

تحلیل دینامیکی پوسته‌ها با رفتار غیرخطی (مادی و هندسی)

دکتر ایرج محمودزاده کنی

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

مهندس سیروس نصیرایی

کارشناس ارشد سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

مهندس سهیل محمدی

کارشناس ارشد سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

چکیده

این مقاله به بررسی نکات اساسی که در تهیه یک برنامه اجزاء محدود جهت تحلیل دینامیکی صفحات و پوسته‌ها با رفتار غیرخطی مادی و هندسی بکار رفته است اختصاص دارد. برای این منظور ابتدا به بررسی اجمالی مدل اجزاء محدود بکار رفته پرداخته می‌شود. سپس بطور مبسوط مدل غیرخطی مادی ویسکوپلاستیک در محیطهای یک بعدی و چندبعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مرحله بعد، روش صریح تحلیل دینامیکی سیستمهای غیر خطی تشریح می‌گردد. سپس الگوریتم بکار رفته در نرم افزار NDAPS با توجه به نکات فوق تشریح می‌گردد. صحت عملکرد برنامه با تحلیل چندین مساله نمونه کنترل گردیده است که به یکی از آنها اشاره می‌گردد.

مقدمه

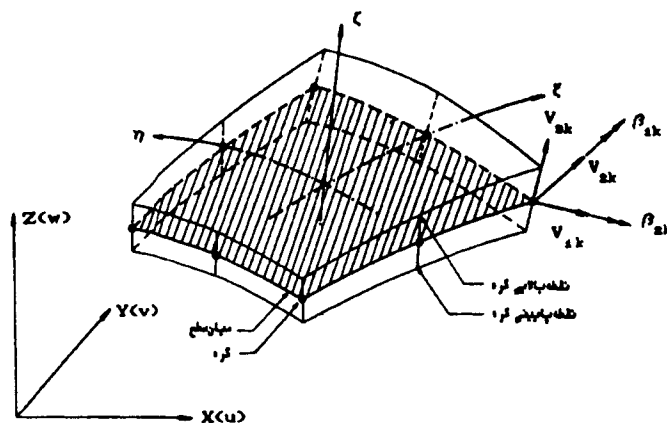
۱-۲ المان پوسته تبدیل یافته

المان بکار رفته در مدلسازی اجزاء محدود پوسته، المان پوسته تبدیل یافته (Degenerated Shell Element) می‌باشد که از تبدیل المان سه بعدی بدست آمده است. این المان در هر گره دارای ۳ درجه آزادی انتقالی و ۲ درجه آزادی چرخشی خط «عمود» در گره است. تعریف مستقل درجات آزادی مربوط به تغییر مکان و چرخش باعث می‌گردد که تغییر شکل برشی عمود بر پوسته نیز در محاسبات وارد شود. انواع المانهای ۸ و ۹ گره‌ای، در تحلیل‌ها بکار رفته‌اند (شکل (۱)). مؤلفه‌های منتهج تنش وارد بر این المان، مطابق شکل (۲) تعریف می‌شوند. [۱]

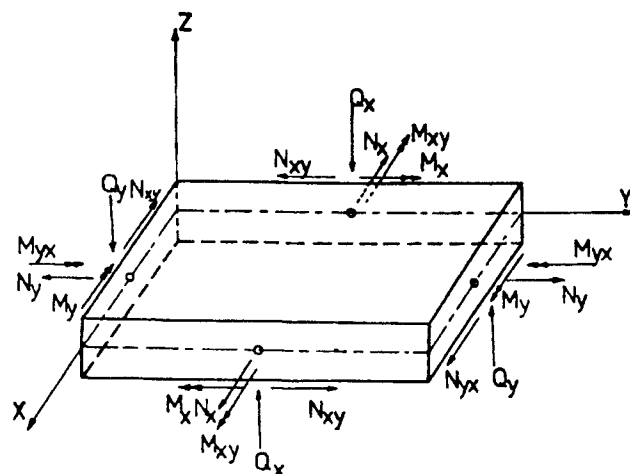
صفحه‌ها و پوسته‌ها، امروزه بعنوان اجزاء اصلی در سازه‌های مدرن، قابلیت‌های خود را نسبت به انواع دیگر اجزاء نشان داده‌اند. شاید تنها، پیچیدگی که در تحلیل این اجزاء وجود دارد، ما را از استفاده از آنها منع می‌کند.

این مقاله، بطور خلاصه به بررسی روشهای تحلیلی و عددی بکار گرفته شده در نرم‌افزار تحلیل دینامیکی صفحات و پوسته‌ها با رفتار غیرخطی (NDAPS) می‌پردازد. این برنامه بطور وسیع در تحلیل دینامیکی پوسته‌ها با رفتار ویسکوپلاستیک و مقاطع مرکب قابل کاربرد است.

۲ - مدل اجزاء محدود



شکل (۱) - المان پوسته تبدیل یافته

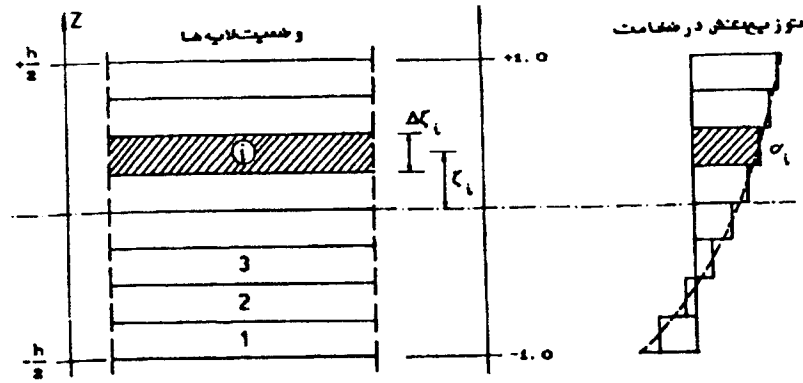


شکل (۲) - تعریف منته‌های تنش

۲ - ۲ مدل لایه‌ای

در امتداد ضخامت پوسته، چنانچه رفتار مصالح بصورت خطی باشد، دو نقطه گوس کفایت می‌کند. اما برای مصالح غیرخطی، دقیقاً مشخص نیست که چند نقطه گوس در جهت ضخامت لازم است. در این حالت، یک روش ساده و مناسب بکارگرفته شده است که مدل لایه‌ای نامیده می‌شود و در واقع یک روش انتگرال گیری نوزنقه‌ای می‌باشد. در این مدل فرض می‌شود که پوسته درجهت ضخامت از چند لایه تشکیل شده است. نقاط نمونه‌گیری هر لایه در میان سطح آن واقع هستند و مؤلفه‌های تنش در هر لایه در این نقاط محاسبه می‌شوند و فرض می‌شود که در ضخامت هر لایه این تنشها ثابت هستند. چنین توزیع تنشی در شکل (۲) دیده می‌شود [۲].

محاسبه ماتریسهای خصوصیات سازه، نظیر ماتریسهای جرم، میرایی، و سختی، و ماتریس ستونی نیروهای معادل گره‌ای و بارهای گره‌ای، به محاسبه انتگرالهایی منجر میشود که عملاً فقط با روشهای عددی قادر به محاسبه آنها می‌باشیم. روش عمومی در تئوری اجزاء محدود، استفاده از روش انتگرال گیری گوس می‌باشد. در این روش، عبارت موردنظر در چندین نقطه گوس محاسبه شده و با استفاده از یک جمع‌زنی، مقدار انتگرال محاسبه میشود. برای المان پوسته تبدیل یافته، در صفحه پوسته، سه نقطه گوس در هر جهت کافی است.



شکل (۳) - مدل لایه‌ای و توزیع تنش در آن

۳- مدل غیر خطی مادی

مدل مادی استفاده شده، مدل ویسکوپلاستیک است که امکان مدل سازی اثرات وابسته به زمان را در فرایند تغییر شکل پلاستیک میسر می‌سازد. بنابراین، پس از جاری شدن اولیه، جریان پلاستیک و تنشها و کرنشها وابسته به زمان خواهند بود. به این ترتیب در کلیه تغییر شکلهای غیر الاستیک، اثرات زمانی، همیشه ولی با درجه های مختلفی از اهمیت وجود دارند. در این بخش، ضمن بیان مفاهیم اساسی تئوری ویسکوپلاستیک در حالت یک بعدی، توسعه آن در یک محیط پیوسته تشریح خواهد شد.

۳-۱ تئوری ویسکوپلاستیک در محیطهای یک بعدی

در مسائل یک بعدی، رفتار ویسکوپلاستیک با معرفی مدل یک بعدی تغییر شکل پذیر در شکل (۴) بخوبی روشن می‌گردد. بخش روی هم لغزنده تنها هنگامی که $\sigma > \gamma$ باشد فعال شده و تنش σ_p را تحمل می‌نماید. منظور از σ ، کل تنش وارده و γ یک مقدار حدی برای جاری شدن می‌باشد. تنش باقیمانده یعنی $\sigma_d = \sigma - \sigma_p$ توسط بخش چسبنده (Viscous) حمل می‌گردد. پاسخ آنی الاستیک نیز توسط فنر خطی موجود مدل می‌شود. وجود بخش چسبنده باعث می‌گردد تا مقدار تنش که بطور ناگهانی از مقدار تعیین شده توسط تئوری پلاستیسیته تجاوز نموده است، در شرایط حالت یکنواخت، به یک سطح تعادل برسد.

در این روش، محاسبه انتگرالها، روی میان سطح هر لایه انجام و نتایج لایه های مختلف باهم جمع می‌گردند. باید توجه داشت که در این روش، حتی برای مصالح خطی نیز باید تعداد لایه ها را بیشتر از ۲ انتخاب کنیم [۱].

پس از بدست آمدن تنشها در نقاط گوس، می‌توان نتیجه این تنشها را با انتگرال گیری در جهت ضخامت پوسته به روش زیر محاسبه نمود:

الف) مؤلفه های غشایی

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_{xi} \Delta \zeta_i \quad (1)$$

و به همین ترتیب در مؤلفه های N_y و N_{xy} عمل می‌شود.

ب) مؤلفه های خمشی

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z dz = \frac{-h^2}{4} \sum_{i=1}^n \sigma_{xi} \zeta_i \Delta \zeta_i \quad (2)$$

و به همین ترتیب مؤلفه های M_y و M_{xy} محاسبه می‌شوند.

ج) مؤلفه های برشی

$$Q_{xz} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xz} dz = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n \tau_{xzi} \Delta \zeta_i \quad (3)$$

مؤلفه Q_{xz} نیز بهمین روش بدست می‌آید.

کرنش است که مؤلفه کرنش الاستیک از آن حذف شده باشد. از این رو، تنش در جزء اصطکاکی لغزنده بقرار زیر خواهد بود:

$$\sigma < Y \quad \sigma_p = \sigma \quad (7)$$

$$\sigma \geq Y \quad \sigma_p = Y$$

تنش در جزء چسبیده یعنی σ_d با رابطه زیر به کرنش ویسکوپلاستیک مربوط می‌گردد:

$$\sigma_d = \mu \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} \quad (8)$$

در این رابطه μ ضریب لزجت و t نمایانگر زمان است و می‌دانیم:

$$\sigma = \sigma_d + \sigma_p \quad (9)$$

در حالت الاستیک $\varepsilon_{vp} = 0$ است و داریم:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (10)$$

پس از جاری شدن، با جایگزینی روابط (۷) و (۸) در رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$\sigma_y + H' \varepsilon_{vp} + \mu \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} = \sigma \quad (11)$$

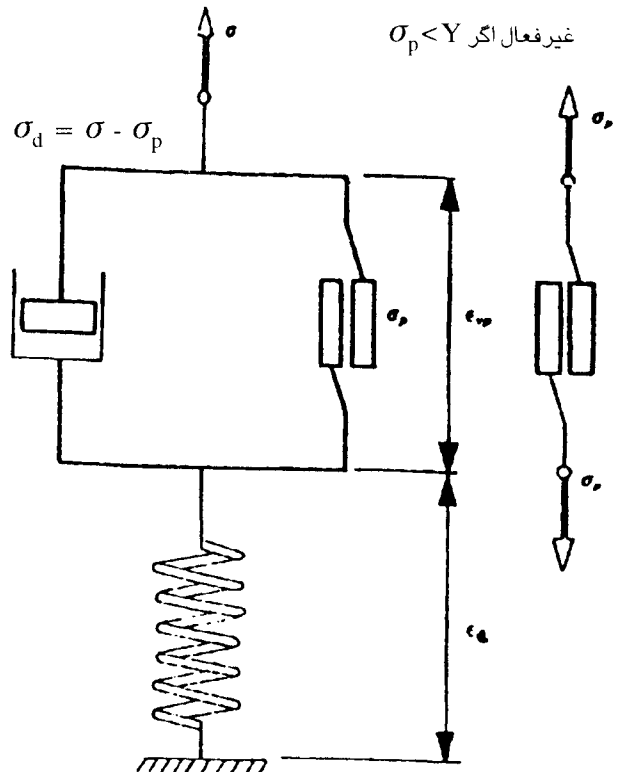
$$H'E \varepsilon + \mu E \frac{d\varepsilon}{dt} = H' \sigma + E (\sigma - \sigma_y) + \mu \frac{d\sigma}{dt} \quad (12)$$

برای بدست آوردن رابطه (۱۲)، از روابط (۴) و (۵) در رابطه (۱۱) استفاده شده است.

۲-۳ تئوری الاستوویسکوپلاستیک در محیطهای پیوسته

مطابق معمول در مسائل غیرخطی، کرنش کل، به دو قسمت الاستیک و ویسکوپلاستیک تفکیک می‌گردد:

$$|\dot{\varepsilon}| = |\dot{\varepsilon}_0| + |\dot{\varepsilon}_{vp}| \quad (13)$$



شکل (۴) - مدل الاستو - ویسکوپلاستیک یک بعدی

کرنش کل در این مدل از جمع کرنشهای الاستیک و ویسکوپلاستیک بدست می‌آید:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{vp} \quad (4)$$

تنش در فنر خطی، معادل کل تنش اعمال شده بوده و توسط رابطه زیر به کرنش الاستیک مربوط می‌گردد:

$$\sigma_e = \sigma = E\varepsilon_e \quad (5)$$

که در آن، E مدول الاستیک فنر خطی می‌باشد. با فرض حالت سخت شدگی خطی، میزان تنش برای جاری شدن ویسکوپلاستیک در هر وضعیت توسط رابطه (۶) محاسبه می‌شود:

$$Y = \sigma_y + H' \varepsilon_{vp} \quad (6)$$

که در آن σ_y ، تنش جاری شدن تک محوری اولیه بوده و H' شیب بخش سخت شدگی منحنی تنش

مطالعات تئوریک نشان داده‌اند که جهت پایداری روش حل عددی معادلات، لازم است شرایط زیر برای گام زمانی بحرانی مدنظر قرار گیرند [۱]:

$$\Delta t \leq \frac{(1+\nu) F_0}{\gamma E} \quad (18)$$

برای معیار تسلیم وان میز:

$$\Delta t \leq \frac{4(1+\nu) F_0}{3 \gamma E} \quad (19)$$

که در آنها γ پارامتر سیالیت و F_0 تنش جاری شدن یک محوری است.

۴- روش تحلیل دینامیکی

۴-۱ روش انتگرال گیری صریح

باید توجه داشت که در مورد سیستم‌های غیرخطی، روش ترکیب مدها کاربرد ندارد و باید از روشهای انتگرال گیری گام به گام زمانی [۲] استفاده نمود. روش بکاررفته در اینجا، روش انتگرال زمانی صریح می‌باشد. معادله سیستم در زمان t_n به شکل زیر بیان می‌شود:

$$[M] \ddot{d}_n + [C] \dot{d}_n + [P]_n = [f]_n \quad (20)$$

که در آن $[P]_n$ بردار نیروهای مقاوم داخلی و $[f]_n$ بردار نیروهای گسری معادل بـا بارهای جسمی و سطحی می‌باشد \dot{d}_n و \ddot{d}_n نیز بترتیب بردار شتاب و سرعت گسری هستند. با استفاده از تقریب تفاوت‌های مرکزی برای دو بردار \dot{d}_n و \ddot{d}_n خواهیم داشت:

$$[d]_{n+1} = ([M]) + \frac{\Delta t}{2} [C]^{-1} \times \{(\Delta t)^2 \times (-[P]_n + [f]_n) + 2[M]\dot{d}_n - ([M] - \frac{\Delta t}{2}[C])\dot{d}_{n-1}\} \quad (21)$$

با فرض قطری بودن ماتریسهای میرایی و جرم، حل معادله فوق بسیار آسان خواهد بود. مثلاً برای درجه آزادی i داریم [۲]:

تغییرات تنش کل به تغییرات کرنش الاستیک وابسته است:

$$[\sigma] = [D] [\epsilon_0] \quad (14)$$

که در آن، $[D]$ ماتریس الاستیسیته است. پیدایش رفتار ویسکوپلاستیک با رابطه اسکالر زیر کنترل می‌گردد:

$$F([\sigma], |\epsilon_{vp}|) - F_0 = 0 \quad (15)$$

که در آن F_0 تنش جاری شدن یک محوری است که خود تابعی از پارامتر سخت شدگی می‌باشد و F تنش موثر است. فرض می‌شود که جریان ویسکوپلاستیک فقط برای مقادیر $F > F_0$ رخ می‌دهد. در ساده ترین حالت فرض می‌کنیم که سرعت کرنش ویسکوپلاستیک فقط به وضعیت تنش بستگی داشته باشد:

$$|\dot{\epsilon}_{vp}| = f([\sigma]) \quad (16)$$

با انجام یک سری عملیات جایگزینی، نهایتاً مقدار افزایش کرنش ویسکوپلاستیک در یک فاصله زمانی Δt_n بدست می‌آید:

$$[\Delta \epsilon_{vp}] = \Delta t_n \{ (1-\theta) [\dot{\epsilon}_{vp}]_n + \theta [\dot{\epsilon}_{vp}]_{n+1} \} \quad (17)$$

جواب رابطه فوق براساس انتخاب مقادیر θ به روشهای مختلف منجر می‌شود:
الف) درحالت $\theta = 0$ ، روش کاملاً صریح است و مقدار افزایش کرنش کاملاً براساس شرایط موجود در زمان t_n بدست می‌آید.

ب) درحالت $\theta = 1$ ، روش کاملاً ضمنی است و مقدار افزایش کرنش براساس سرعت در انتهای گام زمانی معین میگردد.

ج) در حالت $\theta = 1/2$ ، روش به نام ضمنی دوزنقه ای نامیده می‌شود.

۳-۳ انتخاب اندازه گام زمانی

المانهای دیگر حل شده اند، مورد استفاده قرار گرفت [۵]. در کلیه موارد جوابهای بدست آمده توسط برنامه، به جوابهای موجود نزدیک بوده اند. از بین مثالهای حل شده، به ذکر مسئله زیر می پردازیم که از همه فراگیرتر می باشد.

$$(d_i)_{n+1} = (m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} c_{ij})^{-1} \times \{ (\Delta t)^2 \times (-P_i)_n + (f_i)_n + 2m_{ii} (d_i)_n - (m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} c_{ij})(d_i)_{n-1} \} \quad (22)$$

۲-۴ گام زمانی بحرانی

۱-۶ کلاهک کرووی تحت بار دینامیکی

این کلاهک کرووی [۶ و ۷]، همراه بامشخصات مصالح و تاریخچه بارگذاری ناشی از فشار دینامیکی روی سطح فوقانی پوسته، در شکل (۶) نشان داده شده است. این مثال در مرجع [۱]، با استفاده از ۱۰ المان دوبعدی دوار مدل شده است. در اینجا یک چهارم کلاهک را با ۵ المان پوسته مدل کرده ایم. نتایج مرجع [۱] برای رفتار الاستیک، الاستوویسکوپلاستیک، و الاستوپلاستیک در اشکال (a) - (b) و (c) نشان داده شده اند. بازتاب متناظر بدست آمده از برنامه NDAPS، بترتیب در اشکال (a) - (b) و (c) منعکس شده اند. با وجود انتخاب تعداد نسبتاً کم المان، نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [۱] تطابق بسیار خوبی دارند. برای بررسی رفتار الاستوویسکوپلاستیک، پارامتر سیالیت ماده برابر ۱۰۰ گرفته شده و با توجه به رفتار غیرخطی مصالح هر المان با ۸ لایه مدل شده است. برای بررسی رفتار الاستوپلاستیک باید پارامتر سیالیت را عدد بزرگی انتخاب کرد [۱] که در این مثال مقدار برابر ۲۰۰۰۰ انتخاب شده است. این مثال در حالت الاستوپلاستیک با دو مدل ۴ و ۸ لایه ای تحلیل شده است.

۷ - نتیجه گیری

این مقاله، یک روش کاملاً صریح را جهت تحلیل غیرخطی صفحه‌ها و پوسته‌ها ارائه می کند. مدل رفتاری مصالح، بصورت الاستو - ویسکوپلاستیک در نظر گرفته شده است. کنترل نتایج برنامه NDAPS که بر مبنای روش فوق تهیه شده است، بوسیله تحلیل چندین مسئله کلاسیک پوسته‌ها انجام گرفته است.

در روشهای انتگرال گیری زمانی، برای حصول به جوابهای پایدار و دقیق به گام زمانی کوتاه نیاز داریم که سبب بالارفتن هزینه محاسبات می گردد. گام زمانی بحرانی در روش انتگرال گیری صریح برابر است با:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\Omega_{\max}} \quad (23)$$

که در آن Ω_{\max} بزرگترین فرکانس دورانی شبکه اجزاء محدود است. در صورتیکه Ω_{\max} نشانگر حداکثر فرکانس زاویه‌ای غیرخطی باشد، از این رابطه برای مسائل غیرخطی نیز می توان استفاده کرد.

۵ - برنامه NDAPS

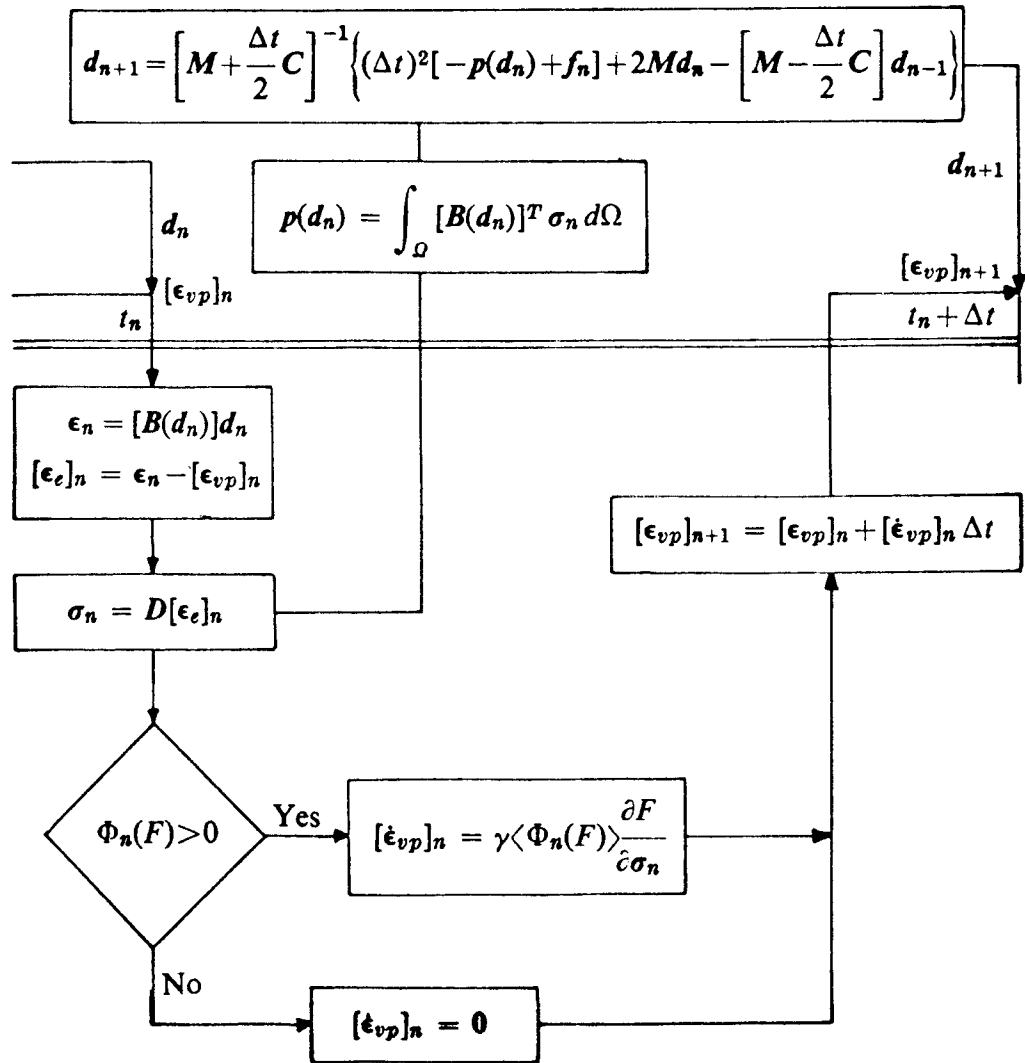
باتوجه به مشخصات کلی ارائه شده در بخشهای قبل، برنامه کامپیوتری NDAPS جهت تحلیل دینامیکی صفحه‌ها و پوسته‌ها با رفتار الاستوویسکوپلاستیک تهیه شده است. روش بکار گرفته شده در این برنامه کاملاً صریح است. به این معنی که در دو مرحله برنامه که انتگرال زمانی گرفته می شود از روش صریح استفاده شده است. این الگوریتم در شکل (۵) برای یک گام زمانی رسم شده است [۵]:

۶ - مثال نمونه

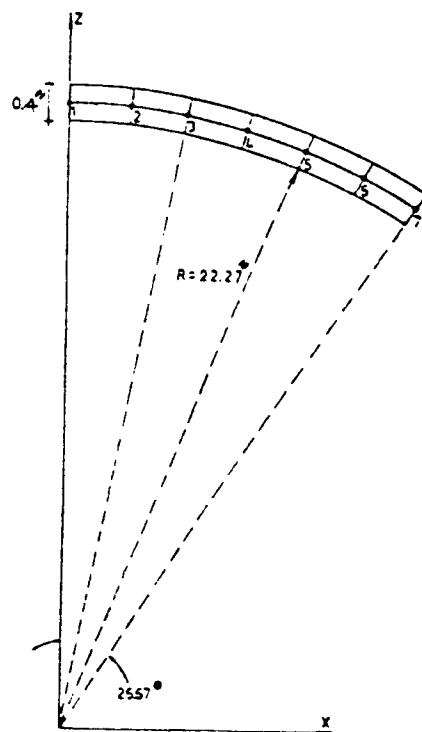
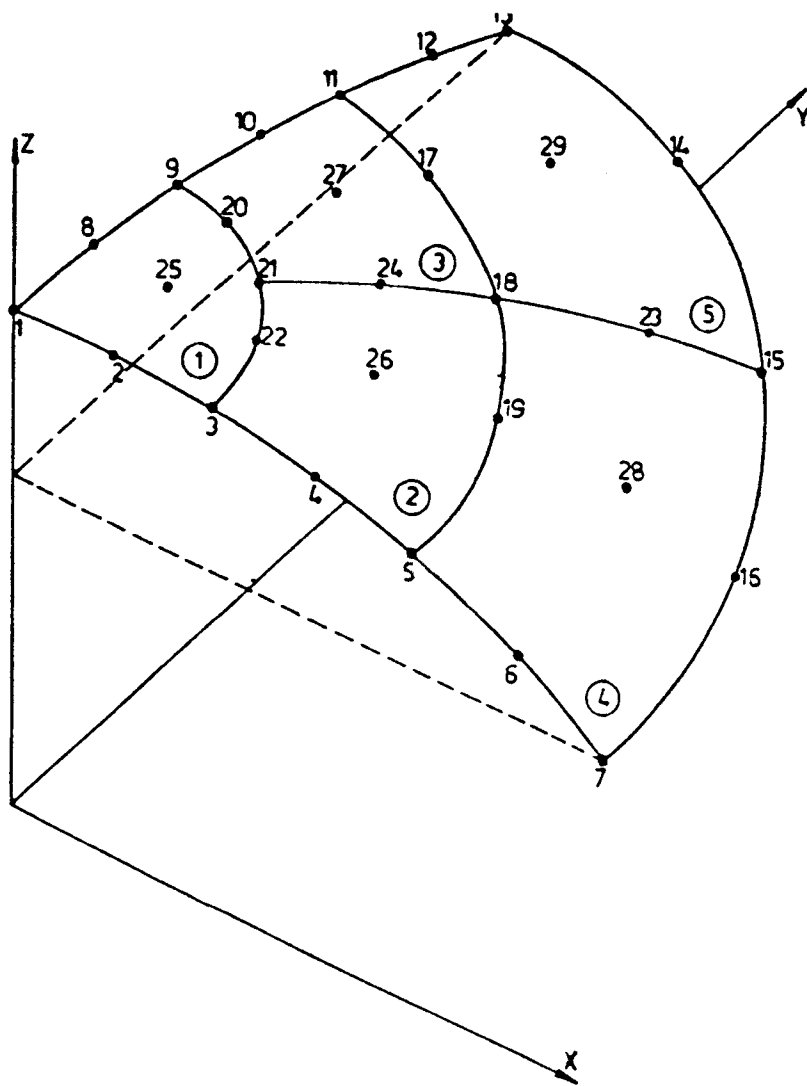
پس از تهیه برنامه NDAPS، این برنامه برای بررسی چندین مسئله نمونه، در حالت‌های متنوع، که در منابع موجود هستند و با بکارگیری روشها یا

الاستوپلاستیک، چهار الی هشت لایه لازم است برای المانهایی که وارد رژیم غیر خطی مادی می‌گردند، در نظر گرفته شود.

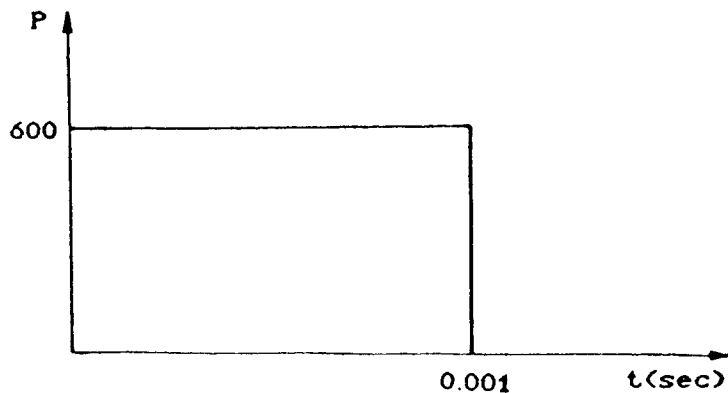
تطابق نتایج بدست آمده با نتایج موجود بسیار خوب است. در حالاتی که از نظر مادی، رفتار، خطی است انتخاب دو لایه برای هر المان کافیت. برای مدل کردن رفتار الاستوویسکوپلاستیک و یا



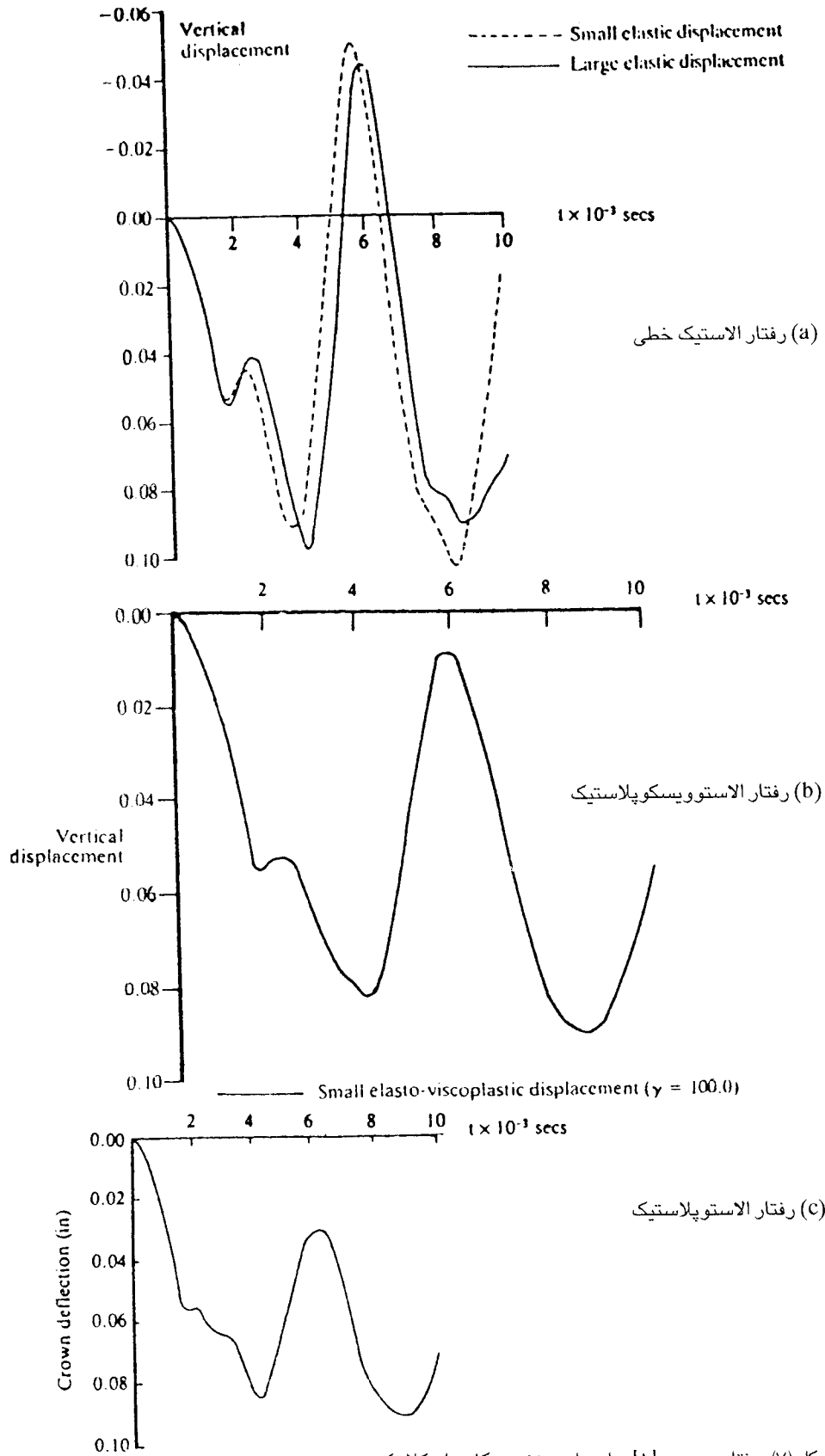
شکل (۵) - الگوریتم روش صریح در NDAPS



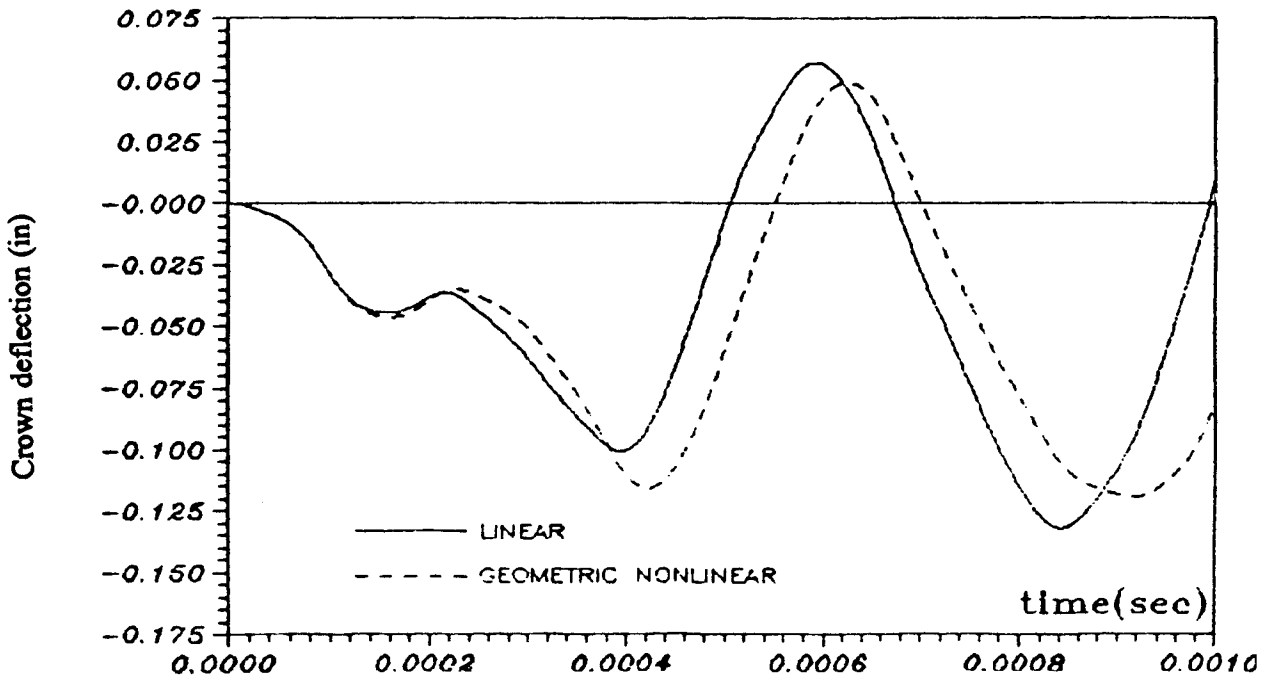
$E = 10.5 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ $\rho = 2.45 \times 10^{-4} \text{ lb. sec}^2/\text{in}^2$
 $\nu = 0.3$
 $F_0 = 0.024 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ $P = 600 \text{ lb/in}^2$ دقتبار گسترده
 $H' = 0.2143 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$



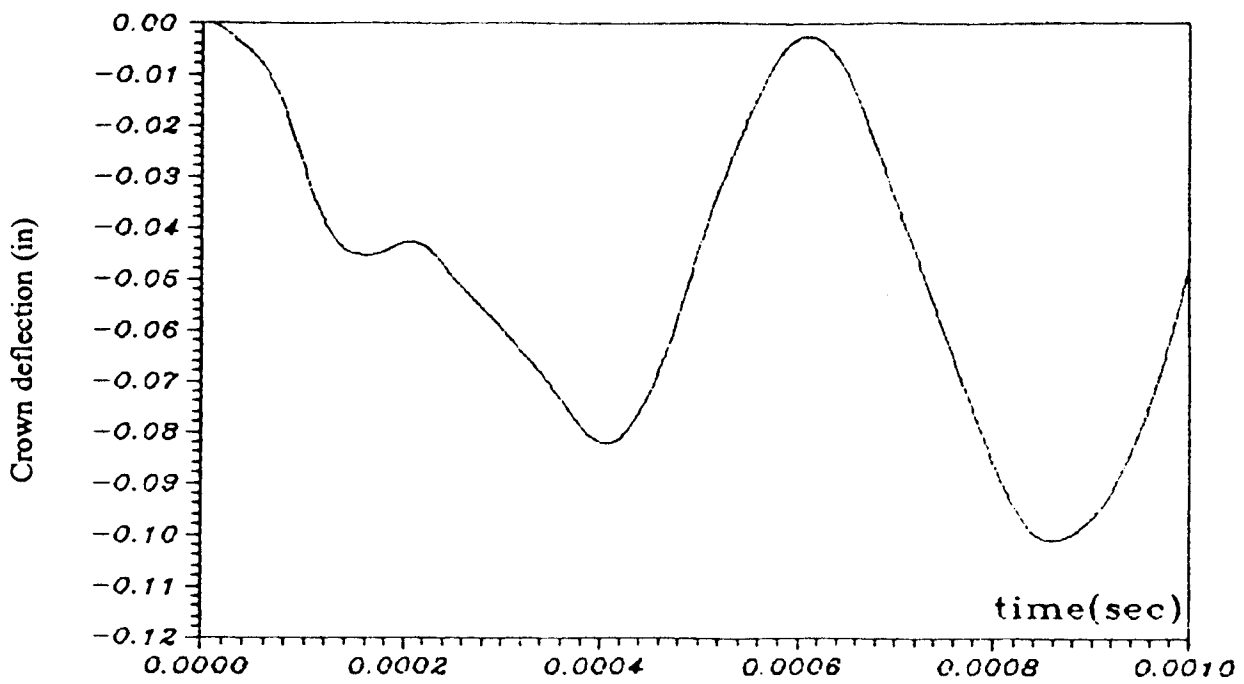
شکل (۶) - یک چهارم از کلاهک کروی با منحنی بارگذاری



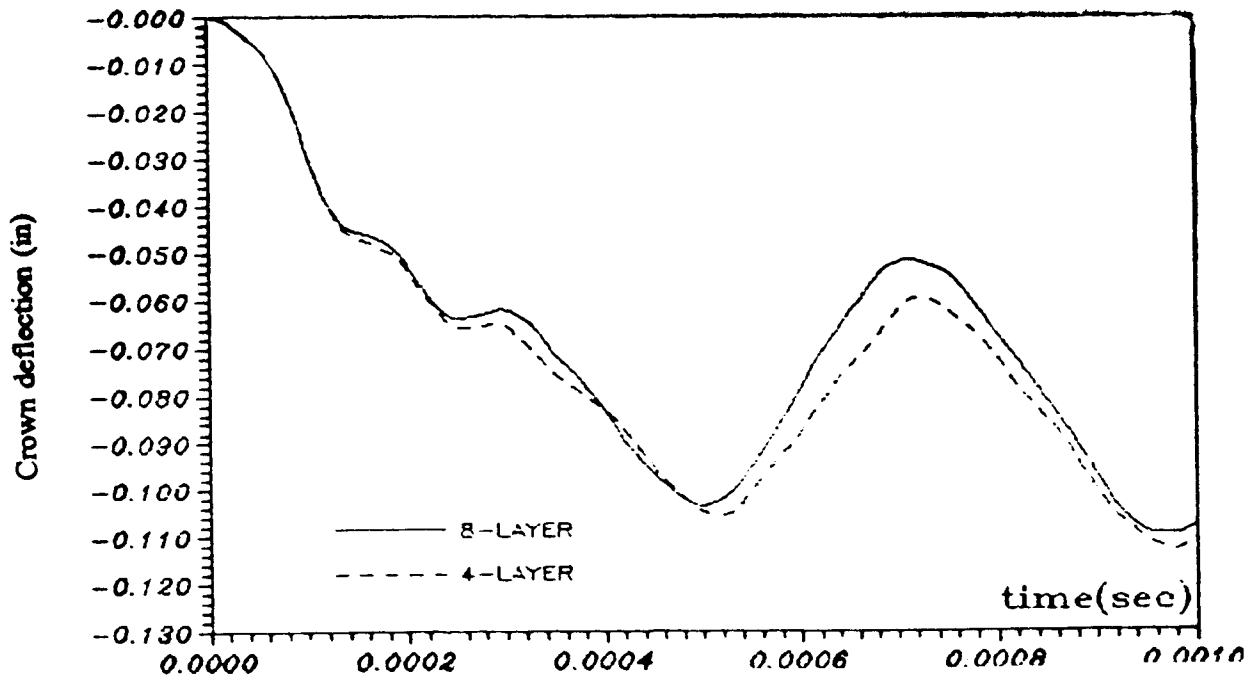
شکل (۷) - نتایج مرجع [۱] برای پاسخ تغییر مکان تاج کلاهک



شکل (۸ a) - پاسخ تغییر مکان تاج کلاهک برای دو حالت خطی و غیرخطی هندسی



شکل (۸ b) - پاسخ تغییر مکان تاج کلاهک برای حالت غیرخطی مادی (الاستو-ویسکوپلاستیک)



شکل (۸c) - پاسخ تغییر مکان تاج کلاهک برای حالت غیرخطی مادی (الاستوپلاستیک) برای دو مدل چهار و هشت لایه‌ای

۸ - مراجع

- 1- Owen D.R.J., Hinton E., "Finite Elements in Plasticity", Pineridge Press, Swansea, U.K., [1980.]
- 2- Hinton, E., "Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells", Pineridge Press, Swansea, U.K., [1988].
- 3- Weaver, W. Jr., Johnston, P.R., "Structural Dynamics by Finite Elements", Prentice - Hall, New - Jersey, [1987].
- ۴ - آزیتا ارومچی «تحلیل خطی و غیرخطی صفحات و پوسته‌ها به روش اجزاء محدود»، پایان نامه کارشناسی ارشد سازه، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، [۱۳۶۸].
- ۵ - سیروس نصیری، «تحلیل دینامیکی صفحه‌ها و پوسته‌ها با رفتار غیرخطی (مادی و هندسی)»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، [۱۳۷۱].
- 6- Bathe, K. J., Ramm, E., Wilson, E.L., "Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis", International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 9, 353-386, [1975].
- 7- Bathe, K. J., Ozdemir, H., "Elastic-Plastic Large Deformation Static and Dynamic Analysis", Journal of Computers & Structures, Vol. 6, pp. 81-92, Pergamon Press, [1976].