روش مؤلفه‌های متقارن
و کاربرد آن در آنالیز سیستمهای سه‌فاز نامتعادل

نوشتهٔ

فرخ حبیبی اشرفی

اصولاً تمام پیشرفتهائیکه در ۷۰ - ۶۰ سال گذشته برای تعیین مشخصات الکتریکی شبکه‌های نیروی برق جریان متناوب و ماشینهای متصل بآن حاصل شده ناشی‌از بکاربردن روشهای تحلیلی بمقدار زیاد برای حل این مسائل بوده است. اصول اساسی و لازم الکتریسیته و مغناطیس قبلاً در قرن نوزدهم کشف شده بودند و بعلاوه تقریباً تمام ریاضیاتی که برای اثبات این اصول مفید بودند بصورت ریاضیات خالص یا بصورت کاربرد آنها درمسائل علمی بوجود آمدهٔ بودند.

باوجودیکه (بجز درچند حالت استثنائی) پیدایش اولیه اسبابهای الکتریکی قبل از فرموله کردن مشخصات آنها بصورت ریاضی بوده است ، عموماً تا قبل ازاینکه پدیده‌های الکتریکی‌شان را بتوان بصورت کمی[1] مطالعه و محاسبه کرد این دستگاهها به‌بالاترین حد تکاملشان نمیرسند . اغلب اتفاق افتاده است کسانیکه درصدد مطالعه رفتار یک ماشین بوده‌اند نمیدانستند چه‌روشی برای حل مسئله‌شان مناسب‌تراست، و روی این‌اصل یا از پیچیده بنظر رسیدن مسئله برحسب ریاضیاتی که با آن آشنا بودند دچار ترس و تردید میشدند یا مجبور میشدند برای‌ساده کردن‌آن فرضیاتی‌بنمایند تا مسئله درحوزه توانائی ریاضیاتشان قرارگیرد. درچنین مواقع حل کامل مسئله ، تا کشف روش ریاضی‌ای که امکان حل مسئله مطلوب را فراهم سازد ، بتعویق میافتاد. یک نمونه برجسته از چنین کشفیات روش مؤلفه های متقارن است[2] .

حل مدارهای‌چندفازه متعادل معمولاً با تبدیل ثابتهای مدار و ولتاژها برحسب مقادیر هرفاز وحل برای یکی‌از فازها بصورتی مشابه با مدارهای یک فاز انجام میگیرد وبخاطر تقارن مسئله مقدار و زاویه فاز

---

۱ - Quantitavely

۲ - Symetrical Components

شدت جریان سایرفازها بسهولت مشخص میشوند چون‌شدت‌جریان و ولتاژ فازهای‌دیگر ازلحاظ مقدار مساوی شدت جریان و ولتاژ فاز اول هستند و از لحاظ زاویه بمقدار مساوی باهم‌اختلاف فاز دارند. درصورتیکه‌برای حل مدارهای چند فازه نامتعادل یا مدارهای متعادلی که در شرایط نامتعادل قراردارند ساده کردن مسئله بصورت بالا مجازنیست. برای‌آنالیز مسئله با روشهای قدیمی‌لازم‌بود که کمیتهای تمام فازهارا بطورهمزمان باهم درحل مسئله بکاربرد. با ارائه روش مؤلفه های متقارن حل اینگونه مسائل ، بخصوص درسیستمهای متعادلی که تحت‌تأثیر نوعی‌ناتعادل نظیر اتصال کوتاههای خط با خط ـ یک خط بازمین ـ یا دوخط بازمین قرارگرفته‌اند ، بیک شکل سیستماتیک و کاملاً ساده‌ای درآمده است.

برای‌اینکه بهتربارزش روش مؤلفه های متقارن پی‌برده شود بی‌مناسبت نیست که نگاهی به‌سیرتکاملی آن‌انداخته‌شود. منشاء این روش درمطالعات اولیه موتورهای یک فاز بوسیله Lamme , Ferraris وسایرین درحدود سال ۱۸۹۰ دیده میشود. درقسمتی ازاین مطالعات نشان داده شده است میدانی را که در موتور یک فاز وجود دارد میتوان بدو میدان مغناطیسی دوار که درجهت مخالف‌هم میچرخند تجزیه نمود. کمی بعد شدت جریانهای نامتعادل ماشینهای سه فاز بدوسری مؤلفه تجزیه شدند که امروزه بعنوان مولفه های مستقیم[1] و معکوس[2] شناخته میشوند و آثارشان برحسب میدان‌های دوار درجهت‌مستقیم (مثبت) و معکوس (منفی) درماشین مورد مطالعه قرارگرفت. این مفهوم بوسیله E. F. W. Alexanderson درکارهائیکه برای‌مطالعه متعادل کننده فازها[3] انجام و درسال۱۹۱۳ بچاپ‌رسانده است ، هم‌چنین بوسیله L. G. Stokvis هنگام تعیین تغییرات ولتاژ ژنراتور برحسب شدت جریان فازها که درسال‌های ۱۹۱۲ و ۱۹۱۵ منتشر شده است ، بکار رفته است.

Stokvis مطالعاتش را ازنقطه‌نظر یک ماشین انجام داده است و بهمین جهت در تجزیه دستگاه بردارها[4] به‌مولفه‌هائی که آثار بخصوصی ایجاد میکنند به‌ماشین محدود بوده است و برای همین‌منظور مؤلفه های زیر را انتخاب کرده بود :

۱ ـ مؤلفه‌ای که میدان دوار درجهت مستقیم ایجاد میکند.

۲ ـ مؤلفه‌ای که میدان دوار در جهت معکوس ایجاد میکند

۳ ـ مؤلفه‌ای که میدان نوسانی ایجاد میکند

اونتوانست‌تشخیص دهدچیزی که لازم است مولفه جدیدی‌است(مؤلفه هموپولر[5]) که دریک‌ماشین

---

۱ ـ Positive sequence component ۲ ـ Negative sequence component

۳ ـ Phase ـ balancers

۴ ـ منظور از بردار دراین مقاله بردارهای الکتریکی هستند که برای نمایش کمیتهای الکتریکی در جریان متناوب بکار میروند.

۵ ـ Zero ـ Sequence component

متقارن نه میدان دوار و نه میدان نوسانی ایجاد میکند و روی این اصل مطالعات او فاقد یک عضو اساسی لازم برای تشکیل مؤلفه هائیکه در قسمتهای متقارن سیستم روی همدیگر تأثیری ندارند ، بود .

بالاخره C. L. Fortescue مسئله را از نقطه نظر متفاوتی مورد بررسی قرارداد و عمومیت این روش را برای تمام انواع سیستمهای چند فاز نشان داد . مفهوم کلی روش مؤلفه های متقارن بوسیله Dr. Fortescue و همکارانش R. E. Gilman و J. F. Peters و J. Slepian و چند نفر دیگر هنگام مطالعه مسائل مدارهای نامتعادل و آنالیز مشخصه های موتورهای یک فاز - موتورهای چند فاز با ولتاژهای نامتعادل - ومتعادل کننده فازها برای قطارهای برقی یک فاز تکامل و پرورش یافت . Dr. Fortescue هنگام مطالعه متعادل کننده فازها مشاهده کرد که اغلب روابط متقارن معین بین شدت جریان فازها و هم چنین بین ولتاژ فازها بدست میآید و همین امر او را بسمت حل کلی مسئله سیستمای نامتعادل کشاند و بالاخره تحقیقاتش منتهی به کشف اصول اساسی روش مؤلفه های متقارن شد که درسال ۱۹۱۸ بچاپ رساند . درآن مقاله او نشان داده است که مسائل سیستمهای نامتعادل را میتوان با تجزیه شدت جریانها و ولتاژها به روابط متقارن معینی حل کرد ، و ازهمه مهمتر هنگامیکه ثابتهای سیستم متقارن باشند مؤلفه های متقارن شدت جریانها روی همدیگر تأثیری ندارند و روی این اصل تأثیر متقابل مؤلفه ها روی همدیگر حذف شده و مسئله بطرز کاملاً ساده‌ای قابل حل میگردد .

دربسیاری ازجهات بکاربردن روش مؤلفه متقارن درمسائل جریان متناوب چند فازه نامتعادل معادل بکاربردن اعداد مختلط[1] درمسائل جریان متناوب یک فاز یا چند فازه متعادل میباشد . این روش تا حدودی مشابه تجزیه یک تابع متناوب به هارمونیک اصلی وهارمونیکهای بالاتر بوسیله سری Fourier است ، بااستفاده از روش مؤلفه های متقارن یک سیستم از شدت جریانهای نامتعادل را میتوان به چند سیستم متعادل که تعدادشان مساوی تعداد فازهای سیستم میباشد تجزیه نمود .

مؤلفه‌های متقارن

دراغلب مطالعات فیزیکی موفقیت تاحدود زیادی مرهون انتخاب مناسب مختصات است . درشبکه الکتریکی نیز که یک سیستم دینامیک است انتخاب مختصات مناسب کمک بزرگی است . مختصات هرسیستم کمیت هائی هستند که سیستم را بطور کامل مشخص مینمایند . روی این اصل سیستمی از سه بردار شدت جریان درصفحه که ازیک نقطه مشترك رسم میشوند هنگامی مشخص هستند که مقادیر و زاویه فازشان نسبت به یک امتداد ثابتی معلوم باشد . چنین سیستمی را میتوان دارای شش درجه آزادی نامید چون هربردار میتواند ازلحاظ مقدار و زاویه مستقل از سایر بردارها تغییر کند . معذالک اگر شرط مساوی صفربودن جمع

---

۱ - Complex numbers

برداری این بردارها را به‌سیستم تحمیل کنیم ملاحظه میشود که با معلوم بودن امتداد یکی‌از بردارها وفقط مقادیر سه‌بردار دوبردار دیگر نیز کاملاً مشخص میشوند بنابراین باتحمیل‌شرط بالا سیستم دو درجه‌آزادیش را از دست داده است. اگرشرط دیگری به‌سیستم تحمیل کنیم که زاویه بین بردارها نیز بطور مساوی‌تقسیم شده باشد دراین صورت سیستم فقط دو درجه آزادی خواهد داشت.

ازروی‌تعاریف‌بالا بسهولت‌دیده‌میشود که‌سیستمی‌متشکل‌از n بردار درصفحه‌دارای ۲n درجه‌آزادی است و سیستمی متشکل از n بردار که مقادیر و زاویه بین‌شان مساوی‌هم باشد فقط دارای دو درجه آزادی است. بنابراین بایستی امکان‌پذیر باشد که بایک تبدیل ساده سیستمی مرکب از n بردار دلخواه بوسیله n سیستم دیگرکه متقارن و دارای یک نقطه مشترك هستند تعریف گردد. n سیستم متقارنی که باین‌ترتیب بدست میآیند مؤلفه‌های متقارن سیستم مفروض بوده وکاملاً آنرا مشخص مینمایند.

چون معمولاً اغلب سیستمهای نیروی برق سیستم سه‌فازهستند روی این اصل ازاین پس فقط درمورد سیستمهای سه‌فازگفتگو خواهد شد. بدیهی است این روش بسهولت برای هرسیستم n فاز نیز قابل تعمیم و اجراست.

بنابراین با توجه بتوضیحات بالا نتیجه گرفته میشود که هرسیستم سه‌فاز نامتعادل قابل تجزیه به‌سه سیستم سه‌فاز متعادل است که مؤلفه‌های متقارن سیستم نامتعادل نامیده میشوند. در هرسیستم سه فاز فقط سه نوع سیستم متقارن امکان‌پذیر است :

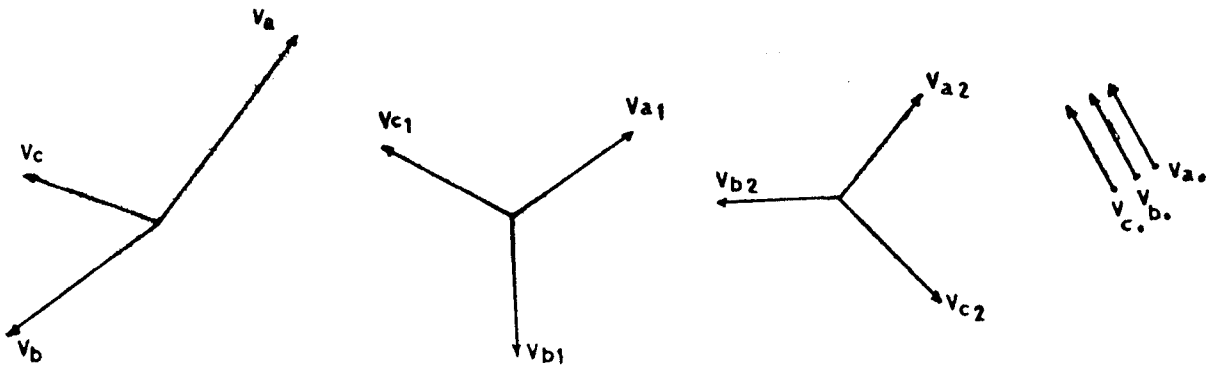
۱ - هنگامیکه زاویه بین بردارهای a , b , c (a , b , c فازهای سیستم را مشخص میکنند) مساوی ۱۲۰ درجه باشد وچون دراینحالت توالی بردارها بصورت abca درمیآید این سیستم مؤلفه‌مستقیم (باتوالی مثبت) نامیده شده وبا زیرنویس ۱ مشخص میگردد.

۲ - هنگامیکه زاویه بین بردارهای a , b , c مساوی ۲۴۰ درجه باشد و چون دراینحالت توالی بردارها بصورت acba درمیآید این سیستم مؤلفه معکوس (با توالی منفی) نامیده شده وبا زیرنویس ۲ مشخص میگردد.

۳ - هنگامیکه زاویه بین بردارهای a , b , c ۳۶۰ درجه (یا صفر درجه) باشد وچون دراینحالت بردارها روی‌هم منطبق هستند این سیستم مؤلفه هموپولر (با توالی صفر) نامیده شده و با زیرنویس o مشخص میگردد.

باتوجه به مطالب بالا درشکل (۱) مؤلفه‌های متقارن سیستم نامتعادل ولتاژهای V_a , V_b , V_c نشان داده شده‌اند.

چون هربردار مساوی جمع برداری مؤلفه‌هایش است بنابراین :



$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{ao}$$
$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{bo} \qquad (1)$$
$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{co}$$

اما چون هریک از مؤلفه های مستقیم و معکوس و هموپولر یک سیستم متعادل هستند با معلوم بودن یکی‌از بردارها درهریک از مؤلفه ها بقیه بردارهای مؤلفه بسهولت قابل تعیین‌شدن هستند. اگرفرض کنیم درسیستم های مزبور مؤلفه های V_a یعنی V_{a1} , V_{a2} , V_{ao} معلوم هستند و آنهارا بعنوان مبنا انتخاب کنیم دراین‌صورت :

$$V_{b1} = V_{a1}e^{-j120^\circ} = a^2V_{a1}$$
$$V_{c1} = V_{a1}e^{j120^\circ} = aV_{a1}$$
$$V_{b2} = V_{a2}e^{j120^\circ} = aV_{a2} \qquad (2)$$
$$V_{c2} = V_{a2}e^{-j120^\circ} = a^2V_{a2}$$
$$V_{bo} = V_{co} = V_{ao}$$

در روابط بالا e مبنای لگاریتم طبیعی و a عاملی است که اگر درهربردار ضرب شود آنرا باندازه ۱۲۰ درجه درجهت مخالف عقربه های ساعت میچرخاند :

$$a = e^{j120^\circ} = -0.5 + j0.866$$
$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -0.5 - j0.866 \qquad (3)$$
$$a^3 = e^{j360^\circ} = e^{j0} = 1$$
$$1 + a + a^2 = 0$$

با استفاده از روابط (۲) معادلات (۱) بصورت زیر درمیآیند :

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \qquad (4)$$

$$V_c = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0}$$

معمولاً چون هرعمل تبدیل بوسیله یک ماتریس [۱] قابل تعریف است بنابراین بهتر است معادلات (٤) را بصورت معادله ماتریسی نوشت :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{a0} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

در رابطه بالا :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

ماتریس تبدیل مؤلفه های متقارن نامیده میشود .

معادله (٥) محاسبه بردارهای اصلی V_a , V_b , V_c را برحسب مؤلفه های متقارنشان امکان‌پذیر مینماید . برای محاسبه مؤلفه های V_{a1} , V_{a2} , V_{a0} برحسب بردارهای اصلی V_a , V_b , V_c کافی‌است است معکوس ماتریس A را درطرفین معادله ضرب کنیم

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \qquad (7)$$

درمعادلات (٥) و (٧) بردارهای V_a , V_b , V_c ولتاژهای هرفاز بودند ولی اگر بمفهوم‌عمومی عمل تبدیل توجه کنیم ملاحظه میشود که نظیر همین تبدیل را میتوان درمورد ولتاژ بین فازها (ولتاژهای خط) نیز انجام داد .

$$\begin{bmatrix} V_{ab1} \\ V_{ab2} \\ V_{ab0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

---

۱ - Matrix

درمعادله بالا V_{ab1} ، V_{ab2} ، V_{ab0} مؤلفه های متقارن V_{ab} یعنی ولتاژ بین فاز a و فاز b هستند که بعنوان بردار مبنا انتخاب شده است. چون $V_{ab}+V_{bc}+V_{ca}=0$ است بنابراین از معادله (۸) دیده میشود که V_{ab0} همیشه مساوی صفر است.

چون بین ولتاژهای فاز و ولتاژهای خط همیشه رابطه‌ای وجود دارد بنابراین بایستی انتظار داشته باشیم که بین مؤلفه های متقارنشان نیز رابطه‌ای وجود داشته باشد. این رابطه بسهولت قابل تعیین است:

$$V_{ab1}=\frac{1}{3}(V_{ab}+aV_{bc}+a^2V_{ca})$$

$$=\frac{1}{3}[(V_a-V_b)+a(V_b-V_c)+a^2(V_c-V_a)]$$

$$=\frac{1}{3}[(V_a+aV_b+a^2V_c)-a^2(V_a+aV_b+a^2V_c)]$$

$$=(1-a^2)V_{a1}=\sqrt{3}\angle 30^\circ\, V_{a1} \qquad (9)$$

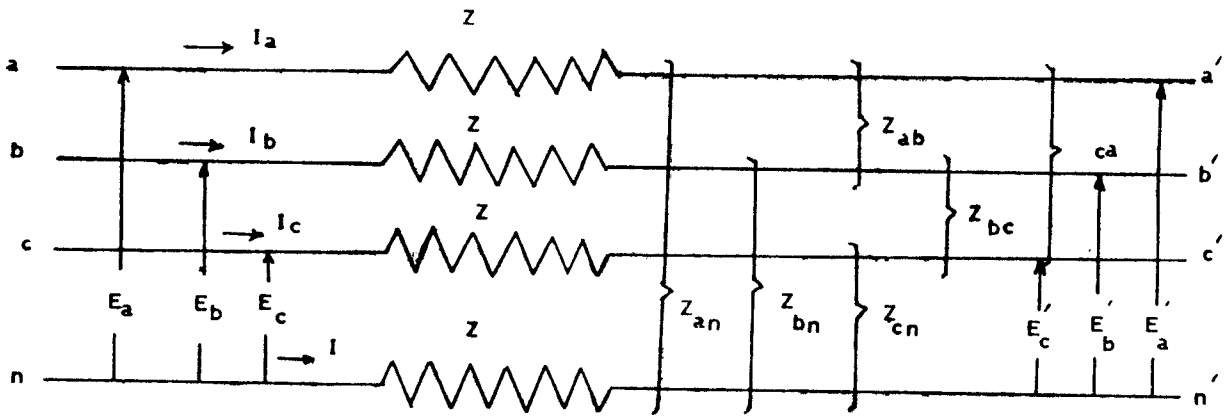
وبهمین ترتیب

$$V_{ab2}=(1-a)V_{a2}=\sqrt{3}\angle -30^\circ\, V_{a2} \qquad (10)$$

بدیهی است کلیه مطالبی که درمورد ولتاژهای نامتعادل گفته شده برای شدت جریانهای نامتعادل نیزصادق بوده و نظیر همین معادلات برای آنها نیز بکار برده خواهد شد.

جریان نامتعادل درمداری با امپدانسهای نامتعادل

برای آنالیز این موضوع مداری راکه درشکل (۲) نشان داده شده است مورد مطالعه قرارخواهیم داد. دراین شکل Z_{ab} ، Z_{bc} ، Z_{ca} ، Z_{an} ، Z_{bn} ، Z_{cn} امپدانسهای متقابل بین فازهای مربوطه میباشند.



(شکل ۲)

با بکاربردن قانون شدت جریان درحلقه ها میتوان معادلات مدار را نوشت. مثلاً برای فاز a :

$$E_a - E'_a = I_a(Z_{aa} - Z_{an}) + I_b(Z_{ab} - Z_{bn}) + I_c(Z_{ac} - Z_{cn}) + I_n(Z_{an} - Z_{nn}) \qquad (11)$$

اما چون مدار شکل (۲) یک سیستم چهار سیمه است :

$$I_a + I_b + I_c = -I_n$$

بنابراین I_n را در معادله (۱۱) میتوان حذف نمود :

$$E_a - E'a = I_a(Z_{aa} - Z_{an} - Z_{an} + Z_{nn}) + I_b(Z_{ab} + Z_{nn} - Z_{bn} - Z_{an}) + I_c(Z_{ac} + Z_{nn} - Z_{cn} - Z_{an})$$

معادلات فازهای b , c را نیز میتوان بهمین ترتیب بدست آورد بنابراین معادلات مدار بشکل زیر نوشته خواهند شد :

$$\begin{aligned}
E_a - E'_a &= I_a(Z_{aa} + Z_{nn} - 2Z_{an}) + I_b(Z_{ab} + Z_{nn} - Z_{an} - Z_{bn}) \\
&\quad + I_c(Z_{ac} + Z_{nn} - Z_{an} - Z_{cn}) \\
E_b - E'_b &= I_a(Z_{ab} + Z_{nn} - Z_{an} - Z_{bn}) + I_b(Z_{bb} + Z_{nn} - 2Z_{bn}) \\
&\quad + I_c(Z_{bc} + Z_{nn} - Z_{bn} - Z_{cn}) \qquad (12) \\
E_c - E'_c &= I_a(Z_{ac} + Z_{nn} - Z_{an} - Z_{cn}) + I_b(Z_{bc} + Z_{nn} - Z_{bn} - Z_{cn}) \\
&\quad + I_c(Z_{cc} + Z_{nn} - 2Z_{cn})
\end{aligned}$$

بخاطر مختصر نمودن عبارتهای طولانی امپدانس در معادلات (۱۲) امپدانسهای جدیدی بنام « امپدانس کامل فازها »[1] بعبارت زیر تعریف میشوند :

$$Z_{ijp} = Z_{ij} + Z_{nn} - Z_{in} - Z_{jn} \qquad i, j = a, b, c \qquad (13)$$

اکنون با درنظر گرفتن عبارت (۱۳) معادلات (۱۲) بصورت زیر خلاصه میشوند :

$$\begin{aligned}
E_a - E'_a &= V_a = Z_{aap}I_a + Z_{abp}I_b + Z_{acp}I_c \\
E_b - E'_b &= V_b = Z_{bap}I_a + Z_{bbp}I_b + Z_{bcp}I_c \qquad (14) \\
E_c - E'_c &= V_c = Z_{cap}I_a + Z_{cbp}I_b + Z_{ccp}I_c
\end{aligned}$$

معادله (۱۴) را میتوان با عبارتهای ماتریسی نشان داد :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aap} & Z_{abp} & Z_{acp} \\ Z_{bap} & Z_{bbp} & Z_{bcp} \\ Z_{cap} & Z_{cbp} & Z_{ccp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \qquad (15)$$

---

۱ - Complete phase impedances

برای تفسیر معادله (۱۵) لازم است مجدداً به‌شکل (۲) مراجعه کنیم. بطوریکه ملاحظه میشود درآن شکل فقط یک امپدانس متقابل[1] بین هردو خط داده شده است یعنی :

$$Z_{ij}=Z_{ji} \qquad \begin{matrix} i,j=a,b,c,n \\ i\neq j \end{matrix}$$

بدیهی است درتمام مدارهای فیزیکی غیرفعال[2] و ساکن که بطور مغناطیسی باهم ارتباط دارند بایستی این مطلب صحیح باشد چون درغیراینصورت اصل بقاء انرژی نقض خواهد گشت.

اکنون با توجه به‌توضیحات بالا و مطابق عبارت (۱۳) دیده میشود که :

$$Z_{ijp} = Z_{jip} \qquad \begin{matrix} i,j=a,b,c \\ i\neq j \end{matrix}$$

یعنی درمعادله (۱۵) ماتریس امپدانسها یک ماتریس متقارن است. البته این نتیجه گیری مهم بود ولی میبایستی از قبل هم انتظار آنرا داشته باشیم چون تا وقتیکه با ولتاژها و شدت جریانها و امپدانسهای واقعی سروکار داریم وهنگامیکه ماهیت مدار غیرفعال باشد همیشه ماتریسهای‌متقارن بدست خواهیم آورد و اصل بقاء انرژی مستلزم آنست که با جابجا کردن زیرنویس امپدانسهای متقابل ماتریس امپدانسها بدون تغییر باقی بماند.

ازطرف دیگر بخاطر تقارن ماتریس مزبور فقط لازم‌است شش امپدانس کامل از روی ۱۰ امپدانس مدار شکل (۲) بکمک عبارت (۱۳) محاسبه شوند. بنابراین بطورخلاصه راه‌حل مسئله بشرح زیر خواهد بود :

۱ ـ ابتدا لازم است ۱۰ امپدانس فیزیکی مدار حساب شوند.

۲ ـ با استفاده از ۱۰ امپدانس فوق‌الذکر شش امپدانش کامل حساب میشوند.

۳ ـ بکمک معادله (۱۵) اگر شدت جریانها معلوم باشند ولتاژها بدست میآیند یا برعکس اگر ولتاژها معلوم باشند پس از معکوس کردن ماتریس شدت جریانها تعیین خواهند شد.

حال لازم است تحقیق کنیم که استفاده از روش مؤلفه‌های متقارن مسئله را تا چه حد ساده‌تر خواهد کرد؟

معادله (۵) برحسب شدت جریانها بصورت‌زیر نوشته میشود :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ I_{a0} \end{bmatrix} \qquad (16)$$

---

۱ - Mutual impedance

۲ - Passive

با استفاده از معادلات (۷) و (۱۶) معادله (۱۵) برحسب مؤلفه‌های متقارن بشکل زیر قابل تبدیل است :

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{aap} & Z_{abp} & Z_{acp} \\ Z_{bap} & Z_{bbp} & Z_{bcp} \\ Z_{cap} & Z_{cbp} & Z_{ccp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ I_{a0} \end{bmatrix} \qquad (17)$$

یا پس از انجام ضربهای لازم :

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{aap}+Z_{bbp}+Z_{ccp}-Z_{abp}-Z_{acp}-Z_{bcp} & Z_{aap}+a^2Z_{bbp}+aZ_{ccp}+2(aZ_{abp}+a^2Z_{acp}+Z_{bcp}) & Z_{aap}+aZ_{bbp}+a^2Z_{ccp}-a^2Z_{abp}-aZ_{acp}-Z_{bcp} \\ Z_{aap}+aZ_{bbp}+a^2Z_{ccp}+2(a^2Z_{abp}+aZ_{acp}+Z_{bcp}) & Z_{aap}+Z_{bbp}+Z_{ccp}-Z_{abp}-Z_{acp}-Z_{bcp} & Z_{aap}+a^2Z_{bbp}+aZ_{ccp}-aZ_{abp}-a^2Z_{acp}-Z_{bcp} \\ Z_{aap}+a^2Z_{bbp}+aZ_{ccp}-aZ_{abp}-a^2Z_{acp}-Z_{bcp} & Z_{aap}+aZ_{bbp}+a^2Z_{ccp}-a^2Z_{abp}-aZ_{acp}-Z_{bcp} & Z_{aap}+Z_{bbp}+Z_{ccp}+2(Z_{abp}+Z_{acp}+Z_{bcp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ I_{a0} \end{bmatrix} \qquad (18)$$

توجه : در هر یک از سه مستطیل زیر سه سطر که اجباراً زیر هم نوشته شده است ، باید در یک ردیف قرار گیرد. که معرف سه ستون ماتریس میباشد.

از معادله (۱۸) ملاحظه میشود که تقارن ماتریس امپدانسها را از دست داده‌ایم. اگر معادله مزبور را بصورت مختصر زیر بنویسیم :

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \\ V_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{10} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{20} \\ Z_{01} & Z_{02} & Z_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \\ I_{a0} \end{bmatrix}$$

چون $Z_{12} \neq Z_{21}$ و $Z_{01} \neq Z_{10}$ و $Z_{02} \neq Z_{20}$ هستند بنابراین دراینحالت نمیتوان برای آن یک مدار معادل

رسم کرد زیرا حملات ماتریسی فوق نسبت به‌قطر متقارن نیستند (درصورتیکه قبل از تبدیل بخاطر تقارن ماتریس امپدانسها رسم مدار معادل امکان داشت) .

بنابراین بوضوح دیده میشود که روش مؤلفه‌های متقارن درمورد این مسئله کاری انجام نداده‌است .

مرحله‌های حل مسئله دراینحالت عبارتند از :

۱ ـ ابتدا ۰ ۱ امپدانس اصلی (فیزیکی) تعیین میشوند .

۲ ـ از روی امپدانسهای فوق‌الذکر شش امپدانس کامل تعیین میشوند .

۳ ـ از روی شش امپدانس کامل فوق‌الذکر ۱ ۲ مؤلفه امپدانس تعیین میشوند (اگر رابطه بین مؤلفه‌های امپدانس برحسب ۰ ۱ امپدانس اصلی معلوم باشد مرحله دوم را میتوان حذف نمود) .

٤ ـ مؤلفه‌های ولتاژ یا مؤلفه‌های شدت جریان تعیین میشوند (برحسب اینکه ولتاژها یا شدت جریانها معلوم هستند) .

٥ ـ با استفاده از معادله (۱ ۹) مؤلفه‌های شدت جریان یا ولتاژ تعیین میشوند (مستقیماً یا پس‌از معکوس کردن ماتریس امپدانسها) .

٦ ـ از روی مؤلفه‌ها شدت جریانها یا ولتاژهای واقعی (فیزیکی) تعیین میشوند . بنابراین اگر بخواهیم روش مؤلفه‌های را بکار ببریم مرحله‌های حل مسئله را دوبرابر و مقدار کار لازم را احتمالاً سه برابر (یا حتی بیشتر) کرده‌ایم .

رابطه بین مؤلفه‌های امپدانس برحسب امپدانسهای فیزیکی عبارتند از :

$$
\begin{aligned}
Z_{11} &= Z_{aa}+Z_{bb}+Z_{cc}-(Z_{ab}+Z_{bc}+Z_{ca}) \\
Z_{12} &= Z_{aa}+a^2Z_{bb}+aZ_{cc}+2(Z_{bc}+aZ_{ab}+a^2Z_{ca}) \\
Z_{10} &= Z_{aa}+aZ_{bb}+a^2Z_{cc}-(a^2Z_{ab}+Z_{bc}+aZ_{ca})-3(Z_{an}+aZ_{bn}+a^2Z_{cn}) \\
Z_{21} &= Z_{aa}+aZ_{bb}+a^2Z_{cc}+2(a^2Z_{ab}+Z_{bc}+aZ_{ca}) \qquad (20) \\
Z_{22} &= Z_{11} \\
Z_{20} &= Z_{aa}+a^2Z_{bb}+aZ_{cc}-(aZ_{ab}+Z_{bc}+a^2Z_{ca})-3(Z_{an}+a^2Z_{bn}+aZ_{cn}) \\
Z_{01} &= Z_{aa}+a^2Z_{bb}+aZ_{cc}-(aZ_{ab}+Z_{bc}+a^2Z_{ca})-3(Z_{an}+a^2Z_{bn}+aZ_{cn}) \\
Z_{02} &= Z_{aa}+aZ_{bb}+a^2Z_{cc}-(a^2Z_{ab}+Z_{bc}+aZ_{ca})-3(Z_{an}+aZ_{bn}+a^2Z_{cn}) \\
Z_{00} &= Z_{aa}+Z_{bb}+Z_{cc}+9Z_{nn}+2(Z_{ab}+Z_{bc}+Z_{ca})-6(Z_{an}+Z_{bn}+Z_{cn})
\end{aligned}
$$

قبل‌ازاینکه ازاین روش صرفنظر کنیم و فقط آنرا ازنقطه‌نظر علمی جالب بدانیم بی‌مناسبت نیست چندحالت خاص را نیز بررسی کنیم .

تاکنون بمسئله با یک‌نظر کاملاً کلی نگاه میکردیم اما حالا میخواهیم مسئله را دریک حالت

کاملاً غیرکلی ولی عمومی‌تر یعنی هنگامیکه سیستم (شبکه) متعادل است مطالعه کنیم. دراینصورت :

$$Z_{an}=Z_{bn}=Z_{cn}$$
$$Z_{ab}=Z_{bc}=Z_{ca} \qquad (۲۱)$$
$$Z_{aa}=Z_{bb}=Z_{cc}$$

یعنی حالتیکه سیمهای خط یک اندازه هستند و ضمناً جابجائی سیمهای خط بطورکامل[1] صورت گرفته باشد. دراینحالت :

$$Z_{aap}=Z_{bbp}=Z_{ccp}=Z_{aa}+Z_{nn}-۲Z_{an}$$
$$Z_{abp}=Z_{bcp}=Z_{cap}=Z_{ab}+Z_{nn}-۲Z_{an} \qquad (۲۲)$$

معادلات اصلی تا حدی ساده‌تر میشوند ولی حجم کار برای معکوس کردن ماتریس (یا حل چند معادله چند مجهولی) تقریباً بهمان اندازه سابق باقی مانده است .

اما دراینحالت سادگی ماتریس مولفه‌های امپدانس فوق‌العاده است چون دراین شرایط جملات ماتریس عبارتند از :

$$Z_{۱۱}=Z_{۲۲}=۳(Z_{aa}-Z_{ab})$$
$$Z_{oo}=۳Z_{aa}+۹Z_{nn}+۶Z_{ab}-۱۸Z_{an} \qquad (۲۳)$$
$$Z_{۱۲}=Z_{۱o}=Z_{۲۱}=Z_{۲o}=Z_{o۱}=Z_{o۲}=o$$

یعنی تمام جملات غیرقطر مساوی صفر هستند و معادله (۱۹) بشکل زیر درمیآید :

$$V_{a۱}=(Z_{aa}-Z_{ab})I_{a۱}$$
$$V_{a۲}=(Z_{aa}-Z_{ab})I_{a۲} \qquad (۲۴)$$
$$V_{ao}=(Z_{aa}+۳Z_{nn}+۲Z_{ab}-۶Z_{an})I_{ao}$$

بدیهی است که معادلات (۲۴) ازنظر حل شدن خیلی ساده هستند چون سه معادله مستقل ازهم میباشند بنابراین با استفاده از روش مؤلفه‌های متقارن یک شبکه که بین عناصرش ارتباط متقابل[2] بوده‌است به‌سه شبکه که هیچ ارتباطی باهم ندارند تبدیل شده است.

حال میخواهیم حالتی راکه کمی پیچیده‌تر ازحالت قبل‌است بررسی کنیم. فرض میکنیم که سیستم نسبت به‌فاز a متقارن باشد. این‌امر مستلزم آنستکه :

---

۱ - Perfectly transposed line ۲ - Mutual Coupling

$$Z_{ab}=Z_{ac}$$
$$Z_{bn}=Z_{cn} \qquad (۲۵)$$
$$Z_{bb}=Z_{cc}$$

شرایط بالا عبارتست ازحالت خطی که سیمهایش جابجا نشده باشند [۱] و ضمناً سیمهای فاز b , c یک اندازه بوده و در ارتفاع مساوی از زمین قرارداشته و فاصله‌شان نیز تا سیم فاز a یکسان باشد. دراین شرایط :

$$\begin{aligned} Z_{aap}&=Z_{aa}+Z_{nn}-۲Z_{an}\\ Z_{bbp}&=Z_{ccp}=Z_{bb}+Z_{nn}-۲Z_{bn}\\ Z_{bcp}&=Z_{bc}+Z_{nn}-۲Z_{bn}\\ Z_{abp}&=Z_{acp}=Z_{ab}+Z_{nn}-Z_{an}-Z_{bn} \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

و بعلاوه :

$$\begin{aligned} Z_{۱۱}&=Z_{۲۲}=Z_{aa}+۲Z_{bb}-۲Z_{ab}-Z_{bc}\\ Z_{۱۲}&=Z_{۲۱}=Z_{aa}-Z_{bb}+۲(Z_{bc}-Z_{ab})\\ Z_{۱۰}&=Z_{۰۱}=Z_{aa}-Z_{bb}-(Z_{bc}-Z_{ab})-۳(Z_{an}-Z_{bn})\\ &=Z_{۲۰}=Z_{۰۲}\\ Z_{oo}&=Z_{aa}+۲Z_{bb}+۹Z_{nn}+۲(Z_{bc}+۲Z_{ab})-۶(Z_{an}+۲Z_{bn}) \end{aligned} \qquad (۲۷)$$

دراین حالت جملات متناظر غیرقطر مساوی‌هم هستند یعنی ماتریس مؤلفه امپدانسها متقارن است و میتوان برای آن مدار معادل رسم کرد ولی چون‌جملات غیرقطر صفر نیستند بین مؤلفه‌ها تأثیر متقابل‌وجود خواهد داشت و بنظر میرسد که از بکاربردن روش‌مؤلفه‌های متقارن بهره‌ای نگرفته‌ایم ، فقط سیستمی‌باهمان پیچیدگی سابق باضافه صرف مقداری وقت و کار برای نجام عملیات تبدیل بدست آورده‌ایم.

اما تاکنون بی‌جهت درمورد روش‌مؤلفه‌های متقارن سخت گیربوده‌ایم چون‌معمولاً در موردمسائل ساده راه‌حلهای پرقدرت‌تر همیشه پیچیده‌تر از روشهای مرسوم‌جلوه میکنند، بنابراین معیار خوبی برای‌سنجیدن نیستند. برای مسائل خیلی پیچیده‌تر روش مؤلفه‌هان متقارن امکان میدهد که مسئله بصورت جزء به‌جزء [۲] حل شود درصورتیکه روش ماتریس امپدانسها (یا معادلات چند مجهولی) مستلزم آنستکه مسئله در یک وهله حل گردد و معمولاً راه‌حل جزءبه‌جزء خیلی آسان‌تر از معکوس نمودن یک‌ماتریس مرتبه بالامیباشد. البته بایستی توجه شود که برای‌حالت کلی عدم تعادل هیچیک از روشها خوب نیستند و حجم کارهردوشان دریک حدود است وحتی شاید روش مؤلفه‌های متقارن کمی بیشتر کازلازم داشته باشد.

---

۱ - Untransposed line

۲ - Step by step

پس ازاین تفاسیر میتوانیم آخرین حالت را نیز درنظر بگیریم. فرض میکنیم که سیستم در شرایط عادی کار کند یعنی به‌سیستم ولتاژهای مستقیم وارد میشود، دراین‌صورت مؤلفه مستقیم شدت جریان خیلی بزرگتر از مؤلفه‌های معکوس وهموپولر میباشد، وضمناً اگر درسیستم ناتعادلی وجود دارد مقدار آن کوچک است. البته این فرض معمولاً درست است (بجز درشرایط کار خیلی بد نظیر اتصال کوتاهها) و ضمناً امپدانسهای سیستم نیز معمولاً متعادل هستند مگرآنکه عمداً آنها را نامتعادل کرده باشیم. بنابراین دراین حالت میتوانیم بگوئیم که:

$$I_{a2} \ll I_{a1}$$
$$I_{ao} \ll I_{a1}$$

اگر به‌جملات ماتریس مؤلفه‌های امپدانس نگاه کنیم (روابط ۲۰) می‌بینیم که تمام جملات غیرقطر مقدارشان کوچک است چون اگر برطبق فرضی درمورد سیستم کرده‌ایم Z_{aa} و Z_{bb} , Z_{cc} تقریباً مساوی‌هم باشند بخاطر وجود رابطه $1+a+a^2=0$ تمام جملات نظیر $Z_{aa}+a^2Z_{bb}+aZ_{cc}$ تقریباً مساوی صفر خواهند بود. حال‌اگر به‌معادله(۱۹) توجه کنیم و ازتمام جملاتی که ازحاصلضرب دومقدارکوچک بدست آمده‌اند صرفنظرکنیم نتیجه خواهیم گرفت:

$$V_{a1}=Z_{11}I_{a1}$$
$$V_{a2}=Z_{21}I_{a1}+Z_{22}I_{a2} \qquad (28)$$
$$V_{ao}=Z_{o1}I_{a1}+Z_{oo}I_{ao}$$

باین‌ترتیب راه حل تقریبی ساده‌ای برای مسئله پیدا کرده‌ایم که معمولاً تقریبش‌هم بسیار خوب است درصورتیکه اگر محاسبات را براساس روشهای مرسوم انجام دهیم هیچ راه ساده‌ای برای بدست‌آوردن تقریب نزدیک بواقعیت پیدا نخواهیم کرد.

امپدانسها و مدارهای مربوط به‌مؤلفه‌ها [1]

در هرقسمت ازیک مدار افت ولتاژی که دراثر هریک از مؤلفه‌های شدت جریان ایجاد میشود به‌امپدانس آن قسمت مدار درمقابل آن مؤلفه بستگی دارد. این امپدانس ممکن است از مؤلفه‌ای به‌مؤلفه دیگر مقدارش فرق کند.

امپدانس مدار هنگامیکه فقط مؤلفه مستقیم شدت جریان درمدار جاریست امپدانس درمقابل مؤلفه مستقیم جریان نامیده میشود. بهمین‌ترتیب وقتیکه فقط مؤلفه معکوس شدت جریان وجود داشته باشد

---

۱ - Sequence impedances and sequence networks

امپدانس مدار در مقابل مؤلفه معکوس جریان نامیده میشود و اگر فقط مؤلفه هموپولر جریان وجود داشته امپدانس در مقابل مؤلفه های مختلف شدت جریان با اسامی مختصر شده امپدانس مسیقیم [1] ـ امپدانس معکوس [2] ـ و امپدانس هموپولر [3] نامیده میشوند.

برای آنالیز و محاسبه هراتصال کوتاه نامتقارن دریک سیستم متعادل لازم است مؤلفه های متقارن شدت جریانهای نامتعادلی که در سیستم جاری هستند تعیین شوند. چون درهرسیستم متعادل هریک از مؤلفه های شدت جریان هستند بنابراین میتوان تصور کرد که هریک از مؤلفه های شدت جریان دریک مدار مستقلی که فقط از امپدانسهای درمقابل آن مؤلفه تشکیل یافته جریان دارند. مدارمعادل یک فازهای را که از امپدانسهای درمقابل هریک از مؤلفه ها تشکیل شده است مدار مربوط به‌آن مؤلفه مینامند. این مدارها شامل نیروهای محرکه الکتریکی از جنس همان مؤلفه ها نیز هستند.

برای نمایش انواع مختلف اتصال کوتاههای نامتعادل مدارهای مربوط به‌مؤلفه ها، که شدت جریانهای I_{a1} ، I_{a2} ، I_{ao} درآنها جاری هستند، لازم است بطرز خاصی بهم‌وصل شوند. بنابراین برای محاسبه اتصال کوتاهها با روش مؤلفه های متقارن بایستی بتوانیم مؤلفه های امپدانس عناصر مختلف مدار را تعیین نموده و مدارهای مربوط بهرمؤلفه را تشکیل دهیم سپس با دانستن نوع اتصالی این مدارها را بشکل مناسب بهم وصل نموده و محاسبات را انجام دهیم.

۱ ـ مؤلفه‌های امپدانس عناصر مختلف سیستم.

تعیین مؤلفه های امپدانس عناصر مختلف سیستم مانند آلترناتور ـ موتور ـ ترانسفورماتور و اتو ـ ترانسفورماتور و خطوط انتقال نیرو ازطریق محاسبه یا اندازه گیری هریک خود احتیاج بنوشتن یک مقاله دارد، بهمین‌جهت دراین قسمت فقط توضیح مختصری راجع به‌این مطلب داده میشود.

قبل‌از هرچیز لازم‌است گفته شود که امپدانسهای مستقیم ومعکوس مدارهای متقارن و ساکن‌باهم مساوی هستند چون تا هنگامیکه ولتاژهای وارده متعادل هستند امپدانس اینگونه مدارها مستقل ازترتیب توالی فازها میباشد بنابراین در ترانسفورماتورها و خطوط انتقال نیرو امپدانسهای مستقیم و معکوس برابر هستند.

برای‌ماشینهای چرخان معمولاً درمقابل هریک از سه مؤلفه جریان امپدانس مختلفی وجود دارد. نیروی محرکه مغناطیسی که بوسیله مؤلفه معکوس جریان استاتور ایجاد میشود درجهت مخالف چرخش رتور میچرخد روی این اصل برخلاف شار مغناطیسی ایجاد شده توسط مؤلفه مستقیم جریان استاتورکه‌نسبت به‌رتور ساکن است، شار مغناطیسی‌ایکه توسط مؤلفه معکوس جریان استاتور ایجاد میشود سریعاً سطح رتور

---

۱ - Positive - sequence impedance ۲ - Negative - sequence impedance

۳ - Zero - sequence impedance

را قطع میکند وشدت جریانهائی که بوسیله این شار مغناطیسی در سیم پیچی های تحریک کننده و مستهلک کننده روی رتور القاء شده‌اند مانع از نفوذ شار مغناطیسی بداخل رتور میشوند . این شرایط شبیه حالت تغییرات سریع شار مغناطیسی بلافاصله پس از اتصال کوتاه شدن برنهای ماشین میباشد بهمین جهت مسیرشار مغناطیسی همانست که برای تعیین رآکتانس فوق گذرا [۱] بکار میرود . از طرف دیگر چون هنگام عبور از تمامی سطح رتور وضعیت نیروی محرکه مغناطیسی ناشی از جریان معکوس نسبت به‌محورهای طولی وعرضی رتور دائماً در تغییر است معمولاً رآکتانس معکوس مساوی معدل رآکتانسهای طولی و عرضی فوق گذرا درنظر گرفته میشود .

اگر فقط جریان هموپولر درسیم پیچی استاتور یک ماشین سه‌فاز جاری باشد دراینصورت شدت جریان ونیروی محرکه مغناطیسی هرسه فاز همزمان باهم بماکزیمم میرسند . سیم پیچی های سه‌فاز طوری روی محیط استاتور توزیع شده‌اند که محل ماکزیمم نیروی محرکه مغناطیسی هرفاز ۱۲۰ درجه الکتریکی با محل ماکزیمم نیروی محرکه مغناطیسی فاز دیگر فاصله دارد بنابراین اگرنیروی محرکه مغناطیسی‌ای که بوسیله جریان هرفاز بوجود میآید کاملاً توزیع سینوسی داشته باشد نیروی‌محوکه مغناطیسی کل درهر نقطه مساوی صفرخواهدبود . روی این اصل چون هیچ شار مغناطیسی‌ای درفاصله هوائی بوجودنمیآید رآکتانس هرفازتنها ناشی‌از شارهای پراکندگی و اتصالات کناری سیم‌پیچی خواهد بود . معذالک چون در ماشینهای واقعی توزیع‌سیم‌پیچی طوریست که نیروی محرکه مغناطیسی کاملاً سینوسی‌ایجاد نمیکند بهمین جهت شارمغناطیسی کوچکی از جمع نیروهای محرکه مغناطیسی سه‌فاز حاصل میشود که رآکتانس هموپولر را قدری بیشتر از حالت ایده‌آل مینماید .

در مورد خطوط انتقال نیرو امپدانسهای مستقیم و معکوس مساوی‌هم هستند و آنهارا میتوان با استفاده از روابطی که برای محاسبه اندوکتانس و کاپاسیتانس خط وجود دارد حساب نمود . هنگامیکه ازخط فقط جریان هموپولر میگذرد چون شدت جریانهای هر سه فاز باهم مساوی و هم‌فاز هستند جریان برگشت ناگزیر ازطریق زمین یا سیمهای محافظ [۲] ویا هم‌زمین و هم‌سیمهای محافظ خواهد بود . بهمین‌جهت میدان مغناطیسی ناشی‌از جریان هموپولر با میدانهای ناشی‌از جریانهای مستقیم یا معکوس خیلی تفاوت دارد واین باعث میشود که رآکتانس هموپولر خط انتقال ۲ تا ۳٫۵ برابر رآکتانس مستقیم آن بشود .

ترانسفورماتورهای سیستم ممکن است ترانسفورماتورهای سه‌فاز ستونی یا زره‌پوش باشند یا اینکه از ترکیب سه‌ترانسفورماتور یک فاز درست شده باشند . معمولاً تمام تأسیسات مدرن بخاطر قیمت اولیه کمتر و نیاز به‌فضای کمتر وضریب بهره بزرگتر ، از واحدهای سه‌فاز استفاده میکنند . باوجودیکه امپدانس هموپولر واحدهای سه‌فاز ممکن است قدری با امپدانسهای مستقیم و معکوس تفاوت داشته باشد معمول است که

---

۱ - Subtransient reactance

۲ - Ovehead ground wires

بدون توجه بنوع ترانسفورماتور تمام امپدانسها مساوی هم درنظر گرفته شوند و بخاطر سادگی محاسبات از جریان مغناطیس کننده نیز صرفنظر میگردد.

۲ ـ مدارهای معادل مربوط به‌مؤلفه‌ها.

هدف ازتعیین مؤلفه‌های امپدانس عناصرمختلف سیستم‌آنستکه بتوانیم مدارهای مربوط به‌مؤلفه‌ها را برای کل سیستم بسازیم. همانطوریکه قبلاً گفته شده مدار مربوط به‌هرمؤلفه تمام مسیرهای آن مؤلفه جریان را در سیستم نشان میدهد.

مدار مربوط به‌مؤلفه مستقیم درست شبیه نمایش سیستم درحالت کار عادی میباشد. ژنراتور و موتورهای سنکرون طوری ساخته میشوند که ولتاژهای متعادل ایجاد کنند روی این اصل نیروهای محرکه الکتریکی‌شان ازجنس‌مؤلفه مستقیم‌است. مدار مربوط به‌مؤلفه معکوس بسادگی از روی مدار مربوط به‌مولفه مستقیم ساخته خواهدشد. چون درقسمتهای متقارن و ساکن سیستم مؤلفه‌های مستقیم و معکوس امپدانسها مساوی‌هم میباشند بنابراین برای تبدیل مدار مربوط به‌مؤلفه معکوس کافی است که مقدار امپدانسهای ماشینهای چرخان‌را تغییرداده و نیروهای محرکه الکتریکی نیز حذف شوند.

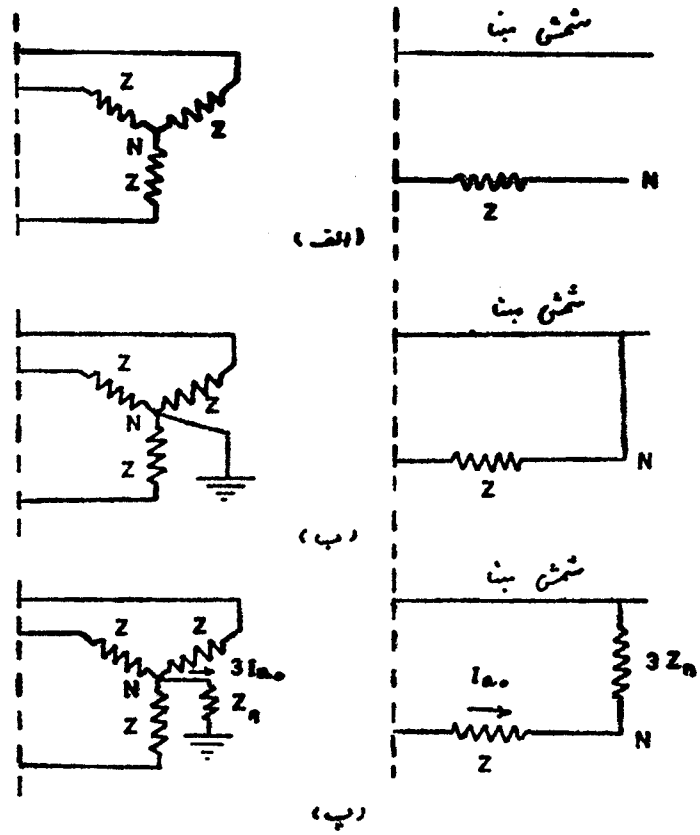
نظربااینکه تمام نقاط خنثی دریک سیستم سه‌فاز متعادل، وقتیکه جریان سه‌فاز متعادل درسیستم جاریست، هم‌پتانسیل هستند بنابراین برای جریان مستقیم ومعکوس نیز تمام نقاط خنثی بایستی‌هم‌پتانسیل باشند و میتوان آنرا بعنوان پتانسیل مبنا برای ولتاژهای مستقیم و معکوس یا بعنوان شمش مبنا[۱] برای مدارهای مربوط به‌مؤلفه‌های مستقیم و معکوس انتخاب کرد. امپدانسی که بین نقطه خنثی‌هرماشین وزمین وصل شده درهیچیک از مدارهای مربوط بمؤلفه مستقیم یا معکوس وارد نمیشود چون نه جریان مستقیم ونه جریان معکوس ازآن عبور میکند.

اما هنگامیکه جریان هموپولر درنظرگرفته شود بخاطر اینکه از فازهای سیستم جریانهای هم‌فاز میگذرد درست مانند آنستکه سیستم سه‌فاز بصورت یک فاز کار میکند و روی همین‌اصل جریان هموپولر فقط موقعی درسیستم‌وجود خواهد داشت که برای‌آن مسیر برگشت وجود داشته باشد. مبنای ولتاژهای هموپولر پتانسیل زمین درنقطه‌ای از سیستم که سایر ولتاژها را مشخص میکند خواهد بود وچون جریانهای هموپولر از زمین‌نیز میتوانند بگذرند بنابراین شمش‌مبنای‌مدار مربوط به‌مؤلفه هموپولر مشخص کننده زمین باپتانسیل یکنواخت نیست. چون امپدانس زمین و سیمهای محافظ در امپدانس هموپولر خطوط انتقال نیروگنجانیده شده‌اند بهمین جهت مدار برگشت درشبکه مربوط به‌مؤلفه هموپولر سیمی بامپدانس صفرکه شمش مبنای سیستم است خواهد بود. ضمناً بواسطه گنجانیده بودن امپدانس زمین در امپدانس هموپولر ولتاژهائی که نسبت به‌شمش مبنای مدار مربوط به‌مؤلفه هموپولر سنجیده میشوند ولتاژهای صحیح نسبت بزمین را نشان خواهند داد.

---

۱ - Reference bus

اگر اتصال سه فاز بصورت ستاره بدون اتصال نقطه خنثی بزمین یا نقطه خنثی مدار دیگری باشد جمع جریانهائیکه بسمت نقطه‌خنثی جاری هستند مساوی صفر خواهد بود وچون جریانهای سه فازی که مجموعشان مساوی صفر است مؤلفه هموپولر ندارند بنابراین مانندآنستکه امپدانس درمقابل جریان هموپولر بعداز نقطه خنثی مساوی بنهایت است ، درحقیقت این امر نشان میدهد که مدار مربوط به‌مؤلفه هموپولربین نقطه خنثی اتصال ستاره و شمش مبنا مطابق شکل (۳ الف) قطع است.



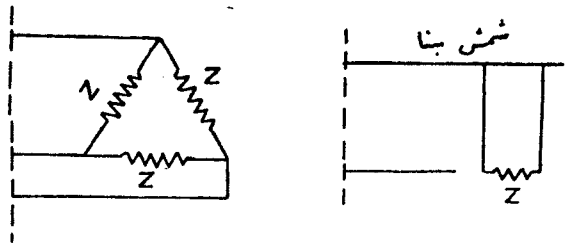
(شکل ۳)

اگر نقطه خنثی اتصال ستاره زمین شده باشد دراینحالت نقطه خنثی و شمش مبنا مطابق شکل (۳ ب) بهم‌وصل میشوند.

اگر نقطه خنثی اتصال ستاره ازطریق امپدانس Z_n بزمین وصل شده باشد دراینصورت مطابق شکل (۳ پ) درمدار مربوط به‌مؤلفه هموپولر بین‌نقطه خنثی وشمش مبنا امپدانس $3Z_n$ بابستی قرار گیرد، زیرا افت ولتاژیکه از عبورجریان I_{ao} در $3Z_n$ بوجود میآیددرست مساوی‌آنستکه جریان $3I_{ao}$ از Z_n بگذرد.

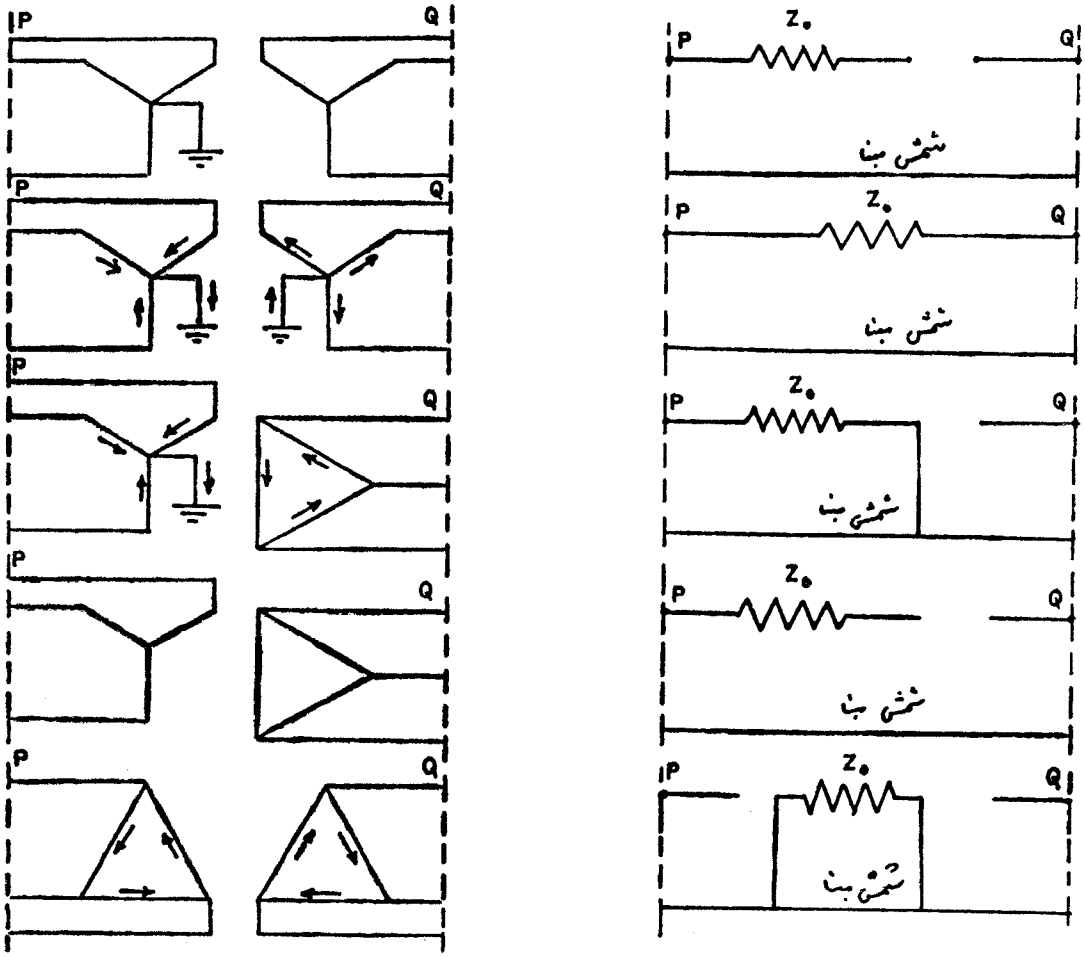
چون مدار با اتصال مثلث‌نمیتواند برای‌جریان‌هموپولر مسیر برگشت ارائه نماید بنابراین درمقابل آن امپدانس بینهایت نشان میدهد ، بعبارت دیگر مدار مربوط به‌مؤلفه هموپولر برای حالت اتصال مثلث

باز است. جریانهای هموپولر میتوانند در داخل مدار مثلث گردش کنند چون دراینحالت یک مدار بسته برای گردش جریانهای یک فاز وجود دارد. درشکل (٤) یک مدار مثلث و مدار مربوط بمؤلفه هموپولرش نشان داده شده است.



(شکل ۴)

مدارمعادل مربوط به‌مؤلفه هموپولر ترانسفورماتورهای‌سه‌فاز نیز احتیاج به‌توجه‌دارد چون‌اتصالات مختلف سیم‌پیچی‌های اولیه و ثانویه برحسب ستاره و مثلث موجب تغییر مدار معادل میشود. درشکل (٥) مدارمعادل مربوط به‌مؤلفه هموپولر برای اتصالات مختلف ترانسفورماتورها نشان داده شده است.

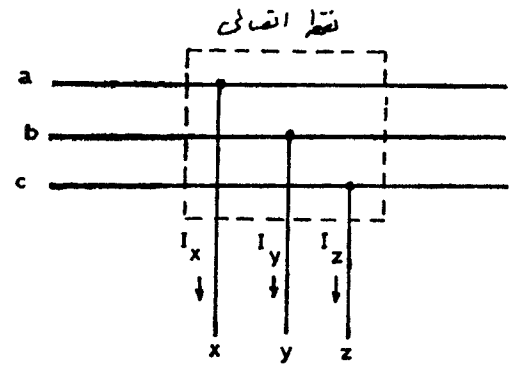


(شکل ٥)

۳ ـ اتصال مدارهای مربوط بمؤلفه‌ها بهمدیگر درحالت اتصال کوتاههای مختلف .

میدانیم که درهرسیستم متقارن مدارهای مربوط به‌مؤلفه ها مستقل ازهم بوده وهیچ ارتباطی بهمدیگر ندارند ولی اگر دریکی از نقاط سیستم اتصال کوتاه نامتقارنی رخ دهد دراین نقطه لازم است مدارها طبق قانون خاصی بهم‌وصل شوند. طرز اتصال این مدارها بهمدیگر از روی نوع اتصال کوتاه تعیین میشود.

برای تعیین شرایطی که در نقطه اتصالی بوجود میآیند سه سیم فرضی x , y , z مطابق شکل(۶)



(شکل ۶)

از فازهای سیستم درنقطه اتصالی منشعب میکنیم. با اتصال این سیمها بهمدیگر یا بزمین میتوانیم اتصال کوتاههای مختلف‌را مشخص‌نموده و از روی شرایطی که در وضعیتهای مختلف بدست‌خواهد آمد مؤلفه های ولتاژ و جریان در نقطه اتصالی را بدست خواهیم آورد. ولتاژهای نقاط x , y , z نسبت بزمین عبارتند از V_x , V_y , V_z .

اتصال کوتاه یک فاز بزمین ـ فرض میکنیم که فاز a بزمین اتصالی پیدا کرده باشد دراینصورت شرایط زیر بدست خواهند آمد.

$$\begin{aligned} V_x &= 0 \\ I_y &= 0 \\ I_z &= 0 \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

با استفاده از معادلات اصلی مؤلفه های متقارن مؤلفه های شدت جریان در نقطه اتصالی عبارتند از :

$$\begin{bmatrix} I_{x1} \\ I_{x2} \\ I_{x0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} I_x \\ I_x \\ I_x \end{bmatrix}$$

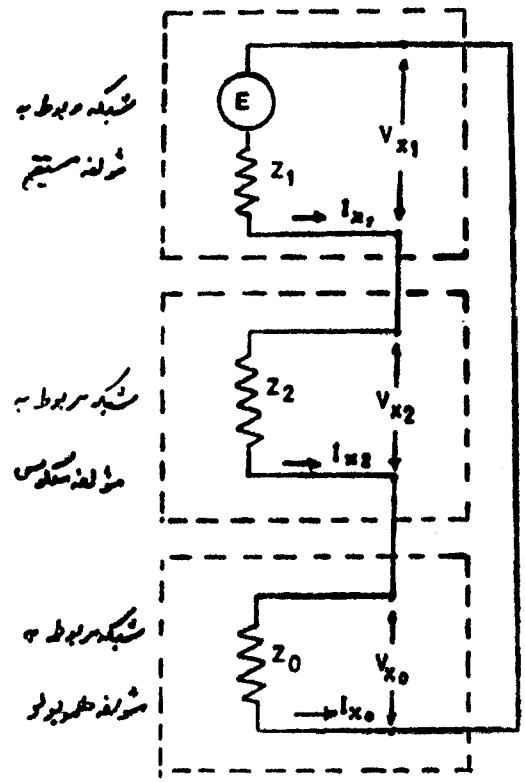
یا اینکه :

$$I_{x1}=I_{x2}=I_{x0}=\frac{1}{3}I_x \qquad (30)$$

ضمناً

$$V_x=V_{x1}+V_{x2}+V_{x0}=0 \qquad (31)$$

معادلات (۳۰) و (۳۱) نشان‌میدهند که دراینحالت سه‌شبکه مربوط بمؤلفه‌ها درنقطه اتصالی بایستی باهم بطورسری وصل شوند (شکل ۷) .



(شکل ۷)

اکنون با استفاده از شکل (۷) جریان اتصال کوتاه بسادگی حساب خواهد شد:

$$I_F=I_x=I_{x1}+I_{x2}+I_{x0}=3I_{x1} \qquad (32)$$

$$I_{x1}=\frac{E}{Z_1+Z_2+Z_0} \qquad (33)$$

$$I_F=\frac{3E}{Z_1+Z_2+Z_0} \qquad (34)$$

درمعادلات بالا E عبارتست از نیروی محرکه الکتریکی سیستم که درمدار مربوط به‌مؤلفه مستقیم موجود است.

اتصال دو فاز بزمین ـ دراینحالت فرض میکنیم که فازهای b , c همزمان باهم بزمین اتصالی شوند دراین‌صورت درنقطه اتصالی شرایط زیر برقرار خواهد شد.

$$V_y = V_z = 0$$
$$I_x = 0 \qquad (۳۵)$$

با استفاده از معادلات اصلی مؤلفه‌های متقارن مؤلفه‌های ولتاژ در نقطه اتصال عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} V_{x1} \\ V_{x2} \\ V_{x0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} V_x \\ V_x \\ V_x \end{bmatrix}$$

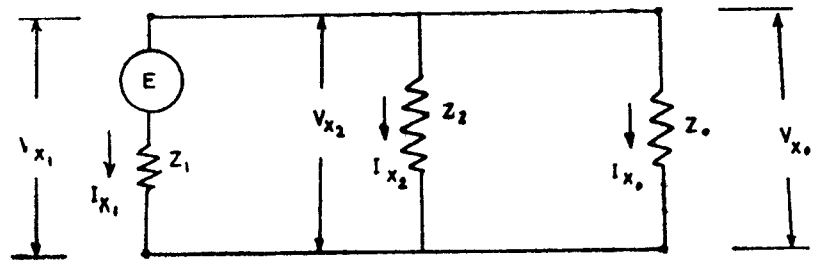
یا اینکه:

$$V_{x1} = V_{x2} = V_{x0} = \frac{1}{3} V_x \qquad (۳۶)$$

ضمناً

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x0} = 0 \qquad (۳۷)$$

معادلات (۳۶) و (۳۷) نشان میدهند که دراینحالت شبکه‌های مربوط به‌مؤلفه‌ها بایستی مطابق شکل(۸) بهم وصل شوند.



شکل ۸

با استفاده از شکل (۸) جریان اتصال کوتاه بسادگی قابل محاسبه است.

$$I_{x1} = \frac{E}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}$$

$$I_{x2} = -I_{x1} \frac{Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

$$I_{x0} = -I_{x1} \frac{Z_2}{Z_2 + Z_0}$$

و :

$$\begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ a^۲ & a & ۱ \\ a & a^۲ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{x۱} \\ I_{x۲} \\ I_{xo} \end{bmatrix}$$

اتصال فاز به‌فاز ـ فرض میکنیم که فازهای b , c بهم اتصالی شوند دراین صورت شرایط زیر درنقطه اتصالی برقرار هستند :

$$\begin{aligned} I_x &= o \\ I_y &= -I_z \\ V_y &= V_z \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

با استفاده از معادلات اصلی مؤلفه های شدت جریان درنقطه اتصالی عبارتند از :

$$\begin{bmatrix} I_{x۱} \\ I_{x۲} \\ I_{xo} \end{bmatrix} = \frac{۱}{۳} \begin{bmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & a^۲ & a \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} o \\ I_y \\ -I_y \end{bmatrix} = \frac{۱}{۳} \begin{bmatrix} (a-a^۲)I_y \\ (a^۲-a)I_y \\ o \end{bmatrix}$$

یا اینکه

$$I_{x۱} = -I_{x۲} = \frac{۱}{۳}(a-a^۲)I_y \qquad (۳۹)$$

$$I_{xo} = o$$

چون $I_{xo}=o$ است بنابراین نتیجه میشود که V_{xo} نیز بایستی مساوی صفر باشد. ازطرف دیگر

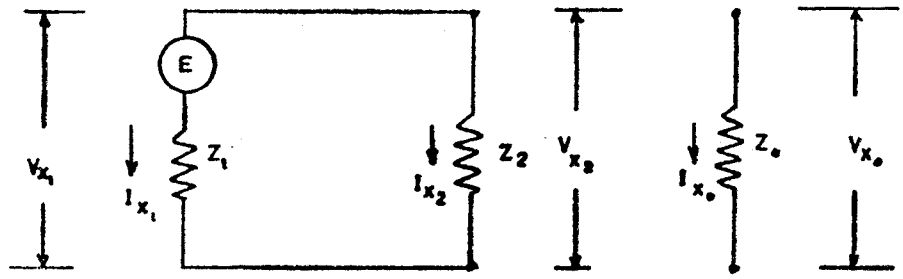
$$\begin{bmatrix} V_{x۱} \\ V_{x۲} \\ V_{xo} \end{bmatrix} = \frac{۱}{۳} \begin{bmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & a^۲ & a \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{۱}{۳} \begin{bmatrix} V_x+(a+a^۲)V_y \\ V_x+(a+a^۲)V_y \\ V_x+۲V_y \end{bmatrix}$$

از معادلات بالا نتیجه میشود.

$$V_{x۱} = V_{x۲} \qquad (۴۰)$$

معادلات (۳۹) و (۴۰) نشان میدهند که دراینحالت شبکه های مربوط بمؤلفه ها بایستی مطابق شکل (۹) بهم‌وصل شوند .

با استفاده از شکل (۹) جریان اتصال کوتاه بسادگی قابل محاسبه است .



(شکل ۹)

$$I_{x1} = \frac{E}{Z_1 + Z_2}$$

$$I_{x2} = -I_{x1} = -\frac{E}{Z_1 + Z}$$

$$I_{x0} = 0$$

سپس بکمک فرمول اصلی مؤلفه‌های متقارن شدت جریانهای I_x , I_y , I_z حساب خواهند شد.

اتصال سه‌فاز بهمدیگر ـ این حالت ازنظرمحاسبه ساده‌ترین نوع اتصال کوتاه است چون دراینحالت سیستم کماکان متعادل باقی میماند بنابراین مدارهای مربوط به‌مؤلفه‌های معکوس هموپولر درحل مسئله دخالتی ندارند و جریان اتصال کوتاه فقط از روی شبکه مربوط به‌مؤلفه مستقیم محاسبه خواهد شد. جریان اتصال کوتاه دراینحالت عبارتست از:

$$I_F = \frac{E}{Z_1} \qquad (41)$$

موارد استعمال

پس از انتشارمقاله Dr. Fortescue درسال ۱۹۱۸ کارهای زیادی در زمینه کاربرد روش مؤلفه‌های متقارن در مسائل مربوط به‌صنعت برق صورت گرفته‌است. قسمت اعظم و مهم این مطالعات راجع به‌محاسبه شدت جریانها و ولتاژهای سیستم درحالت اتصال کوتاههای مختلف بوده است.

اطلاع از روش مؤلفه‌های متقارن یک وسیله اساسی برای تعیین شدت جریانها و ولتاژهای سیستم در شرایط نامتعادل میباشد بنابراین لزوم آن در طرح سیستمهای نیروی برق از نقطه‌نظر تعیین قدرت کلیدها و مطالعه رله‌های حفاظت کننده[1] کاملاً روشن است. این روش مخصوصاً برای مطالعه طرز کار ماشینهای چرخان یک فاز یا ماشینهای چند فازیکه درشرایط نامتعادل کار میکنند مناسب میباشد. اسبابهای جدیدی که بعد ازآشنائی با این روش بوجود آمده‌اند، ازقبیل رله مربوط به‌مؤلفه معکوس[2] و انواع صافی‌های

۱ ـ Protective relaying

۲ ـ Negative sequence relay

مربوط بمؤلفه‌ها [1] که در فن رله‌های حفاظتی بکار میروند ، همگی براساس مفاهیم مؤلفه‌های متقارن طرح و ساخته شده‌اند.

یکی از مسائل خیلی مهم سیستمهای نیروی برق مطالعات مربوط به پایداری سیستم [2] است وچون شرایط محدود کننده اغلب بوسیله پایداری زود گذر [3] تعیین میشوند بنابراین دیده میشود که محاسبه سیستم درحالت اتصال کوتاه تا چه‌حد درمطالعات مربوط به پایداری ضروری میباشد.

References

1 - C. L. Fortescue , « Method of Symmetricl Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks » , A. I. E. E. Transactions , Vol. 37 , 1918 , pp. 1027-1140

2 - C. F. Wagner and R. D. Evans , « Symmetrical Components » , Mc Graw - Hill Book Co . , New York , 1933.

3 - Edith Clark , « Circuit Analysis of A - C Power Systems , Vols. I and II » , Seventh Printing, John Wiley & Sons , Inc. , New York , 1961.

4 - W. D. Stevenson , Jr. , « Elements of Power System Analysis » , Second Ed. , Mc Graw - Hill Book Co , New York , 1962 , Chapters 13 and 14

5 - Central Station Engineers of the westinghouse Electric Corporation , Electrical Transmission and Distribution Reference Book » , Fourth Ed. , Westinghouse « Electric Corporation , East Pittsburgh , Pa. , 1964 , Chapter 2

---

۱ - Sequence filters

۲ - Power system stability

۳ - Transient stability