینصورت مجموعه ولتاژهای جدید بوسیله رابطه زیر تعیین میشوند :

$$\mathbf{E}_{new}=\mathbf{C}^{*t}\,\mathbf{E}_{old} \qquad (٦)$$

---

١ — رجوع شود به :

« Computer Methods in Power System Analysis » , G. W. Stagg and A. H. El-Abiad, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968 .

و امپدانسهای جدید نیز از رابطه زیر محاسبه میشوند :

$$Z_{new} = C^{*t} Z_{old} C \qquad (۷)$$

درمعادلات بالا C^{*t} عبارتست از وارونه مزدوج ماتریس C .

با این مقدمه اکنون میتوانیم بدنباله مطلب یعنی محاسبه تلفات انتقال بپردازیم . چون هدفمان عبارتست از پیدا کردن فرمولی برای تلفات انتقال که فقط تابع توان های تحویلی مولدها باشد بنابراین لازم است که با تبدیل مناسبی شدت جریانهای مصرف کننده ها را حذف کنیم . ابتدا شدت جریان تمام مصرف کننده ها را باهم جمع کرده و بعنوان یک مصرف کننده کل درنظر میگیریم . کل شدت جریان مصرف کننده ها I_T عبارتست از :

$$I_T = \sum_k I_{Lk} \qquad k = ۱ , ۲ , \cdots , M \qquad (۸)$$

حال اگر فرض کنیم که شدت جریان هریک از مصرف کننده ها بصورت کسر ثابتی از کل شدت جریان مصرف کننده ها باقی بماند دراین صورت :

$$I_{Lk} = l_k I_T \qquad k = ۱ , ۲ , \cdots , M \qquad (۹)$$

l_k درحالت کلی یک عدد مختلط است .

چون مجموع شدت جریانهای مولدها با علامت مخالف بایستی مساوی مجموع شدت جریانهای مصرف کننده ها باشد دراین صورت :

$$I_T = -\sum_i I_{Gi} \qquad i = ۱ , ۲ , \cdots , N \qquad (۱۰)$$

مثلاً برای سیستم شکل (٤) کل شدت جریان مصرف کننده ها عبارتست از :

$$I_T = I_{L۱} + I_{L۲}$$

با توجه بفرض که دربالا درمورد شدت جریان هریک ازمصرف کننده ها کرده‌ایم و مطابق رابطه (۹) برای شدت جریان مصرف کننده ها عبارتهای زیر را میتوانیم بنویسیم :

$$I_{L۱} = l_۱ I_T$$

$$I_{L۲} = l_۲ I_T$$

اگر معادله (۱۰) را درمورد سیستم شکل (٤) بکار ببریم نتیجه زیر حاصل میشود :

$$I_T = -(I_{G۱} + I_{G۲} + I_{G۳})$$

سیستم شکل (٤) قبلاً بوسیله معادله (٤) کاملاً تشریح شده بود ولی اگر بخواهیم این سیستم را به سیستم

معادل دیگری تبدیل کنیم که درمعادله جدیدآن فقط شدت جریانهای مولدها وجود داشته باشند دراینصورت بین شدت جریانهای قدیمی و شدت جریانهای جدید بایستی روابط زیر برقرار باشد :

$$I_{G1}=I_{G1}$$

$$I_{G2}=I_{G2}$$

$$I_{G3}=I_{G3}$$

$$I_{L1}=l_1 I_T=-l_1 (I_{G1}+I_{G2}+I_{G3})$$

$$I_{L2}=l_1 I_T=-l_2 (I_{G1}+I_{G2}+I_{G3})$$

یا اینکه بصورت ماتریسی :

$$\begin{bmatrix} I_{G1} \\ I_{G2} \\ I_{G3} \\ \hdashline I_{L1} \\ I_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hdashline -l_1 & -l_1 & -l_1 \\ -l_2 & -l_2 & -l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{G1} \\ I_{G2} \\ I_{G3} \end{bmatrix}$$

دراینصورت ماتریس تبدیل عبارتست از:

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hdashline -l_1 & -l_1 & -l_1 \\ -l_2 & -l_2 & -l_2 \end{bmatrix}$$

سپس ولتاژها و ماتریس امپدانس جدید با استفاده از فرمولهای (۶) و (۷) محاسبه خواهند شد .

اکنون حالت کلی شکل (۳) را که بوسیله معادله (۲) مشخص شده است درنظر میگیریم . چون میخواهیم این سیستم را به سیستم معادل دیگری تبدیل کنیم که درمعادله جدید آن فقط شدت جریانهای مولدهاوجود داشته باشند بنابراین بین شدت جریانهای قدیمی وشدت جریانهای جدید رابطه زیر برقراراست:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ \hdashline I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ \hdashline -L \end{bmatrix} [I_G] \qquad (11)$$

یعنی ماتریس تبدیل عبارتست از :

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}\mathbf{U}\\ \hdashline -\mathbf{L}\end{bmatrix} \tag{۱۲}$$

در رابطه (۱۲) ماتریس $\mathbf{U}$ یک ماتریس واحد $\mathbf{N}\times\mathbf{N}$ ($\mathbf{N}$ عبارتست از تعداد مولدها) و ماتریس $\mathbf{L}$ ماتریسی است که تعداد سطرهای آن مساوی $\mathbf{M}$ یعنی تعداد مصرف کننده‌ها و تعداد ستونهای آن $\mathbf{N}$ یعنی مولدهاست :

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix} l_1 & l_1 & \cdots & l_1\\ l_2 & l_2 & \cdots & l_2\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ l_M & l_M & \cdots & l_M\end{bmatrix} \tag{۱۳}$$

وارونه ماتریس $\mathbf{C}$ عبارتست از :

$$\mathbf{C}^t=\left[\mathbf{U} \;\vdots\; -\mathbf{L}^t\right] \tag{۱۴}$$

ولتاژهای جدید با استفاده از فرمول (۶) حساب میشوند :

$$\mathbf{E}=\left[\mathbf{U} \;\vdots\; -\mathbf{L}^{*t}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{E}_G\\ \hdashline \mathbf{E}_L\end{bmatrix}=\mathbf{E}_G-\mathbf{L}^{*t}\,\mathbf{E}_L \tag{۱۵}$$

ماتریس امپدانس جدیدهم بکمک فرمول (۷) حساب میشود :

$$\mathbf{Z}=\left[\mathbf{U} \;\vdots\; -\mathbf{L}^{*t}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_{G-G} & \mathbf{Z}_{G-L}\\ \hdashline \mathbf{Z}_{L-G} & \mathbf{Z}_{L-L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{U}\\ \hdashline -\mathbf{L}\end{bmatrix}$$

$$=\mathbf{Z}_{G-G}-\mathbf{L}^{*t}\mathbf{Z}_{L-G}-\mathbf{Z}_{G-L}\,\mathbf{L}+\mathbf{L}^{*t}\mathbf{Z}_{L-L}\,\mathbf{L} \tag{۱۶}$$

برای اینکه فرمول (۱۶) بشکل ساده‌تری نوشته شود عبارتهای زیر را معرفی میکنیم :

$$\begin{aligned}\mathbf{a}&=\mathbf{Z}_{G-L}\,\mathbf{L}\\ \mathbf{b}&=\mathbf{Z}_{G-L}\,\mathbf{L}^*\\ \mathbf{w}&=\mathbf{L}^{*t}\,\mathbf{Z}_{L-L}\,\mathbf{L}\end{aligned} \tag{۱۷}$$

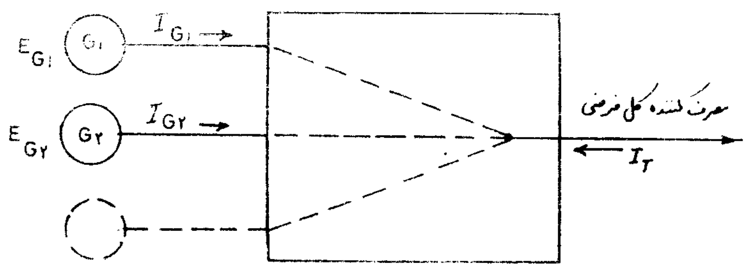
دراینصورت ماتریس امپدانس جدید بصورت زیر نوشته خواهد شد :

$$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}_{G\text{-}G}-\mathbf{a}-\mathbf{b}^t+\mathbf{w} \qquad (۱۸)$$

بدیهی است که درسیستم جدید نیز کماکان قانون اهم برقرار است :

$$\mathbf{E}=\mathbf{Z}\,\mathbf{I}_G \qquad (۱۹)$$

باین ترتیب توانستیم سیستم شکل (۳) را به سیستم معادلی که بوسیله رابطه (۱۹) بیان شده است تبدیل کنیم. بوضوح دیده میشود که درمعادله (۱۹) فقط شدت جریانهای مولدها دخالت دارند - چون ماتریس امپدانس $\mathbf{Z}$ متقارن نیست بنابراین نمیتوان برای معادلـه (۱۹) یک مدار معادل واقعی مرکب از عناصر شبکه (یعنی مقاومت و سلف و خازن) رسم کرد ولی بطور ریاضی تلفات سیستم جدید درست مساوی تلفات خطوط انتقال شبکه میباشد . درشکل (۸) مدار معادل جدید بطور فرضی نشان داده شده است .



شکل ۸ - مدار معادل سیستم شکل (۳)

محاسبه تلفات

قبل از اینکه به محاسبه تلفات بپردازیم بهتر است بچند نکته از جبر ماتریسها اشاره شود .

یک ماتریس متقارن ماتریسی است که جمله های دوطرف قطر آن یکسان باشند باین ترتیب بسهولت نتیجه میشود که وارونه یک ماتریس متقارن مساوی خود ماتریس اصلی است . یک ماتریس متقارن متقابل[۱] ، ترکیبی است که جمله های قطر آن مساوی صفر بوده و جمله های دوطرف قطر یکسان ولی با علامت مخالف هم باشند .

درحالت کلی هرماتریس مربع $\mathbf{A}$ را میتوان به یک ماتریس متقارن $\mathbf{B}$ ویک ماتریس متقارن متقابل $\mathbf{C}$ تجزیه کرد بطوریکه :

$$\mathbf{A}=\mathbf{B}+\mathbf{C}$$

قسمت متقارن عبارتست از :

$$\mathbf{B}=\frac{\mathbf{A}+\mathbf{A}^t}{۲}$$

۱ — Skew-Symmetric matrix

و قسمت متقارن متقابل عبارتست از :

$$C= \frac{A-A^t}{۲}$$

و اگر بخواهیم عبارتهای بالا را بصورت زیرنویس‌دار بنویسیم :

$$A_{ij}=B_{ij}+C_{ij}$$

$$B_{ij}=\frac{A_{ij}+A_{ji}}{۲}$$

$$C_{ij}=\frac{A_{ij}-A_{ji}}{۲}$$

حاصلضرب بصورت P^tAP که‌درآن P یک ماتریس ستون (بردار) و A یک ماتریسی مربع میباشند فرم کوادراتیک[۱] نامیده میشود. فرم کوادراتیک را میتوان بصورت $\sum_i \sum_j P_iA_{ij}P_j$ نیز نوشت . هنگامیکه دریک فرم کوادراتیک جمله های P و A اعدادحقیقی باشندهمیشه میتوان بجای ماتریس A قسمت‌متقارن آن یعنی $\frac{A+A^t}{۲}$ را قرار داد زیرا جمله هائیکه از قسمت متقارن متقابل آن بدست خواهند آمد مساوی صفر خواهند شد ، یعنی :

$$P^t\left(\frac{A-A^t}{۲}\right)P=0$$

اکنون پس از این مقدمه شروع به محاسبه تلفات میکنیم . برای محاسبه تلفات مدار معادل شکل (۸) از معادله عمومی توان درمدارهای الکتریکی شروع میکنیم :

$$P_L=R_e\,(E^tI_G{}^*) \qquad (۲۰)$$

که درآن Re معرف قسمت حقیقی یک عدد مختلط است . ازمعادله (۱۹) نتیجه میشود که :

$$E^t=I_G{}^tZ^t \qquad (۲۱)$$

و پس از جانشین کردن معادله (۲۱) درمعادله (۲۰) و توجه باینکه P_L تنها یک عدد است نتیجه زیر بدست خواهد آمد :

$$P_L=\mathrm{Re}\,(I_G{}^tZ^tI_G{}^*)$$

$$=\mathrm{Re}\,(I_G{}^{*t}ZI_G) \qquad (۲۲)$$

مؤلفه های حقیقی و موهومی شدت جریان I_G را بترتیب با I_d و I_q نشان خواهیم داد یعنی :

۱ — Quadratic form

$$\mathbf{I}_G=\mathbf{I}_d+j\,\mathbf{I}_q \qquad (۲۳)$$

سرانجام با درنظر گرفتن رابطه(۲۳) و نوشتن ماتریس امپدانس $\mathbf{Z}$ بصورت مجموع مؤلفه هایش یعنی مقاومت و رآکتانس معادله (۲۲) بصورت زیر درمیآید :

$$P_L=\mathrm{Re}\,[(\mathbf{I}_d^t-j\,\mathbf{I}_q^t)\,(\mathbf{R}+j\,\mathbf{X})\,(\mathbf{I}_d+j\,\mathbf{I}_q)\,]$$

که پس از انجام عملیات ضرب نتیجه زیر حاصل میشود :

$$\begin{aligned} P_L&=\mathbf{I}_d^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_d-\mathbf{I}_d^t\mathbf{X}\,\mathbf{I}_q+\mathbf{I}_q^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_q+\mathbf{I}_q^t\mathbf{X}\,\mathbf{I}_d\\ &=\mathbf{I}_d^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_d-\mathbf{I}_d^t\mathbf{X}\,\mathbf{I}_q+\mathbf{I}_q^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_q+\mathbf{I}_d^t\mathbf{X}^t\mathbf{I}_q\\ &=\mathbf{I}_d^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_d+\mathbf{I}_q^t\mathbf{R}\,\mathbf{I}_q-۲\,\mathbf{I}_d^t\left(\frac{\mathbf{X}-\mathbf{X}^t}{۲}\right)\mathbf{I}_q \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

با توجه به توضیحاتی که درمورد فرمهای کوادراتیک داده شده معادله (۲۴) بصورت زیر درمیآید :

$$P_L=\mathbf{I}_d^t\left(\frac{\mathbf{R}+\mathbf{R}^t}{۲}\right)\mathbf{I}_d+\mathbf{I}_q^t\left(\frac{\mathbf{R}+\mathbf{R}^t}{۲}\right)\mathbf{I}_q-۲\,\mathbf{I}_d^t\left(\frac{\mathbf{X}-\mathbf{X}^t}{۲}\right)\mathbf{I}_q \qquad (۲۵)$$

یعنی فقط قسمت متقارن ماتریس مقاومت وقسمت متقارن متقابل ماتریس رآکتانس سیستم معادل شکل(۸) درمحاسبه تلفات شرکت دارند .

از روی معادله (۱۸) قسمت متقارن و حقیقی ماتریس $\mathbf{Z}$ بشرح زیر تعیین میشود :

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{R}+\mathbf{R}^t}{۲}&=\mathrm{Re}\,\frac{۱}{۲}\,(\mathbf{Z}+\mathbf{Z}^t)\\ &=\mathrm{Re}\,\frac{۱}{۲}\,(\mathbf{Z}_{G\text{-}G}-\mathbf{a}-\mathbf{b}^t+\mathbf{w}+\mathbf{Z}^t_{G\text{-}G}-\mathbf{a}^t-\mathbf{b}+\mathbf{w}^t) \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

حال اگر توجه کنیم که $\mathbf{Z}_{G\text{-}G}$ یک ماتریس متقارن است و درضمن $\mathbf{w}$ ماتریسی است $N\times N$ که تمام جمله هایش مساوی همدیگر بوده و عبارتند از :

$$w=\sum_i\sum_j l_i^*\,Z_{Li\text{-}Lj}\,l_j \qquad (۲۷)$$

دراینصورت رابطه (۲۶) بصورت زیر خلاصه میشود :

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{R}+\mathbf{R}^t}{۲}&=\mathrm{Re}\,\frac{۱}{۲}\,[۲\,\mathbf{Z}_{G\text{-}G}-(\mathbf{a}+\mathbf{b})-(\mathbf{a}^t+\mathbf{b}^t)+۲\,\mathbf{w}]\\ &=\mathbf{R}_{G\text{-}G}-\mathbf{d}-\mathbf{d}^t+\mathbf{w}' \end{aligned} \qquad (۲۸)$$

که درمعادله (۲۸) :

$$\mathbf{d}=\mathrm{Re}\left(\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{۲}\right) \tag{۲۹}$$

$$\mathbf{W}'=\mathrm{Re}(\mathbf{W})$$

برای اینکه **d** را بتوانیم مستقیماً از روی‌مشخصات شبکه حساب کنیم از روابط (۱۷) استفاده خواهیم کرد، ضمناً ماتریسهای **L** و **W** را بصورت زیر مینویسیم :

$$\mathbf{L}=\mathbf{L}'+j\,\mathbf{L}''$$

$$\mathbf{W}=\mathbf{W}'+j\,\mathbf{W}'' \tag{۳۱}$$

دراینصورت :

$$\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}+\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}^*=\mathbf{Z}\,(\mathbf{L}+\mathbf{L}^*)$$

$$=۲\,\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}'$$

درنتیجه :

$$\mathbf{d}=\mathrm{Re}\left(\frac{\mathbf{a}+\mathbf{b}}{۲}\right)=\mathbf{R}_{G-L}\mathbf{L}' \tag{۳۲}$$

ضمناً ماتریس $\mathbf{W}'$ ماتریسی خواهد بود که تمام جمله‌هایش مساوی همدیگر بوده و با مراجعه به رابطه (۲۷) بشرح زیر میباشند :

$$w'=\mathrm{Re}(w)=\mathrm{Re}\,(\sum_i\sum_j l_i^*\,Z_{Li-Lj}\,l_j) \tag{۳۳}$$

محاسبه w' ازفرمول(۳۳) مستلزم اندازه‌گیری وتعیین تمام امپدانسهای Z_{Li-Lj} است و برای سیستمی که ۵۰ مصرف کننده داشته باشد تعداد این امپدانسها ۲۵۰۰ خواهد بود و بوضوح دیده میشود که محاسبه w' برای این سیستم چقدر طولانی خواهد بود بهمین‌جهت بهتراست روش‌دیگری برای محاسبه w' انتخاب نمود . بعداً ضمن مطالب آینده یک روش خیلی آسانتر و کوتاهتر برای محاسبه w' ارائه خواهد شد .

قسمت متقارن متقابل و موهومی **Z** بشرح زیر تعیین میشود :

$$\frac{\mathbf{X}-\mathbf{X}^t}{۲}=\mathrm{I_m}\left(\frac{\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t}{۲}\right)$$

$$=\mathrm{I_m}\left(\frac{\mathbf{Z}_{G-G}-\mathbf{a}-\mathbf{b}^t+\mathbf{W}-\mathbf{Z}^t_{G-G}+\mathbf{a}^t+\mathbf{b}-\mathbf{W}^t}{۲}\right)$$

$$=\mathrm{I_m}\left[\frac{-(\mathbf{a}-\mathbf{b})+(\mathbf{a}^t-\mathbf{b}^t)}{۲}\right] \tag{۳۴}$$

در روابط بالا I_m معرف قسمت موهومی عدد مختلط میباشد . از روی روابط (۱۷) و (۳۱) نتیجه زیر بدست خواهد آمد :

$$\mathbf{a}-\mathbf{b}=\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}-\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}^{*}=2j\,\mathbf{Z}_{G-L}\mathbf{L}''$$

$$I_m(\mathbf{a}-\mathbf{b})=2\,\mathbf{R}_{G-L}\mathbf{L}''$$

$$I_m(\mathbf{a}^t-\mathbf{b}^t)=2\,\mathbf{L}''^t\mathbf{R}^t_{G-L}$$

و درنتیجه :

$$\frac{\mathbf{X}-\mathbf{X}^t}{2}=\left(\frac{-2\,\mathbf{R}_{G-L}\mathbf{L}''+2\,\mathbf{L}''^t\mathbf{R}^t_{G-L}}{2}\right)$$

$$=(-\mathbf{f}+\mathbf{f}^t) \qquad (۳۰)$$

که در رابطه (۳۵) :

$$\mathbf{f}=\mathbf{R}_{G-L}\mathbf{L}'' \qquad (۳۶)$$

سرانجام با درنظرگرفتن عبارت (۳۵) و (۲۸) فرمول (۲۰) تلفات انتقال بصورت زیر درمیآید :

$$P_L=\mathbf{I}_d^t\mathbf{R}\mathbf{I}_d+\mathbf{I}_q^t\mathbf{R}\mathbf{I}_q+2\,\mathbf{I}_d^t(\mathbf{f}-\mathbf{f}^t)\mathbf{I}_q \qquad (۳۷)$$

که درآن ازاین پس ماتریس **R** را بعنوان قسمت متقارن ماتریس مقاومت درنظر خواهیم داشت و با توجه برابطه (۲۸) از عبارت زیر محاسبه خواهد شد :

$$\mathbf{R}=\mathbf{R}_{G-G}-\mathbf{d}-\mathbf{d}^t+\mathbf{W}'$$

تبدیل ازشدت جریان مولدها به توان مولدها

معادله (۳۷) تلفات انتقال‌را برحسب شدت جریان مولدها بیان میکند ولی چون در دیسپاچینگ معمولاً با توان مولدها (نیروگاهها) سروکار داریم بنابراین بهتراست که معادله (۳۷) را بشکلی تبدیل کنیم که برحسب توان مولدها بیان شود . برای این منظور زاویه بین ولتاژ مولد G_i و محور مبنای مقایسه[1] را بوسیله θ_i نشان خواهیم داد . محور مبنای مقایسه همان محور مشترکی است که تاکنون تمام ولتاژها و شدت جریانها را نسبت بآن سنجیده بودیم . ضمناً علائم زیر را نیز بکار خواهیم برد :

P_i : توان تحویلی بوسیله مولد G_i

Q_i : توان رآکتیو تحویلی بوسیله مولد G_i

V_i : مقدار ولتاژ مولد G_i

توانهای آکتیو و رآکتیو در شمش i را میتوان ازمعادله زیر بدست آورد :

$$P_i+j\,Q_i=V_i\,e^{j\theta_i}\,\overset{*}{I}_{Gi}=V_i(\cos\theta_i+j\sin\theta_i)(I_{di}-j\,I_{gi})$$

پس از جدا کردن قسمتهای حقیقی و موهومی درمعادله بالا نتیجه زیر بدست خواهد آمد :

---

۱ — Reference axis

$$I_{di}=\frac{۱}{V_i}\left(P_i\cos\theta_i+Q_i\sin\theta_i\right) \qquad (۳۹)$$

$$I_{gi}=-\frac{۱}{V_i}\left(-P_i\sin\theta_i+Q_i\cos\theta_i\right) \qquad (۴۰)$$

برای اینکه Q_i را ازصورت متغیر خارج کنیم فرض میشود که نسبت $\frac{Q_i}{P_i}$ مقدار ثابت s_i باقی بماند . با این ترتیب معادلات (۳۹) و (۴۰) بشکل زیر نوشته خواهند شد .

$$I_{di}=\frac{۱}{V_i}\left(\cos\theta_i+s_i\sin\theta_i\right)P_i \qquad (۴۱)$$

$$I_{gi}=-\frac{۱}{V_i}\left(-\sin\theta_i+s_i\cos\theta_i\right)P_i \qquad (۴۲)$$

اکنون برای اینکه بتوانیم مقادیر I_{di} و I_{gi} را درمعادله (۳۷) جانشین کنیم لازم است ابتدا معادله ماتریسی (۳۷) را بشکل زیر بصورت زیرنویس دار بنویسیم :

$$P_L=\sum_i\sum_j I_{di}R_{ij}I_{dj}+\sum_i\sum_j I_{gi}R_{ij}I_{gi}+۲\sum_i\sum_j I_{di}\left(f_{ij}-f_{ji}\right)I_{gj} \qquad (۴۳)$$

حالا میتوان مقادیر I_{di} و I_{gi} را از معادلات (۴۱) و (۴۲) درمعادله (۴۳) جانشین کرد :

$$\begin{aligned}P_L=&\sum_i\sum_j P_i\left[\frac{۱}{V_i}\left(\cos\theta_i+s_i\sin\theta_i\right)\right]R_{ij}\left[\frac{۱}{V_j}\left(\cos\theta_j\cdot s_j\sin\theta_j\right)\right]P_j\\&+\sum_i\sum_j P_i\left[\frac{۱}{V_i}\left(-\sin\theta_i+s_i\cos\theta_i\right)\right]\dot{R}_{ij}\left[\frac{۱}{V_j}\left(-\sin\theta_j+s_j\cos\theta_j\right)\right]P_j\\&-۲\sum_i\sum_j P_i\left[\frac{۱}{V_i}\left(\cos\theta_i+s_i\sin\theta_i\right)\right]\left(f_{ij}-f_{ji}\right)\left[\frac{۱}{V_j}\left(-\sin\theta_j+s_j\cos_j\right)\right]P_j\end{aligned} \qquad (۴۴)$$

اگر زاویه $(\theta_i-\theta_j)$ را بوسیله θ_{ij} نشان دهیم پس از انجام عملیات لازم سرانجام معادله (۴۴) بصورت زیر درمیآید :

$$P_L=\sum_i\sum_j P_iK_{ij}R_{ij}P_j-۲\sum_i\sum_j P_iF_{ij}P_j \qquad (۴۵)$$

که درآن :

$$K_{ij}=\frac{۱}{V_iV_j}\left[\left(۱+s_is_j\right)\cos\theta_{ij}+\left(s_i-s_j\right)\sin\theta_{ij}\right] \qquad (۴۶)$$

$$F_{ij}=\frac{۱}{V_iV_j}\left(-\cos\theta_i\sin\theta_j+s_j\cos\theta_i\cos\theta_j-s_i\sin\theta_i\sin\theta_j+s_is_j\sin\theta_i\cos\theta_j\right)\left(f_{ij}-f_{ji}\right) \qquad (۴۷)$$

اما چون $\sum_i \sum_j P_i F_{ij} P_j$ یک فرم کوادراتیک است بنابراین برطبق آنچه که گفته شده میتوان محاسبه آنرا مختصرتر کرده و فقط قسمت متقارن آنرا بکار برد :

$$\frac{F_{ij}+F_{ji}}{۲} = \frac{۱}{۲V_i V_j}\Big[(-\cos\theta_i \sin\theta_j + s_j \cos\theta_i \cos\theta_j - s_i \sin\theta_i \sin\theta_j + s_i s_j \sin\theta_i \cos\theta_j) - (-\cos\theta_j \sin\theta_i + s_i \cos\theta_j \cos\theta_i - s_j \sin\theta_j \sin\theta_i + s_j s_i \sin\theta_j \cos\theta_i)\Big](f_{ij} - f_{ji}) \qquad (۴۸)$$

که پس از انجام عملیات بصورت زیر خلاصه میشود :

$$\frac{F_{ij}+F_{ji}}{۲} = \frac{۱}{۲V_i V_j}\Big[(۱+s_i s_j)\sin\theta_{ij} + (s_j - s_i)\cos\theta_{ij}\Big](f_{ij} - f_{ji}) = \frac{۱}{۲} H_{ij}(f_{ij} - f_{ji}) \qquad (۴۹)$$

که درآن :

$$H_{ij} = \frac{۱}{V_i V_j}\Big[(۱+s_i s_j)\sin\theta_{ij} + (s_j - s_i)\cos\theta_{ij}\Big] \qquad (۵۰)$$

سرانجام با استفاده از رابطه (۴۹) معادله (۴۵) بصورت زیر درمیآید :

$$\begin{aligned} P_L &= \sum_i \sum_j P_i K_{ij} R_{ij} P_j - ۲ \sum_i \sum_j P_i \frac{H_{ij}(f_{ij} - f_{ji})}{۲} P_j \\ &= \sum_i \sum_j P_i [K_{ij} R_{ij} - H_{ij}(f_{ij} - f_{ji})] P_i \\ &= \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j \qquad (۵۱) \end{aligned}$$

که درمعادله (۵۱)

$$B_{ij} = K_{ij} R_{ij} - H_{ij}(f_{ij} - f_{ji}) \qquad (۵۲)$$

بدیهی است که معادله (۵۱) را برحسب ماتریسهای **P** و **B** بصورت زیر نیز میتوان نوشت :

$$P_L = \mathbf{P^t B P} \qquad (۵۳)$$

ماتریس **P** یک ماتریس ستونی است که جمله هایش توان نیروگاههای موجود درسیستم میباشند و ماتریس **B** یک ماتریس مربع است که جمله هایش با استفاده از رابطه (۵۲) تعیین میشوند .

اگر در رابطه (۵۲) ازجمله $H_{ij}(f_{ij} - f_{ji})$ صرفنظر کنیم دراین صورت جمله های ماتریس **B** از رابطه ساده زیر محاسبه خواهند شد :

$$B_{ij} = K_{ij} R_{ij} \qquad (۵۴)$$

راجع به شرایطی که برای آنها جمله $H_{ij}(f_{ij} - f_{ji})$ میتواند خیلی کوچک باشد بحث خواهد شد .

مدار معادل متناظر با معادله (۵۱) درشکل (۲) نشان داده شده است و ملاحظه میشود که باین

ترتیب توانستیم معادله مربوط به تلفات انتقال را برحسب توان مولدها بیان کنیم. ضرایب B_{ij} (جمله های ماتریس **B**) مدار معادلی را برای تلفات تعیین مینمایند که توانهای مولدها ازطریق این مدار به مصرف کننده کل سیستم تحویل داده میشوند و چون $B_{ij}=B_{ji}$ بنابراین هنگامیکه تعداد مولدها N باشد تعداد این ضرایب مساوی $\frac{N(N+1)}{2}$ خواهد بود.

مقادیر نسبی جمله ها B_{ij} را میتوان با اطلاع ازشکل سیستم انتقال تخمین زد، مثلاً نیروگاههائیکه بیشتر ازمحل مصرف کننده‌ها دورهستند جمله های B_{ii} (جمله های قطر ماتریس) بزرگتری خواهند داشت یا اینکه نیروگاههائیکه نزدیک هم باشند جمله های متقابل[1] مثبتی دارند ونیروگاههائیکه درطرفین سیستم قرار دارند معمولاً جمله های متقابل منفی خواهند داشت . بهرحال در هر سطر یا ستون جمله های روی قطر همیشه مثبت بوده و معمولاً بزرگترین عدد مثبت آن سطر یا ستون میباشند .

معادلات (۵۲) یا (۵٤) نشان میدهند که برای محاسبه جمله های ماتریس **B** لازم است ابتدا جمله های ماتریس **R** را تعیین کرد ومراجعه به معادله(۳۸) نشان میدهد که محاسبه ماتریسی **R** مستلزم محاسبه ماتریس **W'** است. همانطورکه قبلاً نیزگفته شد **W'** ماتریسی است که تمام جمله هایش مساوی همدیگر بوده و با استفاده از رابطه (۳۳) محاسبه میشوند. چون محاسبه w' از رابطه (۳۳) بسیار طولانی و خسته کننده است بهمین جهت دراینجا روش دیگری برای محاسبه w' عرضه خواهد شد .

جمله های ماتریس **R** از روی رابطه (۳۸) عبارتند از :

$$R_{ij}=R_{Gi\text{-}Gj}-d_{ij}-d_{ji}+w' \qquad (۵۵)$$

اکنون اگر R_{ij} را ازمعادله (۵۵) درمعادله (۵۲) قرار دهیم :

$$\begin{aligned}B_{ij}&=K_{ij}(R_{Gi\text{-}Gj}-d_{ij}-d_{ji}+w')-H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})\\&=K_{ij}(R_{Gi\text{-}Gj}-d_{ij}-d_{ji})+K_{ij}w'-H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})\\&=A_{ij}+K_{ij}w'-H_{ij}(f_{ij}-f_{ji}) \qquad (۵٦)\end{aligned}$$

که درمعادله (۵٦) :

$$A_{ij}=K_{ij}(R_{Gi\text{-}Gj}-d_{ij}-d_{ji}) \qquad (۵۷)$$

حال اگر تلفاتی راکه با استفاده ازفرمول تلفات حساب میشوند بامجموع $I_k^2R_k$ یعنی تلفات درتمام خطوط خطوط انتقال مساوی قرار دهیم نتیجه زیر حاصل میشود :

$$\begin{aligned}\sum_k I_k^2R_k&=\sum_i\sum_j P_iB_{ij}P_j\\&=\sum_i\sum_j P_iA_{ij}P_j+\sum_i\sum_j P_iK_{ij}w'P_j-\sum_i\sum_j P_iH_{ij}(f_{ij}-f_{ji})P_j\end{aligned}$$

---

۱ — Mutual terms

که درمعادله بالا I_k مقدار شدت جریان خط k و R_k مقاومت خط k میباشد و اگر آنرا برحسب w' حل کنیم دراینصورت :

$$w' = \frac{\sum_k I_k^2 R_k - \sum_i \sum_j P_i A_{ij} P_j + \sum_i \sum_j P_i H_{ij}(f_{ij} - f_{ji}) P_i}{\sum_i \sum_j P_i K_{ij} P_j} \qquad (۵۸)$$

و پس از صرفنظر کردن از تأثیر $H_{ij}(f_{ij} - f_{ji})$ عبارت مربوط به w' بشکل زیر درمیآید :

$$w' = \frac{\sum_k I_k^2 R_k - \sum_i \sum_j P_i A_{ij} P_j}{\sum_i \sum_j P_i K_{ij} P_j}$$

$$= \frac{\sum_k I_k^2 R_k - \mathbf{P^t A P}}{\mathbf{P^t K P}} \qquad (۵۹)$$

که جمله‌های ماتریس **A** و ماتریس **K** بترتیب با استفاده از فرمولهای (۵۷) و (۴۶) محاسبه میشوند . بوضوح دیده میشود که محاسبه w' با این‌طریقه یعنی بکمک فرمولهای (۵۸) و (۵۹) موجب میشود که دیگر لزومی به تعیین امپدانسهای $Z_{Li\text{-}Lj}$ مربوط به مصرف کننده‌ها نباشد .

نمایش مشخصه‌های رآکتیو مولدها

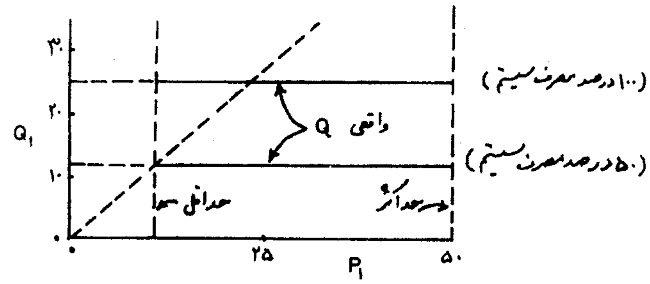
قبلاً درقسمت تبدیل شدت جریان مولدها به توان مولدها برای اینکه Q_i ازصورت متغیر بودن حذف گردد رابطه‌ای بصورت زیر برای آن فرض کردیم :

$$Q_i = s_i P_i \qquad (۶۰)$$

که در بیشتر حالتها بخصوص هنگامیکه مقدار s_i کوچک است این فرض منتهی به جوابهای قابل قبولی میشود . دراین قسمت میخواهیم راجع به روشهای دیگری که برای درنظرگرفتن توان رآکتیو مولد بکار میروند گفتگو کنیم .

بعنوان مثال تغییرات Q_i را برحسب P_i بصورتیکه درشکل (۹) نشان داده شده درنظر بگیرید . ملاحظه میشود که $Q_1 = s_1 P_1$ نمیتواند نمایش خیلی دقیقی از تغییرات Q_1 برحسب P_1 باشد چون دراین حالت خاص Q_1 بطور مستقل از P_1 تغییر میکند و فقط تابع مصرف کل سیستم است . بهمین‌جهت بهتر است که قسمتی از توان رآکتیو نیروگاه را بعنوان مصرف کننده روی شمش نیروگاه درنظر بگیریم در

این صورت هنگامیکه مصرف سیستم زیاد میشود Q_1 نیز افزایش مییابد وبهمین ترتیب وقتیکه مصرف سیستم کم میشود Q_1 کاهش پیدا میکند .



شکل ۹ ـ تغییرات توان رآکتیو برحسب توان حقیقی

اگر آن قسمت ازتوان رآکتیو نیروگاه i راکه بعنوان مصرف کننده درنظر خواهیم گرفت با Q_{Li} نشان دهیم دراینصورت :

$$Q_i = Q_{Li} + s_i P_i \qquad (۶۱)$$

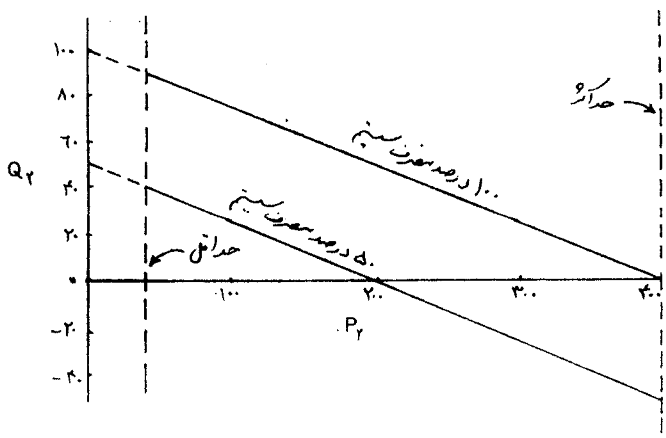
مثلاً برای شکل (۹) چون $s_1 = 0$ است نتیجه زیر بدست خواهد آمد :

$$Q_1 + Q_{L1} + s_1 P_1 = Q_{L1}$$

یک حالت جالب دیگر درشکل (۱۰) نشان داده شده است و ملاحظه میشود که Q_2 علاوه براینکه تابع مصرف کل سیستم است تابع P_2 نیز میباشد . دراینحالت برای وقتیکه مصرف سیستم ۱۰۰ درصد باشد چنین داریم :

$$Q_2 = Q_{L2} + s_2 P_2 = 100 - 0.25\, P_2$$

و هنگامیکه مصرف سیستم ۵۰ درصد باشد :



شکل ۱۰ ـ توان رآکتیو برحسب توان حقیقی

بنابراین فرض اینکه Q_i هم تابع مصرف سیستم وهم تابع توان نیروگاه باشد موجب میشود که توانائیمان برای نمایش مشخصه های رآکتیو نیروگاه بیشتر شود .

مشخصه های رآکتیوی که در بارەشان گفتگو شد بکمک ارقام واطلاعاتی که از نیروگاهها بدست میآیند رسم میشوند یا اینکه با استفاده ازمطالعات تقسیم بار درسیستم[1] تهیه میکردند. اما اگر هیچگونه اطلاعی در دسترس نباشد بهتر است که s_i از فرمول زیر مساسبه شود :

$$s_i = -\frac{R}{X} = \frac{\Delta Q_i}{\Delta P_i} \qquad (٦٢)$$

که در رابطه بالا R/X عبارتست از نسبت مقاومت رآکتانس سیستم انتقال .

درصورتیکه Q_i متغیر می‌باشد کـه بهیچوجه نتوان آنرا بصورت تـابعی از مصرف سیستم و توان نیروگاه نمایش داد میتوان آنرا بهمان صورت‌متغیر درفرمول‌تلفات نگاهداشت. دراین‌حالت بایستی عملیاتی را که قبلاً درقسمت تبدیل شدت جریان مولدها انجام شده با جانشین کـردن معادلات (۳۹) و (٤٠) در معادله (٤٣) دنبال کرد .

نمایش مصرف کننده‌ها

اگر درسیستم‌مصرف کننده هائی پیدا شوند که مصرفشان‌درسرتاسر روزمانند سایر مصرف کننده‌های سیستم تغییر نکند میتوان این مصرف کننده‌ها را بصورت مولـدهائی با توان منفی درنظرگرفته و آنها را در فرمول تلفات گنجانید .

هم‌چنین گاهی بهتراست که مصرف کننده‌های شمشی های مختلف‌را بدومؤلفه که یکی تابع‌مصرف کل سیستم و دیگری مقدار ثابتی باشد تجزیه نمود . قسمت‌های ثابت مصرف کننده‌ها بعنوان مولد باتوان منفی درفرمول تلفات بکار برده میشوند و دراینحالت فرمول تلفات بشکل زیر درخواهد آمد :

$$P_L = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} P_i B_{ij} P_j + \sum_{j=1}^{N} B_{jo} P_j + B_{oo} \qquad (٦٢)$$

که درمعادله (٦٣) :

$$B_{jo} = \sum_{k=1}^{M} B'_{jk} p_k$$

$$B_{oo} = \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} p_k \beta_{kl} p_l$$

۱ —Load–flow study

p_k و p_l : عبارتند از قسمت ثابت توان مصرف کننده

B'_{jk} : عبارتند ازضرایب متقابل فرمول تلفات که بین مؤلفه های ثابت مصرف کننده ها ومولدها موجود هستند (بدیهی است که ضریب بمصرف کننده ومولدی که بیک شمش مشترك وصل هستند یعنی B'_{jj} مساوی صفر میباشد) .

β_{kl} : عبارتند از ضرایب فرمول تلفات برای مؤلفه های ثابت مصرف کننده ها .

N : تعداد مولدها (نیروگاهها) .

M : تعداد مصرف کننده ها .

با معرفی ماتریسهای زیر :

$$\mathbf{B}_{\circ}=\begin{bmatrix} B_{1\circ} \\ B_{2\circ} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_{N\circ} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B'}=\begin{bmatrix} \circ & B'_{12} & B'_{13} & \cdots & B'_{1M} \\ B'_{21} & \circ & B'_{23} & \cdots & B'_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B'_{N1} & B'_{N2} & B'_{N3} & \cdots & B'_{NM} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}=\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_M \end{bmatrix} \qquad \beta=\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1M} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \beta_{M1} & \beta_{M2} & \cdots & \beta_{MM} \end{bmatrix}$$

و بخاطر آوردن ماتریسهای $\mathbf{P}$ و $\mathbf{B}$ سرانجام معادلهٔ (٦٣) را بصورت زیر نیز میتوان نوشت :

$$P_L=\mathbf{P^tBP}+\mathbf{B^t_{\circ}P}+\mathbf{p^t\beta p} \qquad (٦٤)$$

که درمعادله (٦٤) ماتریس $\mathbf{B}_{\circ}$ از رابطه زیر محاسبه خواهد شد :

$$\mathbf{B}_{\circ}=\mathbf{B'p}$$

فرمول تلفاتی که بوسیله معادله (٥١) یا (٥٣) بیان شده براساس این فرض بدست آمده بود که شدت جریان هریک ازمصرف کننده ها بصورت کسر ثابتی از مصرف کل سیستم باقی بماند ولی بتجربه دیده شده که این فرض برای بیشتر سیستمها کافی نیست. بهمین جهت معادله (٥١) یا (٥٣) را میتوان بحالتی

تمدید داد که درآن شدت جریان هریک از مصرف کننده‌ها بصورت یک تابع خطی از مصرف کل درنظر گرفته شوند یعنی :

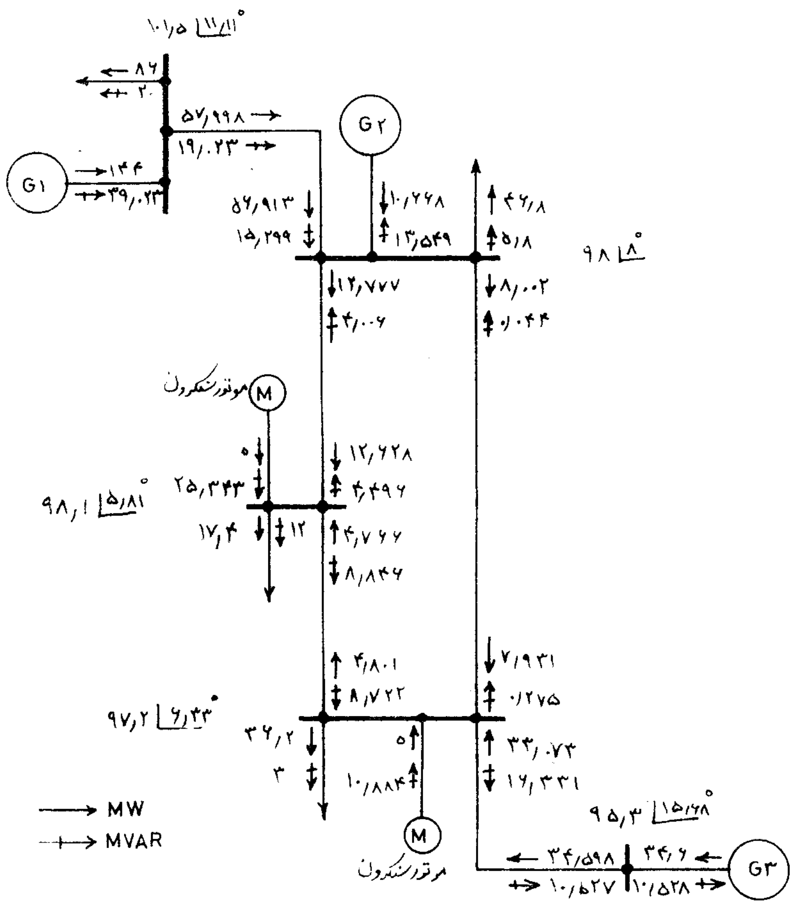
$$I_{Lk}=l_k I_T+I_{ok} \qquad k=1\,,\,2\,,\,\ldots\,,\,M \qquad (65)$$

که درمعادله بالا l_k میزان تغییر شدت جریان‌مصرف کننده k برحسب مصرف کل و I_{ok} مقدار شدت‌جریان مصرف کننده k را در وقتیکه I_T صفر باشد نشان میدهند .

با روشی مشابه با آنچه که تاکنون گفته شده مجدداً برای فرمول تلفات معادله‌ای بصورت رابطه (۶۳) بدست میآید و بخصوص‌ملاحظه میشود که عبارت مربوط به B_{ij} درست بهمان صورتی است که قبلاً بدست آمده بود (معادله ۵۶) با این تفاوت که دراینجا l_k بوسیله معادله (۶۵) تعریف شده است[1] .

مثال عددی

بخاطراینکه طرز تعیین‌ضرایب فرمول‌تلفات بشکل ساده‌ای نمایان گردد بهتراست باطرح مسئله‌ای روش محاسبه نشان داده شود . برای این منظور سیستم ساده‌ای متشکل از سه نیروگاه را که درشکل (۱۱)



شکل ۱۱ ـ تقسیم بار درحالت کار عادی سیستم

۱ ــ به منبع مراجعه شماره ۲ رجوع شود .

نشان داده شده است انتخاب کرده وطریقه عملی محاسبه ضرایب فرمول تلفات بوسیله آن تشریح خواهد شد.

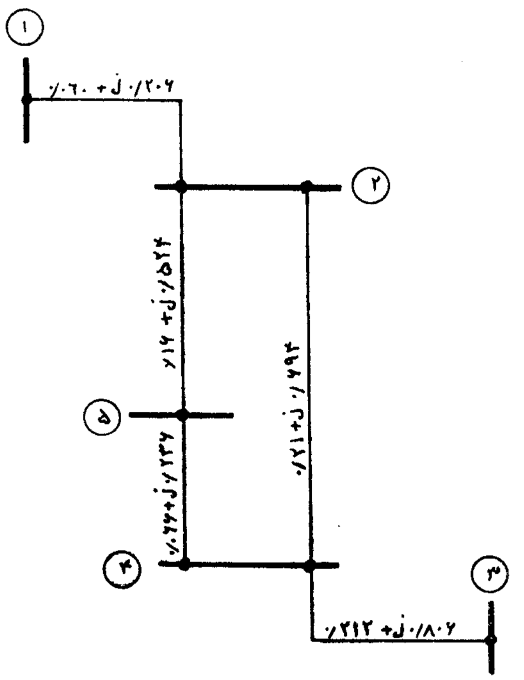
۱ ـ ماتریس امپدانس شمش (Z_{bus})

ابتدا لازم است ماتریس امپدانس شمش تعیین گردد. برای این منظور شمش شماره ۲ را بعنوان مبنا انتخاب کرده و بکمک روشی که قبلاً درقسمت فرمول بندی شبکه تشریح شده Z_{bus} محاسبه میشود:

$$Z_{bus}=\begin{bmatrix} 0.06+j0.206 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3209+j1.169 & 0.1089+j0.3627 & 0.0771+j0.2001 \\ 0 & 0 & 0.1089+j0.3627 & 0.1089+j0.3627 & 0.0771+j0.2001 \\ 0 & 0 & 0.0771+j0.2001 & 0.0771+j0.2001 & 0.0965+j0.330 \end{bmatrix}$$

ضمناً شدت جریان بارکننده خطوط درمصرف کننده ها گنجانیده شده است.

امپدانسهای فوق برمبنای توان ۲۰۰ MVA حساب شده‌اند، ضمناً امپدانس خطوط انتقال در شکل (۱۲) نشان داده شده است. اکنون با در دست داشتن Z_{bus} تحت ماتریسهای R_{G-G} و R_{L-G} بسهولت از روی آن تعیین میشوند:



شکل ۱۲ ـ امپدانس خطوط انتقال

$$
\mathbf{R}_{G-G}=\begin{bmatrix} 0.060 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3209 \end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{R}_{L-G}=\begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3209 \\ 0 & 0 & 0.1089 \\ 0 & 0 & 0.0771 \end{bmatrix}
$$

ب ـ تقسیم بار درشبکه

یک‌حالت ازشرایط کار عادی سیستم‌را که بیشترمورد توجه میباشد انتخاب کرده وبکمک روشهای محاسبه تقسیم بار درشبکه اطلاعات زیر برای این حالت محاسبه میشوند :

۱ ـ توان آکتیو و رآکتیو و ولتاژ و زاویه ولتاژ تمام مولدها

۲ ـ مقدار شدت جریان تمام خطوط

۳ ـ سپس مبنای مقایسه زوایای شدت جریان طوری انتخاب میشود که جمع‌برداری تمام شدت جریانهای‌مصرف‌کننده‌ها یعنی شدت‌جریان‌مصرف‌کننده کل یک عدد حقیقی باشد. دراین‌شرایط مؤلفه های حقیقی و موهومی شدت جریانهای مصرف‌کننده حساب میشوند . همانطوریکه قبلاً گفته شده شدت جریان بار معادل هرشمش بصورت مجموع شدت جریـان‌کندانساتور سنکرون ، شدت جریان بارکننده خط و شدت جریان مصرف‌کننده درنظرگرفته میشود . ضمناً درشدت جریان بار معادل روی شمش مولدها آن قسمت از توان رآکتیو نیروگاه که تابعی از توان مولدها نیست نیزگنجانیده شده است (رجوع شود به قسمت نمایش مشخصه های رآکتیو مولدها) .

٤ ـ بمنظور بررسی طرز کار سیستم لازم است که ولتاژ تمام مصرف کننده‌ها و توان‌های آکتیو و رآکتیو تمام مصرف کننده‌ها و خطوط ، و توان رآکتیو کندانساتورهای سنکرون نیز محاسبه شوند . ضمناً پیشنهاد میشود که با تغییر بار مصرف‌کننده‌ها چند حالت دیگر از تقسیم بار درشبکه محاسبه شوند تا بتوان دقت فرمول تلفات را تحقیق کرده و ضمناً بتوان شکـل تغییرات توان رآکتیو نیروگـاهها را نسبت به توان آکتیوشان تعیین نمود .

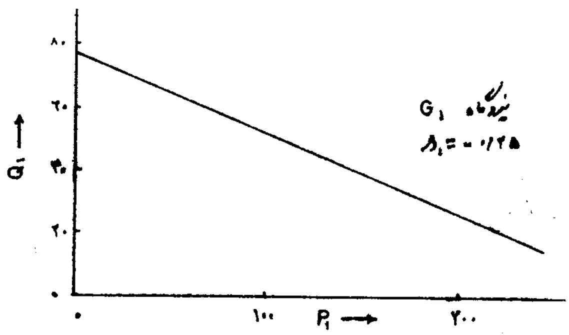
برای این مسئله پنج حالت مختلف تقسیم بار درشبکه محاسبه شده که نتایج آن بشرح زیر است :

حالتهای مختلف تقسیم بار در شبکه		۱	۲	۳*	۴	۵
نیروگاه G۱	MW	۴۳/۸۰۰	۹۳/۰۰۰	۱۴۴/۰۰۰	۱۹۵/۰۰۰	۲۴۴/۰۰۰
	MVAR	۶۸/۴۲۵	۵۲/۴۵۶	۳۹/۰۲۳	۲۸/۶۲۹	۲۱/۴۱۲
نیروگاه G۲	MW	۷۷/۱۰۰	۴۵/۵۹۶	۱۰/۶۶۸	-۲۲/۱۲۲	-۵۳/۸۷۲
	MVAR	-۳۲/۳۹۶	-۲۵/۲۹۰	-۱۳/۵۴۹	۱/۰۷۷	۱۸/۲۴۹
نیروگاه G۳	MW	۷۳/۵۰۰	۵۱/۵۰۰	۳۴/۶۰۰	۱۸/۲۰۰	۴/۹۰۰
	MVAR	-۱۰/۷۶۸	-۱۱/۴۶۸	-۱۰/۵۲۸	-۸/۳۶۹	-۵/۶۹۱
تلفات سیستم انتقال**	MW	۷/۹۹۴	۳/۶۹۳	۲/۸۶۸	۴/۲۳۷	۸/۶۲۴

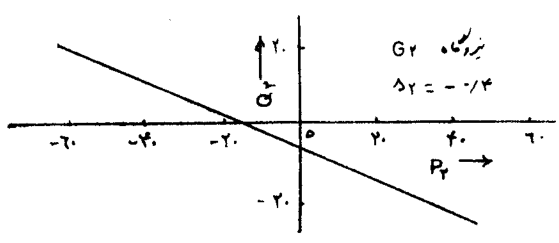
* حالت کار عادی سیستم که موردتوجه است (رجوع شود به شکل ۱۱)

** با استفاده از فرمول $\sum_k I^2_k R_k$ حساب شده است.

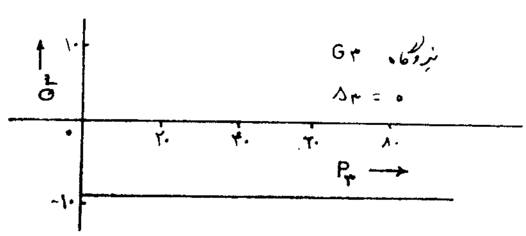
مشخصه های توان رآکتیو نیروگاههای G_1 و G_2 و G_3 بترتیب درشکلهای ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده‌اند. با استفاده ازاین مشخصه ها مقادیر زیر برای s_i و Q_{Li} تعیین میشوند:



شکل ۱۳ - مشخصه توان رآکتیو نیروگاه G_1



شکل ۱۴ - مشخصه توان رآکتیو نیروگاه G_2



شکل ۱۵ - مشخصه توان رآکتیو نیروگاه G_3

نیروگاه G_1	$s_1 = -0.25$	MVAR	$Q_{L1} = 78$
نیروگاه G_2	$s_2 = -0.4$	MVAR	$Q_{L2} = -6$
نیروگاه G_3	$s_3 = 0$	MVAR	$Q_{L3} = -9.5$

پ ـ محاسبه ماتریس $\mathbf{L}$

ماتریس $\mathbf{L}$ در رابطه (۱۳) بیان شده است و برای محاسبه آن لازم است مقادیر l_k را با استفاده از معادله (۹) تعیین نمود .

از روی حالت کار عادی که مورد توجه است شدت جریانهای بار معادل درهرشمش (برحسب نسبت بواحد) نسبت به محور مقایسه‌ایکه با محور مبنای اصلی ۲٫۷۸° زاویه دارد بشرح زیر تعیین خواهند شد (همانطور که قبلاً توضیح داده شده این زاویه طوری انتخاب شده که شدت جریان کل فقط حاوی قسمت حقیقی باشد) :

$$I_{L1} = 0.482158 + j\,0.169336$$

$$I_{L2} = 0.209055 - j\,0.130198$$

$$I_{L3} = -0.008721 - j\,0.049074$$

$$I_{L4} = 0.189079 - j\,0.022723$$

$$I_{L5} = 0.106511 + j\,0.033660$$

کل شدت جریان مصرف کننده با توجه به رابطه (۸) حساب میشود :

$$I_T = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} + I_{L4} + I_{L5} = 0.978082$$

توجه شود که بعلت انتخاب محور مقایسه بصورتیکه دربالا تشریح شده قسمت موهومی شدت جریان کل I_T مساوی صفر شده است .

اکنون بکمک رابطه (۹) مقادیر l_k بسهولت محاسته میشوند :

$$l_1 = \frac{I_{L1}}{I_T} = 0.492962 + j\,0.173130$$

$$l_2 = \frac{I_{L2}}{I_T} = 0.213739 - j\,0.133115$$

$$l_3 = \frac{I_{L3}}{I_T} = -0.008916 - j\,0.050173$$

$$l_4 = \frac{I_{L4}}{I_T} = 0.193316 - j\,0.024254$$

$$l_5 = \frac{I_{L5}}{I_T} = 0.108897 + j\,0.034414$$

بالاخره پس از مراجعه به روابط (۱۳) و (۳۱) ماتریس $\mathbf{L}$ برحسب ماتریسهای $\mathbf{L'}$ و $\mathbf{L''}$ بصورت زیر تعیین میشود :

$$\mathbf{L}=\mathbf{L'}+j\mathbf{L''}=\begin{bmatrix} 0.492962 & 0.492962 & 0.492962 \\ 0.213739 & 0.213739 & 0.213739 \\ -0.008916 & -0.008916 & -0.008916 \\ 0.193316 & 0.193316 & 0.193316 \\ 0.108896 & 0.108896 & 0.108896 \end{bmatrix}$$

$$+j\begin{bmatrix} 0.173130 & 0.173130 & 0.173130 \\ -0.133115 & -0.133115 & -0.133115 \\ -0.050173 & -0.050173 & -0.050173 \\ -0.024254 & -0.024254 & -0.024254 \\ +0.034414 & 0.034414 & 0.034414 \end{bmatrix}$$

ت ـ محاسبه $\mathbf{d}$

محاسبه $\mathbf{d}$ بوسیله رابطه (۳۲) صورت میگیرد :

$$\mathbf{d}=\mathbf{R}_{G\text{-}L}\mathbf{L'}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3209 & 0.1089 & 0.0771 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.492962 & 0.492962 & 0.492962 \\ 0.213739 & 0.213739 & 0.213739 \\ -0.008916 & -0.008916 & -0.008916 \\ 0.193316 & 0.193316 & 0.193316 \\ 0.108896 & 0.108896 & 0.108896 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.029578 & 0.029578 & 0.029578 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.026587 & 0.026587 & 0.026587 \end{bmatrix}$$

ث ـ محاسبه $\mathbf{f}$

محاسبه $\mathbf{f}$ بوسیله رابطه (۳۶) انجام میشود :

$\mathbf{f}=\mathbf{R}_{G\text{-}L}\mathbf{L}''$

$$=\begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3209 & 0.1089 & 0.0771 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.173130 & 0.173130 & 0.173130 \\ -0.133115 & -0.133115 & -0.133115 \\ -0.050173 & -0.050173 & -0.050173 \\ -0.024254 & -0.024254 & -0.024254 \\ 0.034414 & 0.034414 & 0.034414 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.010388 & 0.010388 & 0.010388 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.016089 & -0.016089 & -0.016089 \end{bmatrix}$$

ج ـ محاسبه K

جمله های ماتریس **K** بکمک فرمول (٤٦) محاسبه میشوند وضمناً مقادیر مختلف s_i بوسیله منحنی های شکلهای ۱۳ و ۱٤ و ۱۵ تعیین شده‌اند . با استفاده از شکلهای ۱۱ و ۱۳ و ۱٤ و ۱۵ اطلاعات زیر بدست میآیند :

i	V_i	s_i	θ_i	Q_{Li}
۱	۱٫۰۱۵	-٫۲۵	۱۱٫۱۱	۷۸
۲	٫۹۸۰	-٫۴۰	۸٫۰۰	-۶
۳	٫۹۵۳	۰	۱۵٫۶۸	-۹٫۵

Q_{Li} نشان دهنده آن قسمت از توان راکتیو نیروگاه است که در بار (مصرف کننده) گنجانیده شده است . محاسبه جمله های ماتریس **K** بوسیله جدول زیر نشان داده شده است .

$i-j$	$V_i\,V_j$	θ_{ij}	$(1+s_i s_j)\cos\theta_{ij}$	$(s_i-s_j)\sin\theta_{ij}$	K_{ij}
۱-۱	۱٫۰۳۰۲۲۵	۰	۱٫۰۶۲۵۰۰	۰	۱٫۰۳۱۳۲۸
۱-۲	٫۹۹۴۷۰۰	۳٫۱۱	۱٫۰۹۸۴۸۳	٫۰۰۸۱۳۸	۱٫۱۱۲۴۱۴
۱-۳	٫۹۶۷۲۹۵	-۴٫۵۷	٫۹۹۶۸۲۰	٫۰۱۹۹۲۰	۱٫۰۵۱۱۱۶
۲-۲	٫۹۶۰۴۰۰	۰	۱٫۱۶۰۰۰۰	۰	۱٫۲۰۷۸۴۰
۲-۳	٫۹۳۳۹۴۰	-۷٫۶۸	٫۹۹۱۰۳۰	٫۰۵۳۴۵۶	۱٫۱۱۸۳۶۵
۳-۳	٫۹۰۸۲۰۹	۰	۱٫۰۰۰۰۰۰	۰	۱٫۱۰۱۰۶۸

باین ترتیب ماتریس **K** تعیین میشود (ماتریس **K** یک ماتریس متقارن است) :

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} ١ر٠٣١٣٢٨ & ١ر١١٢٤١٤ & ١ر٠٥١١١٦ \\ ١ر١١٢٤١٤ & ١ر٢٠٧٨٣٠ & ١ر١١٨٣٦٥ \\ ١ر٠٥١١١٦ & ١ر١١٨٣٦٠ & ١ر١٠١٠٦٨ \end{bmatrix}$$

چ ـ محاسبه H

جمله های ماتریس **H** بوسیله فرمول (٥٠) محاسبه میشوند. درجدول زیر طرز محاسبه H_{ij} نشان داده شده است.

$i-j$	$V_i V_j$	θ_{ij}	$(1+\Delta_i \Delta_j)\sin\theta_{ij}$	$(\Delta_j-\Delta_i)\cos\theta_{ij}$	H_{ij}
١-١	١,٠٣٠٢٢٥	٠	٠	٠	٠
١-٢	٠/٩٩۴٧٠٠	٣/١١	٠/٠٥٩٦٧٥	-٠/١۴٩٧٨٠	-٠/٠٩٠٥٨١
١-٣	٠/٩٦٧٢٩٥	-۴/٥٧	-٠/٠٧٩٦٨٠	٠/٢۴٩٢٠٥	٠/١٧٥٢٦٠
٢-٢	٠/٩٦٠۴٠٠	٠	٠	٠	٠
٢-٣	٠/٩٣٩٩۴٠	-٧/٦٨	-٠/١٣٣٢۴٠	٠/٣٩٩۴١٢	٠/٢٨١٣٥٩
٣-٣	٠/٩٠٨٢٠٩	٠	٠	٠	٠

که از روی آن ماتریس **H** تعیین میشود:

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix} ٠ & -٠ر٠٩٠٥٨١ & ٠ر١٧٥٢٦٠ \\ ٠ر٠٩٠٥٨١ & ٠ & ٠ر٢٨١٣٥٩ \\ -٠ر١٧٥٢٦٠ & -٠ر٢٨١٣٥٩ & ٠ \end{bmatrix}$$

ح ـ محاسبه A و P^tAP و P^tKP

جمله های ماتریس **A** از روی فرمول (٥٧) محاسبه میشوند. مثلاً

$$A_{٢٣}=K_{٢٣}(R_{G٢-G٣}-d_{٢٣}-d_{٣٢})$$
$$=١ر١١٨٣٦٥(٠-٠-٠ر٠٢٦٥٨٧)=-٠ر٠٢٩٧٣٤$$

و بهمین ترتیب

$$A_{٣٣}=K_{٣٣}(R_{G٣-G٣}-d_{٣٣}-d_{٣٣})$$
$$=١ر١٠١٠٦٨(٠ر٣٢٠٩-٠ر٠٢٦٥٨٧-٠ر٠٢٦٥٨٧)=٠ر٢٩٤٧٨٥$$

باین ترتیب ماتریس **A** تعیین میشود:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} ٠ر٠٠٠٨٧٠ & -٠ر٠٣٢٩٠٣ & -٠ر٠٥٩٠٣٦ \\ -٠ر٠٣٢٩٠٣ & ٠ & -٠ر٠٢٩٧٣٤ \\ -٠ر٠٥٩٠٣٦ & -٠ر٠٢٩٧٣٤ & ٠ر٢٩٤٧٨٥ \end{bmatrix}$$

توان نیروگاههای G_1 و G_2 و G_3 برای حالت کار عادی سیستم که مورد توجه است از روی شکل (۱۱) برحسب نسبت بواحد بشرح زیر تعیین میشوند :

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ \\ ۰٫۰۵۳۳۴ \\ ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix}$$

دراینصورت :

$$\mathbf{P^tKP}=\begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ & ۰٫۰۵۳۳۴ & ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱٫۰۳۱۳۲۸ & ۱٫۱۱۲۴۱۴ & ۱٫۰۵۱۱۱۶ \\ ۱٫۱۱۲۴۱۴ & ۱٫۲۰۷۸۳۰ & ۱٫۱۱۸۳۶۵ \\ ۱٫۰۵۱۱۱۶ & ۱٫۱۱۸۳۶۵ & ۱٫۱۰۱۰۶۸ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ \\ ۰٫۰۵۳۳۴ \\ ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix} = ۰٫۹۳۸۹$$

بهمین ترتیب :

$$\mathbf{P^tAP}=\begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ & ۰٫۰۵۳۳۴ & ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰٫۰۰۰۸۷۰ & -۰٫۰۳۲۹۰۳ & -۰٫۰۵۹۰۳۶ \\ -۰٫۰۳۲۹۰۳ & ۰ & -۰٫۰۲۹۷۳۴ \\ -۰٫۰۵۹۰۳۶ & -۰٫۰۲۹۷۳۴ & ۰٫۲۹۴۷۸۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ \\ ۰٫۰۵۳۳۴ \\ ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix} = -۰٫۰۰۸۵۱۰$$

خ - محاسبه $\sum\limits_i \sum\limits_j P_i H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})P_j$

ابتدا ماتریسی که جمله هایش $H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})$ میباشند حساب میشود . بعنوان مثال جمله‌ایکه درسطر اول و ستون دوم قرار دارد عبارتست از :

$$H_{12}(f_{12}-f_{21}) = -۰٫۰۹۰۵۸۱(۰٫۰۱۰۳۸۸-۰) - ۰٫۰۰۰۹۴۱$$

بهمین ترتیب بقیه جمله ها نیز محاسبه میشوند . بدیهی‌است چون‌درجمله‌های‌قطر زیرنویسهای i و j مساوی هستند دراین‌صورت این جمله ها همگی مساوی‌صفر هستند و ماتریس فوق بشرح زیر تعیین خواهد شد :

$$\begin{bmatrix} ۰ & -۰٫۰۰۰۹۴۱ & ۰٫۰۰۴۶۴۰ \\ -۰٫۰۰۰۹۴۱ & ۰ & ۰٫۰۰۴۵۲۷ \\ ۰٫۰۰۴۶۴۰ & ۰٫۰۰۴۵۲۷ & ۰ \end{bmatrix}$$

اکنون عبارت $\sum\limits_{i}\sum\limits_{j} P_iH_{ij}(f_{ij}-f_{ji})P_j$ بآسانی از حاصل‌ضرب ماتریسهای زیر محاسبه میشود :

$$\sum_{i}\sum_{j} P_iH_{ij}(f_{ij}-f_{ji})P_j = \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ & ۰٫۰۵۳۳۴ & ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} ۰ & -۰٫۰۰۰۹۴۱ & ۰٫۰۰۴۶۴۰ \\ -۰٫۰۰۰۹۴۱ & ۰ & ۰٫۰۰۴۵۲۷ \\ ۰٫۰۰۴۶۴۰ & ۰٫۰۰۴۵۲۷ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ \\ ۰٫۰۵۳۳۴ \\ ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix} = ۰٫۰۰۱۱۶۷$$

د ـ محاسبه w'

اگر مقادیر حساب شده را درفرمول (۵۸) قرار دهیم مقدار w' بدست خواهد آمد :

$$w' = \frac{۰٫۰۱۴۳۴۰ + ۰٫۰۰۸۵۱۰ + ۰٫۰۰۱۱۶۷}{۰٫۹۳۸۹} = ۰٫۰۲۵۵۷۹$$

مقدار $\sum I_k^2R_k = ۰٫۰۱۴۳۴۰\ pu$ از روی حالت کار عادی سیستم که موردتوجه است گرفته شده است .

ذ ـ محاسبه **B**

جمله های ماتریس **B** بسهولت‌از روی فرمول(۵۶) محاسبه میشوند. نتیجه محاسبه عبارتست‌از :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} ۰٫۰۲۷۲۵۱ & -۰٫۰۰۳۵۰۶ & -۰٫۰۳۶۷۸۸ \\ -۰٫۰۰۳۵۰۶ & ۰٫۰۳۰۸۹۶ & -۰٫۰۰۵۶۵۳ \\ -۰٫۰۳۶۷۸۸ & -۰٫۰۰۵۶۵۳ & ۰٫۳۲۲۹۵۰ \end{bmatrix}$$

اکنون بمنظور بررسی محاسبات مقدار تلفات‌را برای حالت کار عادی سیستم با استفاده از فرمول تلفات یعنی فرمول (۵۳) محاسبه میکنیم

$$P_L P^t \mathbf{B} P = \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ & ۰٫۰۵۳۳۴ & ۰٫۱۷۳۰۰ \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} ۰٫۰۲۷۲۵۱ & -۰٫۰۰۳۵۰۶ & -۰٫۰۳۶۷۸۸ \\ -۰٫۰۰۳۵۰۶ & ۰٫۰۳۰۸۹۶ & -۰٫۰۰۵۶۵۳ \\ -۰٫۰۳۶۷۸۸ & -۰٫۰۰۵۶۵۳ & ۰٫۳۲۲۹۵۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰٫۷۲۰۰۰ \\ ۰٫۰۵۳۳۴ \\ ۰٫۱۷۳۰۹ \end{bmatrix} = ۰٫۰۱۴۳۴۱\ pu.$$

بوضوح دیده میشود که مقدار تلفات مساوی تلفات $\sum I^2R$ در حالت کار عادی سیستم میباشد و با همه فرضهائی که در بدست آوردن فرمول (۵۳) دخالت داشته‌اند فرمول نسبتاً دقیقی بدست آمده است .

۱ ـ تأثیر صرفنظر کردن از جمله هائیکه بخاطر قسمتهای موهومی جریان بار بوجود میآیند .

قبلاً هنگام تشریح رابطه (۵۲) تذکر داده شده بود اگر عبارت $H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})$ خیلی کوچک باشد میتوان ازآن صرفنظر کرد و باین ترتیب محاسبه ضرایب فرمول تلفات ساده‌تر خواهد شد . دراین شرایط w' از فرمول (۵۹) محاسبه میشود و برای سیستمی که بعنوان مثال درنظر گرفته‌ایم عبارتست از :

$$w' = \frac{٠٫٠١٤٣٤٠ + ٠٫٠٠٨٥١٠}{٠٫٩٣٨٩} = ٠٫٠٢٤٣٣٦$$

ضمناً معادله (۵۶) نیز دراینحالت بصورت زیر ساده میشود :

$$B_{ij} = A_{ij} + w'K_{ij}$$

ماتریس جدیدی که باین ترتیب برای **B** بدست میآید بشرح زیر است :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} ٠٫٠٢٥٩٦٨ & -٠٫٠٠٥٨٣١ & -٠٫٠٣٣٤٠٦ \\ -٠٫٠٠٥٨٣١ & ٠٫٠٢٩٣٩٤ & -٠٫٠٠٢٥١٧ \\ -٠٫٠٣٣٤٠٦ & -٠٫٠٠٢٥١٧ & ٠٫٣٢١٥٨١ \end{bmatrix}$$

اگر این ماتریس‌را با ماتریسی که قبلاً برای **B** بدست آورده بودیم مقایسه کنیم ملاحظه میشود که نتیجه حاصله بسیار رضایت بخش است .

اکنون بهتر است ببینیم که درچه مواقعی $H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})$ مقدارش کوچک است . از بررسی‌های قبلی میدانیم که :

$$H_{ij} = \frac{۱}{V_i V_j}\left[(۱ + s_i s_j)\sin\theta_{ij} + (s_j - s_i)\cos\theta_{ij})\right]$$

$$f_{ij} = \sum_k R_{Gi\text{-}Lk}\, l''_k \qquad k = ۱ , ۲ , \cdots , M$$

$$f_{ij} - f_{ji} = \sum_k l''_k (R_{Gi\text{-}Lk} - R_{Gj\text{-}Lk})$$

بخاطراینکه $\sum_k l''_k = o$ است عبارت $(f_{ij}-f_{ji})$ معمولاً کوچک‌میباشد. جمله H_{ij} نیز هنگامی کوچک است که θ_{ij} و $(s_j - s_i)$ کوچک باشند .

تجربه نشان داده است که در بیشتر سیستم‌ها میتوان از جمله $H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})$ صرفنظر کرد بدون ـ اینکه تأثیر قابل ملاحظه‌ای در دقت فرمول تلفات حاصل شود . معمولاً هنگامی عبارت $H_{ij}(f_{ij}-f_{ji})$ ارزش پیدا میکند که اختلاف زاویه ولتاژ مولدها درسرتاسر سیستم زیاد باشد.

منابع مراجعه

۱ – G. Kron, « Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems – Part I : The Six Basic Reference Frames », AIEE Transactions, Vol. 10, Part I, 1951, pp. 1234 – 1248.

2 – L.K. Kirchmayer, « Economic Operation of Power Systems ». , John Wiler and Sons, Inc., New York, 1958.

۳ — فرخ حبیبی‌اشرفی، « بهره برداری اقتصادی ازسیستم نیروی برق » ، نشریه دانشکده فنی ، دوره دوم شماره ۲۷، دی‌ماه ۱۳۵۲ ، صفحات ۳۲۷ — ۳۰۸ .

٤ — فرخ حبیبی اشرفی، « فرمول بندی شبکه برای آنالیز سیستمهای نیروی برق » ، نشریه دانشکده فنی، دوره دوم شماره ۲۸ ، فروردین ماه ۱۳۵۳ ، صفحات ۲۲۱ — ۲۰۱ .

۵ – E. D. Early, R. E. Watson, G. L. Smith, « A General Transmission Loss Equation », AIEE Transactions, Vol. 74, Part III 1955, pp. 510 – 520.

٦ – L. K. Kirchmayer, H. H. Happ, G. W. Stagg, J. F. Hohenstein, « Direct Calculation of transmission Loss Formula – I », AIEE Trasactions, Part III, PAS – Vol. 79, 1960, pp. 962 – 969.

۷ – H. H. Happ, J. F. Hohenstein, L. K. Kirchmayer, G. W. Stagg, « Direct Calculation of Transmission Loss – II », IEEE Transactions, PAS – Vol. 83, 1964, pp. 702 – 707.