روابط تشابهی ومحدودیت کاربرد آنها درکارهای تحقیقاتی

نوشته :
غفارجهانگیری
استادیاردانشکده فنی

روابط تئوری که جهت تعیین ابعاد مجاری و مشخصات حرکت سیال ، مورد استفاده قرار میگیرد بعلت وجود فرضها و تسهیلاتی که برای حصول نتیجه نهائی واردنموده‌ایم در تمام مسائل صنعتی‌نمی‌تواند انتظارات اصلی را برآورده سازد . مثلاً درمورد یک ماشین آبی وجود عوامل ثانوی موجب میگردد که‌ماشین ساخته‌شده بمعنای روابط تئوری دارای راندمان رضایتبخش نبوده و بنابراین وقتی پروژهٔ یک‌ماشین‌آبی‌بررسی میگردد لازم است که ابتدا فقط حدود ابعاد مربوطه را بااستفاده ازروابط ومقادیر تجربی و تئوری‌بدست‌آورده سپس اقدام بساختمان مدلی ازهمان پروژ کرده وبااجرای آزمایش‌های لازم نواقص عملی پروژه را مرتفع و سپس خود ماشین صنعتی را با مقیاسی که انتخاب نموده‌ایم بسازیم .

روش آزمایش روی مدل کوچک که دریک دامنهٔ وسیعی از صنعت ازقبیل ئیدرولیک و مقاومت مصالح وآئرودینامیک‌وغیره گسترش داردایجاب‌می‌نماید که مدل کوچک‌مربوطه بلحاظ هندسی بانوع صنعتی مشابه بوده دارای حداقل مقیاس ممکن باشد .

باید توجه داشت که در اجرای چنین آزمایشهائی لازم است اولاً تمام پدیده‌های طبیعی‌را که در صنعت موردنظر بوجود خواهد آمد روی مدل نیز ایجاد نموده و ثانیاً تغییر و تبدیلی راکه بایستی بمدل‌داد تابابن وسیله شرایط ثابت و معین پیش‌بینی شده را بتوان تأمین‌نمود مدّ نظر گرفت . بطور کلی محاسنی‌راکه متد آزمایش روی مدل، دارا میباشد بصورت زیر قابل بیان است :

۱ـ مسائلی که درکارهای آبی بخصوص توربو ماشینها پیش میآید خیلی پیچیده‌تر ازآن است که روابط دیفرانسیلی بتواندجوابگوی‌آنهابوده حتی دربعضی‌مواردماشین های الکترونیکی‌مدرن نیز ازدادن‌جواب دقیق عاجز میباشد و تنها نتایج حاصل ازآزمایش های مربوطه روی مدل می‌تواند اثر متغیرهای مختلف را که خود تابع ابعادآن میباشد روشن سازد .

۲- هزینه و مدت آزمایش روی مدل کوچک خیلی کمتر از مقادیر نظیر در آزمایش روی سیستم صنعتی ویا ابعاد اصلی خواهد بود .

۳- بالاخره باتکاء آزمایش های اولیه است که می‌توان در بعضی مواقع عدم تطابق کامل تمام مشخصات پیش‌بینی شده برای سیستم صنعتی را روشن نموده قبل از تحمل مخارج سنگین در طرح و اجرای پروژه تجدیدنظر نمود .

باید یادآور بود که ازنظر ظاهر امر اشکال بزرگی درحین استفاده ازنتایج حاصل، پیش‌بینی نمیگردد ولیکن یک دید عمیق نشان خواهدداد که بچهاردسته مشکل عملی برخورد خواهیم کرد .

۱- تشابه هندسی وسینماتیک دقیق مثلاً بین یک ماشین آبی‌ومدل کوچک آن موقعی برقرارخواهد شد که تشابه دینامیک‌بین‌آندو برقرار باشد وبعبارت دیگر نیروهای‌مختلفی که روی ذرات سیال مورد کاربرد اثر میکند درهردو ماشین نظیر بنظیر دارای نسبت مساوی باشد ؛ نیروهای اصلی وارده ناشی از پدیده‌های زیر میباشد .

الف - شتاب ثقل .

ب - لزجت

ج - اینرسی

د - توربولانس ویا اغتشاش

درحالت کلی که سیال واحدی ، در حوزهٔ شتاب ثقل‌معینی، سیستم صنعتی ومدل‌آنراتغذیه‌مینماید، نیروهای وزنی نظیر واحد حجم سیال درهردو مورد یکسان بوده ولیکن سرعت وشتاب ذرات در دوحالت‌فوق مساوی نمی‌باشد دلیلی ندارد که نسبت بین نیروهای متناظر (روی‌مدل ونوع صنعتی‌آن) دارای‌مقدارمساوی باشد . بنابراین جهت رعایت یک تشابه کامل بایستی چگالی ولزجت سیال و حوزه شتاب ثقل را عوض‌نموده بعبارت دیگر درآزمایش روی مدل ازسیالی غیر ازآب در حوزه شتاب‌ثقل جداگانه استفاده کرد . روشن است که رعایت دقیق شرایط اخیر بسادگی امکان پذیر نیست . ولذا حین اجرای آزمایش رعایت احتیاطهای لازم استفاده ازسیال آب درحوزهٔ شتاب‌ثقل مشابه کاملاً ضروری است .

۲- درطبیعت وسعت وگسترش آبها محدود بنواحی که درآن تأسیساتی وجوددارد نمیباشد «وسعت دریاها وطول جریان آبها» . برعکس در آزمایش روی یک مدل بعلل روشن اقتصادی چنین دامنهٔ گسترش دربین نخواهد بود ولازم است شرایط حد رضایتبخشی را ایجاد نمود و بعبارت‌دیگر سعی کردتا شرایط‌جریان آب درمحدودهٔ مدل نیز منطبق با شرایط طبیعی باشد . مثلاً وقتی جریان آب دریک سد متحرك واقع دربستر طبیعی رودخانه را مطالعه می کنیم دراجرای آزمایش روی مدل سد فوق که دریک محیط محدود مستقرشده است نبایستی تلاطم غیرطبیعی ایجاد کرد . ویاوقتی دیوارهٔ موج گیر ومحافظ بندری را بررسی‌می کنیم‌دیوارهٔ

مدل مربوطه نبایستی دامنهٔ نوسان بر جهندگی سطحی آبرا درمحدودهٔ مدل تغییر بدهد ولیکن رعایت چنین شرایطی نیز خالی ازاشکال نیست .

۳ـ باید قبول کرد که گاهی اثر مقیاس مدل هم زیان‌بخش و تغییردهنده شرایط کار میباشد . باین معنی که ممکن است اثر پدیدهٔ را که اهمیت آن درسیستم صنعتی دردرجهٔ دوم‌قراردارددرروی مدل‌بامقیاس کوچکتر، اهمیت نسبی قابل‌توجهی پیدانماید . مثلاً کشش سطحی آب فقط در بعضی ازمدلهای با مقیاس کوچکتر اهمیت پیدا می‌کند و یا جریانهای آرام که درآنها افت انرژی متناسب با سرعت سیال میباشد(این افت درصنعت متناسب باتوان دوم سرعت است) ممکن است درمورد مدلی با مقیاس کوچکتر از حدّ معین بوجود میآید .

٤ـ محدودیت ناشی از حساسیت و دقت وسائل اندازه‌گیری: مقادیر قابل اندازه‌گیری‌ونیزتغییرات آنها روی یک مدل کوچک خیلی کمتر ازمقادیر نظیر درسیستم صنعتی میباشد مثلاً در یک سیستم صنعتی تغییرات حدود یک سانتی‌متر سطح آزاد آب روی مدلی با مقیاس ۱/۱۰۰ منطبق با تغییرات نظیر ۱۰/mm میلیمتر خواهد بود . باید توجه داشت که حساسیت ودقت وسائل اندازه‌گیری هرقدرهم قابل توجه باشد بالاخره حدود محدودی‌دارد .

۱ـ اصول روابط تشابهی :

۱ـ تشابه هندسی : دو سیستم S و S′ وقتی بطورهندسی مشابه هستند که نسبت بین تمام ابعاد متناظر (l و l′) ثابت باشد . نسبت $K=\frac{l'}{l}$ بنام مقیاس یانسبت[1] طولها مرسوم میباشد . روشن است که نسبت تشابه سطوح و حجمهای نظیر بصورت توان دوم وسوم K بیان خواهدشد .

۲ـ تشابه سینماتیک : حرکت دوسیستم متحرک S و S′ که بطورهندسی متشابه هستند وقتی‌دارای تشابه سینماتیک خواهد بود که بردار سرعتهای نقاط نظیر(V و V′)بطور هندسی متشابه باشد . دراین‌صورت مسیر حرکت نقاط نظیر نیز بطورهندسی متشابه خواهد بود . اگر dt و dt′ مدت زمان لازم برای اینکه دو ذرهٔ نظیر مسیری بطولهای dl و dl′ را طی نماید باشدنسبت $K_t=\frac{dt'}{dt}$ مقیاس زمان مربوطه‌بوده اگر هیچ شرط اضافی دربین نباشد نسبتهای K و K_t مستقل ازهم میباشند .

در تشابه سینماتیک نسبت سرعتها وشتابها بترتیب بصور زیر قابل بیان است .

$$\frac{V'}{V}=K\cdot K_t^{-1}$$

$$\frac{\gamma'}{\gamma}=K\cdot K_t^{-2}$$

۳ـ تشابه دینامیک : بین سیستم متحرک S ومدل S′ آن «دارای تشابه هندسی» وقتی تشابه دینامیک

---

(۱) Echelle.

برقرار است که نسبت بین نیروهای f و f′ که بالمانهای نظیر واردمیگرددمقدار ثابت Kf باشد. «البته نسبت فوق نوع نیروهای مشابه وارده هرچه باشد ثابت خواهدماند». درحالت کلی سه نسبت تشابهی K و Kt و Kf می‌تواند مستقل ازهم باشند، ولی عملاً اگر ازیک سیال مشترك جهت تغذیهٔ مدل وسیستم صنعتی آن استفاده شده ومدل نیز در همان حوزه شتاب ثقل سیستم صنعتی واقع گردد نسبتهای فوق الذکر را نمی‌توان بدلخواه انتخاب کرد زیرا این نسبتها بصورت روابطی که قانون تشابه بخصوصی را توجیه می کنند بهم مربوط هستند.

متدهای مختلف ایجاد روابط تشابهی :

روابط تشابهی دینامیک یعنی روابط بین اشلهای مختلف را می‌توان بابکاربردن یکی از مبانی زیر تدوین نمود.

a - بمبنای تعریف نیروها و روابط مربوطه ؛

b - بمبنای روابط حرکت؛ و ذیلاً بمتد جاری (a) اشاره می کنیم و برای سهولت کار جریانی با قشرهای مستوی را درنظر میگیریم.

همانطوریکه گفته شد نیروهای مختلفی که درحین حرکت بجرم m سیال اعمال میگرددعبارتنداز:

الف - نیروهای وزن (P=mg) .

ب - نیروهای اینرسی (F=mγ) که شامل تمام مولفه های شتاب (γ) جرم (m) میباشد .

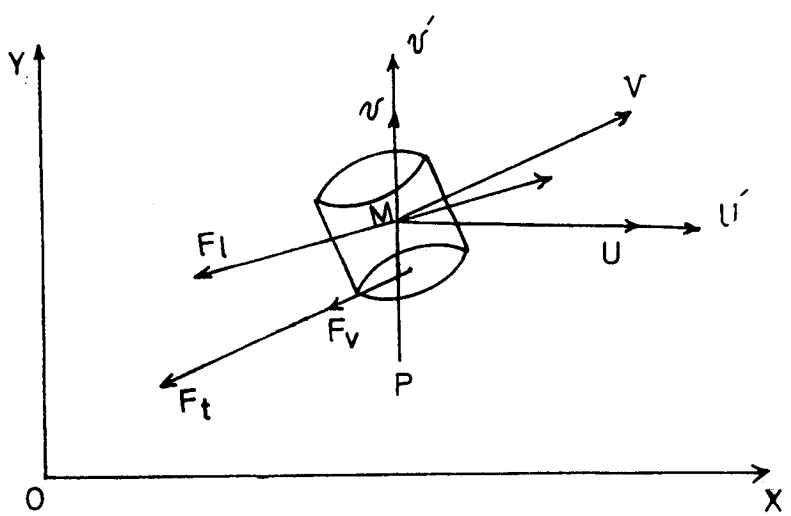
ج - نیروهای لزجت. این نیروها مماسی بوده رابطه کلی آن ها بصورت :

$$F_v = S \cdot \mu \frac{dv}{dy}$$

میباشد که درآن $\frac{dv}{dy}$ گرادین سرعت و μ ضریب لزجت دینامیک منظور شده است.

د - نیروهای توربولانس یا اغتشاش. این نیروها نیز مماس بوده بشکل زیر بیان میگردد:

$$F_t = \rho s u' v'$$



که درآن v' و u' مؤلفه‌های نوسان سرعت در نقطه داده شده M میباشد «طبق‌شکل».

بطورکلی برای دوذرهٔ مشابه m و m' از دو جریان S و S' که بطور هندسی مشابه باشند نسبت نیروهای وارد بمبنای تعریف و رابطه هریک از آنها بترتیب تعیین می‌گردد.

درمورد نیروهای وزن‌خواهیم داشت:

$$P'=m'g'=\rho'L'^{3}g'$$
$$P=mg=\rho Lg$$

ویا:

$$K_{\overline{FP}}\frac{P'}{P}=\frac{\rho'}{\rho}\left(\frac{L'}{L}\right)^{3}\cdot\frac{g'}{g}$$

لذا:

$$K_{FP}=K\rho\cdot K^{3}\cdot Kg$$

درمورد نیروهای اینرسی بترتیب می‌توان نوشت:

$$\frac{m'}{m}=K^{3}\cdot K\rho$$
$$\frac{\gamma'}{\gamma}=K\cdot K_t^{-2}$$

ولذا:

$$K_{Fi}=\frac{F_i'}{F_i}=\frac{m'\gamma'}{m\gamma}=K^{4}\cdot K\rho\cdot K_t^{-2}$$

درمورد نیروهای لزجت حاصل خواهد شد:

$$K_{Fv}=\frac{Fv'}{Fv}=\frac{s'\mu'\dfrac{dv'}{dg'}}{s\mu\dfrac{dv}{dg}}=K^{2}\cdot K\mu\cdot K_t^{-1}$$

و بالاخره درمورد نیروهای توربولانس خواهیم داشت:

$$K_{FT}=\frac{FT'}{FT}=\frac{\rho's'u''v''}{\rho su'v'}=K\rho\cdot K^{4}\cdot Kt^{-2}$$

ملاحظه‌می‌شود نسبت نیروهای‌اینرسی، وتوربولانس یکسان بوده‌بعبارت دیگراین دونیرو ازیک‌جنس میباشد.

بطوریکه گفتیم تشابه دینامیک بین سیستمهای S و S' موقعی برقرار است که نسبت نیروهای مختلف وارده برنقاط نظیردوسیستم مساوی باشد بنابراین روابط تشابه دینامیک خواهدبود:

$$K_{Fp}=K_{Fi}=K_{Fv}$$

از تساوی نسبت نیروهای لزجت واینرسی حاصل می‌شود:

$$K\rho\cdot K^{4}\cdot K_t^{-2}=K\mu\cdot K^{2}\cdot K_t^{-1}$$

ویا :

$$\frac{K^2}{K_t}=\frac{\mu'}{\rho}\cdot\frac{\rho}{\mu}$$

$$\frac{K}{K_t}\cdot K=\frac{\nu'}{\nu}$$

بنابراین شرایط تشابه دینامیک ایجاب می کند که حاصلضرب نسبت سرعتها در نسبت طولها مساوی با نسبت ضرایب سرعت سینماتیک سیالهای موردنظر باشد . حال اگر در آزمایش مثلاً روی مدل یک ماشین آبی نیز از سیال آب استفاده شود مقیاس سرعتها بایستی معادل عکس مقیاس طولها باشد .

اگر مدل مورد آزمایش درحوزهٔ شتاب ثقل سیستم صنعتی خود قرار گرفته باشد $K_g=1$ بوده سه اشل اختیاری $K\rho$ و $K\mu$ و K_t را داشته وبهتر خواهد بود سیال جاری روی سیستم صنعتی ومدل آن از دونوع متفاوت باشد . ازطرفی سیال مصرفی بلحاظ کاملاً روشن اقتصادی همان سیال آب خواهد بود بنابراین تنها مقیاس اختیاری همانا K_t خواهد بود و بعبارت دیگر درحالت کلی تأمین شرایط تشابه دینامیکی غیرمقدور خواهد بود . باید توجه داشت که دراغلب موارد عملاً ممکن است اثر بعضی ازنیروها را درمقابل بعضی دیگر نادیده گرفت «مثلاً نیروهای لزجت را درمقابل نیروهای وزن» ولذا می توان شرایط تشابه دینامیکی قابل قبولی را با در اختیارداشتن K_t بدست آورد : درشرایط مختلف بهریک از نحوه های ارتباط بین نیروهای قابل حذف ونیروهای قابل توجه یک قانون تشابه بخصوصی مطابقت خواهد داشت .

مثلاً تشابه فرود درجریانهائی که درآنها نیروهای لزجت صفرباشد (سیال کامل) صدق می کند والبته این تشابه باتقریبی نیز درمورد سیالهای حقیقی دریک رژیم حرکت که اثر نیروهای لزجت درمقابل نیروهای توربولانس قابل گذشت باشد بکاربرده می شود . «درموردسیال حقیقی درحرکتهای روباز ودر رژیم مغشوش با جدارزبر مجرای ناقل سیال» .

کانال C ومدل متشابه آنرا (C′) درنظر میگیریم که درآنها دوسیال کامل درجریان باشد . ازتساوی نسبت نیروهای اینرسی وثقل حاصل می شود :

$$K\rho\cdot K^3\cdot Kg=K\rho\cdot K^4\cdot K_t^{-2}$$

و اگر نوع سیال دردوسیستم نامبرده یکسان باشد : $Kg=K\cdot K_t^{-2}$ بوده واگر g نیز درمورد هردومساوی باشد $K_t=K^{\frac{1}{2}}=K_V$ خواهد بود که بنام شرط فرود مرسوم میباشد .

تشابه رینولدز نیز درمورد جریانهائیکه برای آنها نیروهای ثقل قابل حذف بوده فقط نیروهای لزجت واینرسی و توربولانس قابل توجه باشد کاربرد دارد . بطوریکه میدانیم درجریانهای تحت فشار درداخل لوله ها ودرحرکت سیال حول یک مانع تقریباً چنین شرایطی برقرار میباشد وتنهاشرط تشابه عبارتست از $K_{Fi}=K_{FV}$ و از آنجا شرط رینولدز میشود:

$$K\rho\cdot K^2\cdot K_t^{-10}=K\mu$$

بادرنظر گرفتن اینکه :

$$F_i=K^4\rho t^2$$

و :

$$F_v = L^2 \mu t^{-1}$$

میباشد از نسبت $\frac{Fi}{Fv}$ نتیجه می‌شود :

$$\frac{Fi}{Fv} = \frac{L^2 \rho}{t\mu} \simeq \frac{L}{t} \cdot \frac{L}{\nu} \simeq \frac{V \cdot D}{\nu}$$

واین همان عدد رینولدز میباشد. پس می‌توان گفت : اگر دوجریان سیال که اثر نیروهای ثقل درآنها قابل توجه نیست باهم متشابه باشند اعداد رینولدز نظیر این دوجریان نیز باهم مساوی هستند. باید توجه داشت که تساوی دقیق اعداد رینولدز در مورد تشابه دینامیکی جریانهای آرام صادق است حتی اگر نوع سیال متفاوت باشد. ولیکن بعلت عدم دسترسی بروابط دقیق‌تر درصنعت قبول می‌شود که شرط‌فوق درمورد جریان‌های غیر آرام نیز می‌تواند صادق باشد.

اصولاً اثرنیروهای‌ثقل خواه‌درمورد یکه‌وزن‌مخصوص‌سیال کوچک‌باشد (سیال‌هوا درمورد پروفیل بال هواپیماحین حرکت) و خواه‌مانع موردبرخوردسیال‌بشکل‌استوانهٔ مانند بامحورقائم بوده وخطوط جریان بطور محسوسی افقی باشد (پایهٔ پل) وهمچنین موقعی که سرعت حرکت بقدرکافی بزرگ باشد (غیر قابل توجه بودن نیروهای وزن درمقابل نیروهای لزجت) قابل صرفنظر کردن خواهد بود.

عملاً اگر نوع سیال جهت تغذیهٔ سیستم صنعتی ومدل آن یکسان باشد برطبق‌شرط رینولدز :

$$VD = V'D'$$

بوده و از آنجا :

$$\frac{V'}{V} = \frac{D}{D'}$$

ویا :

$$K_v = \frac{1}{K}$$

بنابراین اگر مثلا $K = \frac{1}{100}$ باشد بایستی روی مدل سرعتی معادل ۱۰۰ برابر سرعت سیستم‌صنعتی ایجادنمود و بعبارت دیگر اگر سرعت حرکت سیال درسیستمی معادل ۲متر برثانیه باشد سرعت‌نظیر درمدل معادل ۲۰۰ متر در ثانیه بوده ایجاد چنین سرعتی برای سیال آب عملاً غیرممکن است وبرای سیال‌هوانیز بسهولت امکان پذیر نیست ویا مثلاً درمورد یک ماشین آبی ومدل آن که باسیال آب تغذیه می‌شودازشرط $V \cdot D = V'D'$ نتیجه می‌شود حین آزمایش روی مدل یک توربین ارتفاع ریزش مدل خیلی بیشتر از ارتفاع ریزش ماشین صنعتی باشد، رعایت این شرط وشرایط مشابهی بعلت محدودیتهای امکانات مکانیکی ومحلی همواره بسهولت امکان پذیرنیست. بنظر میرسد برای رفع و تعدیل این نقیصه می‌توان از دوسیال‌متفاوت استفاده کرد ولیکن باید توجه داشت که دامنهٔ تغییرات ناشی ازاین انتخاب‌نیز کاملاً محدود میباشد.

در پدیده‌هائی که فوقاً بررسی کردیم یکی از سه نیروی « ثقل ـ لزجت ـ اینرسی و توربولانس »

می‌توانست درمقابل دونیروی‌دیگر قابل صرفنظر کردن‌باشد ولیکن درجریانهای‌تحت‌فشار که‌رژیم‌حرکت در آنها مغشوش بوده ویا بخصوص در بعضی مسائل مربوط بتوربو ماشینهای آبی همانطوریکه دیدیم نیروهای ثقل ولزجت توأماً درمقابل نیروهای نوع سوم «نیروی اینرسی و توربولانس» قابل گذشت بوده در اینصورت ممکن است ضرایب K و K_v را مستقل ازهم انتخاب کرد. شرط تشابه «کومب - راتو».

روابط تشابهی درمورد توربو ماشینهای آبی :

بطورکلی روابط تشابهی که عموماً درمورد توربو ماشینهای آبی بکاربرده می‌شوند دارای‌تقریبهای قابل‌قبول بوده و برمبنای روابط ریاضی و تحقیقی ونیز نحوهٔ‌توسعه و گسترش مراکز توربینی گذاشته‌شده‌است.

بطوریکه میدانیم ضرایب سرعت در توربو ماشینهای آبی اعداد بی‌بعدی هستند که رابطه کلی‌آنها بصورت :

$$\varphi_v = \frac{V}{\sqrt{2gH_n}}$$

بیان می گردد. دراین رابطه V سرعت موردنظر (سرعت کششی (U) سرعت نسبی (W) سرعت مطلق (V) سرعت عرضی یا شعاعی (VR) ...» و H_n ارتفاع ریزش مفید توربین و یا ارتفاع مانومتریک توربو پمپ فرض شده است. اگر سرعت‌های متناظر دردو توربر ماشین آبی راکه بطورهندسی باهم متشابه هستنددرحوزهٔ شتاب ثقل واحدی بادرنظرگرفتن ضرایب سرعت درنظر بگیریم خواهیم داشت :

$$\frac{V'}{V} = \frac{\varphi'_v \sqrt{2gH'_n}}{\varphi_v \sqrt{2gH_n}}$$

(دراین رابطه « ' » نشانه مدل بخصوصی از ماشینها انتخاب شده است) .

اگر ضرایب سرعت نظیر دراین دو ماشین باهم مساوی باشند ($\varphi'v = \varphi v$) نسبت $\frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}$ درمورد سرعتهای کششی(U) ونسبی (W) نیز ثابت بوده حاصل می‌شود :

$$\frac{V'}{V} = \frac{U'}{U} = \frac{W'}{W}$$

یعنی دیاگرام سرعت دو توربو ماشین آبی که دارای ضرایب سرعت یکسانی باشند متشابه خواهد بود. این تئوری درصورتی صادق است که سیال بدون ایجاد ضربه ازقسمتهای ساکن بقسمتهای متحرك و برعکس جریان داشته باشد بنابراین :

ضرایب سرعت دو توربو ماشین که دارای تشابه هندسی بوده ورژیم حرکت سیال درهردو عادی باشد دارای مقادیر یکسانی خواهند بود .

بادرنظرگرفتن ضریب بهرهٔ فشاری ماشین خواهیم داشت :

$$\eta h = \frac{\frac{\omega Q}{g}(V_{u1}U_1 - V_{u2}U_2)}{\omega Q H_n}$$

$$\eta h = 2\frac{V_{u1}}{\sqrt{2gH_n}} \times \frac{U_1}{\sqrt{2gH_n}} - \frac{Vu_2}{\sqrt{2gH_n}} \times \frac{U_2}{\sqrt{2gH_n}}$$

$$\eta h = 2(\varphi_{vu1} \cdot \varphi u_1 - \varphi_{vu2} \cdot \varphi u_2)$$

از تساوی ضرایب سرعت نتیجه می‌شود: ضرایب بهره فشاری دو توربو ماشین آبی که بطورهندسی متشابه بوده دارای رژیم کار عادی باشد مساوی خواهد بود . در عمل چون ضرایب بهرهٔ مکانیکی (η_m) و حجمی (η_v) توربو ماشینهای آبی می‌تواند حدود مشابهی داشته و اختلاف ضرایب بهره کلی آنها ناشی از اختلاف ضرایب بهره فشاری میباشد می‌توان گفت در شرایط فوق حدود ضریب بهره‌های کلی (η_t) دو ماشین آبی نیز یکسان خواهد بود. همچنین دراین شرایط میتوان رابطهٔ بین سرعتهای(n) و شدت جریانهای (Q) وقدرتهای (N) دوتوربو ماشین آبی را بصورت زیر نمایش داد . بطوریکه میدانیم :

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sigma_o \varphi u' \sqrt{2gH'_n}}{\sigma_o \varphi u \sqrt{2gH_n}} \times \frac{D}{D'}$$

با درنظرگرفتن اینکه $\varphi' u = \varphi u$ میباشد حاصل می‌شود :

$$K = \frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}} \times \frac{n}{n'}$$

یعنی برای جلوگیری از سرعت بیش ازحد معقول مدل یک توربو ماشین نسبت طولی را کوچکتر از حد معین انتخاب نمود. اگر C و C' مقادیر سرعت حرکت سیال دردومقطع متناظر S و S' باشد نسبت وشدت جریانها خواهد بود :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{S' \cdot C'}{S \cdot C} = \frac{S'}{S} \frac{\varphi'_v}{\varphi_v} \frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}$$

و یا :

$$\frac{Q'}{Q} = K_2 \frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}$$

و بالاخره اگر μ_t و μ_t' مقادیر ضریب بوده کل دوماشین نامبرده فرض شود نسبت قدرتهای دوتوربو ماشین خواهد شد :

$$\frac{N'}{N} = \frac{\gamma Q' \cdot H'_n \cdot \eta_t}{\gamma Q \cdot H'_n \cdot \eta_t}$$

چون نوع سیال تغذیه دو ماشین مشابه و نیز $\frac{\eta_t'}{\eta_t}=1$ میباشد :

$$\frac{N'}{N}=K_2\frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}\times\frac{H'_n}{H_n}=\left(\frac{n}{n'}\ \frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{H'_n}}{\sqrt{H_n}}\times\frac{H'_n}{H_n}$$

از رابطهٔ اخیر نتیجه میشود :

$$\frac{n'}{H'_n}\sqrt{\frac{N'}{\sqrt{H'_n}}}=\frac{n}{H_n}\sqrt{\frac{N}{\sqrt{H_n}}}$$

طرفین رابطهٔ اخیر سرعت مخصوص دوماشین را نشان میدهند، بنابراین تمام توربو ماشینهای آبی که بطور هندسی متشابه هستند دررژیم کارعادی ومشابه دارای سرعت مخصوص مساوی هستند .