

## کاربرد روش "گاسپرکانی" برای محاسبه قابهای قوس دار

نوشته: دکتر ایرج فرهومند استاد یار دانشکده فنی دانشگاه تهران

### چکیده

در این مقاله روش کانی در مورد بررسی قابهای قوس دار مورد مطالعه قرار می‌گیرد که چون اثر تغییر مکان جانبی گره‌ها را نیز بطور ضمنی در نظر می‌گیرد، بر روشهای مشابه مزیت دارد. علاوه بر این، روش مورد نظر، بخصوص برای ماشینهای حساب بسیار مناسب است. به وسیله این روش نیروهای افقی و نیز لنگرهای انتهای قوسها و ستونهای دستگاههای ساختمانی محاسبه می‌گردند. سپس با در دست داشتن این مقادیر نیروهای داخلی اعضاء مختلف تعیین خواهند شد.

### مقدمه

برای آنالیز ساختمان روشهای مختلفی موجود است. در این مقاله روش تکرار (روش گاسپرکانی) مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ساختمانهای نظیر قابهای قوس دار نادیده گرفتن تغییر مکان جانبی قابل توجه نیست. برای بررسی چنین ساختمانهایی باید روشهایی بکار برده که در عین قابل محاسبه بودن با ماشینهای حساب معمولی اثر حرکت انتقالی گره‌ها را نیز بطور ضمنی ملحوظ دارد. علاوه بر آن، این روش نسبت به روشهای مشابه دارای مزایای زیر است:

- ۱- حرکت انتقالی گره‌ها را در نظر می‌گیرد. ۲- اشتباهات محاسباتی را خودبه خود اصلاح می‌کند.
- ۳- سرعت تقارب و سرعت محاسبات نسبت به روشهای مشابه محاسباتی زیادتر است.

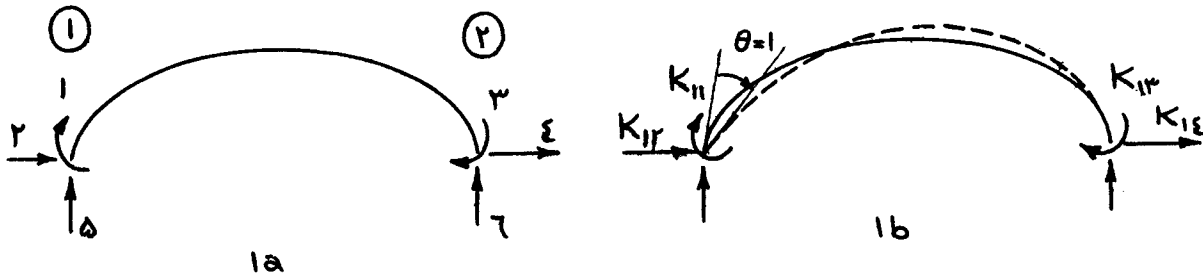
کاربرد روش تکرار در بررسی دستگاههای ساختمانی ابتدا توسط کانی [۱] پیشنهاد شد و سپس نادانی [۲] این روش را برای برخی ساختمانهای پیچیده گسترش داد.

روش پخش لنگر توسط لارسن [۳] برای حل قوسهای سراسری تعمیم داده شد. سپس ماف [۴] و میشل [۵] و برخی دیگر نیز به گسترش این روش همت گماشتند؛ در اغلب روشهای پیشنهادی روش کلاسیک پخش لنگر در مورد دستگاههای ساختمانی با گره‌های قابل انتقال، بکار برده می‌شود. البته ویسینگر [۶] و ولی [۶] روش پخش لنگر را چنان اصلاح کردند که می‌تواند حرکت انتقالی گره‌ها را نیز بطور ضمنی به حساب آورد. با این همه این روش به علت تقارب کند و نیز امکان اشتباه محاسباتی ضعیف بنظر می‌رسد. از این نظر روش کانی می‌تواند بهتر در خدمت محاسبات چنین ساختمانهایی درآید.

### ۱- رابطه‌ها

مطالعه یک ساختمان، با مطالعه روابط بین نیرو و تغییر مکان آن آغاز می‌شود. ضرائب سختیها، در حقیقت رفتار ساختمان را نشان می‌دهند. بدین معنی که هر ضریب سختی نمودار مقدار نیروی مورد احتیاج برای ایجاد تغییر مکان معینی در مختصات حرکتی دستگاه ساختمانی است. شکل ۱ یک قوس را نشان می‌دهد. تغییر شکل این قوس را می‌توان تابعی از ۶ تغییر مکان دو انتهای آن فرض نمود. محل و ماهیت این تغییر مکانها را مختصات قوس می‌نامند. در شکل ۱ این مختصات شماره گذاری شده‌اند. ضرائب سختی چنین قوسی بسهولت قابل محاسبه می‌باشند. مثلا "ضریب  $K$  یعنی مقدار لنگری است که باید در مختصات ۱ وارد گردد، تا اگر تمام تغییر مکانها و دور آنها بغیر از تغییر مکان  $K$  گیردار فرض شوند، در این مختصات تغییر مکان واحدی ایجاد گردد. بدین ترتیب می‌توان ماتریس  $6 \times 6$  سختی یک قوس را بدست آورد. تعیین ضرائب سختی به روشهای گوناگون، روش انرژی، روش مزدوج، روش ستون مقایسه و روش نیرو و غیره صورت

می پذیرد. میشل [۵]، مارکلند [۷] لی [۸] ضرائب سختی را برای انواع مختلف قوسها در جداولی تنظیم کرده اند.



شکل ۱- مختصات تغییر مکان و نیرو در دو انتهای یک قوس

برای تعیین روابط مناسب، در بررسی قوسها ما مفهوم روش کانی را بصورت زیر بکار می بریم:

شکل ۲a قوسی را نشان می دهد که تحت اثر بار دلخواهی تغییر شکل داده است. تغییر شکل چنین قوسی را تابع تغییر مکانهای دو انتهای آن فرض میکنیم. این فرض در مواردی که بار وارد بر قوس و یا شکل خود قوس دارای تغییرات قابل ملاحظه ای نباشد قابل قبول است. در حالت بخصوص که از تغییر مکانهای قائم صرف نظر کنیم، تغییر شکل و نیروهای انتهایی قوس را می توان مطابق شکلهای ۲b تا ۲f از ترکیب مولفه هائی بدست آورد:

- در شکل ۲b دو انتهای قوس را کاملاً گیردار فرض کرده و بار خارجی را بر آن وارد میکنیم. این کار باعث ایجاد لنگرهای گیرداری  $\bar{M}_{zi}$  و  $\bar{M}_{zj}$  و نیروهای افقی گیرداری  $\bar{S}_{zi}$  و  $\bar{S}_{zj}$  میگردد.

- در شکل ۲c کلیه مختصات را گیردار فرض کرده و فقط در گره i دورانی معادل  $\theta_i$  ایجاد میکنیم. این عمل در گره های i و j لنگرهای  $K_{11}\theta_i$  و  $K_{13}\theta_i$  و نیروهای افقی  $K_{12}\theta_i$  و  $K_{14}\theta_i$  را ایجاد میکند.

- سپس چنانچه در شکل ۲d مشاهده میکنیم کلیه مختصات را گیردار فرض کرده و فقط در گره i انتقالی برابر با  $\Delta_i$  بوجود می آوریم. نتیجه این عمل لنگرهای  $K_{21}\Delta_i$  و  $K_{23}\Delta_i$  و نیروهای افقی  $K_{22}\Delta_i$  و  $K_{24}\Delta_i$  خواهند بود.

- همینطور اگر مطابق شکلهای ۲e و ۲f در گره j دوران  $\theta_j$  و انتقال  $\Delta_j$  را ایجاد کنیم، لنگرها و نیروهای افقی تولید شده عبارت خواهند بود از:

$K_{31}\theta_j$  و  $K_{33}\theta_j$  و  $K_{32}\theta_j$  و نیز  $K_{34}\theta_j$  و  $K_{41}\Delta_j$  و  $K_{43}\Delta_j$  و  $K_{42}\Delta_j$  و  $K_{44}\Delta_j$ . اکنون از ترکیب لنگرها و نیروهای افقی متناظر می توان لنگر و نیروی افقی دو انتهای قوس شکل ۲a را محاسبه کرد.

$$M_{ij} = \bar{M}_{ij} + K_{11}\theta_i + K_{31}\theta_j + K_{21}\Delta_i + K_{41}\Delta_j \quad (1-a)$$

$$M_{ji} = \bar{M}_{ji} + K_{13}\theta_i + K_{33}\theta_j + K_{23}\Delta_i + K_{43}\Delta_j \quad (1-b)$$

$$S_{ij} = \bar{S}_{ij} + K_{12}\theta_i + K_{32}\theta_j + K_{22}\Delta_i + K_{42}\Delta_j \quad (1-c)$$

$$S_{ji} = \bar{S}_{ji} + K_{14}\theta_i + K_{34}\theta_j + K_{24}\Delta_i + K_{44}\Delta_j \quad (1-d)$$

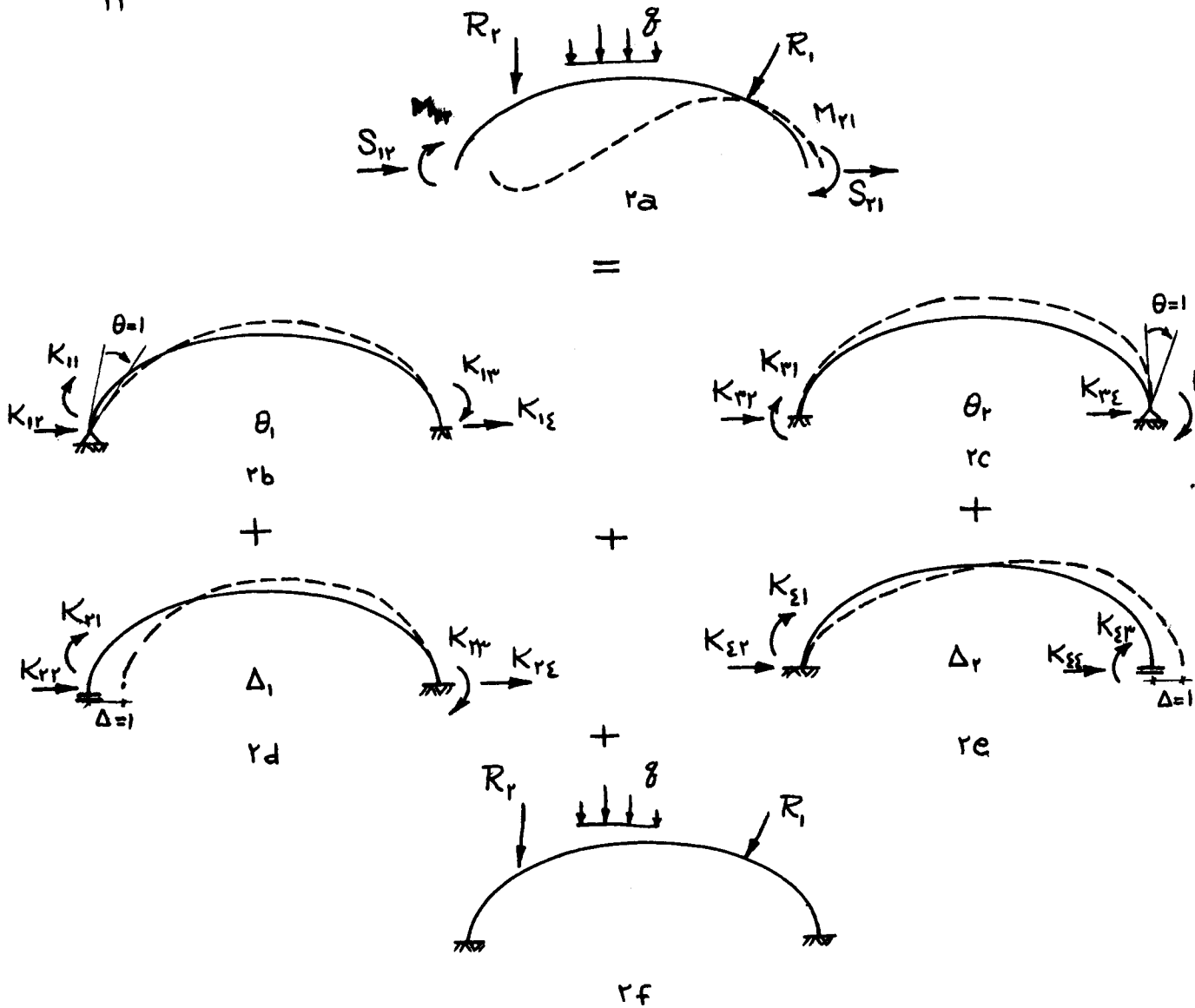
که در آن  $\bar{S}_{zi}$  و  $\bar{S}_{zj}$  لنگرهای گیرداری و نیروهای افقی گیرداری قوس ناشی از بار خارجی میباشد.  $K_{ij}$  ضریب سختی (نیروی ایجاد شده در مختصات j در اثر تغییر مکان واحد در مختصات i) است.  $\theta_i$ ،  $\theta_j$ ،  $\Delta_i$  و  $\Delta_j$  دورانهای مطلق و تغییر مکانهای مطلق گره های i و j میباشد. برای ساده کردن روابط ۱ مقادیر زیر را

تعریف میکنیم:

$$M'_{ij} = K_{13}\theta_j \quad (2-a)$$

$$M'_{ji} = K_{31}\theta_j \quad (2-b)$$

$$M'_{ij} = K_{23}\Delta_j \quad (2-c)$$



شکل ۲- مولفه های تغییر شکل و بارگذاری بر یک قوس

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ji} &= K_{41} \Delta_j & (2-d) \\ C_{13} &= K_{13}/K_{11} & (2-e) \\ C_{31} &= K_{31}/K_{33} & (2-f) \end{aligned}$$

در این صورت رابطه ا به صورت زیر در می آید:

$$M_{ij} = \bar{M}_{ij} + \frac{1}{C_{13}} M'_{ij} + M'_{ji} + \bar{M}_{ij} K_{21}/K_{23} + \bar{M}_{ji} \quad (3-a)$$

$$M_{ji} = \bar{M}_{ji} + \frac{1}{C_{31}} M'_{ji} + M'_{ij} + \bar{M}_{ji} K_{43}/K_{41} \quad (3-b)$$

$$S_{ij} = \bar{S}_{ij} + M'_{ij} K_{12}/K_{13} + M'_{ji} K_{32}/K_{31} + \bar{M}_{ij} K_{22}/K_{23} + \bar{M}_{ji} K_{42}/K_{41} \quad (3-c)$$

$$S_{ji} = \bar{S}_{ji} + M'_{ij} K_{14}/K_{13} + M'_{ji} K_{34}/K_{31} + \bar{M}_{ij} K_{24}/K_{23} + \bar{M}_{ji} K_{44}/K_{41} \quad (3-d)$$

برای تعیین مقادیر  $M_{ij}$ ،  $M_{ji}$ ،  $S_{ij}$  و  $S_{ji}$  باید مقادیر  $M'_{ij}$  و  $M'_{ji}$  را محاسبه کرد. کمیات  $\bar{M}_{ij}$  و

$\bar{S}_{ij}$  و کلیه ضرائب سختی را میتوان برای هر شکل هندسی قوس بسادگی حساب کرد .  
 ۲- محاسبه  $M'_{ij}$

چنانچه از شکل ۳ بر می آید اگر در گره  $i$  لنگر مثبت  $M_i$  در جهت عقربه های ساعت وارد گردد ، تعادل ایجاب میکند که :

$$\sum M_{ij} = M_i \quad (4)$$

با استفاده از روابط ۳ و ۴ داریم :

$$\sum M'_{ij} / C_{12} = -(\bar{M}_i + \sum M'_{ji} + \sum \frac{K_{21}}{K_{23}} M''_{ij} + M''_{ji}) \quad (5)$$

که در آن

$$\bar{M}_i = \sum M_{ij} - M_i \quad (6)$$

از طرفی اگر گره ها کاملاً صلب باشند از رابطه  $a - 2$  داریم :

$$-\mu_{ij} \sum M'_{ij} / C_{13} = M'_{ij} \quad \mu_{ij} = -C_{13} K_{11} / \sum K_{11} \quad (6)$$

در این صورت معادله تکرار برای محاسبه  $M'_{ij}$  عبارت می شود از .

$$M'_{ij} = \mu_{ij} (\bar{M}_i + \sum M'_{ji} + \sum a_{ij} M''_{ij} + M''_{ji}) \quad (7)$$

$$a_{ij} = K_{12} / K_{23}$$

۳- محاسبه  $M''_{ij}$

اکنون معادله تعادل نیروهای افقی را در هر گره می نویسیم . اگر نیروی افقی خارجی وارد بر گره  $i$  را  $P_i$  بنامیم :

$$P_i = \sum S_{ij}$$

در رابطه فوق  $S_{ij}$  نیروهای افقی انتهای قوسهای متصل به گره  $i$  هستند . با استفاده از رابطه  $C - 3$  ، معادله تعادل فوق به صورت زیر در می آید :

$$\sum \frac{K_{22}}{K_{23}} M''_{ij} = -(\bar{S}_i + \sum \frac{K_{12}}{K_{13}} M'_{ij} + \sum \frac{K_{32}}{K_{31}} M'_{ji} + \sum \frac{K_{42}}{K_{41}} M''_{ji}) \quad (8)$$

$$\bar{S}_i = \sum \bar{S}_{ij} - P_i \quad (9)$$

که در آن

با توجه به این که  $\Delta_i$  برای کلیه اعضایی که به گره  $i$  متصل اند یکسان است ، اما از معادله  $c - 2$  داریم :

$$\sum \frac{K_{22}}{K_{23}} M''_{ij} = \sum K_{22} \Delta_i = \sum K_{22} \cdot \frac{M''_{ij}}{K_{23}}$$

$$M''_{ij} = \gamma_{ij} (\bar{S}_i + \sum b_{ij} M'_{ij} + \sum d_{ij} M'_{ji} + \sum a_{ij} M''_{ji}) \quad (10)$$

در این صورت

$$\gamma_{ij} = -K_{23} / \sum K_{22}$$

$$b_{ij} = K_{12} / K_{13}$$

$$e_{ij} = K_{42} / K_{41} = K_{24} / K_{14}$$

$$d_{ij} = K_{32} / K_{31} = K_{23} / K_{13}$$

با در دست داشتن ضرائب سختی قوسها روابط ۶ و ۱۰ را می توان بطور دوره ای برای تعیین مقادیر  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$

بکار برد .

۴- روش تکرار

معادلات ۶ و ۱۰ را میتوان برای محاسبات  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  چندین بار تکرار کرد . هر دو معادله در مورد یک

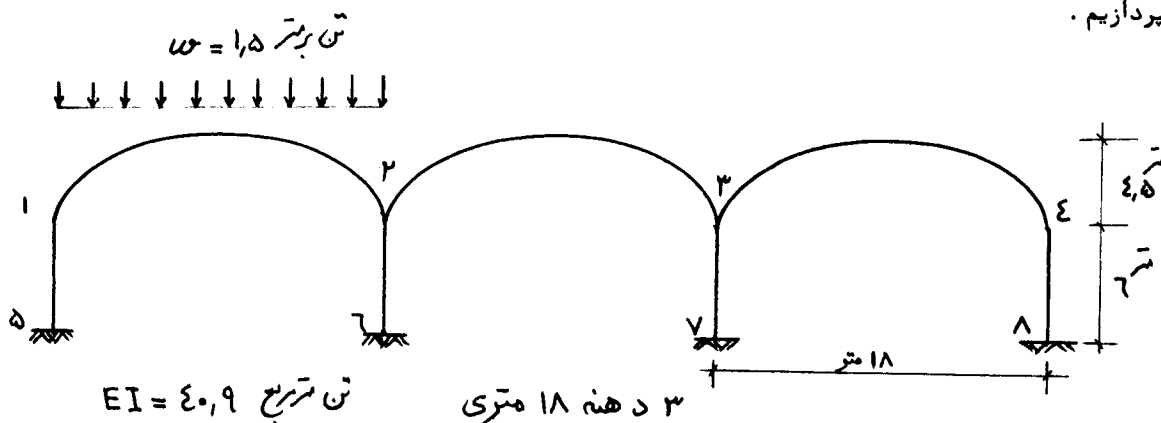
گره ها باید اعمال شوند. به طور کلی تکرار می تواند از گره دلخواه شروع شده و بطور دلخواه ادامه یابد. ولی بهتر این است که از گره‌ای که دارای بزرگترین لنگر گیرداری  $\bar{M}_i$  یا نیروی افقی گیرداری  $\bar{S}_i$  هست شروع کرد.

البته در عمل گره ها را بترتیب پشت سرهم و نه بترتیب بزرگترین نیروهای گیرداری شماره گذاری و عمل می کنند. در جریان تکرار در هر دور مقادیر جدید  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  از رابطه های ۶ و ۱۰ محاسبه گردیده و مقادیر قدیم کنار گذارده می شوند. در شروع، مقادیر  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  را می توان مساوی صفر قرار داد ولی در حقیقت این کار لازم نیست. به طوری که اگر تخمین خوبی از مقادیر مذکور در دست باشد می توان از همانجا جریان تکرار را شروع کرد. جریان تکرار آنقدر ادامه می یابد تا مقادیر جدید  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  با مقادیر قدیم آنها اختلاف قابل قبولی داشته باشند.

پس از ختم جریان تکرار و تعیین مقادیر قابل قبول  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$ ، لنگرها و نیروهای افقی انتهایی ( $M_{ij}$  و  $S_{ij}$ ) هر قوس را می توان از روابط ۳ بدست آورد. مقادیر تغییر مکان و دوران نیز بسهولت از روابط ۲ حاصل می گردند.

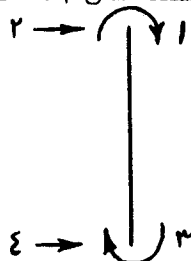
### ۵- مثال

در شکل ۳ قوسهای بیضی شکل روی پایه های نصب شده اند. قوس سمت چپ تحت اثر بار ۱/۵ تن بر متر قرار گرفته است. این مسئله قبلاً توسط ویسینگر ۶ از روش پخش لنگر محاسبه شده است. اکنون ما با روش فوق به محاسبه آن می پردازیم.



شکل ۳- قوس مثال انتخابی

ابتدا باید ضرائب سختی ها را برای کلیه اعضاء حساب کرد: برای پایه ها که اعضاء مستقیم با مقطع ثابت هستند، شکل ۴ مختصات نیرو و تغییر مکان پایه ها را نشان می دهد.



شکل ۴- مختصات نیرو و تغییر مکان پایه ها

$$K_{11} = K_{33} = \frac{4EI}{l} = 27.27$$

چنانکه می دانیم،

$$K_{13} = K_{31} = \frac{2EI}{l} = 13.64$$

$$K_{14} = K_{41} = \frac{6EI}{l^2} = 6.8$$

$$K_{22} = K_{44} = \frac{12EI}{l^3} = 2.27$$

بطوریکه ماتریس ضرائب سختی بصورت زیر خواهد بود ،

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{27/27} & \frac{2}{-6/8} & \frac{3}{13/64} & \frac{4}{6/8} \\ -6/8 & 2/27 & -6/8 & -2/27 \\ 13/64 & -6/8 & 27/27 & 6/8 \\ 6/8 & -2/27 & 6/8 & 2/27 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

برای قوسها ، با مراجعه به مرجع [۵] داریم :

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{18} & \frac{2}{3/73} & \frac{3}{-9/34} & \frac{4}{-3/73} \\ 3/73 & 1/17 & -3/73 & -1/17 \\ -9/34 & -3/73 & 18 & 3/73 \\ -3/73 & -1/17 & 3/73 & 1/17 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

در نتیجه ، برای کلیه ستونها ،

$$a_{ij} = 1 \quad b_{ij} = -6/8 \div 13/64 = -0/5$$

$$d_{ij} = -6/8 \div 13/64 = 0/5 \quad e_{ij} = -2/27 \div 6/8 = -0/33$$

و برای کلیه قوسها ،

$$a_{ij} = -1 \quad b_{ij} = \frac{3/73}{-9/34} = -0/4$$

$$d_{ij} = \frac{-3/73}{-9/34} = 0/4 \quad e_{ij} = \frac{-1/17}{-3/73} = 0/31$$

برای محاسبه  $\mu$  ها و  $\gamma$  ها باید از روابط ۶ و ۱۰ استفاده نمود . مثلا برای گره ۱ داریم :

$$\sum K_{11} = 27/27 + 18 = 45/27 \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_{15} = -\frac{13/64}{45/27} = -0/3 \\ \mu_{12} = \frac{9}{45/27} = 0/207 \end{array} \right.$$

$$\sum K_{22} = 2/27 + 1/17 = 3/44 \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{15} = \frac{6/8}{3/44} = 1/98 \\ \gamma_{12} = \frac{3/73}{3/44} = 1/08 \end{array} \right.$$

همچنین از جداول موجود [۷] می توان مقادیر لنگرهای گیرداری و برشهای گیرداری را در گره های ۱ و ۲ بدست

آورد .

$$|S_{ij}| = 16/3 \text{ تن}$$

$$|M_{ij}| = 17/2 \text{ تن متر}$$

جدول ۱ نحوه محاسبه  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  را نشان می دهد. قسمت تحتانی برای محاسبه  $M''_{ij}$  و قسمت فوقانی برای محاسبه  $M'_{ij}$  می باشد. در قسمت تحتانی مقادیر  $\gamma$  ها درج شده اند. مثلا برای گره ۱،  $\gamma_{15} = 1/95$ ، در مستطیل پائین و  $\gamma_{12} = 1/08$  در مستطیل سمت راست نوشته شده است. در مستطیل وسط مقدار برش گیرداری مشخص گردیده است. مقدار  $e_{ij}$  (ضریب  $M_{ji}$  در رابطه ۸) در کنار مستطیل ضرائب نوشته می شود ( $b_{12} = 0/31$ ). در قسمت فوقانی نیز ضرائب مربوط به محاسبه  $M'_{ij}$  درج شده است.

اکنون جریان تکرار شروع می شود. این عمل را بترتیب از گره ۱ تا ۴ انجام می دهیم. چون پایه ستونها گیردار است، کلیه لنگرهای انتقالی  $M'_{ij}$  و لنگرهای ناشی از انتقال  $M''_{ij}$  گره های ۵، ۶، ۷، ۸ صفر می باشند. تکرار را با فرض اینکه کلیه لنگرها صفر می باشند شروع می کنیم. برای توضیح بیشتر به تشریح عملیات دور دوم می پردازیم:

برای گره ۱ چون  $\bar{M}_1 = 17/2$ ، میباشد،

$$\sum M'_{ji} = -2 + 0 = -2$$

$$\sum a_{ij} M''_{ij} = -(18 - 32/7) = 14/7 \quad \text{و} \quad \sum M''_{ji} = -8/3 + 0 = -8/3$$

پس،

$$M'_{12} = \mu_{12} (17/2 - 2 + 14/7 - 7/55) = 4/63 \quad (\text{بجای } 3/55)$$

برای گره ۲

$$\bar{M}_2 = -17/2$$

$$\sum M'_{ji} = 4/63 \quad (\text{مقدار جدید}) - 0/3 + 0 = 4/23$$

$$\sum a_{ij} M'_{ij} = 1/33$$

پس،

$$M'_{23} = M'_{21} = \mu_{21} (-1/72 + 4/23 + 1/33 + 15/46) = 0/58 \quad (\text{بجای } -2)$$

$$M'_{26} = -0/85 \quad (\text{بجای } 2/93)$$

همین روش برای محاسبات  $M'_{ij}$  گره های ۳ و ۴ نیز بکار می رود. پس از محاسبه  $M'_{ij}$  ها مقادیر  $M''_{ij}$  ها را محاسبه می کنیم. مثلا برای گره ۱

$$\bar{s}_1 = 16/3 \quad b_{ij} M'_{ij} = 1/53$$

باید توجه کرد که  $M'_{ij}$  هایی که در رابطه فوق بکار میروند مقادیر جدید این کمیات می باشند که در دور دوم محاسبه شده اند. همچنین

$$\sum d_{ij} M''_{ji} = 0/4 (0/58) + 0 = 0/23$$

$$\sum e_{ij} M''_{ji} = 0/3 (-7/55) + 0 = -2/27$$

در این صورت

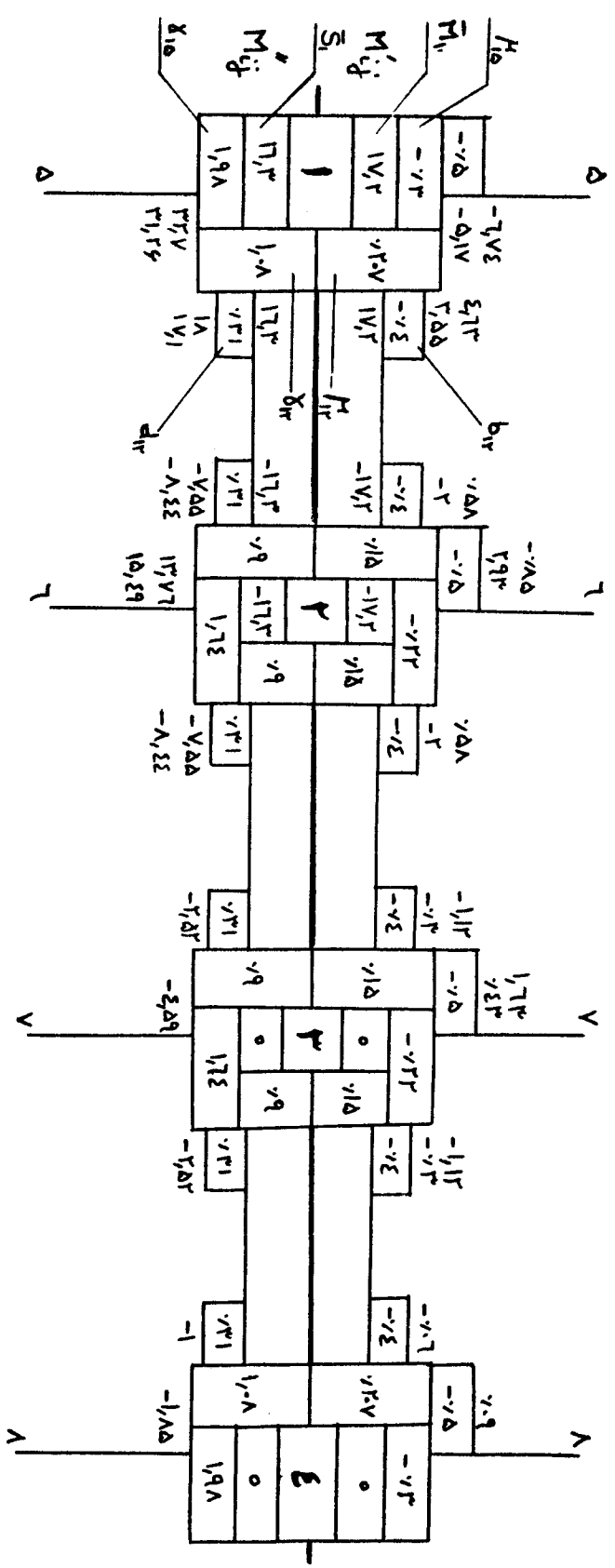
$$M''_{12} = \gamma_{12} (16/3 + 1/53 + 0/23 - 2/27) = 17/1$$

$$M''_{15} = 31/26 \quad (\text{بجای } 32/7)$$

به همین ترتیب میتوان مقادیر  $M''_{ij}$  ها را برای گره های ۲ و ۳ حساب کرد. پس از محاسبه این مقادیر دور جدیدی شروع می گردد و جریان تکرار آنقدر ادامه می یابد تا تمام مقادیر جدید و مقادیر متناظر در دور قبل به اندازه کافی (مثلا با تقریب ۱٪) به یکدیگر نزدیک شوند. پس از تکمیل جریان تکرار می توان از رابطه ۳ لنگرها و نیروهای برشی را در گره ها حساب کرد. مثلا لنگر انتهایی  $M_{33}$  پس از پخش دور دوم عبارتست از:

$$M'_{32} = \bar{M}_{32} + M'_{32}/C_{13} + M'_{23} + \frac{K_{21}}{K_{23}} M''_{32} + M''_{23}$$

$$M'_{33} = 0 + (-0/3) / (-0/52) - 2 + (-1) (-2/52) + (-7/55) = -6/45 \quad \text{تن متر}$$



جدول ۱ - جدول بخش روش تکرار برای قاب قوس دار مثال انتخابی



به همین ترتیب،

$$S_{32} = S_{32}^- + \frac{K_{12}}{K_{13}} M'_{32} + \frac{K_{32}}{K_{31}} M'_{23} + \frac{K_{22}}{K_{23}} M''_{32} + \frac{K_{42}}{K_{41}} M''_{23}$$

$$S_{32} = 0 \quad -0/4(-0/3) + 0/4(-2) + \frac{1/17}{-3/73}(-2/52) + 0/31(-7/55) = -2/2 \quad \text{تن}$$

دورانها و تغییر مکانهای دو انتهای هر قوس از روابط ۲ بدست می‌آیند. لنگرهای انتهائی و نیروهای افقی حاصله پس از ۷ دور پخش در جدول ۲ نشان داده شده‌اند. چنانچه دیده میشود نتایج حاصله از روش پیشنهادی با مقادیر حاصله از روشهای بکار رفته در مراجع ۶ و ۸ بسیار نزدیکند.

جدول ۲- لنگر و نیروهای افقی قاب قوس دار  
( مقادیر حاصله از روش کانی پس از ۷ دور پخش محاسبه شده‌اند )

ij	روش کانی		روش پخش لنگر مرجع ۶	روش تیرهای مزدوج مرجع ۸
	تن $S_{ij}$	تن متر $M_{ij}$	تن متر $M_{ij}$	تن متر $M_{ij}$
۱۲	۶/۶۷	۱۶/۷۵	۱۶/۷۱	-۱۶/۵۹
۱۵	-۶/۶۷	۱۶/۷۰	۱۶/۷۱	۱۶/۵۹
۲۱	-۶/۶۷	۱۲/۵۸	۱۲/۶۳	۱۲/۳۱
۲۶	۵/۴۹	۱۶/۵۳	-۱۶/۵۸	-۱۶/۴۷
۲۳	۱/۰۹	۳/۸۷	۳/۹۵	۴/۱۵
۳۲	-۱/۰۹	-۲/۳۲	-۲/۲۷	-۲/۲۵
۳۷	۰/۷۳	-۰/۶۴	-۰/۶۳	-۰/۷۶
۳۴	۰/۳۶	۲/۹۳	۲/۹۰	۳/۰۱
۴۳	-۰/۳۶	۰/۱۴	۰/۱۶	۰/۱۸
۴۸	۰/۳۶	-۰/۱۹	-۰/۱۶	-۰/۱۸
۸۴	-۰/۳۶	-۲/۲۱	-۲/۳۰	-۲/۳۶
۷۳	-۰/۷۳	-۳/۱۸	-۳/۲۷	-۳/۴۷
۶۲	-۵/۴۹	-۱۶/۵۱	-۱۶/۵۶	-۱۶/۸۸
۵۱	۶/۶۷	۲۳/۳۳	۲۳/۱۵	۲۳/۳۷

#### ۶- تقارب روش تکرار

روش تکرار برای قابهای سخت بسیار سریع به تقارب می‌رسد. برعکس اگر قابهای قوسی قابلیت انعطاف زیادی داشته باشند روش تکرار بسیار کند به تقارب می‌رسد. برای اصلاح تقارب می‌توان مقادیر اولیه را به طور مناسبی انتخاب کرد. به‌صرفه پس از دو یا سه دور پخش میتوان روند تغییرات لنگرها را ترسیم کرده و مقادیر لنگرهای متقارب را تخمین زد.

نتیجه

بررسی قابهای قوس دار را می‌توان به سهولت به وسیله روش کانی انجام داد. روش کانی اثر تغییر مکانهای انتقالی رانیز به طور ضمنی در نظر می‌گیرد. علاوه بر این، در جریان پخش، اشتباهات عددی به خودی خود اصلاح می‌گردند. تقارب روش تکرار به وسیله تخمین مقادیر اولیه مناسب و یا اصلاح لنگرها در حین جریان تکرار بهبود می‌یابد. به هر صورت روش کانی برای قابها پهن که تغییر مکان افقی آنها کم می‌باشد بسیار مناسب است.

فهرست منابع

- [1]- Kani, Gaspar. "Analysis of Multistory Frames," (translated from the fifth German edition by C.J. Hayman), New York, Fredrick Unger Pub., Co., 1957.
- [2]- Thadani, Bhagwan N. "Modern Methods in Structural Mechanics, London, Asia Pub. House, 1964.
- [3]- Larson, D.E. "Discussion on Analysis of Continuous Frames By Distributing Fixed-End Moments," by H. Cross, Trans, ASCE, Vol. 97, 1932, pp. 127-135.
- [4]- Maugh, L.C. "Statically Indeterminate Structures", New York, Wiley, 1964.
- [5]- Michalos, J. and Griton, D.D. "Continuous Arches on Elastic Piers", Proc. ASCE, Vol. 81, No. 827, Nov., 1955.
- [6]- Wiesinger, F.P., Lee, S.L. and Gull, D.L. "Analysis of Arch Frames", Jour. of the ASCE. Vol. 89, No. ST5, Oct., 1963.
- [7]- Markland, E. "Properties of Circular, Parabolic, and Elliptic Arches," Civil Engineering and Public Works Review, Vol. 50, Feb. 1955.
- [8]- Lee, S.L. "The Conjugate Frame Method and Its Application in the Elastic and Plastic Theories of Structures," Jour. of Franklin Inst., Vol. 266, No. 3, Sept., 1958.