بهره برداری اقتصادی از سیستم نیروی برق

نوشتهٔ :

فرخ حبیبی اشرفی

مهندس برق (Msc.)

دانشگاه لوس‌آنجلس ـ کالیفرنیا

چکیده :

دراین مقاله روشهای مختلف تولید اقتصادی الکتریسیته با ضریب بهرهٔ حداکثر مورد بررسی قرار میگیرد و دیسپاچینگ اقتصادی بطور اجمال بیان میشود. ضمناً با توجه به تلفات انتقال و تشریح مطلب از نظر ریاضی و حل معادلات مربوط ، توزیع صحیح و اقتصادی بار بین واحدهای مختلف ارائه میشود.

یک مهندس همیشه با هزینه‌های تولید و سرویسهای آن سروکار دارد. بهره برداری صحیح از سیستم نیروی برق در بازگرداندن سود روی پولی که سرمایه گذاری شده بینهایت مهم است. چون نرخ برق معمولا بوسیله مقامات قانون گذار دولتی تعیین میشود روی این اصل مؤسسات برق ناچارند در بهره‌برداری سیستم دقت زیادی نموده و دائماً ضریب بهره‌آنرا بهتر کنند تا اینکه باوجود ترقی قیمتهای سوخت، کار ، مصالح ، و تعمیرات بتوانند رابطه مناسب و عادلانه‌ای بین قیمت یک کیلووات ساعت برای مصرف کننده و قیمت تولید و تحویل یک کیلووات ساعت برای مؤسسه برق برقرار کنند.

مهندسین در بالا بردن ضریب بهره دیگهای بخار ، توربین ها ، و مولدهای برق خیلی موفقیت بدست آورده‌اند بطوریکه هرواحد جدیدی که بیک نیروگاه افزوده میگردد با ضریب بهره بیشتری نسبت بواحدهای قبلی کار میکند. برای بهره برداری سیستم در بارهای مختلف میزان سهم هریک از نیروگاهها و سهم هریک از واحدهای یک نیروگاه بایستی طوری تعیین شود که قیمت نیروی برق تحویلی حداقل باشد. چگونگی روبرو شدن مهندسین با این مسئله و حل آن موضوع این مقاله را تشکیل میدهد.

اولین کوشش برای تقلیل قیمت نیروی برق تحویلی عبارت بود از بکار انداختن پربهره‌ترین نیروگاه در بارهای کم و استفاده از آن تا اینکه بنقطه حداکثر ضریب بهره‌اش برسد. سپس با افزایش بیشتر بار پر بهره‌ترین نیروگاه بعدی را بکار انداخته وسیستم را تغذیه مینمودند تا اینکه این نیروگاه نیز بنقطه حداکثر ضریب بهره‌اش برسد و بهمین ترتیب نیروگاههای بعدی درصورت لزوم برحسب ارجحیت ضریب بهره وارد سرویس میشدند. اما پس از اینکه بالاخره معلوم شد که حداقل قیمت با این روش بدست نمیآید راه حل دیگری برمعیار تساوی نمو خرج سوخت[1] ارائه و وارد عمل گشت. راه حل اخیر نیز دارای نواقصی بود که برای بعضی از سیستمهای نیروی برق منتهی بجواب صحیح نمیشد زیرا تلفات خطوط انتقال نیرو در طرح آن بحساب نیامده بود.

تا اینکه E. E. George در سال ۱۹۴۳ توانست تلفات خطوط انتقال را بصورت تابعی از توان نیروگاهها بیان نموده و از آن برای حل مسئله دیسپاچینگ اقتصادی[2] استفاده نماید. از آن پس افراد برجسته‌ای از صنعت برق در مورد این مسئله کار نموده و آنرا بسطح تکمیل شده امروزی رسانده‌اند.

بهره‌برداری اقتصادی از سیستم نیروی برق شامل دو مرحله جدا از هم است. مرحله اول عبارتست از انتخاب واحدهائی که برای تأمین بار معینی بایستی بکار انداخته شوند و مرحله دوم دیسپاچینگ اقتصادی است که لحظه بلحظه باری را که هریک از واحدها بایستی بدهند تعیین مینماید.

هدف مرحله اول انتخاب ترکیب مناسبی از مولدهاست[3] که ضمن تأمین نیازمندیهای سیستم در دوره زمانی معینی هزینه کلی‌اش نیز حداقل باشد. این انتخاب بعوامل زیر بستگی دارد:

۱- پیش‌بینی بار
۲- نیازمندیهای مربوط بواحدهای ذخیره[4]
۳- محدودیتهای مربوط به پایداری سیستم
۴- هزینه‌های بکار انداختن و از کار انداختن واحدها
۵- بررسی مخارج کل سوختی که برای ترکیبهای مختلف واحدها لازم است
۶- نمو خرج سوخت واحدها
۷- هزینه تعمیرات
۸- هزینه ناشی از تلفات در خطوط انتقال نیرو
۹- قیمت خرید و فروش برق با مؤسسات مجاور

۱- Epual incremental fuel cost criterion
۲- Economic dispatch
۳- Unit commitment
۴- Reserve requirements

در اولین قدمهائی که بمنظور استفاده از کامپیوتردرتعیین ترکیب مناسب واحدها برای بارمعینی برداشته شده از روش برنامه نویسی دینامیک[1] که ترکیبهای مختلف واحدها را باهم مقایسه مینماید استفاده شده است . معذالک بخاطر زیاد بودن تعداد متغییرها فنون مخصوصی بایستی بکار برده شود تا تعداد حالتهائیکه بایستی بررسی شوند محدود شده و زمان محاسبه بمیزان مناسب تقلیل یابد.

پس از اینکه واحدهای لازم برای تأمین بارمعینی انتخاب شدند وظیفه دیسپاچینگ است که سهم هریک از واحدها را تعیین نماید.

دیسپاچینگ اقتصادی

دیسپاچینگ اقتصادی عبارتست از حل قسمتی از مسئله کنترل تولید که سهم توان هریک از مولدها را ، برای اینکه سیستم در بهترین شرایط اقتصادی کار کند ، تعیین مینماید. برای رسیدن باین هدف روشهای متعددی بادرجات موفقیت مختلف ارائه و بکار رفته‌اند. نتایج هریک از این روشها ،علیرغم موفقیت نسبی‌اش ، دیسپاچینگ اقتصادی نامیده میشود.

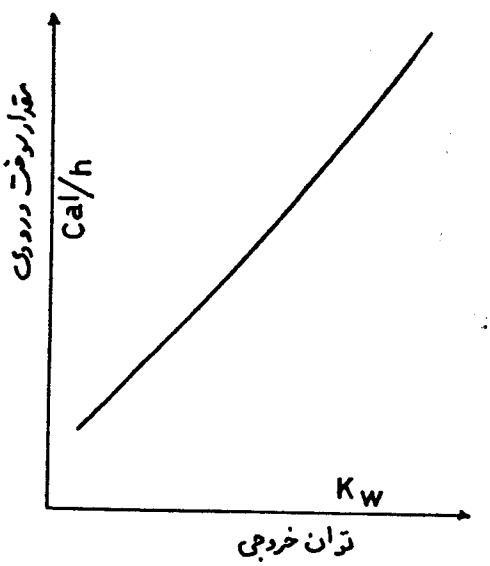
هرسیستم برق بهم پیوسته معمولا دارای تعداد زیادی نیروگاه است که از لحاظ اندازه ، عمر ، ضریب بهره ، نوع ، قیمت سوختی که مصرف میشود وغیره باهم تفاوت‌دارند و بخاطر همین اختلافها هزینه سوخت کلی که در تمام نیروگاههای سیستم مصرف میشود تابعی‌ازتوزیع بار بین نیروگاههای مختلف‌است، بنابراین توزیع مناسبی وجود خواهد داشت که منتهی به حداقل هزینه کلی میشود. روشهای ریاضی تعیین این توزیع مناسب[2] عبارتند از مشتق گیری ، ضرایب لاگرانژ[3] و بخصوص روشهای‌جدید مانندبرنامه نویسی خطی[4] و برنامه نویسی دینامیک.

دراینجا ابتداد اقتصادی‌ترین توزیع توان یک نیروگاه بین واحدهای آن مطالعه خواهد شد.چون تولید سیستم معمولا باافزودن واحدهای جدید در نیروگاههای موجود توسعه مییابد بنابراین واحدهای یک نیروگاه معمولا دارای مشخصه های متفاوتی میباشند و الزاماً نمیتوان گفت که بار هرنیروگاه بایستی بطور مساوی بین واحدها تقسیم شود. روشی که باین ترتیب بدست خواهد آمد برای تعیین‌اقتصادی‌ترین‌توزیع باربین نیروگاههای مختلف یک سیستم هنگامیکه از تلفات خطوط انتقال صرفنظرگردد نیز قابل اجراست. سپس موضوع را توسعه داده و درباره روشهای توزیع بار بین نیروگاههای مختلف سیستم با درنظر داشتن تلفات خطوط انتقال گفتگو خواهد شد.

۱- Dynamic programming
۲- Optimization techniques
۳- Lagrangian multipliers
٤- Linear Programming

توزیع بار بین واحدهای یک نیروگاه

برای تعیین توزیع اقتصادی بار بین واحدهای مختلف متشکل از دیگ بخار، توربین، و مولد بایستی مقدار سوخت ورودی بهر واحد برحسب کالری درساعت بصورت تابعی از توان خروجی واحد برحسب کیلووات معلوم باشد. در شکل (۱) نمونه‌ای از این منحنی نشان داده شده است. شیب این منحنی نمو مقدار سوخت[۱] نامیده شده و برحسب کالری بر کیلو وات ساعت بیان میشود.



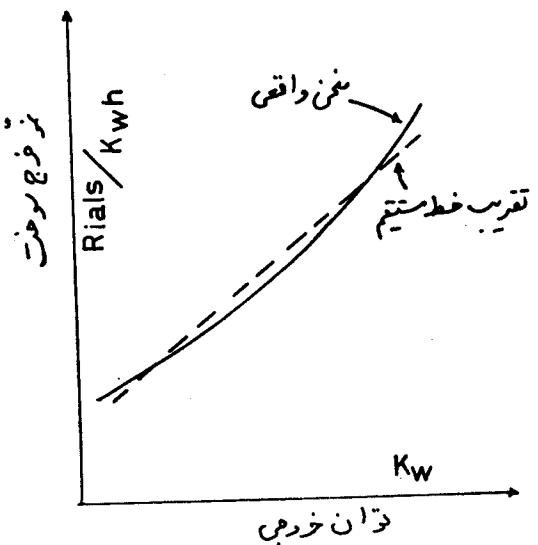
شکل (۱)

با دانستن قیمت سوخت برحسب ریال بر کالری میتوان واحد مقدار سوخت ورودی را از کالری درساعت به ریال در ساعت تبدیل نمود دراین‌صورت مقدار سوخت ورودی بهرواحد برحسب ریال درساعت بصورت تابعی از توان خروجی واحد برحسب کیلووات ساعت بدست خواهد آمد. شیب این منحنی اخیر نمو خرج سوخت[۲] نامیده شده و برحسب ریال بر کیلووات ساعت بیان میشود. بنابراین اگر F_i مقدار سوخت ورودی بواحد i برحسب ریال درساعت و P_i توان خروجی واحد i برحسب کیلووات باشد نموخرج سوخت برحسب ریال بر کیلووات ساعت مساوی $\frac{dF_i}{dP_i}$ خواهد بود، یعنی نمو خرج سوخت برواحد برای هرتوان خروجی معینی عبارتست از حد نسبت افزایش خروج سوخت برحسب ریال در ساعت به افزایش توان خروجی برحسب کیلووات هنگامیکه افزایش توان بسمت صفر میل کند. مقدار تقریبی نمو خرج سوخت را میتوان با تعیین افزایش خرج سوخت در دوره زمانی معینی که بتوان خروجی مقدار کمی افزوده شده است حساب نمود ولی عملا نمو خرج سوخت باانداز‌ه‌گیری شیب منحنی شکل (۱) و ضرب کردن آن

۱- Incremental fuel rate

۲- Incremental fuel cost

در قیمت سوخت بدست میآید. در شکل (۲) منحنی تغییرات نمو خرج سوخت برحسب توان خروجی واحد نشان داده شده است و بطوریکه دیده میشود این منحنی در فواصل معینی تقریباً خطی بوده و در محاسبات میتوان بطور تقریبی آنرا با یک یا چند خط راست نمایشی داد.



شکل (۲)

نمو خرج تولید[۱] تشکیل شده است از نمو خرج سوخت و نمو خرج عوامل دیگری مانند مزد کار، مصالح، تعمیرات، و آب، برای محاسبات کاملا دقیق لازم است هزینه این عوامل تولید رابتوانیم برحسب تابعی از توان هر واحد بیان نمائیم ولی چون درحال حاضر هیچ روشی موجود نیست که هزینه عوامل مذکور را بطور دقیق برحسب تابعی از توان تعیین نماید روی این اصل هرموسسه برقی روشی مخصوص بخود برای درنظرگرفتن این عوامل بکار میبرد که عمومی ترین آن عبارتست از فرض درصد معینی از نمو خرج سوخت برای هزینه سایر عواملی که درتولید دخالت دارند. گاهی چون نمو خرج مجموعه این عوامل در مقایسه با نمو خرج سوخت مقدارش ناچیز است (این هزینه ها معمولا مقدارشان ثابت است) از همان نمو خرج سوخت بعنوان نمو خرج تولید استفاده میشود.

بااین توضیحات اکنون میتوانیم نحوه توزیع اقتصادی بار بین واحدهای هرنیروگاه را مطالعه کنیم. فرض کنید که توان خروجی نیروگاهی بوسیله دو واحد تأمین میشود و تقسیم بار بین این واحدها طوریست که نمو خرج سوخت یکی از واحدها بیشتر از نمو خرج سوخت واحد دیگر میباشد. حال مجدداً فرض میکنیم که مقداری بار از واحدیکه دارای نمو خرج سوخت بیشتر است به واحد با نمو خرج سوخت کمتر انتقال داده شود. چون تنزل بار از واحد با نمو خرج سوخت بیشتر باعث تنزل بیشتر هزینه در مقایسه

۱- Incremental Production cost

باافزایش خرج ناشی از افزودن همان مقدار بار به واحد با نمو خرج سوخت کمتر میگردد بنابراین دیده میشود که مخارج تولید کل پائین‌تر آمده است . این انتقال بار را میتوان آنقدر ادامه داد تا اینکه نمو خرج سوخت هردو واحد مساوی هم گردد دراین صورت مخارج تولید کل نیروگاه بحداقل خواهد رسید. همین نتیجه گیری را میتوان تعمیم داده و برای نیروگاهی که بیشتر از دو واحد دارد نیز صحیح دانست. بنابراین معیار تقسیم اقتصادی بار بین واحدهای یک نیروگاه اینست که تمام واحدها بایستی در حالت نمو خرج سوخت یکسان کار کنند. اگر لازم باشد که توان خروجی نیروگاه افزایش یابد نمو خرج سوخت تمام واحدهائیکه درحال کارکردن هستند نیز افزایش مییابد ولی تمام واحد بایستی مجدداً بانمو خرج سوخت یکسان کار کنند.

قانونی راکه در بالا مستقیماً با توجه به تعریف نمو خرج سوخت بدست آورده‌ایم میتوان از راه ریاضی نیز بدست آورد. فرض میکنیم که نیروگاهی از N واحد تولید تشکیل شده باشد دراینصورت :

$$F_t = F_1 + F_2 + \cdots + F_N = \sum_i F_i \qquad (1)$$

$$P_r = P_1 + P_2 + \cdots + P_N = \sum_i P_i \qquad (2)$$

در معادلات بالا F_1 و F_2 و ... و F_N عبارتند از هزینه سوخت هریک از واحدها

P_1 و P_2 و ... و P_N عبارتند از توان تحویلی هریک از واحدها

F_t عبارتست ازکل هزینه سوخت

P_r عبارتست ازکل توانی که نیروگاه تحویل میدهد.

با فرض اینکه P_r مقدار معین و ثابتی است از معادله (۲) شرط زیر بدست خواهد آمد

$$\sum_i P_i - P_r = 0 \qquad (3)$$

کل هزینه سوخت یعنی F_t تابعی از P_1 و P_2 و ... و P_N میباشد و هدف ما اینستکه با درنظرداشتن شرط رابطه (۳) مقدار F_t حداقل شود. این مقدار حداقل را میتوان بااستفاده از روش ضرایب لاگرانژ بدست آورد. مطابق این روش ابتدا تابع جدیدی بنام Φ بصورت زیر معرفی میشود :

$$\Phi = F_t - \lambda(\sum_i P_i - P_r) \qquad (4)$$

در رابطه بالا λ ضریب لاگرانژ نامیده میشود.

هنگامی F_t بحداقل میرسد که $\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = 0$ بشود بنابراین :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = \frac{\partial F_t}{\partial P_i} - \lambda \frac{\partial}{\partial P_i} (\sum_i P_i - P_r) = 0$$

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i} = \lambda \qquad (۵)$$

اما :

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i} = \frac{\partial (\sum_i F_i)}{\partial P_i} = \frac{\partial F_i}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i}$$

بنابراین معادله (۵) بصورت زیر در میآید :

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \qquad (i = ۱ , ۲ , \dots , N) \qquad (۶)$$

در معادله بالا $\frac{dF_i}{dP_i}$ عبارتست از نمو خرج سوخت واحد i.

معادلات (۶) و (۳) مجموعاً $N+۱$ معادله تشکیل میدهند که از روی آنها میتوان $N+۱$ مجهول $P_۱$ و $P_۲$ و ... و P_N و λ را محاسبه نمود. ضمناً معادله (۶) نشان میدهد که تمام واحدها بایستی با نمو خرج سوخت یکسان کار کنند.

بوضوح دیده میشود که اگر از تلفات خطوط انتقال در سیستم صرفنظر شده باشد ازهمین معادلات میتوان برای محاسبه سهم هریک ازنیروگاهها استفاده نمود بااین تفاوت که دراینحالت $P_۱$ و $P_۲$ و ... و P_N عبارتند ازسهم توان هریک از نیروگاهها.

دیسپاچینگ اقتصادی با درنظرگرفتن تلفات خطوط انتقال

درگذشته بیشتر مطالعات صرف بررسی خرج سوخت واحدهای تولید میشده است ولی با توسعه یافتن سیستمهای نیروی برق بهم پیوسته لازم است در محاسبات دیسپاچینگ اقتصادی نه تنها نمو خرج سوخت بلکه نمو تلفات انتقال[۱] نیز درنظر گرفته شود.

برای تحلیل مسئله دیسپاچینگ با درنظرگرفتن تلفات انتقال نیرو چندین راه حل وجود دارد که بطور کلی میتوان آنها را بدو گروه طبقه بندی کرد :

۱- روشهائی که فرمول تلفات را بکار میبرند.

۲- روشهائی که بطور ضمنی تلفات انتقال را در معادلات دیسپاچینگ دخالت میدهند.

۱- Incremental transmission losses

راه حل اول بوسیله L.K. Kirchmayer و همکارانش توسعه یافته است و راه حل دوم را R.B. Squires شروع نمود و بعداً بوسیله J. Carpentier بصورت کامل و دقیق درآورده شد.

۱ـ دیسپاچینگ اقتصادی بااستفاده از فرمول تلفات انتقال

چون در معادلات دیسپاچینگ که بعداً بدست خواهند آمد مشتق جزئی تلفات انتقال نسبت به توان منابع نیرو وجود خواهد داشت‌روی این اصل دراین روش ابتداتلفات خطوط انتقال براساس فرضهای معینی که بشرایط سیستم مربوط هستند بصورت تابعی‌ازتوان منابع نیرو (نیروگاهها) بیان میشود. معادله ساده و ابتدائی تلفات خطوط انتقال سیستم عبارتست از:

$$P_L=\sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j \qquad (۷)$$

که در معادله با P_L عبارتست از مقدار کل تلفات انتقال

P_i عبارتست از توان خروجی نیروگاه i

P_j عبارتست از توان خروجی نیروگاه j

B_{ij} عبارتند از ضرایب ثابت فرمول تلفات انتقال و ضمناً $B_{ij}=B_{ji}$ شکل ماتریسی معادله (۷) بصورت زیر است:

$$\mathbf{P_L=P^t BP}$$

که در آن:

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_N \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \cdots B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} \cdots N_{2N} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ B_{N1} & B_{N2} \cdots B_{NN} \end{bmatrix}$$

در روابط بالا N عبارتست از تعداد نیروگاههای سیستم و $\mathbf{P^t}$ عبارتست از وارونه[۱] ماتریس $\mathbf{P}$.

فرضهائی که در بدست آوردن معادله تلفات انتقال بصورت رابطه (۷) دخالت دارند عبارتند از:

۱ـ شدت جریان‌بار هرشمش بصورت کسرثابتی ازشدت جریان کل بارها باقی میماند (معمولا این کسر بصورت یک عدد مختلط است).

۱- Trarspose

ب ـ مقدار ولتاژ شمش های مولد ثابت فرض میشوند.

پ ـ زاویه فاز شمش های مولد ثابت فرض میشوند

ت ـ توان رآکتیو نیروگاه را میتوان تقریباً با حاصل‌جمع دو مؤلفه نشان داد ، یکی از مؤلفه‌ها برحسب بار سیستم تغییر میکند و مؤلفه دیگر برحسب توان نیروگاه تغییر میکند. بخاطر اینکه کمتر به فرضهای بالا وابسته باشیم و در ضمن با معرفی فرضهای دیگری که واقع بنیانه‌تر هستند شکل اصلاح شده‌ای برای تلفات خطوط انتقال بدست آمده که معادله کلی تلفات انتقال نامیده میشود :

$$P_L=\sum_i\sum_j P_iB_{ij}P_j+\sum_j B_{jo}P_j+B_{oo} \qquad (۸)$$

B_{ij} و B_{jo} و B_{oo} ضرایب ثابتی هستند که از روی مشخصات سیستم بایستی حساب شوند. ضمناً دراین معادله B_{ij} الزاماً مساوی B_{ji} نیست.

برای محاسبه ضرایب B در فرمول تلفات خطوط انتقال روشهای ارائه شده ، معروفترین آنها روشی است که توسط L.K. Kirchmayer و G.W. Stagg بچاپ رسیده است. این روش براساس کاربرد جبر ماتریسی و تانسورها در تحلیل سیستمهای نیروی برق ، که بوسیله G. Kror ابداع گردیده ، نهاده شده است. عملیات لازم برای محاسبه ضرایب B بسیار طولانی و خسته کننده هستند بطوریکه استفاده از کامپیوتر دراین مورد اجتناب ناپذیر است. بهمین جهت Kirchmayer و همکارانش طی دو مقاله‌ای که در سالهای ۱۹۶۰ و ۱۹۶٤ انتشارداده‌اند اصلاحات فوق‌العاده‌ای روی کار قبلی‌شان انجام داده وآنرا برای استفاده کامپیوتر آماده ساختند.

چون این مقاله بیشتر بمنظور تشریح روشهای دیسپاچینگ نوشته شده است روی این اصل محلی برای توضیح مفصل در باره طرز محاسبه ضرایب B وجود ندارد و علاقمندان میتوانند به منابعی که درآخر مقاله داده شده مراجعه نمایند.

اکنون باتوضیحاتی که در مورد فرمول تلفات انتقال داده شده مجدداً مسئله دیسپاچینگ اقتصادی را پیش آورده و هدفمان راکه عبارتست از تقسیم اقتصادی باربین نیروگاههای سیستم دنبال خواهیم کرد. فرض میکنیم که سیستمی از N نیروگاه با توانهای P_1 و P_2 و ... و P_N تشکیل شده باشد باشد ضمناً هزینه سوخت نیروگاهها نیز بترتیب F_1 و F_2 و ... و F_N باشد دراین صورت کل هزینه سوخت عبارتست از:

$$F_t=F_1+F_2+\cdots+F_N=\sum_i F_i \qquad (۹)$$

ضمناً اگر تلفات خطوط انتقال را P_L بنامیم توانی که بمصرف کننده‌ها میرسد عبارتست از:

$$P_r=\sum_i P_i-P_L$$

یا اینکه :

$$\sum_i P_i-P_L-P_r=0 \qquad (۱۰)$$

اکنون میخواهیم با درنظر داشتن شرط معادله (۱۰) مقدار F_t را بحداقل برسانیم. بازهم دراین مورد از روش ضرایب لاگرانژ استفاده خواهیم کرد.

ابتدا تابع Φ بعبارت زیر تعریف میشود :

$$\Phi=F_t-\lambda(\sum_i P_i-P_L-P_r) \qquad (۱۱)$$

هنگامی F_t بحداقل میرسد که $\frac{\partial\Phi}{\partial P_i}=0$ بشود. بنابراین :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial P_i}=\frac{\partial F_t}{\partial P_i}-\lambda\frac{\partial}{\partial P_i}(\sum_i P_i-P_L-P_r)=0$$

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i}-\lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial\ _i}\right)=0$$

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i}+\lambda\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\lambda \qquad (۱۲)$$

اما :

$$\frac{\partial F_t}{\partial P_i}=\frac{\partial(\sum_i F_i)}{\partial P_i}=\frac{\partial F_i}{\partial P_i}=\frac{dF_i}{dP_i}$$

بنابراین معادله (۱۲) بصورت زیر درمیآید :

$$\frac{dF_i}{dP_i}+\lambda\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\lambda \qquad (۱۲)$$

در معادله بالا F_i عبارتست از هزینه سوخت نیروگاه i

P_i عبارتست از توان خروجی از نیروگاه i

$\frac{dF_i}{dP_i}$ عبارتست از نمو خرج سوخت نیروگاه i

P_L عبارتست از تلفات کل خطوط انتقال

$\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ عبارتست از نمو تلفات انتقال در نیروگاه i

λ عبارتست از نمو خرج توان دریافتی بوسیله مصرف کننده‌ها.

معادلات (۱۳) و (۱۰) جمعاً $N+1$ معادله تشکیل میدهند که ازروی آنها $N+1$ مجهول P_1 و P_2 و ... و P_N و λ محاسبه خواهند شد اما متأسفانه چون این معادلات برحسب مجهولها خطی نیستند روی این اصل حل مستقیم آنها غیر ممکن است معذالک روشهائی موجود است که برای معادلات فوق میتوان راه‌حلهائی بدست آورد :

۱- روش صحیح : اگر برای λ مقدار دلخواهی فرض شده و در معادله (۱۳) قرار داده شود در این صورت یک سری معادلات خطی بدست خواهند آمد که از روی آنها میتوان P_1 و P_2 و ... و P_N را حساب نمود . حاصل‌جمع مقادیر P_1 و P_2 و ... و P_N تولید کل سیستم میباشد . این روش برای جدول بندی یا ترسیم توزیع اقتصادی توان بین نیروگاهها بصورت تابعی از تولید کل مفید و قابل استفاده است .

ب - روش تقریبی : در معادله (۱۳) نمو تلفات انتقال متناسب با نمو خرج توان دریافتی یعنی λ بحساب آمده است حال اگر فرض کنیم که نمو تلفات‌انتقال درنیروگاه i با یک مقدار ثابت β بحساب گذاشته شود دراینصورت معادلات خطی زیر نتیجه خواهند شد :

$$\frac{dF_i}{dP_i}+\beta\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\lambda \qquad (۱۴)$$

در معادله بالا β عبارتست از مقدار متوسط نمو خرج توان دریافتی .

اکنون چون معادلات (۱۴)و(۱۰) یک سری معادلات خطی هستند توانهای P_1 و P_2 و ... و P_N مستقیماً قابل محاسبه هستند .

پ - روش پنالتی فاکتور[1] : معادله (۱۳) را میتوان بصورت زیر نوشت :

$$\frac{dF_i}{dP_i}L_i=\lambda \qquad (۱۵)$$

که در آن :

$$L_i=\frac{1}{1-\frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \qquad (۱۶)$$

L_i عبارتست از فاکتور پنالتی نیروگاه i که با استفاده از معادله (۱۶) محاسبه میشود . ضمناً ملاحظه میشود که معادله (۱۵) شباهت زیادی به معادله (۶) پیدا کرده است . بدیهی است که حل معادله (۱۵) منتهی به جوابهائی میشود که با جوابهای معادله (۱۳) یکسان هستند .

۱- Penalty factor method

۲ـ دیسپاچینگ اقتصادی با فرمول بندی کاملا صحیح

درسالهای اخیر توجه زیادی به حل توأم مسائل تقسیم بار درسیستم[۱] و بهره‌برداری اقتصادی معطوف شده است. این مسئله دیسپاچینگ اقتصادی کاملا صحیح[۲] نامیده میشود و باین ترتیب مدل ریاضی دقیق‌تری در مقایسه با روش استفاده از فرمول تلفات بدست میآید. خصوصاً اینکه دراین روش تمام شرایطی که برای بدست آوردن فرمول تلفات فرض شده بودند حذف میشوند.

برای تحلیل این روش شبکه‌ای متشکل از N شمش[۳] $1, 2, \ldots, i, \ldots, N$ با تعاریف زیر درنظر میگیریم :

P_i : توان تولیدی در شمش i

C_i : توان مصرفی (بار) در شمش i

$I_i = P_i - C_i$: توان ورودی به شبکه از شمش i

Q_i : توان رآکتیو تولیدی در شمش i

D_i : توان رآکتیو مصرفی در شمش i

$K_i = Q_i - D_i$: توان رآکتیو ورودی به شبکه از شمش i

F : هزینه کل تولید

E_i : مقدار ولتاژ شمش i

θ_i : زاویه ولتاژ E_i

بدیهی است که توانهای P_1 و P_2 و ... و P_N متغیرهای مستقلی نیستند بلکه چون مجموع توانهای ورودی شبکه مساوی تلفات کل شبکه انتقال است بهمین جهت برطبق رابطه زیر باهم مربوط هستند :

$$P_L = \sum_i I_i = \sum_i (P_i - C_i) \qquad (۱۷)$$

عین همین مطلب برای تلفات کل رآکتیو شبکه انتقال نیز صادق است یعنی :

$$Q_L = \sum_i K_i = \sum_i (Q_i - D_i) \qquad (۱۸)$$

دراینجا اگر بازهم مانند روش قبلی فقط توانهای P_i و Q_i متغیرهای مسئله اختیار شوند

۱- Load - Flow

۲- Exact economic dispatch

۳- Bus

معادلاتی بدست خواهند آمد که ازنقطه نظر حل شدن بینهایت مشکل و وقت گیر هستند زیرادراین معادلات جملاتی نظیر $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ ، $\frac{\partial P_L}{\partial Q_i}$ ، $\frac{\partial Q_L}{\partial P_i}$ ، $\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}$ ظاهر خواهند شد و بخوبی روشن است که محاسبه این جملات تا چه اندازه مشکل و غیر عملی است. بهمین جهت لازم است روشی کاملا متفاوت با روشهای قبلی اتخاذ نمود.

برای بدست آوردن اقتصادی‌ترین وضعیت تمام کمیتهای وابسته بهر شمش یعنی P_i و Q_i و E_i و θ_i بایستی تغییر کنند بنابراین واقع‌بنیانه‌تراست که E_i و θ_i را نیز بعنوان متغیر همراه با P_i و Q_i بکار برد. باین ترتیب محدودیتهای مربوط بولتاژهای ثابت روی شمش های مولد از بین رفته و یک‌روش کاملا عمومی بدست خواهد آمد. اصول این روش عبارتست‌ازانتصاب E_i و θ_i تمام شمش‌ها وتوانهای تولیدی P_i و Q_i بعنوان متغیرهای مسئله. البته این متغیرها کاملاازهم مستقل نبوده و بوسیله معادلات توان ورودی بداخل شبکه باهم مربوط میشوند، چون از یک طرف برطبق معادلات (۱۷) و (۱۸) توان ورودی بشبکه تابعی از P_i و Q_i میباشد و ازطرف‌دیگر تابعی است از E_i و θ_i. معادلات توان ورودی بشبکه در شمش i عبارتند از:

$$H_i = I_i(\theta\ ,\ E) - P_i + C_i = o \qquad (۱۹)$$

$$R_i = K_i(\theta\ ,\ E) - Q_i + D_i = o \qquad (۲۰)$$

در معادلات بالا θ عبارتست از برداری که θ_1 و θ_2 و ... و θ_N مؤلفه‌هایش هستند

E عبارتست از برداری که E_1 و E_2 و ... و E_N مؤلفه‌هایش هستند

I_i و K_i توابعی از E و θ هستند که بوسیله $I_i(\theta\ ,\ E)$ و $K_i(\theta\ ,\ E)$ مشخص شده‌اند.

معادله (۱۹) نشان میدهد که توان ورودی به شبکه از یک طرف مساوی $(P_i - C_i)$ بوده واز طرف دیگر مساوی $I_i(\theta\ ,\ E)$ میباشد و معادله (۲۰) نیزنظیر همین مطلب را برای توان و رودی‌راکتیو نشان میدهد.

معادلات کلاسیک I_i و K_i یعنی توانهای ورودی بشبکه از شمش i عبارتند از:

$$I_i(\theta\ ,\ E) = \sum_i \frac{E_i E_j}{Z_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) + \sum_j \frac{E^2_i \sin \delta_{ij}}{Z_{ij}} \qquad (۲۱)$$

$$K_i(\theta\ ,\ E) = -\sum_i \frac{E_i E_j}{Z_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) + \sum_j \frac{E^2_i \cos \delta_{ij}}{Z_{ij}} - Y_{ii} E^2_i \qquad (۲۲)$$

در معادلات بالا $Z_{ij} = R_{ij} \times jX_{ij} = Z_{ij} e^{j(90^\circ - \delta_{ij})}$ عبارتست از امپدانس شاخه ij

در شبکه و $\delta_{ij}=\tan^{-1}\frac{R_{ij}}{X_{ij}}$

Y_{ii} عبارتست از کل ادمیتانس بین زمین و شمش i

ضمناً علامت جمع $\sum_j$ حاوی i نمیباشد.

اکنون میتوانیم مسئله کلی دیسپاچینگ اقتصادی را بصورت زیر مطرح کنیم :

در سیستمی متشکل از N شمش میخواهیم توان آکتیو Q_i نیروگاهها و زاویه فاز θ_i و ولتاژ E_i تمام شمش‌ها را طوری تعیین کنیم که هزینه کل تولید F حداقل بشود. بارهای C_i و D_i مقادیر ثابتی هستند ولی متغیرهای P_i و Q_i و E_i و θ_i تحت محدودیتهای زیر قرار دارند :

۱ـ معادلات توان ورودی بشبکه

$$H_i=I_t(\theta\ ,\ E)-P_i+C_i=o \qquad (۲۳)$$

$$R_i=K_i(\theta\ ,\ E)-Q_i+D_i=o \qquad (۲۴)$$

۲ـ نامساویهائی که محدودیتهای فیزیکی مسئله را بیان میکنند.

۱ـ نامساویهای مربوط به‌نیروگاه :

$$\pi_i=P_i^{۲}+Q_i^{۲}-S_i^{۲}\leqslant o \qquad (۲۶)$$

$$\pi'_i=P_i^{m}-P_i\leqslant o \qquad (۲۶)$$

$$\chi_i=Q_i-Q_i^{K}\leqslant o \qquad (۲۷)$$

$$\chi'_i=Q_i^{m}-Q_i\leqslant o \qquad (۲۸)$$

که در آنها S_i عبارتست از توان ظاهری نیروگاه i

P_i^{m} عبارتست از حداقل مقدار توان آکتیو

Q_i^{M} و Q_i^{m} بترتیب عبارتند از حداکثر و حداقل توان رآکتیو

ب ـ نامساویهای مربوط به ولتاژ هرشمش

$$\varepsilon_i=E_i-E_i^{M}\leqslant \theta \qquad (۲۹)$$

$$\varepsilon'_i=E_i^{m}-E_i\leqslant o \qquad (۳۰)$$

E_i^{M} و E_i^{m} بترتیب عبارتند از حداکثر و حداقل مقدار ولتاژ شمش i

پ ـ نامساوی مربوط به جریان توان در خطوط انتقال

$$\tau_{ij}=\theta_i-\theta_j-T_{ij}\leqslant o \qquad (۳۱)$$

T^{f}_{j} عبارتست از مقدار مجاز اختلاف فاز اختلاف فاز بین شمش های i و j

باین ترتیب مسئله از نقطه نظر ریاضی بطور کامل تشریح گشته است : میخواهیم تابعی از چند متغیر را بحداقل برسانیم که نه تنها بایستی در معرض شرایطی بصورت معادله قرار گیرد بلکه در معرض شرایطی بصورت نامعادله نیز قراردارد . درچنین حالت دیگر روش ضرایب لاگرانژ مناسب نبوده و بایستی قضیه Kuhn—Tucker را بکار برد .

برطبق قضیه Kuhn—Tucker شرایط لازم برای حداقل شدن F عبارتست از وجود اعداد M_i , μ_i , λ_i و $t_{ij} , u'_i , u_i , e'_i , e_i , m_i$ با خاصیت زیر :

$$\begin{cases} \lambda_i \text{ و } \mu_i & \text{(هرعددی میتوانند باشند)} \\ M_i , m_i , e_i , e'_i \text{ و } u_i , u'_i , t_{ij} \geqslant o \end{cases} \qquad (۳۲)$$

که موجب شوند $d\Phi = o$ گردد . تابع Φ عبارتست از :

$$\Phi = F + \sum_i \lambda_i H_i + \sum_i \mu_i R_i + \sum_i M_i \pi_i + \sum_i m_i \pi'_i$$
$$+ \sum_i e_i \chi_i + \sum_i e'_i \chi'_i + \sum_i u_i \varepsilon_i + \sum_i u'_i \varepsilon'_i + \sum_i t_{ij} \tau_{ij} \qquad (۳۳)$$

ضمناً شرایط زیر نیز بایستی برقرار باشد :

$$M_i \pi_i = m_i \pi'_i = e_i \chi_i = e'_i \chi'_i = u_i \varepsilon_i = u'_i \varepsilon'_i = t_{ij} \tau_{ij} = o \qquad (۳۴)$$

برای اینکه $d\Phi = o$ بشود بایستی مشتقهای جزئی Φ نسبت به P_i و Q_i و θ_i و E_i مساوی صفر قرار داده شوند :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = \frac{\partial F}{\partial P_i} - \lambda_i + ۲ M_i P_i - m_i = o$$

$$\lambda_i = \frac{\partial F}{\partial P_i} + ۲ M_i P_i - m_i \qquad (۳۵)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_i} = -\mu_i + ۲ M_i Q_i + e_i - e'_i = o$$

$$\mu_i = ۲ M_i Q_i + e_i - e'_i \qquad (۳۶)$$

معادلات (۳۵) و (۳۶) برای شمش های مولد بکار خواهند رفت .

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_i} = \sum_k \lambda_k \frac{\partial I_k}{\partial \theta_i} + \sum_k \mu_k \frac{\partial K_k}{\partial \theta_i} + \sum_k \quad - t_{ji}) = o$$

$$\lambda_i \frac{\partial I_i}{\partial \theta_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial I_j}{\partial \theta_i} + \mu_i \frac{\partial K_i}{\partial \theta_i} + \sum_j \mu_j \frac{\partial K_j}{\partial \theta_i} + \sum_j (t_{ij} - t_{ji}) = o \qquad (۳۷)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial E_i} = \sum_k \lambda_k \frac{\partial I_k}{\partial E_i} + \sum_k \mu_k \frac{\partial K_k}{\partial E_i} + u_i - u'_i = o$$

$$\lambda_i \frac{\partial I_i}{\partial E_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial I_j}{\partial E_i} + \mu_i \frac{\partial K_i}{\partial E_i} + \sum_j \mu_j \frac{\partial K_j}{\partial E_i} + u_i - u'_i = o \qquad (۳۸)$$

معادلات (۳۷) و (۳۸) برای تمام شمش‌ها بکار خواهد رفت.

به چهار معادله (۳۵) ، (۳۶) ،بایستی معادلات مربوط به توان‌های‌ورودی بشبکه ـ i معادلات مربوط به مدل شبکه ـ شرایط (۳٤) ـ و شرایط (۳۲) درباره علامتها نیز افزوده گردد :

$$I_i(\theta , E) - P_i + C_i = o \qquad (۳۹)$$

$$K_i(\theta , E) - Q_i + D_i = o \qquad (٤۰)$$

معادلات (۳۹) و (٤۰) برای تمام شمش‌ها بکار خواهند رفت. بدیهی است برای شمش‌هائی که مولد ندارند $P_i = Q_i = o$ خواهد بود.

$$M_i(P_i^2 + Q_i^2 - S_i^2) = o \qquad M_i \geqslant o \qquad P_i^2 + Q_i^2 - S_i^2 \leqslant 0 \qquad (٤۱)$$

$$m_i(P_i^m - P_i) = o \qquad m_i \geqslant o \qquad P_i^m - P_i \leqslant o \qquad (٤۲)$$

$$e_i(Q_i - Q_i^M) = o \qquad e_i \geqslant o \qquad Q_i - Q_i^M \leqslant o \qquad (٤۳)$$

$$e'_i(Q_i^m - Q_i) = o \qquad e'_i \geqslant o \qquad Q_i^m - Q_i \leqslant o \qquad (٤٤)$$

$$u_i(E_i - E_i^M) = o \qquad u_i \geqslant o \qquad E_i - E_i^M \leqslant o \qquad (٤٥)$$

$$u'_i(E_i^m - E_i) = o \qquad u'_i \geqslant o \qquad E_i^m - E_i \leqslant o \qquad (٤٦)$$

$$t_{ij}(\theta_i - \theta_j - T_{ij}) = o \qquad t_{ij} \geqslant o \qquad \theta_i - \theta_j - T_{ij} \leqslant o \qquad (٤۷)$$

معادلات ۳۵ تا ٤۷ معادلات دیسپاچینگ اقتصادی هستند که بطورکامل مناسب‌ترین شرایط را تعیین خواهند کرد. دراین معادلات نه عبارت مربوط به تلفات کل انتقال و نه نمو تلفات انتقال بکار رفته است بلکه عباراتی بصورت $\frac{\partial I}{\partial \theta}$ و $\frac{\partial K}{\partial \theta}$ و $\frac{\partial I}{\partial E}$ و $\frac{\partial K}{\partial E}$ که محاسبه‌شان خیلی ساده است در آنها گنجانیده شده است.

مجهولات هرشمش مصرف کننده عبارتند از θ_i و E_i و λ_i و μ_i و متغیرهائی از رابطه (۳۲) که مساوی صفر نشده‌اند. برای محاسبه‌این مجهولات چهار معادله (۳۷) و (۳۸) و (۳۹) و (٤۰) با تضمام یک معادله متناظر با هرمتغییر غیر صفر وجود دارد.

مجهولات هرشمش مولد عبارتند از θ_i و E_i و λ_i و μ_i و P_i و Q_i و متغیرهائی از رابطه (۳۲) که

مساوی صفر نشده‌اند. برای محاسبه این مجهولات شش معادله (۳۵) و (۳۶) و (۳۷) و (۳۸) و (۳۹) و (۴۰) بانضمام یک معادله متناظر با هرمتغییر غیر صفر وجود دارد.

بنابراین در همه حالات تعداد مجهولات مساوی تعداد معادلات بوده و از نظر تئوری دستگاه معادلات قابل حل هستند. برای حل این دستگاه معادلات چند مجهول روشهای مختلفی بکار رفته است مثلا Carpentier از یک روش تقریبهای متوالی[1] استفاده کرده است.

A.M. Sasson بجای استفاده از قضیه Kahn—Kucker برای بحداقل رساندن تابع هزینه ها[2] روش برنامه نویسی غیر خطی[3] را بکار برده است.

در حال حاضر سعی براین است که با بکار بردن روشهای پر قدرت تعیین راه حل اپتیم مسئله دیسپاچینگ بسهولت و با سرعت توسط کامپیوتر محاسبه گردد.

بحث درباره هریک از روشها

هنگامیکه علاوه برهزینه های سوخت تلفات خطوط انتقال نیز درنظر گرفته شوند از روی معادله (۱۳) دیده میشود که نمو تلفات انتقال $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ نقش بسیار مهمی در تعیین سهم توان نیروگاههای سیستم پیدا میکند. بدیهی است فرمول تلفات انتقال بصورت معادلات (۷) یا (۸) امکان میدهد که $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ بآسانی محاسبه شود. اما یکی از عیوب بسیار مهم این روش دراینست که در خلال محاسبه ضرایب B ثابتهای سیستم بقدری در تبدیلات و عملیات ریاضی مدفون شده‌اند که برای ضرائب B هیچ ماهیت فیزیکی نمیتوان قائل شد و بخاطر همین موضوع تأثیر تغییرات سیستم را در فرمول تلفات انتقال نمیتوان بسهولت تعیین کرد. ازطرف دیگر هرچند معادله (۱۳) دیسپاچینگ اقتصادی معادله دقیقی است ولی این معادله به معادلات (۷) یا (۸) که معادلات غیر دقیقی هستند بستگی دارد. ضرایب ثابت B در واقع ثابت نیستند زیرا برحسب مقدار بار شبکه و یا رابطه بین توان آکتیو و رآکتیو مقدارشان تغییر میکند روی همین اصل ضرایب B فقط در حدود معینی از توان یعنی مقادیر نزدیک به توانهائی که برای محاسبه‌شان بکار رفته دقیق هستند. ضمناً چون در محاسبه ضرایب B مجموع تمام بارهای سیستم بیک بار معادل فرضی تبدیل میشوند، شناسائی شرایط هریک از بارها یا ولتاژ شمش های مربوط به بار یا میزان بار خطوط انتقال غیر ممکن میگردد. هرچند غالباً این تکنیک مفید بوده و تحلیل مسئله را تا حدودزیادی آسان میکند ولی اگر لازم باشد که وضعیت بارهای مختلف جدا از هم بررسی شوند دیگر این طرز راه حل مناسب نمیباشد.

۱- Successive approximation ۲- Cost function

۳- Nonlinear Programming

روش دوم یعنی معادلات دیسپاچینگ اقتصادی کاملا صحیح علاوه‌بر دقت خیلی زیاد دارای خاصیت مهمی نیز هست چون باین ترتیب دو مسئله مهم سیستم نیروی برق که عبارتند از حل شبکه و دیسپاچینگ اقتصادی توأماً مورد مطالعه و تحلیل قرار میگیرند. همانطور که قبلا نیز گفته شد کوشش زیادی صرف آن میشود تا این دستگاه معادلات غیر خطی باتکنیکهای ساده ولی قوی حل شوند. بخصوص تهیه برنامه‌هائی که این مسئله را باهم و با کمترین حل نماید بسیار مورد توجه کسانیست که روی کاربرد کامپیوتر در آنالیز سیستم‌های نیروی برق کار میکنند.

سیستمهائی که دارای تأسیسات هیدروالکتریک هستند

مطالبی که تاکنون گفته شده در مورد نیروگاههای بخاری بوده است ولی مسئله تقسیم بار در یک نیروگاه آبی نیز مشابه تقسیم بار بین واحدها در یک نیروگاه بخاری است. روش نمو خرج را که در قسمتهای قبلی تشریح شده میتوان در اینجا نیز مستقیماً بکار برد ولی معمولا ترجیح داده میشود که نمو خرج برحسب نمو انرژی پتانسیل آب بیان شود.

باوجود یکه تقسیم اقتصادی باربین نیروگاههای مختلط آبی و بخاری اساساً مشابه تقسیم اقتصادی باربین نیروگاههای بخاری است معهذا در عمل با مشکلات خاصی روبرو هستیم. مثلا قیمتی که بایستی روی تولید در نیروگاه آبی گذاشته شود خود مسئله‌ایست چون قسمت اعظم این قیمت هزینه سرمایه گذاری بوده و فقط قسمت کوچکی از آن هزینه بهره‌برداری است. ولی مشکل اصلی در این است که بارهر نیروگاه هیدروالکتریک بوسیله عوامل زیادی که مستقل از تولید اقتصادی هستند محدود میشود.

چون شرح جزئیات این مسائل را نمیتوان در این مقاله گنجاند علاقمندان میتوانند به نوشته‌هائی که در این مورد انتشار یافته است مراجعه نمایند.

REFERENCES

1. L. K. Kirchmayer, "Economic Operation of Power Systems", John Wiley & Sons. Inc., New york, 1958
2. W. D. Stevenson, Jr., "Elements of Power System Analysis", Second Edition, Mc Graw - Hill Book Co., New york, 1962
3. J. Zaborszky, J. W. Rittenhouse, "Electric Power Transmission, Vol. 2," The Rensselaer Bookstore, Troy, N. Y., 1969
4. J. R. Neuenswander, "Modern Power Systems," International Textbook Co., Scranton, 1971
5. O. I. Elgerd, "Electric Energy System Theory," Mc Graw - Hill Book Co., New york, 1971
6. Nathan Cohn, "Control of Generation and Power Flow on Interconnected Systems," Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New york, 1971
7. G. Kron, "Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems - Part I: The Six Basic Reference Frames," AIEE Transactions, Vol. 70, Part I, 1951, pp. 1239 - 1248
8. L. K. Kirchmayer, G. W. Stagg, "Analysis of Total and Incremental Losses in Transmission Systems," AIEE Transaetions, Vol. 70, Part I, 1951, pp. 1197 - 1205
9. E. D. Early, R. E. Waston, G. L. Smith, "A General Transmission Loss Equation," AIEE Transactions, Vol. 74, Part III, 1955, pp. 510 - 520
10. L. K. Kirchmayer, H. H. Happ, G. W. Stagg, J. F. Hohenstein," Direct Calculation of Transmission Loss Formula-I," AIEE Transactions, Part III, PAS - Vol. 79, 1960, pp. 962 - 969
11. L. K. Kirchmayer, H. H. Happ, G. W. Stagg, J. F. Hohenstein, "Direct Calculation of Tramsmission Loss - II," IEEE Transactions, PAS - Vol. 83, 1964, pp. 702 - 707

12. R. B. Squires, "Economic Dispatch of Generation Directly from Power System Voltages and Admittances," AIEE Transactins, Vol. 79, Part III, 1960, pp. 1235 - 1245

13. J. Carpentier, "Contribution à l'étude du dispatching économique" Bull. Soc. Franc. Elec., Ser. 8, Vol. 3, août 1962, pp. 431 - 447

14. A. M. Sasson, "Nonlinear Programming Solution for Load - Flow, Minimum - Loss, and Economic Dispatching Problems," IEEE Transactions, PAS - Vol. 88, Apr. 1969, pp. 399 - 409

15. A. H. El - Abiad, F. J. Jaimes, "A Method for Optimum Scheduling of Power and Voltage Magnitude," IEEE Transactions, PAS - Vol 88, Apr. 1969, pp. 413 - 422

16. IEEE Comittee Report, "Present Practices in Econnmic Operation of Power Systems," IEEE Transactions, PAS, Aug. 1971, pp. 1788 - 1775