

اتصال کوتاه ناگهانی یک ماشین سنکرون

از فصل پانزدهم کتاب ماشینهای الکتریکی (جلد دوم)

تألیف

M. Kostenko and L. Piotrovsky

ترجمه*

فرخ جبیی اشرفی

مهندس برق

۱ - بررسی اتصال کوتاه ناگهانی بطور فیزیکی

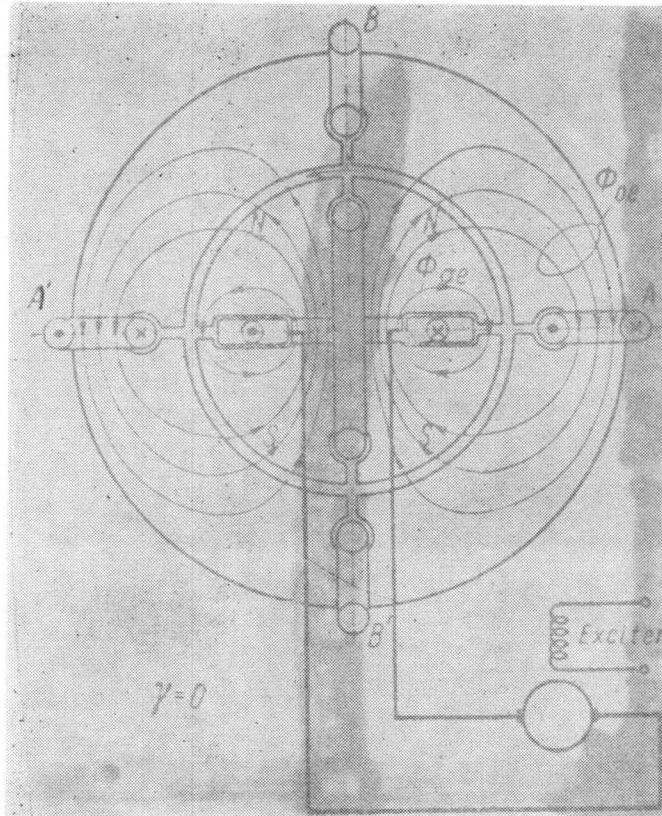
اتصال کوتاه ناگهانی سیم پیچی های استاتور یک ماشین سنکرون با وجود زمان نسبتاً کوتاه شدن هم برای ماشین و هم کلیه تأسیسات مربوط باشد - خطوط انتقال و شبکه هایی که با آن وصل هستند مرحله خیلی مشکلی است زیرا سوچ جریانی^(۱) که در اتصال کوتاه ناگهانی پیدا می شود ممکن است ۰.۱ تا ۰.۵ برابر شدت جریان نامی باشد.

مرحله ای که در حین یک اتصال کوتاه ناگهانی پیدا می شود با اتصال کوتاه مداوم^(۲) خیلی متفاوت است. در یک اتصال کوتاه مداوم و سیمتریک نیروی محرکه مغناطیسی عکس العمل اندیشی نسبت بزمان دائمی ثابتی دارد و چون بطور سنکرون با رتور می چرخد در رتور جریانی القاء نمی کند. در اتصال کوتاه ناگهانی جریان استاتور از لحاظ مقدار تغییر می کند که باعث تغییر کردن شارعکس العمل اندوئی شده و جریانهایی در سیم پیچی های رتور القاء می کند که بنویه خود روی جریانهای استاتور اثر می گذارند. بعلت وجود داشتن یک چنین ارتباط ترانسفورماتوری بین استاتور و رتور مرحله اتصال کوتاه ناگهانی خیلی پیچیده می شود.

در اینجا ابتدا اتصال کوتاه ناگهانی سیمتریک در حالت بدون بار یعنی وقتیکه یک ژنراتور سنکرون تحریک و تمام فازهای سیم پیچی های استار در یک لحظه اتصال کوتاه شوند را مطالعه می کنیم لحظه اتصال کوتاه بعنوان مبدأ زمان ($t=0$) فرض خواهد شد.

چون تعداد فازها در یک ماشین چند فازه اصول عمل اتصال کوتاه را تغییر نمی دهد ، ساده ترین

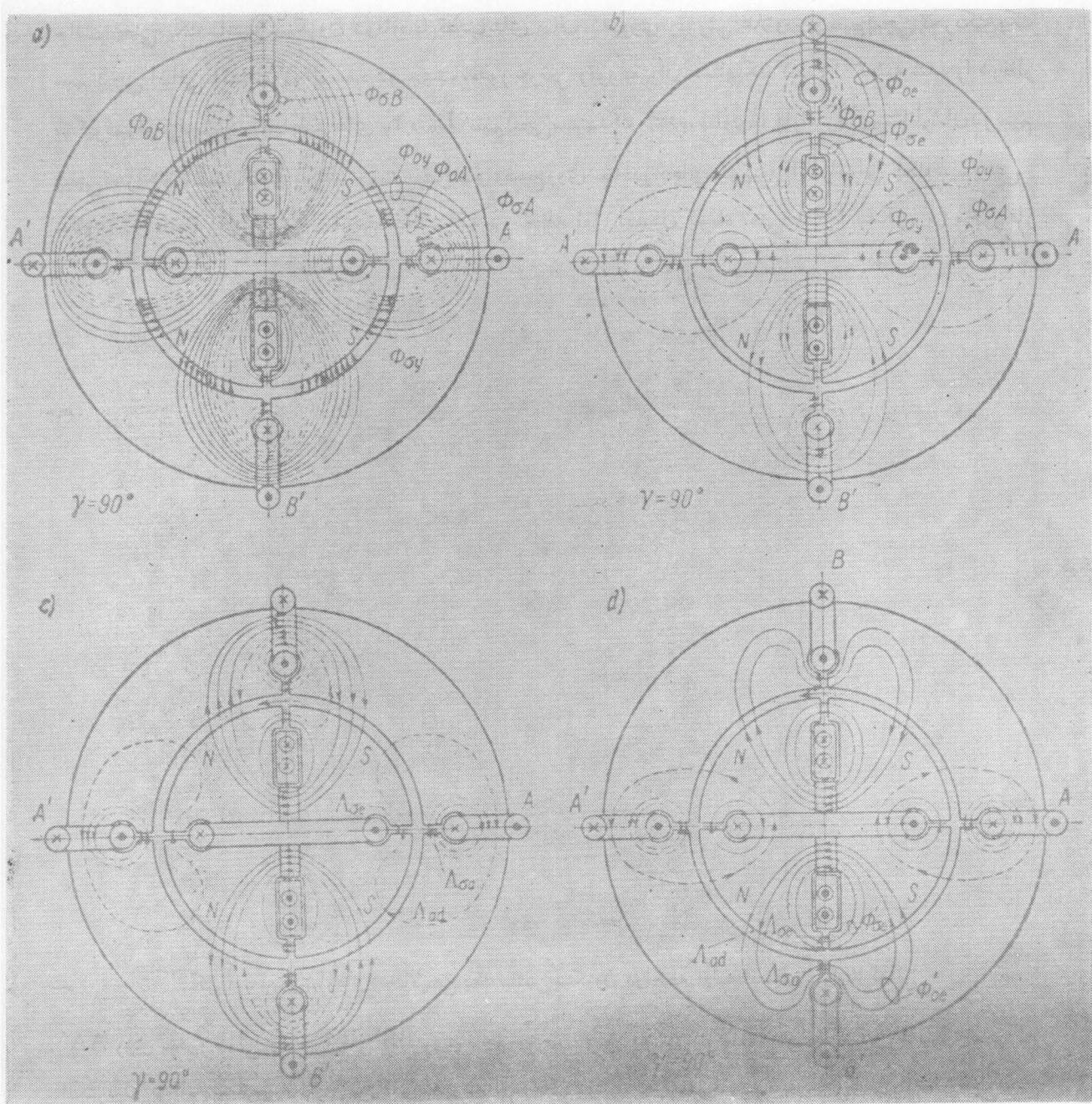
حالت یعنی یک ماشین سنکرون دوفازه با قطب های صاف که روی رتورش علاوه بر سیم پیچی تحریک یک سیم پیچی اضافی اتصال کوتاه شده در جهت محور عرضی رتور بعنوان مستهملک کننده^(۱) تعییه شده را در نظر میگیریم و فرض میشود که پارامتر های r_y و L_y سیم پیچی مستهملک کننده مساوی با پارامتر های متناظر شان در سیم پیچی تحریک باشند. ضمناً بازهم جهت سهولت و وضوح روی استاتور بجای سیم پیچی استوانه ای یک سیم پیچی حلقوی دوفازه قرار میدهیم. فرض میکنیم که در لحظه اول اتصال کوتاه یعنی $t=0$ (شکل ۱) محور فاز



شکل ۱ - سیم شارهای مغناطیسی یک ماشین سنکرون در لحظه اولیه اتصال کوتاه ناگهانی

روی محور طولی و محور فاز 'BB' روی رotor باشد، بنابراین در لحظه $t=0$ نیروی محرکه AA' را ایجاد میکند که در لحظه $t=0$ بطور کامل از فاز 'AA' صفر است. سیم پیچی تحریک شار مغناطیسی مفید Φ_{ge} را ایجاد میکند که در لحظه $t=0$ بطور کامل از فاز 'AA' میگذرد و شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچی فاز 'BB' صفر است. علاوه بر این سیم پیچی تحریک دارای شار مغناطیسی Φ_{ge} میباشد که مدارش فقط پیچی بسته میشود.

وقتیکه رده را وضعیت اولیه اتصال کوتاه باندازه . و درجه الکتریکی بچرخد ، ترتیب سیم پیچی های استاتور و رotor بصورت (شکل ۲a) خواهد بود. در این حالت شار مفید تحریک کننده Φ_{ge} از سیم پیچی فاز 'AA' استاتور خارج شده و داخل سیم پیچی فاز 'BB' میشود .



(شکل ۲)

ابتدا فرض میکنیم که مقاومت آکتیو سیم پیچی های استاتور و سیم پیچی تحریک مساوی صفر است یعنی این سیم پیچی ها مدارهای الکتریکی فوق العاده هادی هستند. چون شارهای مغناطیسی این مدارها باید در تمام شرایط ثابت بماند - وقتیکه رتور چرخید جریانهای در سیم پیچی های استاتور و رotor القاء خواهد شد که شار منتجه تمام پیچی ها باقیستی در همان مقدار لحظه اولیه اتصال کوتاه (شکل ۱) باقی بماند.

با این علت وقتیکه رتور از وضعیت اولیه اش در لحظه $t=0$ باندازه $\gamma = 90^\circ$ بچرخد (شکل ۲a) در فاز

$A'A'$ جریانی درجهتی القاء خواهد شد که شار $\Phi_A + \Phi_{A'}$ ناشی از آن که در (شکل ۲a) با خط چین نشان

داده شده ، مدار فاز' AA را در همان جهت شار قطب در شکل (۱) احاطه کند. چون شار Φ_{e}° سیم پیچی مستهله کننده را نیز احاطه میکند ، در سیم پیچی اخیر جریانی در جهت القاء خواهد شد که شار $\Phi_{\text{e}}^{\circ} + \Phi_{\text{y}}^{\circ}$ ناشی از آن که در شکل (۲a) با خلط پرنسان داده شده با شار فاز' AA مقابله کند . بنابراین در نتیجه پیدا شدن چنین جریانهایی در فاز' AA و سیم پیچی مستهله کننده شار مغناطیسی این سیم پیچی ها وقتیکه رتور چرخیده است بهمان صورتی که در لحظه $t=0$ بود (شکل ۱) باقی میماند (شکل ۲a).

بهمین ترتیب شار تحریک کننده در مدار فاز' BB جریانی تولید میکند که شار $\Phi_{\text{e}}^{\circ} + \Phi_{\text{B}}^{\circ}$ را بوجود میآورد و این شار در جهت مخالف شار قطب میباشد . چون شار Φ_{B}° ضمن مسیرش از رتور سیم پیچی تحریک را احاطه میکند ، یک جریان اضافی در این سیم پیچی القاء میشود که از کاهش شار مغناطیسی این سیم پیچی جلوگیری میکند . در نتیجه در فاز' BB و سیم پیچی تحریک جریانهای جاری خواهد شد که شار مغناطیسی شان پس از چرخیدن رتور (شکل ۲a) بهمان اندازای که در لحظه $t=0$ بود (شکل ۱) باقی میماند.

در (شکل ۲a) علاوه بر مدار مغناطیسی القاء متقابل ، بواسطه نیروهای محکم که مغناطیسی استاتور رotor خطوط القاء مغناطیسی با جهت های متفاوت بایداز استاتور بگذرند و بدین ترتیب میدان منتجه ای که در (شکل ۲b) نشان داده شده بدهست میآید . بسهولت دیده میشود که شار مغناطیسی در تمام سیم پیچی ها همان مقدار شار در لحظه اولیه میباشد (شکل ۱) . چون بواسطه افزایش جریان در سیم پیچی تحریک ، شار فراری این سیم پیچی نسبت به مقدارش در لحظه $t=0$ (شکل ۱) زیاد شده

$$\Phi'_{\text{ee}} > \Phi_{\text{ee}}^{\circ}$$

و شار القاء متقابل متراکم شده :

$$\Phi'_{\text{ee}} < \Phi_{\text{ee}}^{\circ}$$

با وجود این میتوان یک شکل معادل از شارها ساخت (شکل ۲c) که در آن شارهایی که مستقیماً سیم پیچی تحریک را در لحظه $\pi = \omega t$ احاطه میکنند کاملاً "باندازه لحظه اولیه $t=0$ باشند ولی در این صورت یک شار اضافی پیدا میشود که سیم پیچی 'BB استاتور را احاطه کرده و متولیاً از فاصله هوائی و سپس از مسیر شار فراری سیستم تحریک کننده میگذرد . با همین روش میتوان شارهایی که سیم پیچی فاز' AA را احاطه میکنند نیز نشان داد ، این شارها از همان ماهیت شارهای فاز' BB میباشند .

پرمانس (۱) مسیر القاء متقابل (۲) را با $1/\text{ad}$ و پرمانس مسیر شار فراری سیم پیچی استاتور را با $1/\text{ea}$ و پرمانس شار فراری سیم پیچی های رتور (سیم پیچی های تحریک کننده و مستهله کننده مثل هم فرض میشوند) را با $1/\text{ee}$ مشخص میکنیم . این پرمانسها عبارتند از پرمانس های فواصل هوائی مربوطه (شکل ۲c) .

برطبق (شکل ۲c) شاریکه فاز' AA را احاطه کرده مساوی مجموع دو مؤلفه است یکی از این مؤلفه ها از مسیری با پرمانس $1/\text{ea}$ میگذرد و دیگری متولیاً از مسیرهایی با پرمانس های $1/\text{ad}$ و $1/\text{ee}$ میگذرد .

با در نظر گرفتن اینکه در محاسبه پرماننس معادل پرمانس‌های موازی با همدیگر جمع می‌شوند و برای پرمانس‌های سری عکس آنها یعنی رلوکتانس‌ها^(۱) با هم جمع می‌شوند پرمانس کلی شارهای القاء متقابل و فراری که سیم‌پیچی‌های استاتور را احاطه کرده‌اند پیدا می‌شود.

$$\Lambda'_{ad} = \Lambda_{\sigma a} + \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_{ad}} + \frac{1}{\Lambda_{\sigma e}}} = \Lambda_{\sigma a} + \frac{\Lambda_{\sigma e} \Lambda_{ad}}{\Lambda_{\sigma e} + \Lambda_{ad}}$$

چون مجموع شارهای (شکل ۲c) که فقط سیم‌پیچی استاتور را احاطه می‌کند باید مساوی شار مفید Φ_{0e} که در لحظه $\omega t = 0$ در سیم‌پیچی 'AA وجود داشته باشد، جریان در سیم‌پیچی‌های 'AA و 'BB استاتور که که فرض شده دارای تعداد حلقه در هر فاز $W_a = 1$ هستند مساوی خواهد بود با:

$$i_a = -\frac{\Phi_{0e}}{\Lambda'_{ad} W_a} = \frac{\Phi_{0e}}{\Lambda'_{ad}}$$

شکل شار مغناطیسی در (شکل ۲b) ممکن می‌سازد که یک شکل معادل برای شارهایی که سیم‌پیچی‌های رتور را احاطه می‌کنند بسازیم (شکل ۲d).

پرماننس معادل برای شار سیم‌پیچی تحریک در لحظه اولیه (شکل ۱) مساوی است با:

$$\Lambda_{\sigma e} = \Lambda_{\sigma e} + \Lambda_{ad}$$

و برای لحظه $\omega t = \frac{\pi}{2}$ (شکل ۲d)

$$\Lambda'_{\sigma e} = \Lambda_{\sigma e} + \frac{\Lambda_{ad} \Lambda_{\sigma a}}{\Lambda_{ad} + \Lambda_{\sigma a}}$$

بطوریکه شار فراری $\Phi'_{\sigma e}$ که به پرماننس $\Lambda_{\sigma e}$ مربوط است به شار $\Phi_{\sigma e}$ که در مسیر شار فراری سیم‌پیچی استاتور رانده شده و بوسیله مجموع رلوکتانس‌های منتظر با پرمانس‌های Λ_{ad} و $\Lambda_{\sigma a}$ تعیین می‌شود، اضافه می‌شود چون شارهای مغناطیسی در شکل‌های (۱) و (۲d) مساوی هستند با:

$$\Phi_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e} = \Phi'_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e}$$

جریانهای تحریک مربوط به دو حالت فوق بافرض $W_e = 1$ چنین خواهند بود:

$$i_e = \frac{\Phi_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e}}{\Lambda_{\sigma e} W_e} + \frac{\Phi_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e}}{\Lambda_{\sigma e}}$$

$$i'_e = \frac{\Phi'_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e}}{\Lambda'_{\sigma e} W_e} = \frac{\Phi_{\sigma e} + \Phi'_{\sigma e}}{\Lambda'_{\sigma e}}$$

که از روی آنها :

$$i'_e = \frac{A_{oe}}{A'_{oe}} i_e$$

و موج جریان اضافی در سیم پیچی تحریک در لحظه $t=0$ نسبت به لحظه $t=\pi$ چنین خواهد بود :

$$\Delta i'_e = i'_e - i_e = \frac{A_{oe} - A'_{oe}}{A'_{oe}} i_e = \frac{A'_{ad}}{A_{\sigma e} A_{ad} + A_{ad} A_{\sigma a} + A_{\sigma a} A_{\sigma e}} i_e$$

با درنظر گرفتن رابطه بین $\Phi_{\sigma e}$ و $\Phi_{\sigma a}$ در (شکل ۱) فرض میکنیم که :

$$A_{\sigma e} = 1 \quad \text{و} \quad A_{ad} = 3$$

سپس مطابق رابطه بین $\Phi_{\sigma A}$ و $\Phi_{\sigma a}$ از روی (شکل ۲a) خواهیم داشت :

$$A_{\sigma a} = \frac{\Phi_{\sigma A}}{\Phi_{\sigma a}} A_{ad} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

با قرار دادن این مقادیر پرمانسها در رابطه $\Delta i'_e$ چنین بدست خواهیم آورد :

$$\Delta i'_e = i_e$$

یعنی در حالت چرخش رتور باندازه یکچهارم پریود جریان تحریک دوبرابر میشود.

بهمین ترتیب با روش مشابهی شکل توزیع شارهای مغناطیسی و جریانها را در لحظه $t=\pi$ درنظر میگیریم یعنی وقتیکه رتور و شار تحریک گفته از وضعیت اولیه ($t=0$) باندازه زاویه $\gamma = 180^\circ$ بچرخدند.

در این حالت شار رتور از جهت عکس وارد سیم پیچی های AA استاتور میشود ولی چون شارهای مغناطیسی در این سیم پیچی باید مساوی شارهای مغناطیسی در لحظه اولیه ($t=0$) باقی بماند (شکل ۱) واضح است که در سیم پیچی های استاتور باید شار مغناطیسی دوبرابر مقداری که در لحظه $t=\pi$ (شکل ۲c)

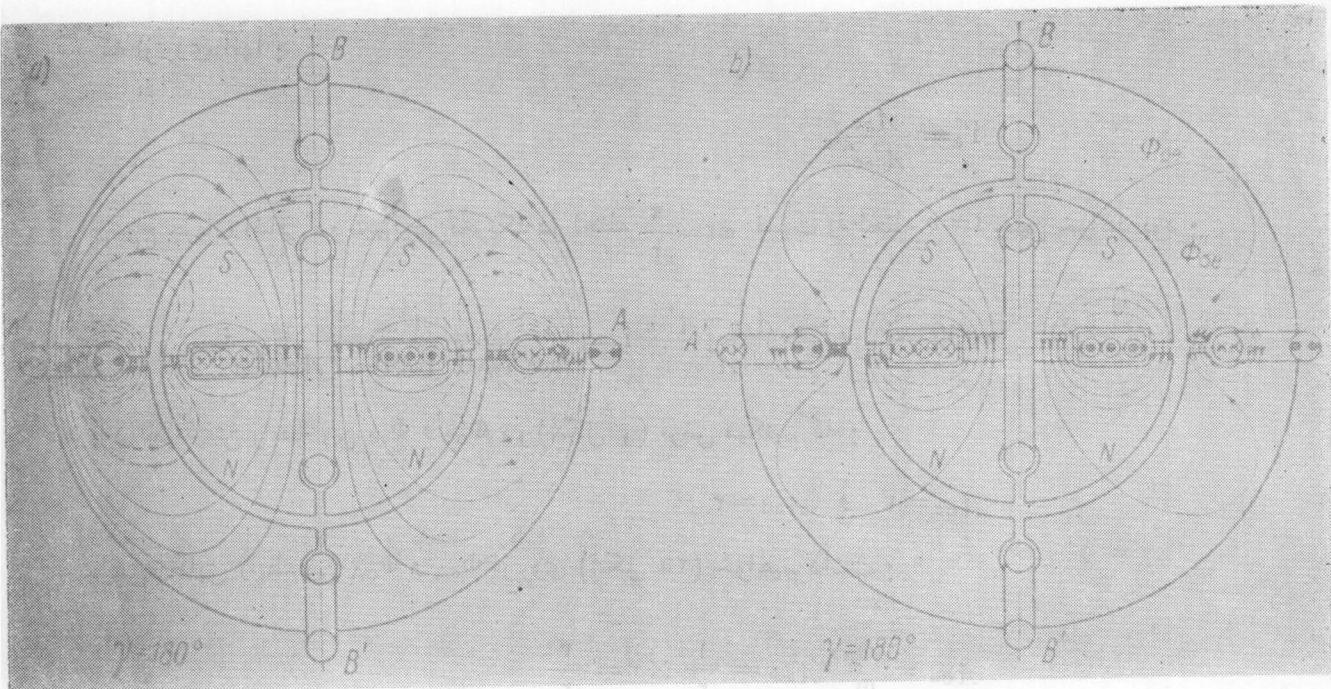
وجود داشت تولید شود و شکل کلی شارهای مغناطیسی بصورتی که در (شکل ۲a) نشان داده شده درمیآید. برای اینکه افزایش دوبرابر شار مغناطیسی ممکن گردد واضح است که جریان این سیم پیچی در لحظه $t=\pi$ باید دوبرابر مقداریکه در لحظه قبلی $t=\frac{\pi}{2}$ بود شود. بر عکس در این لحظه جریان در سیم پیچی های فاز BB مساوی صفر میشود چون این سیم پیچی ها اکنون یک وضعیت هم محور نسبت به سیم پیچی تحریک و شار

مفید آن $\Phi_{\sigma e}$ بدست آورده است.

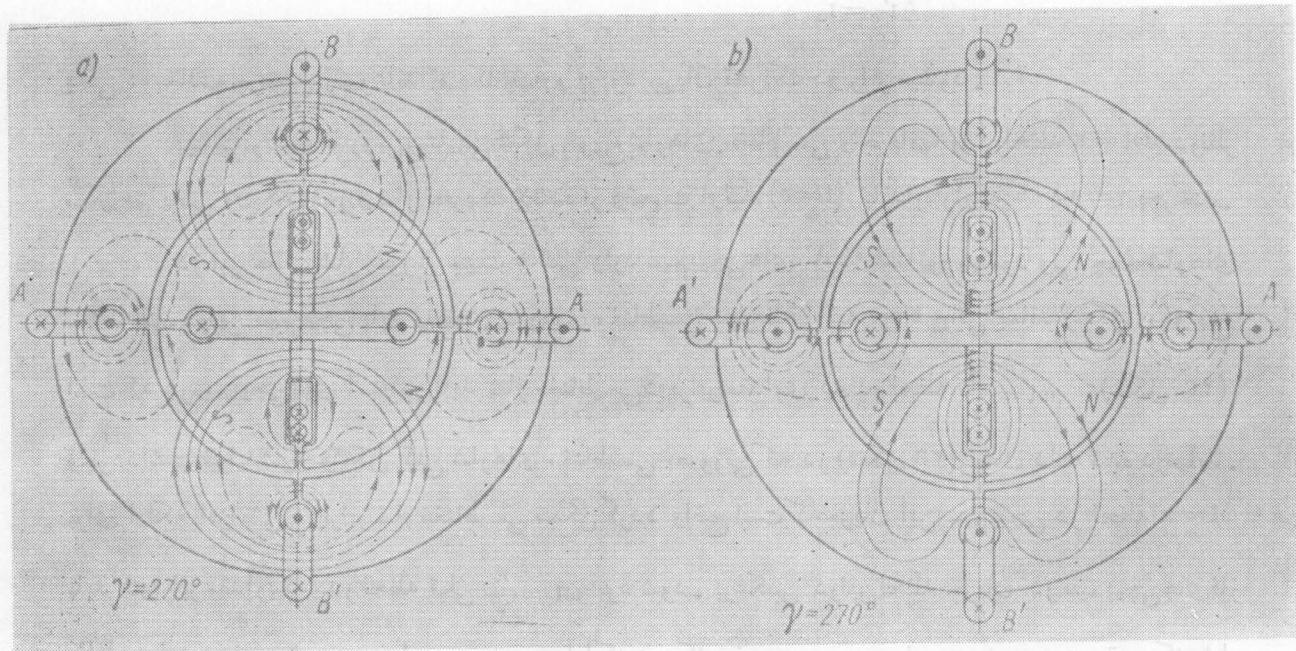
توزیع شار مغناطیسی (شکل ۳a) میتواند بیک شکل معادل تبدیل شود (شکل ۳b).

در این حالت بروطبق (شکل ۳b) شار $\Phi_{\sigma e}$ فقط یک چهارم سطح مقطع مسیر شار فرازی استاتور را

اشغال میکند و پرمانس ممتوجه برای شار تحریک چنین است :



شکل ۳ - مسیر شارهای مغناطیسی ماشین سنکرون نیم پریود بعد از اینکه اتصال کوتاه ناگهانی اتفاق افتاد



شکل ۴ - مسیر شارهای مغناطیسی یک ماشین سنکرون سه چهارم پریود بعد از اینکه اتصال کوتاه ناگهانی اتفاق افتاد

جوده را ببینید راهنمای تدریسی (۱۷۰۵) (رسانیده شد)،

$$\Lambda''_{oc} = \Lambda_{oe} + \frac{\Lambda_{ad} \times \frac{1}{4} \Lambda_{sa}}{\Lambda_{ad} + \frac{1}{4} \Lambda_{sa}}$$

و موج جریان تحریک نسبت به مقدارش در لحظه $t=0$ مساوی خواهد شد با :

$$\Delta i''_e = \frac{A_{oe} - A''_{oe}}{A''_{oe}} \cdot i_e = \frac{A'_{ad}}{\frac{1}{4} A_{oe} A_{ad} + \frac{1}{4} A_{ad} A_{oa} + \frac{1}{4} A_{oa} A_{oe}} \cdot i_e$$

با قرار دادن مقادیر پرماننس در رابطه بالا چنین بدست میآوریم :

$$\Delta i''_e = 2i_e$$

یعنی در لحظه $\omega t = \pi$ جریان تحریک سه برابر میشود. بهمین ترتیب میتوانیم شارهای مغناطیسی معادل را برای سیم پیچی های فازهای BB' و AA' (شکل a) و سیم پیچی های رتور (شکل b) در لحظه بعدی

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \text{ تعیین کنیم :}$$

شکل شار مغناطیسی درای سیم پیچی های تحریک و سیم پیچی فاز BB' استاتور در در لحظه $\omega t = \frac{3\pi}{2}$

مانند شارهای مغناطیسی دراین سیم پیچی ها در لحظه $\omega t = \frac{\pi}{2}$ (شکل ۲c) میباشد ولی چون جریانهای سیستم تحریک علامتگذاری شده شارهای مغناطیسی و جریانها در سیم پیچی های فاز BB' تغییر جهت پیدا میکنند.

شارهای مغناطیسی و جریانها در سیم پیچی ها برای لحظه $\omega t = 2\pi$ یعنی چرخش کامل رتور باندازه ۳۶۰° از وضعیت اولیه کاملاً با وضعیت اولیه رتور در لحظه $t=0$ منطبق است بطريق مشابه با درنظر داشتن اینکه مقاومت سیم پیچی ها مساوی صفر است توزیع همانندی از جریانها و شارهای مغناطیسی درای لحظه های

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{5\pi}{2} \text{ و } \frac{9\pi}{2} \text{ ...}$$

$$\omega t = \pi \text{ و } 3\pi \text{ و } 5\pi \text{ ...}$$

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \text{ و } \frac{7\pi}{2} \text{ و } \frac{11\pi}{2} \text{ ...}$$

بدست میآید.

وابستگی جریانها در سیم پیچی فازهای استاتور و سیم پیچی های تحریک کننده و مستقل کننده رتور در یک اتصال کوتاه ناگهانی به وضعیت های زاویه ای مختلف رتور بعد از لحظه اولیه $t=0$ میتوانند بصورت منحنی هائی که در (شکل ۵) نشان داده نمایشن داده شوند. (شکل ۵a) منحنی های نیروی محرکه الکتریکی e_A و جریان A_i در سیم پیچی فاز AA' را که متراffد باشکل شارهای مغناطیسی و جریانها در شکلهای (۱) و (۲b) و (۲a) و (۴a) است نشان میدهد واز روی آن میتوان دید که جریان A_i میتواند بدموئلفه تجزیه شود، مولفه آپریو دیک $i_{Aa}^{(1)}$ و مؤلفه پریو دیک سیمتریک $i_{AS}^{(2)}$ که باندازه ۰° و ۹۰° بانیروی محرکه الکتریکی e_A که دراین سیم پیچی توسط شار القاء متقابل Φ القاء شده اختلاف فاز دارد.

منحنی های (شکل a) منطبق با حالتی است که یک مدار با خودالقاء L و مقاومت آلتیو $r=0$

یک نیروی محرکه الکتریکی سینوسی $e_A = e_m \sin(\omega t + \Psi)$ که در لحظه اولیه $t=0$ صفر میباشد وصل شده باشد :

$$e_A = E_m \sin(\omega t + \Psi) = L \frac{di_A}{dt}$$

که عبارت زیر را برای جریان بدست میدهد :

$$i_A = \frac{1}{L} \int_0^t E_m \sin(\omega t + \Psi) dt = -\frac{E_m}{\omega L} \cos(\omega t + \Psi) + \frac{E_m}{\omega L} \cos \Psi$$

که در حالت مفروض در بالا $\Psi = 0$ است .

منحنی های (شکل b) نیروی محرکه الکتریکی e_B و جریان i_B در سیم پیچی فاز BB' را برای حالتی که نیروی محرکه الکتریکی در لحظه اولیه مقدار حداکثر منفی اش را دارد نشان میدهد این وضعیت

وقتی صورت میگیرد که اختلاف فاز اولیه $\Psi = -\frac{\pi}{2}$ است . پس جریان چنین است .

$$i_B = \frac{E_m}{\omega L} \sin \omega t$$

(شکل c) منحنی تغییرات جریان تحریک i_e را برطبق شکلهای (1) و (2b) و (4b) نشان میدهد .

جریان تحریک منتجه i_e میتواند به سه مؤلفه زیر تجزیه شود :

۱ - جریان تحریک اولیه i_{eo} که در لحظه $t=0$ وجود دارد و توسط نیروی محرکه الکتریکی تحریک کننده ایجاد شده است .

۲ - مؤلفه آپریودیک i_{ea} که مساوی است با موج جریان تحریک اضافی در لحظه های :

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \quad \text{و} \quad \omega t = \frac{\pi}{2}$$

۳ - مؤلفه پریودیک سیمتریک جریان تحریک i_{es} بادامنه :

$$I_{esm} = \Delta i'_e$$

حداکثر تفاوت با مقدار اولیه جریان تحریک i_{eo} مساوی است با :

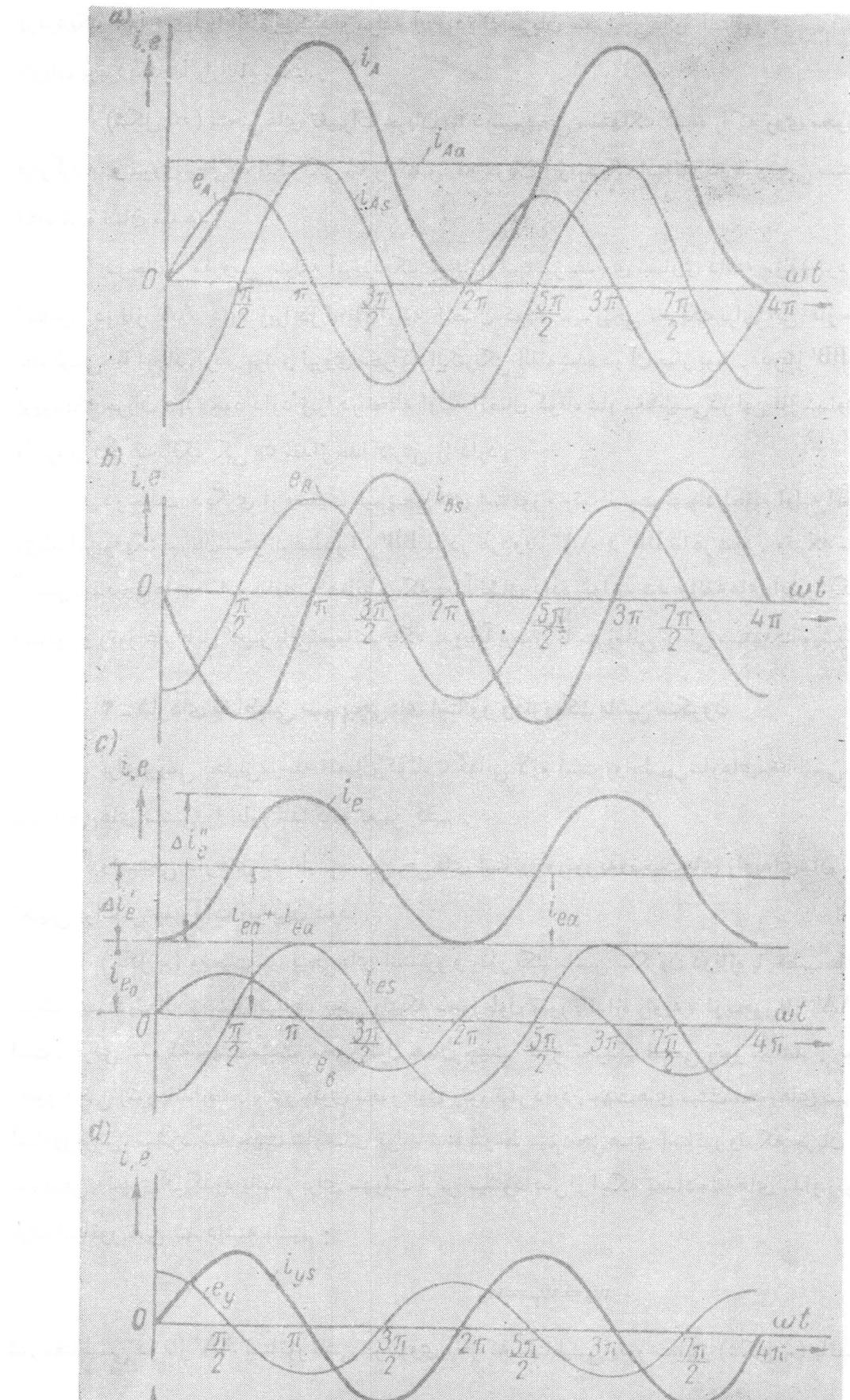
$$2 I_{esm} = \Delta i''_e$$

پس جریان منتجه چنین است .

$$i_e = i_{eo} + i_{ea} + i_{es}$$

چون سیم پیچی های استاتور مانند یک ترانسفورماتور دوار باهم ارتباط دارند میتوان فرض کرد

که مؤلفه ثابت جریان تحریک $i_e = i_{eo} + \Delta i' + i_{ea}$ در سیم پیچی فازهای AA' و BB' استاتور جریانها



(شكل ٥)

پریودیک a_{BS} را القاء میکنند و مولفه آپریودیک جریان سیم پیچی های استاتور در سیم پیچی تحریک جریان پریودیک a_e را القاء میکنند.

(شکل ۶) منحنی های تغییرات جریان i_y در سیم پیچی مستهلاک کننده را که روی محور عرضی رتور قرار گرفته و نیروی محرکه الکتریکی e_y را که بوسیله جریان آپریودیک استاتور در سیم پیچی مستهلاک کننده القاء شده نشان میدهد.

در حالت مفروض مولفه آپریودیک جریان استاتور مقداری مساوی دامنه مؤلفه پریودیک جریان استاتور در فاز 'AA' دارد زیرا در لحظه اولیه اتصال کوتاه سیم پیچی تحریک برای این فاز حداً کثیر شار مغناطیسی را ایجاد کرده بود و نیروی محرکه الکتریکی القاء شده در آن صفر بود. در فاز 'BB' فقط مؤلفه پریودیک جریان i_{BS} وجود دارد زیرا در لحظه اولیه اتصال کوتاه شار مغناطیسی در این فاز مساوی صفر است و نیروی محرکه الکتریکی e_B مقدار حداً کثیر را دارد.

در حالت دیگری از وضعیت سیم پیچی های استاتور و رتور نسبت بهم در لحظه اولیه اتصال کوتاه مؤلفه آپریودیک جریان میتواند فقط در فاز 'BB' یا در هر دو فاز 'AA' و 'BB' ظاهر شود. وقتیکه مقاومت های آکتیو سیم پیچی ها بحساب بیانند، همانطوریکه بعداً نشان داده خواهد شد مؤلفه های آپریودیک شارهای استاتور و رتور غیر قابل تغییر با فی نمیمانند بلکه تدریجیاً برطبق ابت زمانی معینی مستهلاک میشوند.

۲ - شارهای مغناطیسی سیم پیچی های استاتور و رتور یک ماشین سنکرون

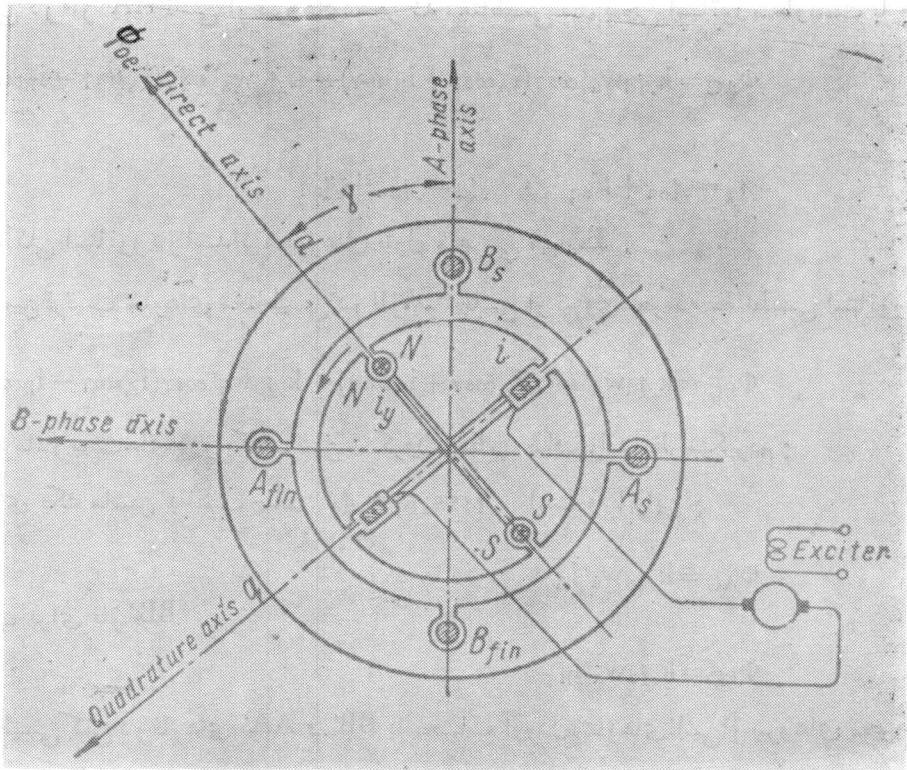
برای بررسی تحلیلی مرحله اتصال کوتاه ناگهانی لازم است روابط بین شارهای مغناطیسی و جریانهای سیم پیچی های ماشین را بطور جداگانه تعیین کنیم.

وابستگی شارهای مغناطیسی سیم پیچی های استاتور و رتور به وضعیت های زاویه ای شان میتواند بطور تحلیلی براساس مفروضات زیر بیان شود.

(شکل ۷) وضعیت سیم پیچی های استاتور و رotor یک ماشین سنکرون دوفازه با قطب های صاف را نسبت بهم در لحظه t نشان میدهد یعنی وقتیکه محور طول رتور باندازه زاویه θ از محور فاز 'AA' دور شده است. فرض شده که جهت مثبت محور طول همان جهت شار تحریک اساسی رتور میباشد. جهت مثبت محور عرضی رتور باندازه 90° در جلوی محور طول رتور قرار دارد. جهت های مثبت محورهای سیم پیچی های استاتور فرض میشود که جهت شارهای تولید شده بتوسط سیم پیچی های استاتور وقتیکه جریان از ابتدای سیم پیچی به نتهای آن بگذرد باشد. برای سهولت فرض میشود پس از اینکه تعداد حلقه های مدار رتور بر حسب طرف استاتور تعیین شد داشته باشیم:

$$w_e = w_y = w_a$$

شار مغناطیسی در فاز 'AA' استاتور ناشی از نیروی محرکه مغناطیسی رتور مطابق (شکل ۷) با تصویر کردن



شکل ۶ - وضعیت نسبی سیم پیچی های ژنراتور سنکرون و محورهایشان دریک لحظه غیر مشخص شارهای سیم پیچی های تحریک کننده و مستهلاک کننده که در امتداد محورهای d و q هستند روی محور فاز' AA' بدست می آید :

$$\Phi_{Ap} = k_{Ad} w_a i_e \cos \gamma - k_{Aq} w_a i_y \sin \gamma$$

بهین ترتیب شار مغناطیسی در فاز' BB ناشی از شارهای رتور مساویست با :

$$\Phi_{Bp} = k_{Ad} w_a i_e \sin \gamma + k_{Aq} w_a i_y \cos \gamma$$

که در اینجا :

$$\gamma = \omega t + \gamma_0$$

زاویه بین جهات های مثبت محور طول رتور و محور سیم پیچی فاز' AA' استاتور را بر حسب زمان نشان میدهد، k_{Ad} و k_{Aq} بروآنسن های مغناطیسی مسیرهای القاء متقابل محورهای طولی و عرضی رotor در یک ماشین سنکرون با قطب صاف میباشند که فرض میشود با هم مساوی باشند، k ضریب تناسب سییا شد و 2° وضعیت زاویه ای اولیه رotor را تعیین میکند. جریانهای i_A و i_B فازهای استاتور درجهات مثبت محورهای طولی و عرضی رotor نیروهای محرکه مغناطیسی زیر را تولید میکنند :

$$F_d = kw_a [i_A \cos \gamma + i_B \cos(\frac{\pi}{2} - \gamma)] = kw_a (i_A \cos \gamma + i_B \sin \gamma)$$

$$F_q = kw_a [-\sin \gamma + i_B \sin(\frac{\pi}{2} - \gamma)] = kw_a (-i_A \sin \gamma + i_B \cos \gamma)$$

شار مغناطیسی در فاز AA' ناشی از نیروهای محركه مغناطیسی سیم پیچی استاتور مساویست با :

$$\Phi_{AC} = k \cdot A_{dW_a} \cdot \cos \gamma (i_A \cos \gamma + i_B \sin \gamma) + k \cdot A_{qW_a} \cdot \sin \gamma (i_A \sin \gamma - i_B \cos \gamma)$$

که در آن :

$$A_q = A_{\sigma a} + V_{aq} \quad \text{و} \quad A_d = A_{\sigma a} + A_{ad}$$

پرمنانس های کلی استاتور در امتداد محورهای طول و عرضی میباشند .

بهین ترتیب شارهای مغناطیسی در فاز BB' ناشی از نیروی محركه مغناطیسی استاتور مساویست با

$$\Phi_{BC} = k \cdot A_{dW_a} \cdot \sin \gamma (i_A \cos \gamma + i_B \sin \gamma) - k \cdot A_{qW_a} \cdot \cos \gamma (i_A \sin \gamma - i_B \cos \gamma)$$

برای سهولت مادر بحث های زیر یک ماشین سنکرون باقطب صاف را درنظر میگیریم :

برای یک ماشین باقطب صاف $A_d = A_q = A_a$ است و بنابراین :

$$\Phi_{AC} = k \cdot A_{dW_a} \cdot i_A$$

بهین ترتیب برای فاز BB'

$$\Phi_{BC} = k \cdot A_{dW_a} \cdot i_B$$

شارهای مغناطیسی کلی در فازهای AA' و BB' با بحساب آوردن شارهای ناشی از نیروهای محركه مغناطیسی استاتور و رتور برای یک ماشین باقطب صاف مساوی خواهد بود با :

$$(1) \quad \Phi_A = \Phi_{Ap} + \Phi_{Ac} = k \cdot V_{adW_a} \cdot (i_e \cos \gamma - i_y \sin \gamma) + k \cdot A_{dW_a} \cdot i_A$$

$$(2) \quad \Phi_B = \Phi_{Bp} + \Phi_{Bc} = k \cdot A_{adW_a} \cdot (i_y \sin \gamma + i_x \cos \gamma) + k \cdot A_{dW_a} \cdot i_B$$

بهین ترتیب مطابق (شکل ۶) عبارت شارهای مغناطیسی مدارهای رotor در امتداد محورهای طولی و عرضی ناشی از نیروی محركه مغناطیسی سیم پیچی های استاتور شکل زیر را دارند .

$$\Phi_{de} = k \cdot w_a \cdot A_{ad} (i_A \cos \gamma + i_B \sin \gamma)$$

$$\Phi_{qe} = k \cdot w_a \cdot A_{ad} (-i_A \sin \gamma + i_B \cos \gamma)$$

شارهای مغناطیسی در رotor که از شارهای سیرش از استاتور بسته میشود و همچنین شارفراری سیم پیچی های رotor تشکیل شده مساوی هستند با :

$$\Phi'_{de} = k \cdot w_a \cdot (A_{ad} + A_{\sigma e}) i_e$$

$$\Phi'_{qe} = k \cdot w_a \cdot (A_{aq} + A_{\sigma y}) i_y$$

بافرض کردن $A_{\sigma e} \sim A_{\sigma y}$ و مشخص کردن :

$$A_{ad} + A_{\sigma e} \sim A_{aq} + A_{\sigma y} = A_e$$

برای شارهای مغناطیسی کلی در رotor عبارت زیرا بدست میآوریم :

$$(3) \quad \Phi_{de} = \Phi'_{de} + \Phi_{dc} = k \cdot w_a \cdot A_a i_e + k \cdot w_a \cdot A_{ad} (i_A \cos \gamma + i_B \sin \gamma)$$

$$(4) \quad \Phi_{qe} = \Phi'_{qe} + \Phi_{qc} = k \cdot w_a \cdot A_e i_y + k \cdot w_a \cdot A_{ad} (-i_A \sin \gamma + i_B \cos \gamma)$$

اگر در لحظه $t=0$ زاویه γ_0 را بعنوان وضعیت زاویه‌ای اولیه محور d رотор نسبت به محور فاز 'AA بگیریم برای عبارت شارهای کلی سیم پیچی‌های استاتور و رotor با درنظر گرفتن :

$$\gamma = \omega t + \gamma_0$$

روابط زیر را نسبت به زمان بدست خواهیم آورد.

(الف) برای سیم پیچی‌های استاتور :

$$(۵) \quad \Phi_A = k_{Ad} w_a [i_e \cos(\omega t + \gamma_0) - i_y \sin(\omega t + \gamma_0)] + k_{Ad} w_a i_A$$

$$(۶) \quad \Phi_B = k_{Ad} w_a [i_e \sin(\omega t + \gamma_0) + i_y \cos(\omega t + \gamma_0)] + k_{Ad} w_a i_B$$

(ب) برای سیم پیچی‌های رotor :

$$(۷) \quad \Phi_{de} = k_{Ad} w_a i_e + k_{Ad} w_a [i_A \cos(\omega t + \gamma_0) + i_B \sin(\omega t + \gamma_0)]$$

$$(۸) \quad \Phi_{qy} = k_{Ad} w_a i_y + k_{Ad} w_a [-i_A \sin(\omega t + \gamma_0) + i_B \cos(\omega t + \gamma_0)]$$

فاکتورهای معادلات (۵) و (۶) و (۷) و (۸) اندوکتانسها و اندوکتانس متقابل را بترتیب زیر نشان میدهند :

(الف) اندوکتانس سیم پیچی فاز استاتور :

$$(۹) \quad L_d = k_{Ad} w_a$$

(ب) اندوکتانس سیم پیچی‌های تحریک کننده و مستهملک کننده :

$$(۱۰) \quad L_e = L_y = k_{Ad} w_a$$

(پ) اندوکتانس متقابل بین سیم پیچی‌های استاتور و رotor با درنظر گرفتن $w_a = w_e$:

$$(۱۱) \quad M_{ad} = k_{Ad} w_a$$

علاوه بر این در معادلات (۵) و (۶) فرض میکنیم که :

$$(۱۲) \quad i_{rA} = i_e \cos(\omega t + \gamma_0) - i_y \sin(\omega t + \gamma_0)$$

$$(۱۳) \quad i_{rB} = i_e \sin(\omega t + \gamma_0) + i_y \cos(\omega t + \gamma_0)$$

که در آن مقادیر A_{rA} و A_{rB} را میتوان جریان معادل رotor^(۱) نسبت به فاز 'AA و جریان معادل رotor نسبت به فاز 'BB نامید.

با درنظر گرفتن روابط بالا شارهای مغناطیسی استاتور از روی معادلات (۵) و (۶) میتوانند دوباره بصورت زیر نوشته شوند.

$$(۱۴) \quad \Phi_A = M_{ad} i_{rA} + L_d i_A$$

$$(۱۵) \quad \Phi_B = M_{ad} i_{rB} + L_d i_B$$

بهمین ترتیب معادلات (۷) و (۸) شارهای مغناطیسی رotor میتوانند بصورت زیر نوشته شوند :

$$(16) \quad \Phi_{de} = L_e i_e + M_{ad} i_{ad}$$

$$(17) \quad \Phi_{qy} = L_e i_y + M_{ad} i_{aq}$$

که در آن :

$$(18) \quad i_{ad} = i_A \cos(\omega t + \gamma_0) + i_B \sin(\omega t + \gamma_0)$$

$$(19) \quad i_{aq} = -i_A \sin(\omega t + \gamma_0) + i_B \cos(\omega t + \gamma_0)$$

پر تیب جریانهای معادل استاتور (1) را در متداد محورهای d و q رتور نشان میدهد.
روابطی که در بالا برای شارهای مغناطیسی بدست آمده برای همه گونه شرایط ماشین و هر رابطه زمانی بین جریانهای استاتور و رتور معتبر است.

از روی معادلات (4) و (15) و معادلات (16) و (17) چنین نتیجه میشود که وقتی شارهای مغناطیسی کلی سیستم استاتور را در نظر میگیریم جریانهای رتور i_{rA} و i_{rB} مانند جریانهای مؤثر استاتور i_A و i_B توابعی سینوسی هستند که دامنه هائی مساوی i_e و i_q دارند. بنابراین معادلات دیفرانسیلی سیستم استاتور میتواند بصورت معادلات یک ترانسفورماتور ساکن با جریانهای استاتور i_A و i_B و جریانهای معادل i_{rA} و i_{rB} نوشته شوند.

به مین ترتیب معادلات دیفرانسیلی سیستم رتور به معادلات یک ترانسفورماتور ساکن با جریانهای واقعی رتور i_e و i_q و جریانهای معادل استاتور i_{ad} و i_{aq} منتهی گردد.

۳- بررسی مرحله اتصال کوتاه ناگهانی بطور تحلیلی

وقتیکه مرحله اتصال کوتاه بطور تحلیلی مطالعه میشود، فرض میکنیم که پارامترهای سیم پیچی های تحریک کننده و مستهلك کننده برحسب طرف استاتور بیان شده اند بدون اینکه آنها را با علائم مخصوصی نشان بدهیم.

وقتیکه اتصال کوتاهی رخ میدهد نیروی محرکه الکتریکی مدار سیم پیچی استاتور فقط توسط تغییر کردن شارهای مغناطیسی Φ_A و Φ_B ایجاد میشود. اگر در این حالت فرض کنیم که مقاومت های آکتیو سیم پیچی های استاتور و رتور مساوی صفر هستند، نیروی محرکه متنجه فاز AA مساوی صفر خواهد شد:

$$-\frac{d\Phi_A}{dt} = 0$$

که مطابق معادله (4) چنین میشود.

$$(20) \quad L_d \frac{di_A}{dt} + M_{ad} \frac{di_{rA}}{dt} = 0$$

جریان تحریک i_A میتواند بوسیله مجموع زیر نشان داده شود:

$$i_e = i_{eo} + \Delta i_e$$

که در آن i_{eo} مؤلفه غیر متغیر جریان تحریک یعنی جریان تحریک در حالت بی‌باری که توسط نیروی محرکه الکتریکی تحریک کننده ایجاد می‌شود و Δi_e جریانی است که توسط سیم پیچی‌های استاتور القاء می‌شود. مطابق معادله (۲۱) جمله دوم معادله (۲۰) حاوی عبارت زیر است :

$$(21) \quad -\omega M_{ad} i_{eo} \sin(\omega t + \gamma_0) = -E_{om} \sin(\omega t + \gamma)$$

که نیروی محرکه الکتریکی سیم پیچی استاتور را در حالت بی‌باری و فاز اولیه $\gamma = \Psi$ نشان میدهد. با درنظر گرفتن اینکه جریان i_{rA} دیگر حاوی مؤلفه مربوط به i_{eo} نمی‌باشد میتوانیم معادله (۰۲) مدار استاتور را بصورت زیر بنویسیم :

$$(22) \quad L_d \frac{di_A}{dt} + M_{ad} \frac{di_{rA}}{dt} = E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

برطبق معادله (۰۲) همانطوریکه قبلاً از روی بررسی فیزیکی این پدیده بدست آمده بود، اتصال کوتاه ناگهانی یک ماشین سنکرون تحریک شده در حالت بی‌بارکه فشار الکتریکی روی برنهاشیش :

$$e_o = E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

می‌باشد معادل است باوصل کردن ناگهانی همان ماشین ولی تحریک نشده به یک شبکه خارجی که در لحظه وصل کردن فشار الکتریکی اش از لحاظ مقدار وزاویه فاز باندازه $E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$ باشد، تنها اختلاف این است که در حالت اخیر جریان سیم پیچی تحریک حاوی مؤلفه بدون بار تحریک کننده نمی‌باشد.

معادله (۰۲) تغییر جریان استاتور را در حین مرحله اتصال کوتاه تعیین می‌کند ولی این معادله شامل دو متغیر است و برای حل آن از یک معادله اضافی مربوط به مدار معادل رتور استفاده می‌کنیم :

$$(23) \quad L_e \frac{di_{rA}}{dt} + M_{ad} \frac{di_A}{dt} = 0$$

$\frac{di_{rA}}{dt}$ را از معادله (۰۳) تعیین کرده و در معادله (۰۲) قرار میدهیم، معادله دیفرانسیل درجه اول زیر را بدست می‌آوریم :

$$(24) \quad \left(L_d - \frac{M_{ad}}{L_e} \right) \frac{di_A}{dt} = L'_d \frac{di_A}{dt} = E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

که با در نظر گرفتن اینکه در لحظه $t=0$ داریم $i_A = 0$ نتیجه می‌شود :

$$(25) \quad r_A = \frac{1}{L'_d} \int E_{om} \sin(\omega t + \Psi) dt + C = -\frac{E_{om}}{\omega L'_d} \cos(\omega t + \Psi) + \frac{E_{om}}{\omega L'_d} \cos \Psi = i_{AS} + i_{Aa}$$

که در این معادله مقدار :

$$(26) \quad L'_d = L_d - \frac{M_{ad}}{L_e} = (M_{ad} + L_{\sigma a}) - \frac{M_{ad}}{M_{ad} + L_{\sigma e}} = L_{\sigma e} + \frac{1}{\frac{1}{M_{ad}} + \frac{1}{L_{\sigma e}}}$$

اندوکتانس فراری معادل سیم پیچی استاتور^(۱) را نشان میدهد که در آن ارتباط ترانسفورماتوری سیم پیچی استاتور و سار رتور بحساب آمده، L_{sa} و L'_{se} بترتیب اندوکتانس‌های فراری سیم پیچی استاتور و سیم پیچی تحریک رتور میباشند.

راکتانس :

$$x'_d = \omega L'_d$$

که در معادله (۲۵) آمده است راکتانس طولی گذرای^(۲) سیم پیچی استاتور نامیده میشود. واضح است که این را دلتانس از راکتانس طولی سکرون^(۳) کمتر است:

$$x_d = \omega L_d$$

اگر اختلاف فاز اولیه $\Psi = 0$ باشد جریان در فاز A چنین میشود:

$$(۲۷) \quad i = -\frac{E_{om}}{\omega L'_d} \cos \omega t + \frac{E_{om}}{\omega L'_d} = i_s + i_a$$

که شامل مقدار حداکثر مؤلفه آپریودیک i_a میباشد در صورتیکه با $\Psi = -\frac{\pi}{2}$ فقط جریان زیر باقی میماند

$$(۲۸) \quad i = -\frac{E_{om}}{\omega L'_d} \sin \omega t = i_s$$

که شامل مؤلفه آپریودیک نیست و متراff است با جریان فاز BB بطوریکه در (شکل ۶) نشان داده شده. بهمان ترتیب جریان i_{rA} را میتوان از معادله زیر تعیین کرد:

$$(۲۹) \quad \left(\frac{L_d L_e}{M_{ad}} - M_{ad} \right) \frac{di_{rA}}{dt} = L'_d \frac{di_{rA}}{dt} = -E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

که از معادله‌های (۲۲) و (۲۳) با حذف کردن i_A بین دو معادله بدست آمده پس از حل کردن معادله (۲۹) بدست میآوریم:

$$(۳۰) \quad i_{rA} = \frac{E_{om}}{\omega L'_e} \cos(\omega t + \Psi) - \frac{E_{om}}{\omega L'_e} \cos \Psi$$

که در آن:

$$(۳۱) \quad L'_e = \frac{L_d L_e - M_{ad}}{M_{ad}}$$

میباشد.

۱- Equivalent stator-Winding leakage inductance

۲- Direct-axis transient reactance

۳- Direct-axis synchronous reactance

جریان معادل i_{rA} که نیروی محرکه مغناطیسی رتور روی محور فاز' AA' تولید میکند رادر اختلاف فاز اولیه $\Psi = 0$ تعیین میکنیم :

$$i_{rA} = \frac{E_{om}}{\omega L'_e} \cdot \cos \omega t - \frac{E_{om}}{\omega L'_e} = i_{rAs} + i_{rAa}$$

با قرار دادن $\frac{\pi}{1} = \Psi$ در معادله (۳۰) جریان معادل i_{rB} که نیروی محرکه مغناطیسی رتور روی محور فاز' BB' تولید میکند را بدست میآوریم :

$$i_{rB} = \frac{E_{om}}{\omega L'_e} \sin \omega t = i_{rBs}$$

جریانهای واقعی سیم پیچی های رتور را میتوان از معادله های (۱۲) و (۱۳) پس از اینکه آنها را برسیب i_y حل کرده و مقادیر بالا i_{rA} و i_{rB} را در آنها قرار دهیم وفرض کنیم که $i_y = 0$ است پیدا کرد :

$$(۳۲) \quad i_e = i_{rA} \cos \omega t + i_{rB} \sin \omega t = -\frac{E_{om}}{\omega L'_e} \cos \omega t + \frac{E_{om}}{\omega L'_e} = i_{es} + i_{ea}$$

$$(۳۳) \quad i_y = -i_{rA} \sin \omega t + i_{rB} \cos \omega t = \frac{E_{om}}{\omega L'_e} \sin \omega t = I_{ysm} \sin \omega t = i_{ys}$$

مقادیر i_y و i_{ys} با منحنی های (شکل ۹) مطابقت دارند با این تفاوت که مقدار i_e حاوی مؤلفه i_{eo} که توسط تحریک کننده ایجاد میشود نیست .

تا این لحظه فرض شده بود که مقاومت های آکتیو رتور و استاتور صفر باشند ابتدا مقاومت آکتیو سیم پیچی های استاتور r_a را بحساب میآوریم ، سمت چپ معادله دیفرانسیلی (۴) باشد جمله $r_a r_A$ اضافه شود و معادله بصورت زیر درمیآید :

$$(۳۴) \quad L'_d \frac{di_A}{dt} + r_a i_A = E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

و چون وقتیگه $i_A = 0$ است حل این معادله چنین خواهد شد (پایه لگاریتم طبیعی را باعلامت t نشان میدهیم) :

$$(۳۵) \quad i_A = \frac{E_{om}}{\sqrt{r_a + \omega^2 L'_d}} \sin(\omega t + \Psi - \varphi') - \frac{E_{om} \epsilon}{\sqrt{r_a + \omega^2 L'_d}} \frac{T_a}{t}$$

که در آن :

$$(۳۶) \quad \varphi' = \alpha \operatorname{arctg} \frac{\omega L'_d}{r_a}$$

$$(۳۷) \quad T_a = \frac{L'_d}{r_a}$$

و ثابت رمانی :

بنابراین نتیجه میشود وقتیکه مقاومت آکتیو سیم پیچی استاتور گرفته شود مؤلفه آپریو دیک جریان اتصال کوتاه مدت زمان زیادی ثابت باقی نمیماند بلکه با یک ثابت زمانی T_a مستهلک میشود . با یک روش مشابه اگر در سیستم معادلات دیفرانسیلی (۲۹) مربوط به مدارهای رتور مقاومت های آکتیو سیم پیچی های تحریک

کننده و مسته‌های کننده را که قبل از بررسی مساوی هم و مانند مقاومت سیم پیچی‌های استاتور مساوی صفر فرض شده بودند بحساب آیند معادله (۲۹) بصورت زیر در خواهد آمد:

$$(۳۸) \quad L'_c \frac{di_{rA}}{dt} + r_c i_{rA} = -E_{om} \sin(\omega t + \Psi)$$

و حل آن عبارت زیر را برای جریان تحریک میدهد.

$$(۳۹) \quad i_c = -\frac{E_{om}}{\sqrt{r_c + \omega^2 L'_c}} \sin(\omega t + \Psi - \varphi'') + \frac{E_{om} \varepsilon}{\sqrt{r_c + \omega^2 L'_c}} \frac{t}{T'_d}$$

که در آن:

$$(۴۰) \quad \varphi'' = \arctan \frac{\omega L'_c}{r_c}$$

و ثابت زمانی:

$$(۴۱) \quad T'_d = \frac{L'_c}{r_c}$$

بنابراین مؤلفه آپریودیک شدت جریان و سیم پیچی تحریک کننده نیز ثابت باقی نمیماند باکه با ثابت زمانی T'_d مسته‌های میشود. اندوکننسیهای معادل L'_d باهم خیلی کم تفاوت دارند بنابراین اختلاف بین T_a و T'_d به اختلاف بین مقادیر نسبی مقاومت آکتیو r_e و r_a بستگی دارد. در ماشین‌های سنکرون r_a اغلب 0 تا 1 برابر r_e است بنابراین ثابت زمانی T'_d بهمان اندازه بیشتر از T_a میباشد.

مؤلفه‌های پریودیک جریان سیم پیچی استاتور متناسبند با مجموع مؤلفه ثابت جریان تحریک که توسط تحریک کننده ایجاد شده و مؤلفه آپریودیک جریان تحریک i_{ea} ، i_{ca} ، $i_{ea} + i_{ca}$ زیرا جریان‌های پریودیک استاتور توسط جریان‌های از رتور که جهت ثابتی دارند القاء میشوند.

همانطوریکه مؤلفه i_{ca} جریان تحریک با ثابت زمانی T'_d مسته‌های میشود از نقطه نظر فیزیکی واضح است قسمتی از جریان پریودیک استاتور که از این مؤلفه جریان تحریک ایجاد شده و مؤلفه گذرا^(۱) نامیده میشود با همین ثابت زمان مسته‌های میشود. بهمین ترتیب جریان‌های پریودیک رotor که از جریان آپریودیک استاتور ایجاد میشوند نیز با ثابت زمان T_a مسته‌های میشوند.

برای بحساب آوردن تأثیر مقاومت آکتیو سیم پیچی‌های رotor در مسته‌های پریودیک استاتور و اثر مقاومت آکتیو استاتور روی مسته‌های کشیدن جریان‌های پریودیک رotor، لازم است سیستم معادلات دیفرانسیلی (۲۲) و (۲۳) را پس از افزودن جملات r_{aiA} و r_{eiA} بهمراه چپ این معادله‌ها حل نمود. با وجودیکه حل دقیق این معادلات در این حالت نسبتاً پیچیده میشود بعلت وجود روابطی واقعی بین پارامترهای مزبوریکه راه حل بقدر کافی صحیح برای محاسبات عملی را میتوان بطریق زیر بدست آورد.

برطبق مطالبی که قبلاً برای تعیین کردن جریان استاتور با مؤلفه گذراش مستهملک شونده اش بیان شد، دامنه نیروی محرکه الکتریکی در حالت بدون بار $E_{\circ m}$ را میتوان بصورت دوم مؤلفه نشان داد، یکی از آنها $E'_{\circ m}$ متناسب است با مؤلفه ثابت جریان تحریک i_{eo} و بر حسب زمان ثابت است در صورتیکه دیگری که در لحظه اولیه داری دامنه $E''_{\circ m}$ میباشد متناسب است با جریان آپریودیک سیم پیچی تحریک i_{ea} که با ثابت زمانی T_d' مستهملک میشود.

بنابراین :

$$E'_{\circ m} + E''_{\circ m} = E_{\circ m}$$

$$E'_{\circ m} = \frac{i_{eo}}{i_{eo} + i_{ea}} E_{\circ m} = \frac{I_d}{I'_d} E_{\circ m}$$

$$E''_{\circ m} = \frac{i_{ea}}{i_{eo} + i_{ea}} E_{\circ m} = \frac{I_d - I_d}{I'_d} E_{\circ m} = \frac{x_d - x'_d}{x_d} E_{\circ m}$$

زیرا جریان تحریک بدون بار i_{eo} متناظر با جریان اتصال کوتاه ماندگار^(۱) استاتور I_d (مقدار مؤثر) و مناسب با آن است:

$$(42) \quad I_d = \frac{E_{\circ m}}{\sqrt{2}\omega L_d} = \frac{E_{\circ m}}{\sqrt{2}X_d}$$

در حالیکه جریان تحریک کلی در لحظه اولیه اتصال کوتاه $i_{eo} + i_{ea}$ متناظر با جریان اتصال کوتاه پریودیک اولیه استاتور I'_d (مقدار مؤثر) و متناسب با آن است:

$$(43) \quad I'_d = \frac{E_{\circ m}}{\sqrt{2}\omega L'_d} = \frac{E_{\circ m}}{\sqrt{2}X'_d}$$

بنابراین معادلات لازم برای تعیین جریان استاتور میتوانند بصورت زیر نوشته شوند:

$$(44) \quad \begin{cases} L_d \frac{di_A}{dt} + M_{ad} \frac{di_{rA}}{dt} + r_a i_A = (E'_{\circ m} + E''_{\circ m} e^{-\frac{t}{T_d'}}) \sin(\omega t + \Psi) \\ L_c \frac{di_{rA}}{dt} + M_{ad} \frac{di_A}{dt} + r_e i_{rA} \approx L_c \frac{di_{rA}}{dt} + M_{ad} \frac{di_A}{dt} = 0 \end{cases}$$

باید تذکر داد که اگر از جمله $r_e i_{rA}$ در معادله دوم صرف نظر کنیم و قطیکه سیستم دو معادله را حل میکنم معادله دیفرانسیل منتجه‌ای که بدست میآوریم از درجه دوم نیستند بلکه معادله‌ای درجه اول بدست می‌آید بدین ترتیب معادلات بالا را میتوان بدون اینکه اثر مهمی روی دقت نتایج حاصله داشته باشد حل نمود. حل این سیستم معادلات پس از ساده کردن فوق الذکر برای جریان استاتور چنین است:

$$(45) \quad i_A = \frac{E'_{om} + E''_{om}\epsilon - \frac{t}{T'_d}}{\sqrt{r_a + \omega L'_d}} \sin(\omega t + \Psi - \varphi') - \frac{E_{om}\epsilon - \frac{t}{T_a}}{\sqrt{r_a + \omega L'_d}} \sin(\Psi - \varphi') \\ \text{که در آن:}$$

$$tg\varphi' = \frac{\omega L'_d}{r_a}$$

اگر لحظه اولیه اتصال کوتاه $t=0$ را طوری فرض کنیم که برای فاز AA' زاویه $\Psi=0$ باشد، در $\varphi' \approx \frac{\pi}{2}$ خواهیم داشت $\Psi - \varphi' = -\frac{\pi}{2}$ و برای فاز BB' میتوانیم معادله (۴) را با $\Psi - \varphi' = -\pi$ بکار ببریم. در این صورت معادلات جریان برای این فازها شکل های زیر را بدست میآورد:

$$(46) \quad i_A = -\frac{E'_{om} + E''_{om}\epsilon - \frac{t}{T'_d}}{Z'_d} \cos \omega t + \frac{E_{om}^3 - \frac{t}{T_a}}{Z'_d} = i_{As} + i_{Aa}$$

$$(47) \quad i_B = \frac{E'_{om} + E''_{om}\epsilon - \frac{t}{T'_d}}{Z'_d} \sin \omega t = i_{Bs}$$

بهمن ترتیب برای جریان تحریک، چون مؤلفه پریودیک آن با ثابت زمانی T_a و مؤلفه آپریودیک آن با ثابت زمانی T'_d مستقل است خواهد شد معادله برای جریان تحریک بدون مؤلفه ثابت آن شکل زیر را خواهد داشت:

$$(48) \quad i_c = -\frac{E''_{om}\epsilon - \frac{t}{T_a}}{Z'_c} \cos \omega t + \frac{E''_{om}\epsilon - \frac{t}{T'_d}}{Z'_c}$$

در معادلات (۶) و (۷) و (۸) مقادیر Z'_d و Z'_c چنین است:

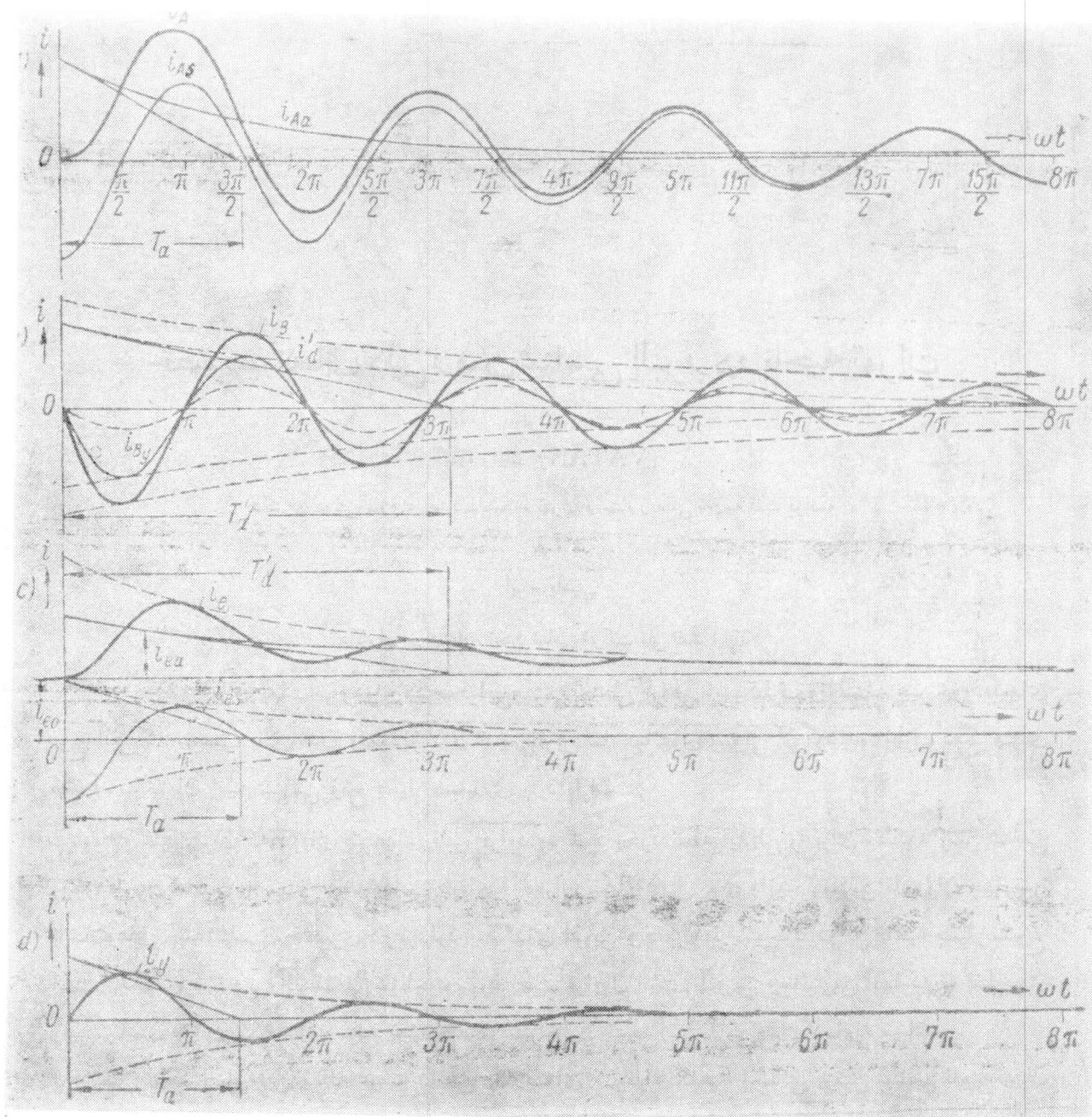
$$(49) \quad Z'_d = \sqrt{r_a + \omega L'_d} \quad \text{و} \quad Z'_c = \sqrt{r_e + \omega L'_e}$$

مقادیر r_a و r_e در مقایسه با رآکتانس های زیر خیلی کوچک هستند:

$$(50) \quad x'_d = \omega L'_d \quad \text{و} \quad x_e = \omega L'_e \\ \text{بنابراین میتوان فرض کرد که:}$$

$$Z'_d \approx x'_d \quad \text{و} \quad Z'_c \approx x'_e$$

رآکتانس x'_d رآکتانس طولی گذراي استاتور ناميلde ميشود در صورتیکه x'_e رآکتانس گذراي سیم پیچی تحریک میباشد.



(شکل ۷) منحنی های تغییرات جریانهای استاتور i_A و i_B و جریان تحریک i_e را برای حالتی که در بالا بررسی شد نشان میدهد.

مولفه پریود یک جریان فاز B در (شکل ۷) بدرو مولفه تجزیه شده : جریان اتصال کوتاه ماندگار i_B و مولفه گذاری i_d' که با یک ثابت زمانی T'_d تضعیف میشود .