سرعت حد، نسبت بحرانی فشار و گذر جرمی بحرانی برای جریان با اصطکاک ادیاباتیک یک گاز ماده در داخل شیپوره‌ها، لوله‌ها و لابیرنیت‌ها

نوشتهٔ :

دکتر جمشید مینوچهر

ازیک بررسی نظری نتیجه می‌شود که سرعت حد درمورد جریان در داخل شیپوره، در داخل لوله ولابیرنینی که با اصطکاک توأم باشد با سرعت بحرانی برابر است واین سرعت بحرانی با سرعتی که ازدرجهٔ حرارت کل درباریک‌ترین مقطع یک شیپوره ویا درآخرین اطاقک یک لابیرنیت بدست‌می‌آید مطابقت دارد . علاوه‌براین روابطی بدست می‌آیند که از روی آنها بطریق ماده‌ای نسبت بحرانی فشار و گذر جرمی بحرانی شیپوره‌هارا می‌توان محاسبه نمود .

۱- راهنمایی :

ازیکطرف بجهت اظهارات مختلف درباره جریان درداخل لوله ودرداخل شیپوره وازطرف دیگر بجهت روشهای مختلف بررسی و متفاوت ازیکدیگر برای جریان شیپوره‌ای «ها. فروت[۱]» سعی می کند با کمک ملاحظات ترمودینامیکی هردو جریان را متحدالشکل گرداند . ضمناً ها. فروت ضریب مقاومت تمام طول جریان تامقطع بحرانی ξ_k را بطورضمنی بکار می‌برد . اما ازآنجاکه برای بررسی جریان درداخل شیپوره ودر لوله که بااصطکاک توأم باشند علاوه‌برملاحظات ترمودینامیکی ملاحظات مربوط به مکانیک سیالات‌نیز باید

(۱) H . Fruth , H : Grenzgeschwindigkeit , kritisches Druckverhältnis und kritischer Massendurchsatz der verlustbehafteten adiabaten Düsen - und Rohrstömung eines idealen Gases. Forsch Ing. Wes . 32 (1966) Nr . 2 S . 45/52 .

بکاربرده شود سعی کرده شد با کمک معادله مقدارحرکت روشی دردست داده شود تا نه تنها جریان ادیاباتیک بااصطکاك درداخل شیپوره ودرداخل لوله را بطور متحدالشکل بتوان درنظرگرفت بلکه این امکان رانیزبوجود آورد تاضریب مقاومت جریان مربوطه را برحسب ابعاد شیپوره ویالوله محاسبه نمود . این روش دربارهٔ سرعت حد جریان اصطکاك دار در داخل شیپوره نیز اظهاراتی می نماید و روابطی برای محاسبهٔ گذر جرمی بحرانی بدست می دهد .

قبلا بجاست نگاهی بگذر جرمی بحرانی انداخته شود .

۲ـ تعیین گذر جرمی بحرانی :

همانطورکه «ها . فروت» نیز نشان داده است شرط ماکزیمم آنتروپی ویا پدید آمدن سرعت حد در مقطع بحرانی اینست که نسبت بحرانی درجهٔ حرارت :

$$T_s/T_o = 2/(x+1) \qquad (1)$$

موجود باشد . (درآن :

x توان آیزنترپ ،

T درجهٔ حرارت مطلق بازیرنویس s برای مقادیر موجود درمقطع بحرانی و زیرنویس o برای مقادیر حالت سکون می باشد .

مطابق «ها . فرت» معادلهٔ فوق این معنی را می دهد که سرعت حد w_g درمقطع بحرانی درموردجریان توأم بااصطکاك نیز بستگی به راندمان مانند η (مثلا راندمان شیپوره) ندارد . باین ترتیب سرعت حد w_g مطابق بارابطهٔ زیر :

$$w_g = w_s = \sqrt{x\, p_s\, v_s} \qquad (2)$$

برابراست باسرعت صوت w_s که درباریکترین مقطع یک شیپوره متقارب پدید می آید . درآن :

p فشار ،

v حجم مخصوص وهمچنین زیرنویس s مقادیر نظیر حالتی که سیال دارای سرعت صوت است ،

زیرنویس های o ، is و pol برای مقادیر حالت ساکن ، تغییرحالت آیزنتروپ ویا درمورد تغییر حالت برزخ ازحالت سکون به حالت موردنظررا نشان می دهد . بنابراین معادلات :

$$w_g = \sqrt{\eta\, x\, p_{is}\, v_{is}} \qquad (3)$$

و :

$$w_g = \sqrt{\eta\, n\, p_{pol}\, v_{pol}} \qquad (4)$$

که در نشریات علمی برای محاسبهٔ سرعت حد جریان با اصطکاك بکار میرود دارای ارزش فیزیکی نیستند بخصوص اگر ازآن نتیجه بگیرند که نسبت بحرانی فشار برای $n \rightarrow 1$ بسمت مقدارحد $\frac{1}{\sqrt{e}}$ میرسد . زیرا این بدان‌معنی خواهد بود که باافزایش‌اصطکاك نسبت‌بحرانی $\frac{p_s}{p_o}$ نیز افزایش می‌یابد واین ازآنجا ناشی می‌شود که برای‌نسبت‌های فشار بامقدار $\eta = Const$ محاسبه شده است. درصورتیکه n ویا η برای‌نسبتهای مختلف فشارثابت باقی نمی‌ماند . همانطورکه «ها. فروت» تذکر میدهد n نیز در اثناء یک تغییرحالت جریانی تغییرمی‌یابد. وبعبارت‌دیگر چنین معنی دارد: مقدارحد $\frac{1}{\sqrt{e}}$ تنها نسبت فشار بحرانی برای یک گاز ساده را با $x = 1$ وجریان بدون‌اصطکاك‌را درداخل شیپوره نشان میدهد . باین‌ترتیب ازمعادلات (1) و (2) باکمک معادلهٔ کلی حالت برای گازهای ساده برای سرعت حدی که ازدرجهٔ حرارت (سکون) یا(کل) T_o محاسبه شده باشد رابطهٔ زیر نتیجه میشود :

$$w_s = \sqrt{x\,R\,T_s} = \sqrt{\frac{2x}{x+1}\,R\,T_o} \tag{5}$$

درآن R مقدار ثابت گازها است .

گذرجرمی $\dot{m}_s$ برای حالتی که سرعت بحرانی تازه بوجود آمده است طبق معادلهٔ (5) چنین نتیجه میشود :

$$\dot{m}_s = f_s\,l_s\,w_s = f_s\,\rho_s\,\sqrt{\frac{2x}{x+1}\,R\,T_o} \tag{6}$$

که درآن :

f_s مقطع بحرانی ،

ρ_s جرم مخصوص وطبق معادلهٔ (7) میشود .

$$\rho_s = \frac{x+1}{2}\,\frac{p_s}{R\,T_o} \tag{7}$$

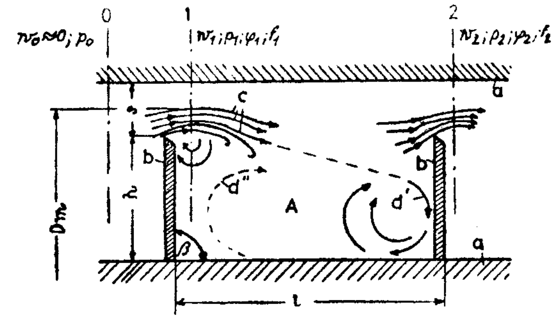
باکمک معادلهٔ (7) ازمعادلهٔ (6) چنین نتیجه میشود :

$$\dot{m}_s = f_s\,p_s\,\sqrt{\frac{x(x+1)}{2\,R\,T_o}} \tag{8}$$

۳ـ معادلهٔ عمومی برای جریان‌های شیپوره‌ای ، لوله‌ای ولابیرینتی :

شکل ۱ یک‌اطاقک A ازیک لابیرینت‌را نشان‌می‌دهد که درآن اصطکاك پابرجااست[۱]. دومقطع 1 و 2 را درنظر می‌گیریم وبرای آنها شرط تعادل نیروها را می‌نویسیم که برای جریان تراکم‌پذیرمی‌شود:

$$\varphi_1\, \rho_1\, f_1\, w_1^2 - \varphi_2\, \rho_2\, f_2\, w_2^2 + \varphi_1\, f_1\, p_1 - \varphi_2\, f_2\, p_2 = K_{R\,12} \tag{9}$$



شکل (۱) : قسمتی‌از یک لابیرنیت

a دیوارهای‌کانال ، b برآمدگی‌های لابیرنیتی‌که باندازهٔ t ازیکدیگر جدا قرارگرفته واطاقک A را محدود می‌کنند

h ارتفاع برآمدگی C منحنی مسیرجریان یاخط‌های جریانی

d′ و d″ گردابها S پهنای درز β زاویهٔ بین‌برآمدگی و دیوارهٔ‌کانال

D_m حد وسط قطر درز w سرعت

p فشار f مقطع جریانی و φضریب تقلیل جریان بازیرنویس o برای حالت سکون o و همچنین زیرنریس‌های 1 و 2 برای حالت 1 درآغاز ویاحالت 2 درپایان اطاقک مربوطهٔ A

که درآن :

زیرنویس‌های (1) و (2) برای دومقطع جریان ،

φ ضریب تقلیل مسیر جریان ،

ρ جرم مخصوص

p فشار ،

w سرعت متوسط جریان و $K_{R\,12}$نیروی اصطکاك بین مقطع 1 و 2 می‌باشند . اگر ابتدا بطور تقریب معادله :

---

(۱) Minutschehr, D : Theoretische und experimentelle Untersuchungen über axiale Labyrinthdichtungen bei Turbomaschinen . Diss . Techn . Hochschule Stuttgart 1964 ; vgl. a. Referat in VCI. - Z. 107 (1965) Nr. 23 S. 1137/38 .

$$w_1 = \sqrt{2\frac{p_o - p_1}{\rho_o}} \tag{10}$$

را قبول کنیم که درآن :

$\rho_1 = \rho_o$ مفروض است ،

(زیرنویس o برای مقادیر مقطع o یعنی درجائی که حالت سکون پابرجا است) وهمچنین داشته باشیم:

$$w_1 = \frac{\dot{m}}{\varphi_1 f_1}\ \frac{1}{\rho_1}\ ,\ w_2 = \frac{\dot{m}}{\varphi_2 f_2}\ \frac{1}{\rho_2} \tag{10a}$$

که درآن :

$\dot{m}$ گذر جرمی است ، دراینصورت برای $\rho_1 \cong \rho_o$ ازمعادلهٔ (9) بکمک p_1 طبق معادلهٔ (10) چنین نتیجه می‌شود :

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{\varphi_1 f_1 p_o - \varphi_2 f_2 p_2}{\frac{1}{\varphi_2 f_2 \rho_2} - \frac{1}{2\varphi_1 f_1 \rho_o}} - \frac{K_{R\,12}}{\frac{1}{\varphi_2 f_2 \rho_2} - \frac{1}{2\varphi_1 f_1 \rho_o}}} \tag{11}$$

معادلهٔ (11) را می‌توان معادلهٔ عموسی گذرجرمی نامید. برای موقعی که مقاطع گذر برابرباشند با کمک رابطهٔ $\varphi_1 f_1 = \varphi_2 f_2 = \varphi f$ می‌توان نوشت :

$$\dot{m} = f\varphi \sqrt{\frac{p_o}{v_o}\left\{\frac{1 - p_2/p_o)}{(v_2/v_o) - \frac{1}{2}} - \frac{K_{R\,12}}{f\,\varphi\,p_o[(v_2/v_o) - \frac{1}{2}]}\right\}} \tag{12}$$

درآن v_o و v_2 حجم‌های مخصوص برای مقاطع o و 2 می‌باشد . درمقابل برای جریان بدون اصطکاك درداخل شیپوره داریم :

$$\dot{m}_{th} = \varphi f \psi_D \sqrt{2\frac{p_o}{v_o}} \tag{13}$$

که درآن :

زیرنویس th برای حالت نظری وبدون اصطکاك وهمچنین ضریب شدت جریان ψ_D برای شیپوره بقراررزیر می‌باشد :

$$\psi_D = \sqrt{\frac{x}{x-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_o}\right)^{\frac{2}{x}} - \left(\frac{p_2}{p_o}\right)^{\frac{x+1}{x}}\right]} \tag{14}$$

مشابه باآن معادلهٔ مشهور استودولا برای لابیرنیت را می‌توان چنین بیان نمود :

$$\dot{m} = \mu f \sqrt{\frac{1}{z}\frac{p_o^2 - p_z^2}{p_o\,v_o}} = \mu f \Psi_L \sqrt{2\frac{p_o}{v_o}} \tag{15}$$

که درآن :

μ ضریب گذر لابیرنیت ،

z تعداد نقاط گلویه‌ای ،

p_z فشار پشت آخرین نقطه یاآخرین گلویهٔ لابیرنیت . و :

$$\psi_L = \sqrt{\frac{1}{2z}\left[1 - \left(\frac{p_z}{p_o}\right)^2\right]} \tag{15a}$$

ضریب شدت جریان برای لابیرنیت است .

معادلهٔ (۱۱) که ابتدا برای دومقطع ازیکدیگر مشتق گردیده است برای یک‌درز استوانه‌ای با :

$$f_1 = f_2 = f$$

می‌تواند صادق باشد. اگرجریان‌را درچنین درزاستوانه‌ای بدون‌اصطکاک درنظربگیریم یعنی‌اگر $K_{12R} = 0$ صادق باشد آنوقت درزاستوانه‌ای بیک شیپورهٔ بدون اصطکاک تبدیل می‌شود یعنی معادلهٔ (12) به :

$$\dot{m}_{th} = f\,\varphi\sqrt{\frac{p_o}{v_o}\left[\frac{1-(p_2/p_o)}{(v_2/v_o) - \frac{1}{2}}\right]} \tag{16}$$

بدل می‌شود . دراین‌حالت بجهت :

$$v_2/v_o = (p_o/p_2)^{1/x} \tag{17}$$

برای شیپورهٔ بدون‌اصطکاک داریم :

$$\dot{m}_{th} = f\,\varphi\sqrt{\frac{p_o\,[1-(p_2/p_o)]}{v_o[(p_o/p_2)^{1/x} - \frac{1}{2}}} \tag{19}$$

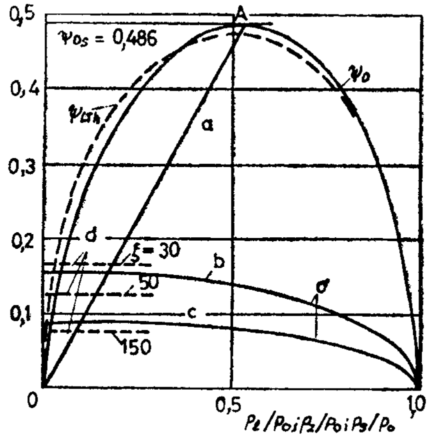
ویا :

$$\dot{m}_{th} = \varphi\, f\, \psi_{L.th}\sqrt{2\frac{p_o}{v_o}} \tag{19}$$

که درآن ψ_{Lth} :

$$\psi_{L.th} = \sqrt{\frac{1-(p_2/p_o)}{2[(p_o/p_2)^{1/x} - \frac{1}{2}]}} \tag{20}$$

ضریب شدت جریان درلابیرنیت برای جریان بدون‌اصطکاک می‌باشد. مقدار ψ_{Lth} طبق معادلهٔ (20) با مقدار ψ_D طبق معادلهٔ (14) باید مطابقت داشته باشد . درواقع نیز طبق شکل ۲ این تطابق بطور خوبی انجام



شکل (۲)

تغییرات ضرایب شدت جریان برحسب نسبت‌فشار برای گازهای باتوان آیزنترپ $K = 1{,}4$

ψ_D ضریب شدت جریان شیپوره تابع نسبت فشار شیپوره $\frac{p_2}{p_1}$ طبق‌معادلهٔ (14) و ψ_{Lth} ضریب شدت جریان‌لابیرنیت درمورد جریان بدون‌اصطکاك تابع‌نسبت فشار لابیرنیت $\frac{p_z}{p_o}$ طبق معادلهٔ (20) ، ψ_{DS} درنقطهٔ A حداکثرمقدار ψ_D را بدست می‌دهد ، a مکان‌هندسی تمام نقاط $\left(\psi_{DS}\ (\varphi\alpha_D)\ ،\ \frac{p_s}{p_o}\right)$ که‌در‌آن نقاط تازه سرعت صوت پدید آمده است (α_D ضریب گذر شیپوره) ، b و c منحنی هائی که برای‌دولابیرنیت‌مختلف اندازه گرفته شده‌اند ودارای‌ضریب های گذر $\mu\,\psi_L = \sigma$ طبق‌معادلهٔ (15) تابع $\frac{p_z}{p_o}$ (مطابق باآن برای شیپوره‌ها $\sigma = \varphi\alpha_D\psi_D$ تابع $\frac{p_2}{p_o}$ صادق است) ، d مقدار حد $(\mu\,\psi_L)_S$ از σ برای مقادیر مختلف پارامترهای لابیرنیتی ξ طبق معادلهٔ (44) .

گرفته یعنی درحدود $0{,}85 > \frac{p_2}{p_o}$ تقریباً دقیق‌است. برای $0{,}35 \leqq \frac{p_2}{p_o} \leqq 0{,}85$ مقدار $\psi_{Lth} < \psi_D$ می‌باشد ، حداکثر اختلاف 3% می‌باشد . برای $\frac{p_2}{p_o} \leqq 0.35$ انحراف بیشتر است معذالك شکل هردو منحنی یکجوراست . این اختلاف بطورعمده از اینجا سرچشمه می‌گیرد که درموقع اشتقاق معادلهٔ (11) برای سهولت $p_1 = p_o$ گذاشته شد . از آنجا که اختلاف‌های مذکور کوچك می‌باشند بجای ضریب ψ_{Lth} طبق معادلهٔ (20) باتقریب کافی ضریب ψ_D طبق معادلهٔ (14) را می‌توانیم قراردهیم . دراینصورت‌معادلهٔ (11) می‌شود :

$$\dot{m} = \varphi f \sqrt{2 \frac{p_o}{v_o}} \sqrt{\psi_D^2 - \frac{K_{R12}}{\varphi f p_o \left(2 \frac{v_2}{v_o} - 1\right)}} \tag{21}$$

ویا :

$$\dot{m} = \varphi f \psi_D \sqrt{2 \frac{p_o}{v_o}} \sqrt{1 - \frac{K_{R12}}{\varphi f p_o \psi_D^2 \left(2 \frac{v_2}{v_o} - 1\right)}} \tag{22}$$

درمعادلهٔ (22) جملهٔ دوم زیر رادیکال ضریب تصحیح برای جریان توأم با اصطکاك در داخل لـوله ، درز استوانه‌ای و یا یک لابیرنیت در مقابل جریان آیزنترپ شیپوره‌ای می‌باشد . برای شیپورهٔ بدون اصطکاك $K_{R12} = o$ صادق است . باین ترتیب معادلهٔ (22) بـا معادلهٔ (13) متحد است . محاسبه دقیق نیروی اصطکاك K_{R12} هنوز میسر نمی‌باشد . دراین‌مورد آزمایش بیشتر معتبراست . اما برای‌اینکه روابط اصولی روشن‌شود محاسبهٔ زیررا می‌توان انجام داد . برای نیروی اصطکاك «K_{R12}» قرار می‌دهیم :

$$K_{R12} = \tau_w F_{K12} \tag{23}$$

(که درآن :

τ_w تنش برشی دیوار ،

F_{K12} سطح رویهٔ مؤثر اطاقک بین مقطع (1) و (2))یا بصورت‌دیفرانسیال بابرداشتن زیرنویس (12) داریم :

$$d K_R = \tau_w d F_K \tag{24}$$

اگر برای τ_w مثلا معادلهٔ زیر :

$$\tau_w = C \rho w^{7/4} \nu^{1/4} d^{-1/4} \tag{25}$$

را طبق بلازیوس[۱] بنویسیم (که درآن :

ρ جرم مخصوص v لزجت سینماتیک ،

w حدوسط سرعت جریان ،

d قطر هیدرولیکی (یاقطر شیپوره) ، و $C = 0,03955$ یک‌مقدار ثابت تجربی است ، دراینصورت داریم :

$$dK_R = \frac{0,079}{Re^{1/4}} \frac{\rho_i}{2} w_i^2 d F_K \tag{26}$$

که درآن :

$$Re = \frac{w_i d}{v_i} \tag{27}$$

(۱) H. Blasius

عدد رینولدز و i برای مقادیر داخل قسمتهای مربوطه مابین مقاطع کنترل 1 و 2 می‌باشد . بامعادلهٔ :

$$w_i^2 = \left(\frac{\dot{m}}{f\varphi}\right)^2 \frac{1}{\rho_i^2} \tag{28}$$

ازمعادلهٔ (26) داریم :

$$\int_0^{K_R} dK_R = B \int_0^{F_{K12}} v_i \, d F_K \tag{29}$$

که درآن B :

$$B = \frac{0{,}079}{2\,Re^{1/4}} \left(\frac{\dot{m}}{f\varphi}\right)^2 = \text{konst} \tag{30}$$

مقداریست ثابت ؛ زیرا Re برای یک‌مقدارگذر جرمی معین $\dot{m}$ درطول درز یا لابیرنیت حتی برای سیال تراکم‌پذیر ثابت می‌ماند . برای یک شیپورهٔ جداگانه باتقریب کافی می‌توان فرض نمود که طبق معادلهٔ (17) $v_i = v_o(p_o/p_2)^{1/x}$ می‌باشد . باین ترتیب معادلهٔ (22) درمورد یک شیپورهٔ تکی با جریان بدون اصطکاک می‌شود :

$$\dot{m} = \varphi f \psi_D \sqrt{2\frac{p_o}{v_o}} \sqrt{1 - \frac{F_{K12}\, B\, v_o(p_o/p_2)^{1/x}}{\varphi f \psi_D^2 2 p_o[(p_o/p_2)^{1/x} - \frac{1}{2}]}} \tag{31}$$

یا پس‌ازقراردادن B وخلاصه کردن می‌شود :

$$\dot{m} = \varphi f \alpha_D \psi_D \sqrt{2\frac{p_o}{v_o}} \tag{31a}$$

که درآن :

$$\alpha_D = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{F_{K12}}{f\varphi}\,\frac{0{,}079\,(p_o/p_2)^{1/x}}{Re^{1/4}[(p_o/p_2)^{1/x} - \frac{1}{2}]}}} \tag{32}$$

ضریب گذر شیپوره است . ازآنجا که عدد رینولد Re درمعادلهٔ (32) در زیر رادیکال توان $\frac{1}{4}$ را داراست آنرا بوسیلهٔ یکی‌ازمعادلات مشهورگذرجرمی می‌توان محاسبه کرد . از خطای حاصله در اینجا می‌توان صرف‌نظر نمود . برای‌محاسبهٔ دقیق‌تر معادلهٔ (36a) را برحسب $\dot{m}$ مرتب‌می‌کنیم وسپس ازطریق‌ترسیمی آنرا حل می‌کنیم . مقدار $\varphi\,\alpha_D$ در معادلهٔ (31a) را ضریب گذر می‌توان گفت وآن درمورد شیپورهٔ بدون اصطکاک مقدار $\varphi\,\alpha_D = 1$ را دارا می‌باشد .

برای لابیرنیت باتعداد زیادی طبقات Z باتقریب کافی $v_i = \frac{v_o\, p_o}{p_i}$ را میتوان فرض نمود که درآن :

$$p_i = p_o \sqrt{1 - (F_{Ki}/F_{Kz})\,[1 - (p_z/p_o)^2]} \qquad (33)$$

را میتوان قرار داد . درمعادلهٔ (33) مقدار F_{Ki} سطح مؤثر اطاقک تانقطهٔ i و F_{Kz} تمام سطح مؤثررویهٔ اطاقکها میباشد (زیرنویس z برای مقادیر پس ازآخرین گلویه است) باین ترتیب میتوان نوشت :

$$\int_0^{K_R} dK_R = B\, v_o \int_{F_{Ki}=0}^{F_{Kz}} \frac{d\,F_{Ki}}{\sqrt{1 - (F_{Ki}/F_{Kz})\,[1 - (p_z/p_o)^2]}} \qquad (34)$$

اگر درمعادلهٔ (34) بطورخلاصه :

$$x = 1 - (F_{Ki}/F_{Kz})\,[1 - (p_z/p_o)^2] \qquad (35)$$

را قرار دهیم میشود :

$$d\,F_{Ki} = - \frac{F_{Kz}}{[1 - (p_z/p_o)^2]}\, dx \qquad (36)$$

و :

$$\int_{F_{Ki}=0}^{F_{Kz}} \frac{d\,F_{Ki}}{\sqrt{x}} = - \frac{F_{Kz}}{1 - (p_2/p_o)^2} \int_{x=1}^{x=(p_z/p_o)^2} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2F_{Kz}}{1 + (P_z/p_o)} \qquad (37)$$

وباین ترتیب :

$$K_R = 2\,B\, v_o \frac{F_{Kz}}{1 + (p_z/p_o)} = \frac{0{,}079}{Re^{1/4}} \left(\frac{\dot{m}}{f\,\varphi}\right)^2 \frac{v_o\, F_{Kz}}{1 + (p_z/p_o)} \qquad (38)$$

اگر K_R را طبق معادلهٔ (38) برای تمام طبقات z درمعادلهٔ (22) برای K_{R12} قرار دهیم ودرنظر بگیریم $\frac{p_o}{p_z} = \frac{v_z}{v_o}$ میباشد آنوقت پس ازمختصر خلاصه کردن داریم .

$$\dot{m} = f\varphi\, \alpha_L\, \psi_D \sqrt{2\, \frac{p_o}{v_o}} \qquad (39)$$

که درآن :

$$\alpha_L = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{F_{Kz}}{f\,\varphi} \frac{0{,}079}{[1 + (p_z/p_o)]\,[(p_o/p_z) - \frac{1}{2}]\, Re^{1/4}}}} \qquad (45)$$

ضریب گذرلابیرنیت می‌باشد . برای $\dot{m} = \dot{m}_s$ داریم $\psi_D = \psi_{Ds}$ (ψ_{Ds} حداکثر مقدار ψ_D طبق شکل ۲ می‌باشد) ونیزبرای $\dot{m} = \dot{m}_s$ مقدار $\varphi\, \alpha_D = (\varphi\, \alpha_D)_s = Const$ می‌باشد. باین‌جهت $\varphi\, \alpha_D$ را برای‌موقعی که سرعت صوت پدید می‌آید یا تازه پدید آمده است‌را بعنوان پارامتر شیپوره می‌توان درنظر گرفت. اگر با کمک معادلهٔ (8) و (31a) برای‌شیپوره (که دارای زیرنویس D می‌باشد) نسبت

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_s}\right)_D = \frac{f\, \varphi\, \alpha_D\, \psi_D \sqrt{2\, p_o/v_o}}{f p_s \sqrt{\dfrac{x(x+1)}{2\, R\, T_o}}} \tag{41}$$

را تشکیل دهیم آنوقت پس‌از خلاصه کردن داریم :

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_s}\right)_D = \varphi\, \alpha_D \frac{2}{x+1} \sqrt{\frac{x+1}{x-1} (p_2/p_o)^{\frac{1-x}{x}} \left[(p_2/p_o)^{\frac{1-x}{x}} - 1 \right]} \tag{42}$$

درمورد جریانهای لابیرنیتی (که بازیرنویس L نشان‌داده شده‌است) باکمک معادلهٔ (15) داریم :

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{sz}}\right)_L = \sqrt{\frac{1}{\xi} \left[(p_o/p_z)^2 - 1 \right]} \tag{43}$$

که درآن :

$\dot{m}_{sz}$ گذرجرمی برای موقعی که درآخرین گلویهٔ لابیرنیت تازه سرعت صوت پدید آمده است و :

$$\xi = \frac{z(x+1)\, x}{2\mu^2} \tag{44}$$

پارامتر لابیرنیت می‌باشد . حال طبق اظهارات قبلی معادلهٔ (8) هم برای جریان داخل شیپوره با اصطکاك وهم برای جریان داخل شیپوره بدون اصطکاك صادق است واز طرف دیگر برای همان‌حالت از جریان طبق معادلهٔ (31a) رابطهٔ :

$$\dot{m}_s = (\varphi\, \alpha_D)_s\, f_s\, \psi_{Ds} \sqrt{2\, p_o/v_o} \tag{45}$$

با :

$$\psi_{Ds} = \left(\frac{2}{x+1}\right)^{\frac{1}{x-1}} \sqrt{\frac{x}{x+1}} \tag{46}$$

صادق است .

اگر معادلهٔ (8) بامعادلهٔ (45) مساوی قرار داده شود نتیجه می‌شود :

$$(\varphi\, \alpha_D)_s\, \psi_{Ds} \sqrt{2\,\frac{p_o}{v_o}} = p_s \sqrt{\frac{x(x+1)}{2\,R\,T_o}} \tag{47}$$

یا :

$$(\varphi\, \alpha_D)_s \psi_{Ds} = \frac{p_s}{p_o} \sqrt{\frac{x\,(x+1)}{4}} \tag{48}$$

وازآنجا نسبت بحرانی فشار می‌شود :

$$\frac{p_s}{p_o} = (\varphi\, \alpha_D)_s\, \psi_{Ds} \sqrt{\frac{4}{x(x+1)}} \tag{49}$$

بامعادلهٔ (46) نتیجه می‌شود :

$$\frac{p_s}{p_o} = (\varphi\, \alpha_D)_s \left(\frac{2}{x+1}\right)^{\frac{x}{x-1}} \tag{50}$$

باکمک معادلهٔ (1) و (50) وهمچنین معادلهٔ حالت ، حجم مخصوص برای مقطع‌بحرانی از رابطهٔ :

$$\frac{v_s}{v_o} = \left(\frac{1}{\varphi\, \alpha_D}\right)_s \left(\frac{2}{x+1}\right)^{\frac{1}{1-x}} \tag{50a}$$

باقراردادن معادلهٔ (48) درمعادلهٔ (50) می‌شود :

$$(\varphi\, \alpha_D)_s\, \psi_{Ds} = (\varphi\, \alpha_D)_s \left(\frac{2}{x+1}\right)^{\frac{1}{x-1}} \sqrt{\frac{x}{x+1}} \tag{51}$$

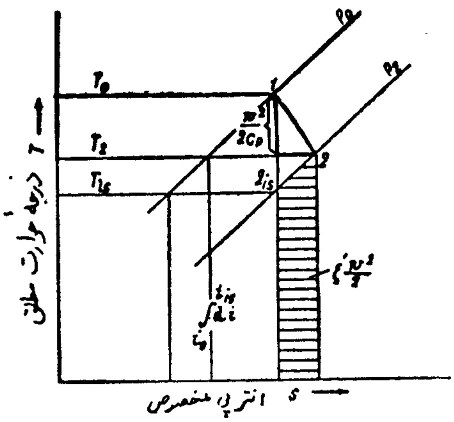
ازمعادلات (50) و (51) چنین برمی‌آید که دریک‌نموداری که‌محورهای x مقدار $\frac{p_s}{p_o}$ ومحورهای y مقدار $(\varphi\, \alpha_D)_s\, \psi_{Ds}$ نشان دهند مکان هندسی تمام نقاطی که در مورد آنها تازه سرعت صوت پدید می‌آید بر روی یک خط راست که ازنقطهٔ مبدأ می‌گذرد قراردارد (خط راست a درشکل ۲) . درشکل ۲ بطوروضوح‌می‌بینیم که منحنی‌های b و c که برای دونوع لابیرنیت ازطریق آزمایش[۲] بدست آمده‌اند فقط درطرف چپ خط a بامحور x ها موازی می‌گردند . این خط این‌معنی‌را دارد که برای شیپوره :

$$\left(\frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_{isD}}\right) = (\varphi\, \alpha_D)_s \tag{52}$$

ومطابق باآن برای لابیرنیت :

$$\left(\frac{\dot{m}_{sz}}{\dot{m}_{isz}}\right)_L = (\varphi\ \alpha_L)_s \qquad (53)$$

صادق است ؛ α_D و α_L ازمعادلهٔ (32) ویا (40) باید تعیین شوند . شکل معادلهٔ (31a) ازطریق اصل اول ترمودینامیک نیز قابل اشتقاق است . ازشکل (۳) نتیجه می‌شود :



شکل (۳) منحنی تغییرحالت یک‌شیپوره درنمودار درجهٔ‌حرارت - انترپی

۱- شروع حالت‌اولیه بادرجهٔ‌حرارت T_0 وفشار p_0 ، وآنتالپی‌مخصوص i_0 ، 2 نقطهٔ حالت پس‌از انبساط بادرجهٔ حرارت T_2 وفشار p_2 ، 2is نقطهٔ حالت درمورد انبساط آیزنترپ بادرجهٔ حرارت T_{is} فشار p_2 وآنتالپی مخصوص i_{is} ، w سرعت ، C_p حرارت مخصوص درفشار ثابت p ، ζ' ضریب مقاومت ، $\zeta' \frac{w^2}{2}$ (منحنی هاشورزده) کار مخصوص براثراصطکاک است .

$$\int_{i_o}^{i_{is}} di = -\left(\frac{w^2}{2} + \zeta' \frac{w^2}{2}\right) \qquad (54)$$

که درآن :

w سرعت مربوطه است ،

i آنتالپی مخصوص ،

$\zeta' \frac{w^2}{2}$ کار مربوط باصطکاک ،

ζ' ضریب مقاومت است . ازمعادلهٔ (54) نتیجه می‌شود :

$$w = \sqrt{\frac{2(i_o - i_{is})}{1 + \zeta'}} \qquad (55)$$

وبجهت :

$$i_o - i_{is} = c_p (T_o - T_{is}) = \frac{2x}{x-1} p_o v_o \left[1 - (p/p_o)^{\frac{x-1}{x}}\right] \tag{56}$$

ویا c_p بعنوان حرارت مخصوص درفشار ثابت p وهمچنین بجهت :

$$T_{is}/T_o = (p/p_o)^{\frac{x-1}{x}} \tag{57}$$

معادلهٔ (55) به :

$$w = \sqrt{\frac{2x}{x-1} p_o v_o \left[1 - (p/p_o)^{\frac{x-1}{x}}\right]} \sqrt{\frac{1}{1+\zeta'}} \tag{58}$$

تبدیل می‌شود .

ازاینجا مقدارگذر چنین می‌شود :

$$\dot{m} = f \sqrt{\frac{1}{1+\zeta'}} \psi_D \sqrt{2 \frac{p_o}{v_o}} \tag{59}$$

بامقایسه بامعادلهٔ (31a) نتیجه می‌شود :

$$\varphi \alpha_D = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta'}} \tag{60}$$

مقالهٔ فوق ترجمهٔ مقاله‌ایست که توسط جمشیدمینوچهر درمجلهٔ علمی

«Forsch . Ing . — Wes . 34 (1968) Nr . 3»

منتشر شده است (تاریخ ورود بمجلهٔ فورشونگ 1967 . 8 . 22 می‌باشد .)