اولین عکس‌برداری ازماهواره ژئودزی پاژئوس (Pagéos) درایران برای اجرای روش امتداد

نوشتهٔ :

ایرج شمس‌ملک‌آرا

استاد دانشکدهٔ فنی

۱ ـ کلیات راجع به روش امتداد در ژئودزی فضائی (Géodesie Spatiale) ـ بطوریکه در مقالات ژئودزی فضائی مندرج دراین نشریه شرح داده شده‌است برای تعیین‌مختصات نقاط زمین بافاصله‌های زیاد درحدود (۱۰۰۰ کیلومتر) وارتباط بین جزائر و قاره‌ها از روش‌جدید ژئودزی فضائی یا ژئودزی‌بوسیله ماهواره استفاده میشود .

ماهواره‌های ژئودزی فضائی بردونوع‌اند :

۱ـ ماهواره‌های نورافشان یا (Actif) که ازخود دارای یک‌منبع نورانی‌هستند مانندماهواره‌های آنا (Anna) و ژئوس (Géos) این‌ماهواره‌ها علاوه برعلائم نورانی‌مشخص‌میتوانند امواج الکترومغناطیسی بافرکانس‌های معین‌هم پخش کنند و بعلاوه مجهز به یک بازتابنده امواج الکترومغناطیسی ویک بازتابنده امواج نورانی یالارز (Laser) نیزمیباشند بطوریکه میتوان بوسیله‌آنها باروش تغییر فرکانس یا (Doppler) و همچنین روش فاصله‌یابی بوسیله لارز مختصات ماهواره و نقاط زمین را تعیین نمود .

۲ـ ماهواره‌های نورگیر یا (Passif) که روشنائی خود را ازمنبع خورشید کسب مینمایند ومیتوان آنها را هنگام شب درساعت معین درآسمان مشاهده نمود مانند ماهواره‌های اکو (Echo) و پاژئوس (Pagéos) این ماهواره‌هایک نوع کیسه بزرگ پلاستیکی باروکش لعاب آلومینیوم هستندکه پس‌ازپرتاب درفضا دراثر تصعید ماده مخصوص که درون آن قرار دارد منبسط شده و بصورت یک جسم کروی به قطر ۳۰ متر در دور زمین بگردش درمیآیند .

استفاده ازاین نوع ماهواره‌ها با روش معروف به‌امتداد یا (Direction) صورت میگیرد که عملاً بوسیله عکس‌برداری از ماهواره درهنگام شب با دوربین های عکس‌برداری مخصوص موسوم به (دوربین بالیستیک) (Balistique) انجام میشود . و یگانه شرط آن داشتن آسمان روشن و بدون ابر میباشد که کشور ما به نحو احسن ازآن برخوردار است .

کشور ایران که علاوه برپهناوری دارای جزایر متعدد درخلیج فارس میباشد یکی ازکشورهائی است که باید از روش ژئودزی فضائی استفاده نماید وبه‌این منظورقرار شده است سازمان نقشه برداری کشور با همکاری دانشگاه تهران وسازمان جغرافیائی ارتش با کمک انستیتوی جغرافیائی کشور فرانسه Institut Géographique National روش امتداد را که ازسایر روش ها ارزان‌تر است و به وسایل ارزان‌تر و کمتری احتیاج دارد درایران بکار برد و دراجرای این طرح اولین عکس‌برداری از ماهواره پاژئوس درسال گذشته ازایستگاه‌فرح زاد انجام گردید که کلیشه‌آن درآخراین مقاله ملاحظه‌میشود .

ماهواره پاژئوس که درشب به بزرگی یک ستاره درجه سوم درساعات معین درآسمان رویت‌میشود درهرسه ساعت یک دور برگرد زمین میگردد مدار این ماهواره مانند تمام ماهواره‌ها طبق قانون نیوتون (Newton) یک بیضی است که مرکز زمین درکانون آن قرار دارد . نیم قطر بزرگ این بیضی درحدود ۱۱۰۰۰ کیلومتر $a = 11000$ km و خروج ازمرکز یا Excentricité آن یعنی :

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

درحدود ۰٫۱۲ ر. و میل نجومی‌صفحه مداری‌آن (Inclinaison) نسبت به سطح استوائی ۸۰°/۳۵′ میباشد بعبارت دیگر ماهواره پاژئوس تقریباً یک ماهواره قطبی میباشد بعلاوه ارتفاع ماهواره مزبور برفراز زمین با توجه به شعاع متوسط کره زمین که (۶۳۷۵) کیلومتر میباشد بین ۴۰۰۰ و ۴۵۰۰ کیلومتر است سرعت متوسط عبور ماهواره در روی مدار خود درحدود شش کیلومتر درثانیه است .

اصولا بین طول شعاع متوسط مدار ماهواره که آنرا a' مینامیم و سرعت مداری ماهواره با توجه به قانون معروف کپلر (Kepler) رابطه تقریبی :

$$v = 7750 \sqrt{\frac{R}{a'}} \text{ متر}$$

برقرار است زیرا مطابق قانون کپلر :

$$\frac{4\pi^2 a'^3}{T^2} = R^2 g$$

که درآن T پریود یا مدت لازم برای یک دور کامل ماهواره است و R شعاع متوسط کره زمین و g شتاب متوسط جاذبه زمین میباشد .

و ازطرف دیگر $v = \frac{2\pi a'}{T}$ (v سرعت مداری ماهواره)

لذا خواهیم داشت :

$$v^2 \cdot a' = R^2 \cdot g$$

و یا :

$$v^2 = R \cdot g \cdot \frac{R}{a'}$$

وچون :

$g = 9.81$ (متردرثانیه $\times$ ۲) و $R = 6{,}370{,}000$ متر

لذا خواهیم داشت :

$$v = 7750 \sqrt{\frac{R}{a'}} \text{ متر ثانیه}$$

یعنی سرعت مداری ماهواره به نسبت عکس ریشه شعاع متوسط یافاصله ماهواره ازمرکز زمین تغییر میکند .

وچون درمورد ماهواره پاژئوس $a' = 11{,}000$ کیلومتر

بنابراین :

$$\text{سرعت مداری } v = 7750 \sqrt{\frac{6370}{11000}} = 6000 \text{ مترثانیه}$$

که قبلا به‌آن اشاره شده است .

بالنتیجه می‌بینیم که درهرهزارم ثانیه (10^{-3} ثانیه) ماهواره در روی مدار خود درحدود ۶ متر تغییر محل پیدا میکند بنابراین تعیین زمان یا لحظهٔ عکس‌برداری از ماهواره حتی اگر با دقت یک‌هزارم ثانیه هم تعیین‌شود‌معذالک تعیین‌موقعیت‌ماهواره درروی‌مدارخود دارای۶متر خطا خواهدبود . ازطرف‌دیگر بطوریکه بعداً شرح داده خواهد شد عکس‌برداری از ماهواره ازچندین ایستگاه زمین بطور همزمان صورت میگیرد و بنابراین‌لحظه مشترک عکس‌برداری‌های‌مختلف هم باید باهمان دقت یک‌هزارم ثانیه تعیین‌شود .

بدیهی‌است با توجه به‌خطای موقعیت ۶ متر مذکور دربالا درارتفاع ۴۰۰۰ کیلومتری برفراززمین خطای زاویه‌ای تعیین امتداد برابر $\frac{6}{4000000}$ یا تقریباً $\frac{1}{600000}$ خواهد بود که درحدود یک سوم ثانیه و قابل مقایسه بارصدهای نجومی‌است ولی بطوریکه بعداً شرح داده خواهد شد خطاهای دیگر ازقبیل

خطای تاب عدسی دوربین و خطای تعیین مختصات نقاط عکس وخطای انکسار نور درجو زمین و خطای فاز و خطای اختلاف زمان بین لحظه تابش نور از ماهواره و لحظه تأثیر آن در روی شیشه عکس وجود دارند که با وجود تصحیح معذالک از دقت نهائی روش امتداد در ژئودزی فضائی خواهند کاست و این دقت را تا میزان $\frac{۱}{۳۰۰۰۰۰}$ پائین خواهد آورد .

ازطرف دیگر چون ماهواره‌های دسته دوم درتمام مدت عبور روشن هستند لذا عکس ماهواره درروی شیشه حساس بصورت یک خط سفید نمودار خواهد شد که تشخیص نقاط مختلف آن برای لحظه‌های مورد نظر غیر ممکن است .

برای رفع این اشکال دهانه دوربین عکس‌برداری را مجهز به یک قطع و وصل کننده و دریچه خودکار چرخان ، (Obturateur) نموده‌اند که میتوان حرکت آن را با یک ساعت کوارتز با دقت زمانی یک هزارم ثانیه انطباق داد و به‌این ترتیب عکس ماهواره بصورت نقطه‌چین سفید در روی شیشه حساس درلحظه‌های معین ثبت خواهد شد ضمناً درمورد ایستگاههای مختلف هم میتوان دستگاههای قطع و وصل کننده دریچه را بطور همزمان و با همان دقت یک هزارم ثانیه با استفاده از علائم ساعتی کمکی مراکز فرستنده جهانی با یکدیگر تطبیق‌داد و یا بطوریکه بعداً شرح خواهیم داد این همزمانی را بطوری دیگر وبا دقتی بیشتر حساب نمود .

همراه عکس نقطه چین ماهواره که به ترتیب بالا بدست میآید عکس ستارگان آسمان نیز درروی شیشه حساس ثبت میگردد ولی چون درمدت عکس‌برداری ستاره ثابت است ولی زمین درحول محور خود دوران میکند لذا عکس ستارگان بصورت خطوط منحنی موازی یکدیگر ثبت خواهد شد که بازهم نقاط آن درلحظه‌های معین قابل تشخیص نیست و برای تشخیص نقاط قبل و بعد از عکس‌برداری از ماهواره عکس جداگانه ازستارگان آسمان برمیدارند وبطوریکه بعداً خواهیم دید میتوان از عکس ستارگان موجود درروی شیشه حساس محورهای‌دوربین عکس‌برداری‌را دقیقاً نسبت به قطب و استوا توجیه نمود و سپس با استفاده از مختصات نقاط عکس ماهواره و فاصله کانونی دوربین‌امتداد ماهواره را هم محاسبه نمود بدیهی‌است چون فاصله کانونی دوربین های بالیستیک درحدود ۳۰ سانتی‌متر است لذا بمنظور بدست آوردن دقت $\frac{۱}{۳۰۰۰۰۰}$ برای این امتداد باید مختصات عکس ماهواره با دقت یک میکرون (یک هزارم میلیمتر) تعیین شود . زیرا دراینصورت خطای زاویه‌ای امتداد ماهواره با توجه به فاصله کانونی دوربین عکس‌برداری برابر :

$$d\alpha = \frac{dx}{f} = \frac{\text{۰٫۰۰۱ میلیمتر}}{\text{۳۰۰ میلیمتر}} = \frac{۱}{۳۰۰۰۰۰} \text{ رادیان}$$

خواهد شد .

البته تأمین دقت یک میکرون مستلزم دستگاههای اندازه‌گیری دقیق (Comparateur) میباشد و بعلاوه واضح است که باید کلیه خطاهای ناشی‌ازتاب عکس وانکسار نورو فاز و غیره را هم تصحیح نمود تا دقت موردنظر تأمین گردد .

۲ ـ طریقه‌انجام محاسبات‌وتصحیح خطاها درروش امتداد ـ محاسبات‌در ژئودزی‌فضائی‌روش های متفاوت دارد و ما دراین مقاله روش انستیتوی جغرافیائی کشور فرانسه راکه یکی از مؤسسات نقشه برداری معروف جهان میباشد و زیر نظر دانشمندان مشهور مانند پروفسور لاکلاور (G. Laclavère) رئیس محترم انستیتوی نامبرده‌وپرفسورلوالوا(Prof. J. Levallois) رئیس قسمت‌ژئودزی‌ومهندس دوفور (H. M. Dufour) (Ingénieur General) متخصص ژئودزی فضائی اداره میشود و برای اجرای مثلث بندی فضائی (ارتباط) بین کشور فرانسه با جزایر آسور در اقیانوس اطلس وکشور پرتقال از یک طرف و ارتباط بین فرانسه وکشور مغرب و صحرا ازطرف دیگر صورت گرفته است شرح خواهیم داد بدیهی است چون روشی که فعلا بصورت آزمایش برای ژئودزی فضائی کشور ایران درنظر گرفته شده است برمبنای روش امتداد انستیتوی جغرافیائی‌فرانسه میباشد لذا مطالعه این‌مقاله برای علاقه مندان‌به‌اجرای ژئودزی فضائی درایران خالی از فایده نخواهد بود .

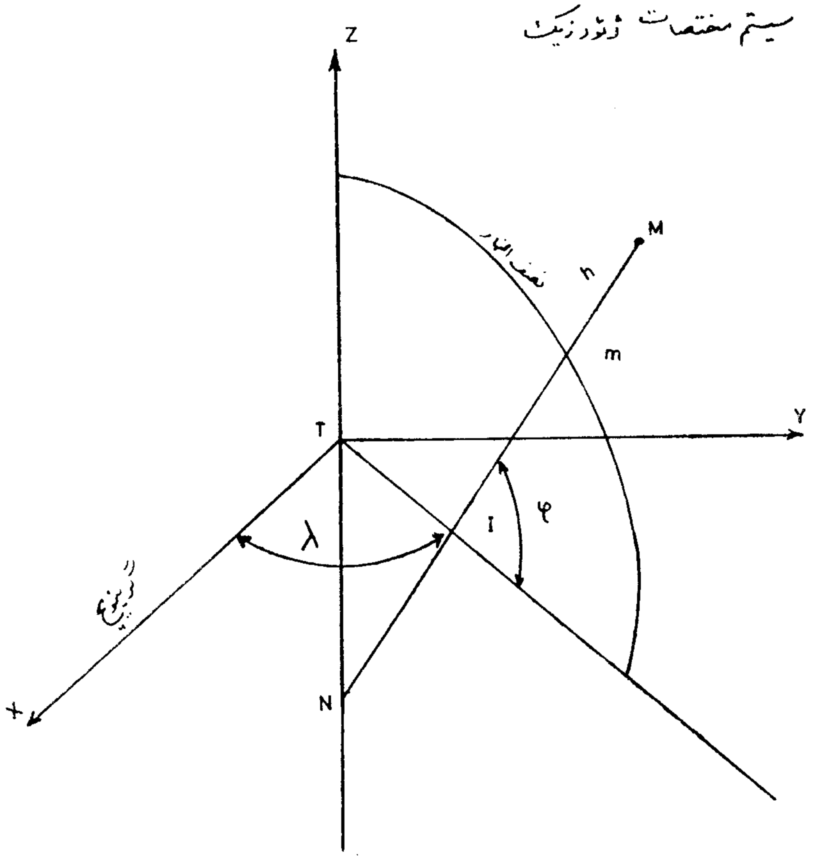
سیستم‌های مختصات موردنیاز وتبدیل‌آنها به یکدیگر ـ در روش امتداد بطوریکه گفته شد عکس ماهواره و ستارگان آسمان در روی شیشه حساس ثبت میگردند وچون نقاط شیشه عکس دارای مختصات f و y و x است که سیستم دستگاه عکاسی یا (System Instrumental) نامیده میشود ولی توجیه محور دوربین عکاسی و شیشه عکس باید بوسیله ستارگان صورت گیرد که مختصات آن‌ها درسیستم افقی محلی (System Horizontal Local) بوسیله زاویه سمت (Azimut) و فاصله سمت‌الرأس محور دوربین (Distance Zenital) ویادرسیستم‌استوائی جهانی(System Equatorial) بوسیله بعدنجومی ومیل‌نجومی (Ascention Droite و Déclinaison) تعیین‌میگردد بعلاوه مختصات نقاط زمین هم درسیستم جغرافیائی بوسیله عرض وطول‌جغرافیائی وارتفاع نسبت به بیضوی مقایسه مشخص میشود لذا لازم‌است‌که فرمول های تبدیل‌مختصات نامبرده بیکدیگر وهمچنین تبدیل‌سیستم‌مختصات‌افقی‌محلی بیضوی‌مقایسه به‌سیستم‌افقی‌محلی لاپلاس (Laplace) که محور Z آن درامتداد قائم حقیقی‌محل یعنی امتداد شاقول میباشد شرح داده شود .

الف ـ درسیستم استوائی‌جغرافیائی یاژئودزیک‌مرکز مختصات‌مرکز ثقل زمین‌ومحور T_z درامتداد قطب های‌زمین یامحور عالم ومحورهای T_x و T_y عمود به T_z به‌ترتیب‌درسطح نصف‌النهارگرینویچ وسطح عمود به‌آن میباشد. به‌این‌ترتیب اگر λ و φ و h [ویا M و L بجای (λ و φ)] به ترتیب طول وعرض جغرافیائی‌وارتفاع یک‌نقطه نسبت به‌بیضوی‌مقایسه باشد خواهیم‌داشت:

$$X=(N+h)\cos\varphi\cos\lambda$$

$$Y=(N+h)\cos\varphi\sin\lambda$$

$$Z=[N(1-e^2)+h]\sin\varphi$$



شکل ۱

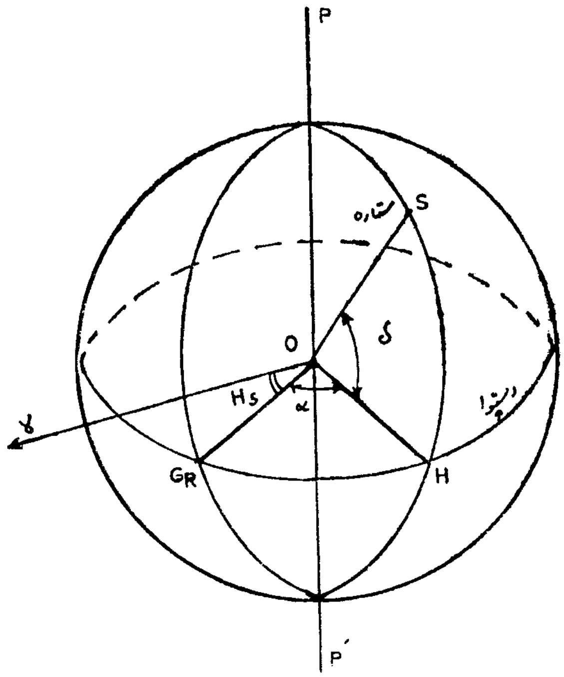
که درآن X و Y و Z مختصات یک نقطه زمین و (N) نرمال بزرگ یافاصلهٔ نقطه M بیضوی ازمحور T_z درامتداد نرمال و e^2 مربع خروج ازمرکز بیضوی است که درمورد بیضوی جهانی مقایسه برابر با ۰٫۰۰۶۷۲۲ میباشد .

ب ـ درسیستم استوائی جهانی محور OZ در امتداد متوسط محور عالم و OX و OY درسطح استوائی و عمود بیکدیگر به ترتیب درامتداد نصف‌النهار نقطه (γ) یا نقطهٔ اعتدال بهاری (Equinox de printemp) و امتداد عمود به‌آن میباشد . بنابراین درمورد یک ستاره که بعد نجومی آن α ومیل نجومی آن δ باشد مختصات یا کوسینوسهای هادی آن نسبت به‌نصف‌النهار گرینویچ به شرح زیر مشخص میگردد :

$$\left(\begin{array}{ll} u=\cos\delta\cos(\alpha-H_s) & \\ & w=\sin\delta \\ v=\cos\delta\sin(\alpha-H_s) & \end{array}\right)$$

(Hs) زاویه نصف‌النهار گرینویچ ونقطه γ میباشد

سیستم مختصات استوائی جهانی



شکل ۲

ج-د رسیستم افقی محلی جغرافیائی (شکل ۳) مرکز آن (S) یک نقطه زمین به مختصات جغرافیائی λ و φ و h و محور SZ درامتداد قائم به بیضوی مقایسه درنقطه S و محور ZY خط مماس به نصف‌النهار نقطه S و در جهت قطب شمال ومحور XS عمود به‌این امتداد و مماس به مدار نقطه S درجهت‌شرق میباشد و درصورتیکه فاصله یک ماهواره ژئودزی از نقطه S مساوی ρ و زاویه آزیموت یا سمت آن $\hat{\alpha}$ و فاصله سمت‌الرأس آن β باشد (شکل ٤) مختصات قطبی‌آن درسیستم افقی محلی بصورت زیر خواهد بود :

$$x = \rho \sin\beta \sin\alpha$$

$$y = \rho \sin\beta \cos\alpha$$

$$z = \rho \cos\beta$$

د ـ درسیستم افقی محلی نجومی یا لاپلاس اختلاف آن با سیستم مذکور قبل این است که محور SZ درامتداد خط قائم به ژئوئید (زمینواره) یا امتداد شاقول میباشد وبطوریکه میدانیم زاویه بین‌این امتداد قائم و امتداد نرمال به‌بیضوی مقایسه‌زاویه انحراف قائم یا (Deviation de verticale) نامیده میشود که تصویرهای آن در روی صفحات مختصات (مطابق شکل ٦ صفحه ١٢) به ترتیب :

$$\xi = \varphi_2 - \varphi_1 = d\varphi$$

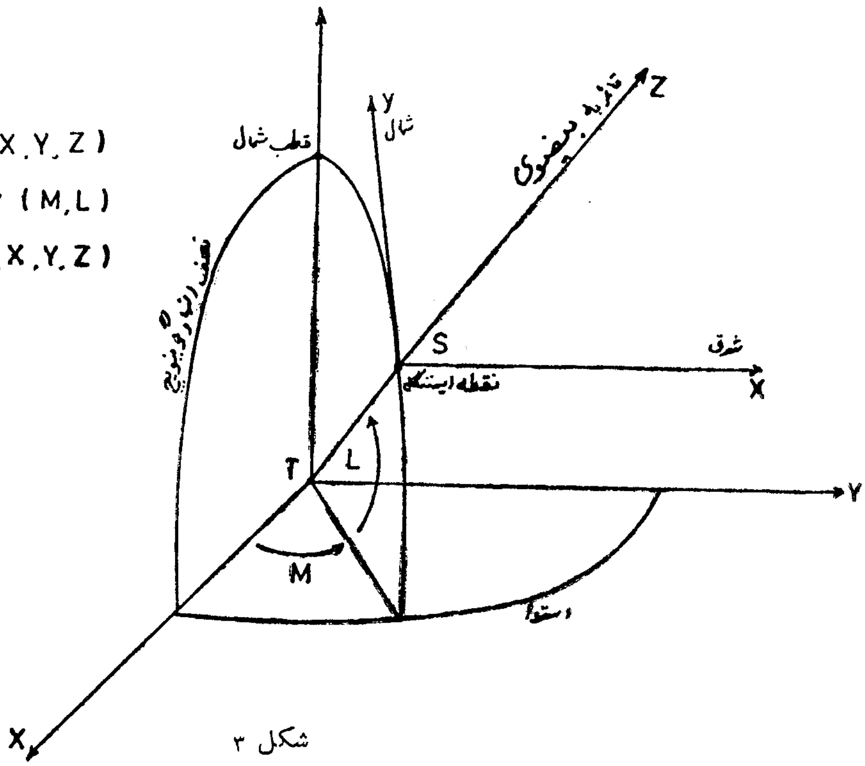
$$\eta = (\lambda_2 - \lambda_1)\cos\varphi = d\lambda \cos\varphi$$

$$dz = d\lambda \sin\varphi = \eta \, tg\varphi$$

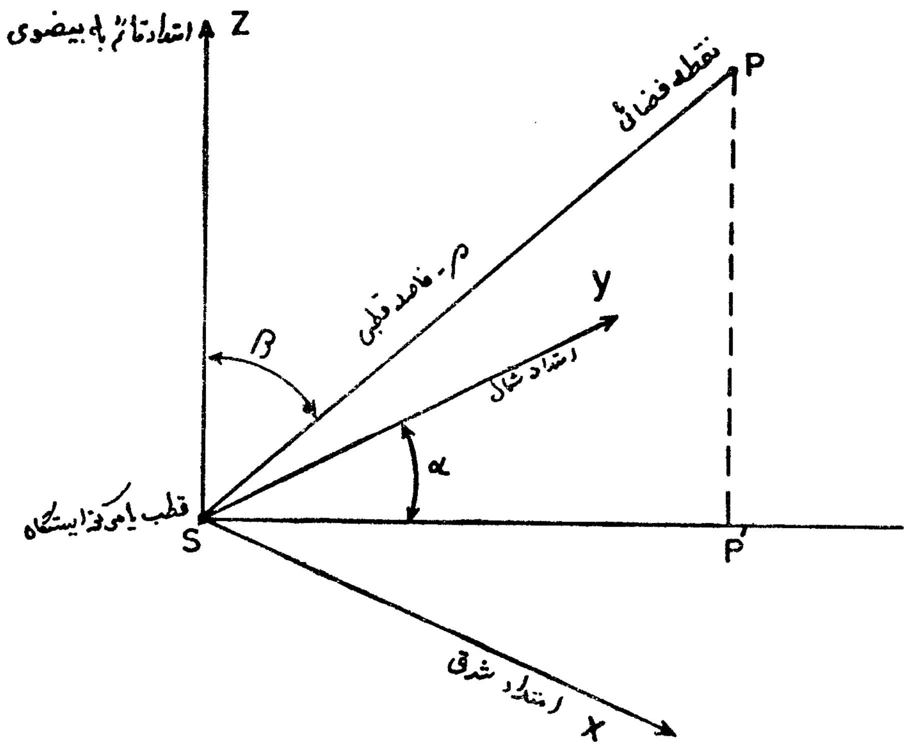
(T,X,Y,Z) محورهای مختصات کارتزین زمین

(M,L) مختصات جغرافیائی محل

(S,X,Y,Z) محورهای مختصات افقی موضعی



شکل ۳



(α و β و ρ) مختصات قطبی یک نقطه فضائی

(S,X,Y,Z) محورهای مختصات افقی موضعی

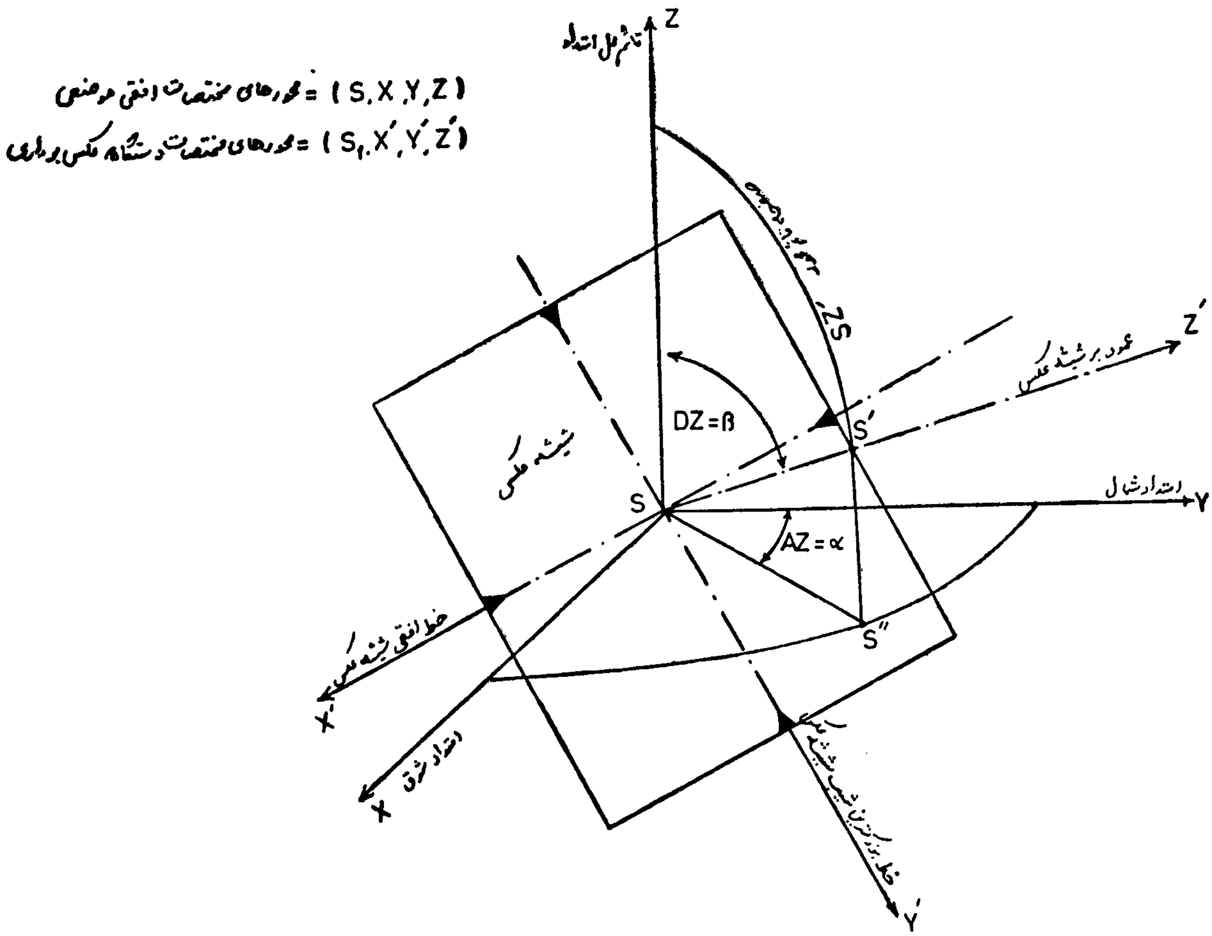
شکل ٤

خواهد بود که درآن φ_1 و λ_1 عرض و طول جغرافیائی ژئودزیک و φ_2 و λ_2 عرض وطول جغرافیائی نجومی نقطه مربوطه زمین میباشد .

هـ - درسیستم مختصات دستگاه عکس برداری (شکل ٥) که درآن سرکز مختصات S سرکز اپتیک یا مرکزنوری عدسی دوربین عکاسی محور Sz' محور نوری دستگاه عکاسی و محور Sx' امتداد خط افقی شیشه عکس و محور Sy' امتداد خط بزرگترین شیب شیشه عکس میباشد .

بعلاوه صفحه شیشه عکس به فاصله P ازمرکز S و عمود به محور Sz' یا محور نوری میباشد و مختصات یک نقطه در روی شیشه عکس بصورت x و y و $-p$ خواهد بود .

ضمناً وضع نسبی محوردوربین عکس برداری بوسیله زوایای α و β که اولی زاویه سمت یا (Azimut) محور نوری دوربین ودومی زاویه سمت الرأس این محوراست درسیستم مختصات افقی محلی مشخص میگردد .



شکل ٥

و - **معادلات یا ماتریس‌های تبدیل مختصات** - اگر a و b و c مؤلفه های یک بردار u درسیستم استوائی جغرافیائی باشد برای تبدیل آن به سیستم افقی محلی جغرافیائی بطوریکه در روی شکل (٣) مشاهده میشود

لازم است که ابتدا بوسیله یک انتقال نقطه T را بـه S بیاوریم و سپس بوسیله یک دوران حول محور Tz سیستم جغرافیائی و باندازه زاویه :

$$\left(\frac{\pi}{۲}+\lambda\right) \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\pi}{۲}+M\right)$$

محورهای Tx و Ty را درصفحه‌های مختصات Sx و Sy بیاوریم و سپس بوسیله یک دوران دیگر درحول محور Tx جدید که با محور Sx منطبق شده است و باندازه زاویه :

$$\left(\frac{\pi}{۲}-\varphi\right) \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\pi}{۲}-L\right)$$

محورهای Ty و Tz را برمحورهای Sy و Sz منطبق کنیم دو دوران فوق بوسیله دوماتریس زیر مشخص میگردد :

$$R_۱=\begin{bmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & ۰ \\ -\cos\lambda & -\sin\lambda & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$R_۲=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & \sin\varphi & \cos\varphi \\ ۰ & -\cos\varphi & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

و حاصل‌ضرب این دوماتریس که با حرف R^x نمایش داده میشود ماتریس کامل تبدیل مختصات استوائی زمینی جغرافیائی به مختصات افقی محلی میباشد :

$$R^x=\begin{bmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & ۰ \\ -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi \\ \cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

بدیهی است ماتریس ترانسپوزه این ماتریس عمل معکوس یعنی تبدیل مختصات افقی محلی به استوائی جغرافیائی را انجام خواهد داد بنابراین اگر a_h و b_h و c_h مؤلفه‌های بردار u نامبرده قبل در سیستم افقی محلی باشد خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} a_h \\ b_h \\ c_h \end{bmatrix} = R^x \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

ازطرف دیگر برای تبدیل مختصات یک بردار درسیستم افقی محلی به مختصات همان بردار درسیستم دستگاه عکاسی مطابق شکل (٥) می بینیم که ابتدا بوسیله یک دوران حول محور قائم Sz و به اندازه زاویه سمت (α) که قبلا تعیین شده است محورهای Sx و Sy را درصفحه های مختصات Sx' و Sy' میآوریم و بعد با یک دوران دیگر درحول محور Sx جدید که با محور Sx' منطبق شده است و باندازه زاویه $\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ متمم زاویه سمت الرأس محورهای Sy و Sz را با محورهای Sy' و Sz' منطبق میکنیم. دو دوران فوق هم بوسیله دو ماتریس مانند حالت قبل با تعویض کسینوس و سینوس مشخص میشود که حاصل ضرب آنها که با حرف Q^x نمایش داده میشود ماتریس کامل تبدیل مختصات افقی محلی به مختصات دستگاه عکاسی میباشد :

$$Q^x = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$$

که بازهم ماتریس ترانسپوزه آن عمل معکوس یعنی تبدیل مختصات دستگاه عکاسی به افقی محلی را انجام خواهد داد وبالنتیجه اگر a_i و b_i و c_i مؤلفه های بردار u نامبرده قبل درسیستم دستگاه عکاسی باشد باتوجه به مرحله تغییر مختصات قبل که بوسیله ماتریس R^x صورت گرفت خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} = R^x \cdot Q^x \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ e \end{bmatrix} = Q^x \cdot \begin{bmatrix} a_h \\ b_h \\ c_h \end{bmatrix}$$

ولی بطوریکه قبلا گفتیم بدلیل وجود زاویه انحراف قائم که بین مختصات ژئودزی و مختخات نجومی یک نقطه زمین موجود میباشد باید نتیجه محاسبات بالا را دریک ماتریس سوم که آنرا ماتریس انحراف قائم مینامند و با حرف V^x نمایش داده میشود ضرب کنیم و با توجه به مؤلفه های انحراف قائم که قبلا گفته شد (شکل ٦) ملاحظه میشود که مؤلفه $\eta = d\lambda\cos\varphi$ درجهت عمود به محور Ay و مؤلفه $\xi = d\varphi$ درجهت عمود به محور Ax ومؤلفه $dz = d\lambda\sin\varphi = \eta\,tg\varphi$ هم درجهت عمود به محور Az قرار میگیرد.

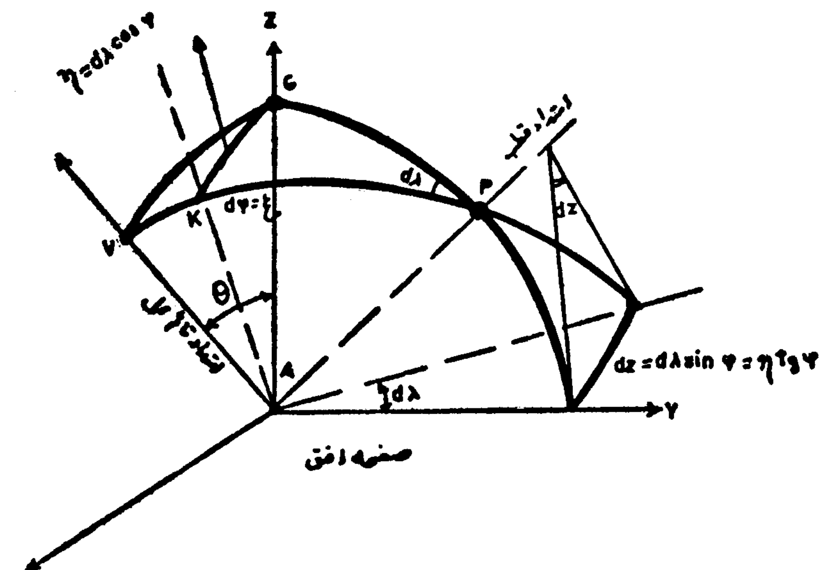
بنابراین ماتریس کامل تبدیل مختصات ژئودزی به مختصات نجومی ازلحاظ انحراف قائم حاصلضرب

سه ماتریس دوران درحول محورهای x و y و z نامبرده بالا بشرح زیر خواهد بود .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\xi \\ 0 & \xi & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\eta \\ 0 & 1 & 0 \\ \eta & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \eta tg\varphi & 0 \\ -\eta tg\varphi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

که نتیجه ضرب آنها دریکدیگر ماتریس V^x میباشد که درمحاسبه آن مقادیر بینهایت کوچک درجه دوم بصورت η^2 و $\eta \times \xi$ و غیره حذف شده است :

$$V^x = \begin{bmatrix} 1 & \eta tg\varphi & -\eta \\ -\eta tg\varphi & 1 & -\xi \\ \eta & \xi & 1 \end{bmatrix}$$



(انحراف تام)

شکل ٦

باتوجه باینکه خطای تعیین استادفقط تاحدود یک ثانیه مجاز میباشد لذا استفاده ازماتریس فوق درکشورهای کوهستانی مانند ایران که زاویه انحراف قائم درفواصل کم بسهولت به ۱۰ ثانیه میرسد نهایت ضرورت را دارد بعلاوه لازم است مجدداً یادآوری شود که برای عملیات معکوس یعنی تغییر مختصات شیشه عکس یا سیستم عکس برداری به مختصات افقی محلی ومختصات استوائی جغرافیائی باید از ماتریس های ترانسپوزه استفاده نمود که همان ماتریس های R^x و Q^x و V^x هستند که جای ستونها و ردیف ها بایکدیگر عوض شده است .

حال اگر کسینوسهای هادی یک‌امتداد ستاره را که قبلا آنرا (u و v و w) نامیدیم و تابع مقادیر δ و $(\alpha - H_s)$ بودنددرماتریس های R^x و Q^x و V^x ضرب کنیم‌مقادیر (u_i و v_i و w_i) یعنی کسینوسهای هادی امتداد ستاره درسیستم عکس‌برداری بدست خواهد آمد و خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = R^x \cdot Q^x \cdot V^x \cdot \begin{bmatrix} \cos\delta\cos(\alpha - H_s) \\ \cos\delta\sin(\alpha - H_s) \\ \sin\delta \end{bmatrix}$$

بدیهی است چون کسینوسهای هادی همان ستاره درسیستم مختصات شیشه عکس ماهواره و آسمان بصورت $\frac{x_c}{P}$ و $\frac{y_c}{P}$ و ۱ — میباشدکـه x_c و y_c مختصات نقطـه مربوط به عکس آن ستاره است لـذا رابطهٔ زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{x_c}{u_i} = \frac{y_c}{v_i} = \frac{-P}{w_i}$$

و بنابراین :

$$x_c = \frac{-Pu_i}{w_i}$$

$$y_c = \frac{-Pv_i}{w_i}$$

و به‌این ترتیب میتوانیم با استفاده از مقادیر x_c و y_c حساب شده نقطه‌ای که عکس ستاره بایستی درآن‌جا باشد تعیین کنیم و بوسیله آن مرکز شیشه عکس را بدست آورده ومحور دوربین را دقیقاً با مقایسه ستارگان توجیه کنیم ولی چون توجیه ابتدائی دستگاه عکس‌برداری از لحاظ زاویه سمت و زاویـه سمت‌الرأس محور نوری دستگاه تقریبی‌است بعلاوه از یک طرف بدلیل انکسار نور یا بعبارت دیگر منحنی بودن مسیر نور درجو و ازطرف‌دیگر بدلیل تاب عدسی دوربین یا (Distorsion) که‌دراثرآن‌نقاط عکس به‌نسبت فاصله‌ازمرکزآن تغییرمحل یا تاب پیدامیکند لذا کوسینوسهای هادی ستارگان‌درسیستم عکس‌برداری یعنی‌مقادیر x_c y_c که بطریق‌بالاحساب‌شده‌است بامقادیر (x y عکس ستاره مربوط) کاملامنطبق نخواهندبود وبعبارت‌دیگر اشعه حساب شده واشعه اندازه‌گیری‌شده ازروی عکس باهم کمی اختلاف خواهند داشت بدیهی‌است درصورتیکه نقاط عکس را از لحاظ انکسار نور و تاب عدسی و خطاهـای دیگر بوسیله فرمولهائی کـه بعداً خواهیم دید اصلاح کنیم اختلاف اشعه حساب شده و اشعه اندازه‌گیری شده فقط اثر یک انتقال را خواهد داشت کـه از یک سانتیمتر درروی شیشه عکس تجاوز نمیکند وبعبارت دیگر بین اشعه‌اندازه‌گیری شده اصلاح شده واشعه

حساب شده یک رابطه هموگرافیک (Homographique) برقرار میباشد و اگر ($x_\circ$ و $y_\circ$) مختصات اصلاح شده نقاط عکس ستارگان و x_c و y_c مختصات حساب شده آنها (بکمک ماتریس های تغییر مختصات) باشد بین این دو دسته مقادیر روابط زیر برقرار خواهد بود .

$$x_c = \frac{(1+a)x_\circ + by_\circ + c}{1 + Px_\circ + Qy_\circ}$$

و :

$$y_c = \frac{a'x_\circ + (1+b')y_\circ + c'}{1 + Px_\circ + Qy_\circ}$$

بدیهی است برای حل این مسئله یعنی تعیین‌ضرائب a و b و a' و b' و P و Q این‌معادلات باید از روش کمترین مربعات استفاده نمود و روابط فوق را بصورت زیر نوشت :

$$ax_\circ + by_\circ + c - Px_\circ x_c - Qy_\circ x_c + (x_\circ - x_c) = v_x$$

و :

$$a'x_\circ + b'y_\circ + c' - Px_\circ y_c - Qy_\circ y_c + (y_\circ - y_c) = v_y$$

که تعدادآن‌هادوبرابر تعدادستارگان‌مورد استفاده‌است وبامی‌نیمم‌ساختن‌جمله (Σv^2) یعنی‌حل‌معادلات‌مشتق

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial a} = \circ \quad \text{و} \quad \frac{\partial \Sigma v^2}{\partial b} = \circ \quad \text{و} \;\ldots\; \text{و} \quad \frac{\partial \Sigma v^2}{\partial a'} \;\ldots\; \text{و غیره}$$

کلیه ضرائب موردنظر بدست خواهد آمد برای مثال اولین و چهارمین معادله مشتق یعنی :

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial a} = \circ \qquad \text{و} \qquad \frac{\partial \Sigma v^2}{\partial a'} = \circ$$

با استفاده از علامت‌گذاری گوس (Gauss) بصورت زیر خواهد بود :

$$[x_\circ x_\circ]a + [x_\circ y_\circ]b + [x_\circ]c - [x_\circ^2 x_c]P - [x_\circ y_\circ x_c]Q + [x_\circ(x_\circ - x_c)] = \circ$$

$$[x_\circ x_\circ]a' + [x_\circ y_\circ]b' + [x_\circ]c' - [x_\circ^2 y_c]P - [x_\circ y_\circ y_c]Q + [x_\circ(y_\circ - y_c)] = \circ$$

هشت معادله فوق با روش‌ماتریس حل‌میشود و اگر Δ دترمینان کامل‌ماتریس معکوس ضرایب $[x_\circ x_c]$ و $[x_\circ y_\circ]$ . . . و غیره وهمچنین (A_i^j) ... عناصر این ماتریس باشند که هریک دترمینان‌مینور عنصر مربوط ماتریس ضرایب با علامت $(-1)^{i+j}$ است ضرائب موردنظر از معادلـه ماتریسی زیر بدست خواهد آمد :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ a' \\ b' \\ c' \\ P \\ Q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} A_1^1 & A_1^2 & A_1^3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & A_1^8 \\ & A_2^2 & A_2^3 & A_2^4 & \cdot & \cdot & \cdot & A_2^8 \\ & & A_3^3 & A_3^4 & A_3^5 & \cdot & \cdot & A_3^8 \\ & & & A_4^4 & A_4^5 & A_4^6 & \cdot & A_4^8 \\ & & & & A_5^5 & A_5^6 & A_5^7 & A_5^8 \\ & & & & & A_6^6 & A_6^7 & A_6^8 \\ & & & & & & A_7^7 & A_7^8 \\ & & & & & & & A_8^8 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} [x_\circ(x_c - x_\circ)] \\ [y_\circ(x_c - x_\circ)] \\ [x_c - x_\circ] \\ [x_\circ(y_c - y_\circ)] \\ [y_\circ(y_c - y_\circ)] \\ [y_c - y_\circ] \\ [x_\circ x_c(x_\circ - x_c)] + [x_\circ y_c(y_\circ - y_c)] \\ [y_\circ x_c(x_\circ - x_c)] + [y_\circ y_c(y_\circ - y_c)] \end{bmatrix}$$

بدیهی است به کمک ضرایب تبدیل هموگرافیک میتوانیم مختصات $y_\circ$ $x_\circ$ ماهواره را که از روی عکش بدست میآید تصحیح نمود و سپس با استفاده از ماتریس های ترانسپوزه R^x و Q^x و V^x مختصات موقعیت ماهواره را درسیستم استوائی زمینی بدست بیاوریم. وسپس با استفاده ازموقعیت ماهواره مختصات نقاط عکس برداری را بطوریکه بعداً شرح خواهیم داد حساب کنیم :

۳ ـ طرزانتخاب ستارگان ـ بطوریکه گفته شد برای توجیه دقیق محور دوربین عکس برداری و شیشه عکس از مختصات نجومی تعدادی از ستارگان که روی شیشه عکس اثر گذاشته‌اند استفاده میشود ولی با توجه به‌خطای تاب عدسی دوربین فقط ستارگانی را که به محور دوربین نزدیکند انتخاب میکنند و درانستیتوی جغرافیائی کشور فرانسه ستارگانی را که تصویرشان دریک شعاع ۶ سانتیمتری ازمرکز شیشه عکس قراردارد درنظرمیگیرند یا بعبارت‌دیگر ستارگانی‌راکه تانژانت زاویه مخروط اشعه نوری آنها حداکثر

$$tg\,U = \frac{6}{P}$$

است انتخاب میکنند که تانژانت آنها درحدود ($\frac{۱}{۵} = \frac{۶}{۳۰}$ خواهد بود) .

اگر کوسینوسهای هادی محور دوربین عکاسی را که قبلا اندازه‌گیری شده و به ترتیب زیر میباشند :

$$z = \cos\beta \qquad y = \sin\beta\cos\alpha \qquad x = \sin\beta\sin\alpha$$

بوسیله ماتریس ترانسپوزه R^x یعنی ماتریس :

$$R^T = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & -\sin\varphi\cos\varphi & \cos\varphi\cos\lambda \\ \cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ \circ & \cos\varphi & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

از سیستم مختصات افقی محلی به سیستم مختصات استوائی زمینی تبدیل کنیم پس از ضرب $(z\,y\,x)$ در ماتریس R^T مقادیر $(Z_\circ\, Y_\circ\, X_\circ)$ که کوسینوس‌های هادی محور مزبور درسیستم استوائی هستند بدست خواهدآمد حال اگرمختصات‌استوائی ستارگان حائز شرایط موردنظر را درزمان t عکس‌برداری $(Z_E Y_E X_E)$ بنامیم چون‌زاویه این‌دوامتداد باید از زاویه $\hat{U}$ نامبرده کوچکتر باشد لذا کوسینوس آنها از $\cos\hat{U}$ بزرگتر خواهد بود بنابراین‌رابطه زیر را خواهیم‌داشت:

$$\frac{X_\circ X_E + Y_\circ Y_E + Z_\circ Z_E}{\sqrt{X_\circ^۲ \times Y_\circ^۲ + Z_\circ^۲}\ \sqrt{X_E^۲ + Y_E^۲ + Z_E^۲}} > \cos\hat{U} \qquad \left(tg\,U = \frac{۱}{۵}\right)$$

این محاسبه در روی‌حسابگر الکترونی (CAB , ۵۰۰) انجام میشود ومختصات نجومی ۳۵۰۰ ستاره معروف با ذکر بعد و میل نجومی آنها در روی نوار مغناطیسی ضبط شده است و بنابراین با کمک فرمول بالا ماشین حسابگر ستاره‌های حائز شرایط را انتخاب مینماید و سپس برای هرستاره با کمک ماتریس‌های R^x و Q^x و V^x که عناصر آن‌ها قبلا به ماشین داده شده است مشخصات زیر را تعیین مینمایند .

۱- شماره ستاره حائز شرایط ،

۲- بزرگی ستاره مربوط ،

۳- مختصات حساب شده x_c و y_c ستاره مربوط در روی شیشه عکس طبق فرمول‌های :

$$x_c = \frac{-Pu_i}{w_i}$$

$$y_c = \frac{-Pv_i}{w_i}$$

۴ـ کوسینوسهای هادی ستاره درسیستم مختصات‌استوائی زمین (w.v.u) ،

۵ـ مختصات نجومی (بعدوسیل نجومی) ستاره .

بطوریکـه قبلا شرح داده شده است پس از تعیین مشخصات مزبـور میتوان در روی شیشه عکس تصویر ستارگان مزبور را بسهولت یافت و (y_0 و x_0) آنها را بوسیله (Comparateur) ، اندازه گرفت .

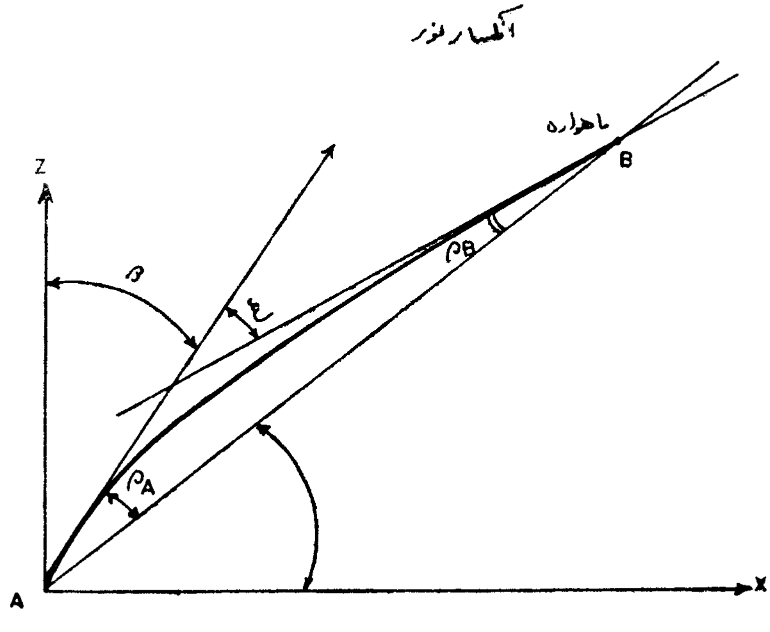
بدیهی است بطوریکـه قبلا گفته شد مقادیر x_0 y_0 بایـد از لحاظ انکسار نور و تـاب عدسی دوربین عکاسی اصلاح شود که طرز عمل بطورخلاصه بشرح زیر میباشد .

۴ ـ تصحیح انکسار نور وتاب عدسی عکس برداری ـ بطوریکه میدانیم زاویه انکسار یک شعاع نوری AB درجو تابع تغییرات ضریب انکسار نور n و تانژانت زاویه سمت‌الرأس آن میباشد :

$$\xi = -\int \frac{dn}{n}\, tg\beta$$

که درآن $\xi = \rho_A + \rho_B$ و یک فرمول تقریبی آن بنام لاپلاس بصورت زیر است :

$$\xi = ۶۰''{,}۲۷\, tg\beta - ۰''{,}۰۶۷\, tg^3\beta$$



$\rho_A + \rho_B = \xi$ $\qquad$ $\rho_A = d\beta$

شکل ۷

وچون بوسیله ماتـریس R^x میتوانیم مختصات نجومی استوائی ستاره را تبدیـل به مختصات u′ v′ w′ افقی محلی کنیم لذا کسینوسهای هادی ستاره درسیستم افقی محلی بصورت زیر خواهد بود :

$$w' = \cos\beta \qquad v' = \sin\beta\cos\alpha \qquad u' = \sin\beta\sin\alpha$$

و ازآنجا :

$$tg\beta = \sqrt{\frac{u'^2 + v'^2}{w'^2}}$$

ولی درمورد ماهواره بطوریکه روی شکل دیده میشود زاویه تصحیح انکسار نور (ρ_A) جزئی از زاویه ξ است که بوسیله فرمول :

$$\rho_A = \xi \frac{H_o - H_e}{H_o}$$

تعیین میگردد که درآن H_o ارتفاع ماهواره و H_e هم بوسیله انتگرال $\int_A^B \frac{\Delta}{\Delta_o} dh$ محاسبه خواهد شد (Δ وزن مخصوص هوای جو درارتفاعات میباشد) .

بهاین‌ترتیب پس از محاسبه زاویه ($\rho_A = d\beta$) کوسینوسهای هادی اصلاح شده زیر را خواهیم داشت :

$$\cos(\beta + d\beta) \quad و \quad \sin(\beta + d\beta)\cos\alpha \quad و \quad \sin(\beta + d\beta)\sin\alpha$$

که بعداً بوسیله ماتریس های Q^x و V^x به‌سیستم مختصات‌دوربین عکس‌برداری تبدیل خواهد شد بدیهی است بطوریکه شرح داده خواهد شد درمورد ماهواره تصحیح انکسار نور درجهت عکس یعنی پش ازضرب کردن کوسینوسهای هادی ($y_c x_c$ و $P-$) تصویر ماهواره درماتریس ترانسپوزه ماتریس Q^x انجام میشود . واین‌مختصات بعداً بوسیله ماتریس های‌ترانسپوزه R^x و V^x به سیستم مختصات استوائی زمینی وجغرافیائی تبدیل میشود .

درمورد تاب عدسی هم بطوریکه میدانیم مقدار این تاب تابع شعاع :

$$\rho_o = \sqrt{x_o^2 + y_o^2}$$

تصویر ستاره یا ماهواره از مرکز عکس‌است و فرمولهای تصحیح تاب بصورت زیر میباشند .

$$x'_o = x_o(a + b\rho^2 + c\rho^4)$$

$$y'_o = y_o(a + b\rho^2 + c\rho^4)$$

و ضرایب (a و b و c) طبق معمول بکمک یک دستگاه فتوگونیومتر (Photogoniometre) و یک شبکه مربع منظم که تغییر شکل نقاط آنرا پس از عبور از عدسی دوربین‌اندازه میگیرند بدست می‌آید و چون تعداد نقاط شبکه بیش ازضرائب است لذا مسئله بروش کمترین مربعات حل میشود که هیچگونه اشکالی ندارد .

درمورد دوربین عکس‌برداری بالیستیک ساخت کشور فرانسه که مورداستفاده انستیتوی‌جغرافیائی

میباشدضرایب فرمول تاب تاشش رقم اعشار به‌شرح زیرمیباشد:

$c = -0{,}000350$ $b = 0{,}000802$ $a = 0{,}999732$

۵ ـ لیساژ (Lissage) یا تعیین یک رابطه دقیق برای‌مسیر عکس ماهواره ـ بطوریکه گفته شد پس از توجیه محور و شیشه عکس و تعیین رابطه هموگرافیک باید مختصات نقاط عکس ماهواره را در زمانهای مربوطه بادقت 10^{-3} ثانیه تعیین نمود که عملا غیرممکن میباشد بعلاوه باید این‌مختصات‌درتمام ایستگاهها بطورهمزمان تعیین شود . برای این منظور بجای اندازه‌گیری مستقیم نقاط عکس ماهواره در زمانهای لازم برای‌مسیرعکس ماهواره‌معادله‌ای بدست‌میآورند که‌آنرا لیساژمینامنداین‌معادله‌باتوجه‌به‌شکل‌منحنی‌مسیرنسبت به زمان از درجه چهارم است و بصورت زیر میباشد :

$$\begin{cases} x_0 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2 + D_1 t^3 + E_1 t^4 \\ y_0 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2 + D_2 t^3 + E_2 t^4 \end{cases}$$

برای محاسبه این ضرایب برای‌آنکه بتوان بجای زمان t ازاختلاف زمان یا Δt استفاده نمود بروش کمترین مربعات معادلات بالا را بصورت زیر مینویسند :

$$A_1 + B_1 \Delta t + C_1 \Delta t^2 + D_1 \Delta t^3 + E_1 \Delta t^4 + \Delta x - x_0 = v_x$$

$$A_2 + B_2 \Delta t + C_2 \Delta t^2 + D_2 \Delta t^3 + E_2 \Delta t^4 + \Delta y - y_0 = v_y$$

که مقادیر v_x و v_y باقی‌مانده و Δx و Δy هم اختیاری است و اغلب آنها را برابر با ۰٫۰۰۲ و ۰٫۰۰۱ میگیرند بعلاوه بطوریکه درتمام مواردمشابه گفتیم چون‌تعداد نقاط عکس ماهواره زیاد و بیش از مجهولات است لذا مسئله را بطریق کمترین مربعات حل میکنیم یعنی Σv^2 را می‌نیمم میسازیم .

درانستیتوی جغرافیائی فرانسه فاصله‌های زمانی Δt را برابر ۵ ثانیه میگیرند بعلاوه چون لحظه اندازه‌گیری اصلی‌همزمان تقریباً در وسط مدت‌زمان عکس‌برداری‌است لذا نصف مقادیر Δt را منفی ونصف دیگر را مثبت میگیرند (مثلا $20- \; 15- \; 10- \; 5- \; 0 \; +5 \; +10 \; +15 \; +20 \ldots$) و مقادیر x_0 و y_0 هم مختصات نقاط عکس‌ماهواره درزمانهای Δt مذکور فوق‌است که باتوجه به‌ارتباط زمانی بین دهانه خودکار دوربین عکاسی وساعت کوارتز تعیین وقت قبلا تعیین شده‌است معادلات‌نرمال که بوسیله آن ضرائب‌مجهول (A و B و C و D و E) تعیین‌میشوند باعلامت گذاری گوس برای‌هریک‌ازمقادیر x و y بصورت زیرمیباشند:

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial A} = 1 \times A + [\Delta t]B + [\Delta t^2]C + [\Delta t^3]D + [\Delta t^4]E + [\Delta x - x_0] = 0$$

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial B} = [\Delta t]A + [\Delta t^2]B + [\Delta t^3]C + [\Delta t^4]D + [\Delta t^5]E + [\Delta t(\Delta x - x_0)] = 0$$

....

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial A'} = 1 \times A' + [\Delta t]B' + [\Delta t^2]C' + [\Delta t^3]D' + [Dt^4]E' + [\Delta y - y_0] = 0$$

$$\frac{\partial \Sigma v^2}{\partial B'} = [\Delta t]A' + [\Delta t^2]B' + [\Delta t^3]C' + [\Delta t^4]D' + [\Delta t^5]E' + [\Delta t(\Delta y - y_0)] = 0$$

....

بطوریکه می بینیم ضرائب معادلات نرمال برای x و y یکسان‌است و فقط مقادیر ثابت تغییرمیکند و بعلاوه محاسبه این ضرائب که بصورت حاصل‌جمع اعداد (o^n) است بسیار سهل میباشد لذا برای محاسبه ضرائب فقط احتیاج به یک ماتریس معکوس ضرائب معادلات نرمال داریم .

ضمناً معادله لیساژ اجازه میدهد که خطای سرعت نور را هم تصحیح کنیم .

زیرا در زمان (t) که دهانه دوربین عکس‌برداری باز میشود موقعیت ماهواره را در زمان $\left(t - \frac{d}{c}\right)$ در روی شیشه عکس ثبت مینماید که درآن d فاصله ماهواره ازدوربین عکاسی و c سرعت‌انتقال نور است و چون فاصله دستگاههای عکس‌برداری متفاوت است لذا این اختلاف‌های ناشی از اختلاف فاصله باید حتماً تصحیح شود که دراندازه‌گیری مستقیم مختصات نقاط شیشه عکس غیرممکن میباشد ولی چون موقعیتی که ماهواره در زمان t اشغال مینماید درایستگاههای مختلف در زمانهای $\left(t + \frac{d}{c}\right)$ ثبت‌میگردد لذا کافی است که درمعادلات لیساژ هرایستگاه موقعیت (x_0 و y_0) را برای زمان مربوط به $\left(t + \frac{d}{c}\right)$ آن ایستگاه حساب کنیم ومحاسبه باین‌ترتیب برای تمام ایستگاهها همزمان خواهد شد .

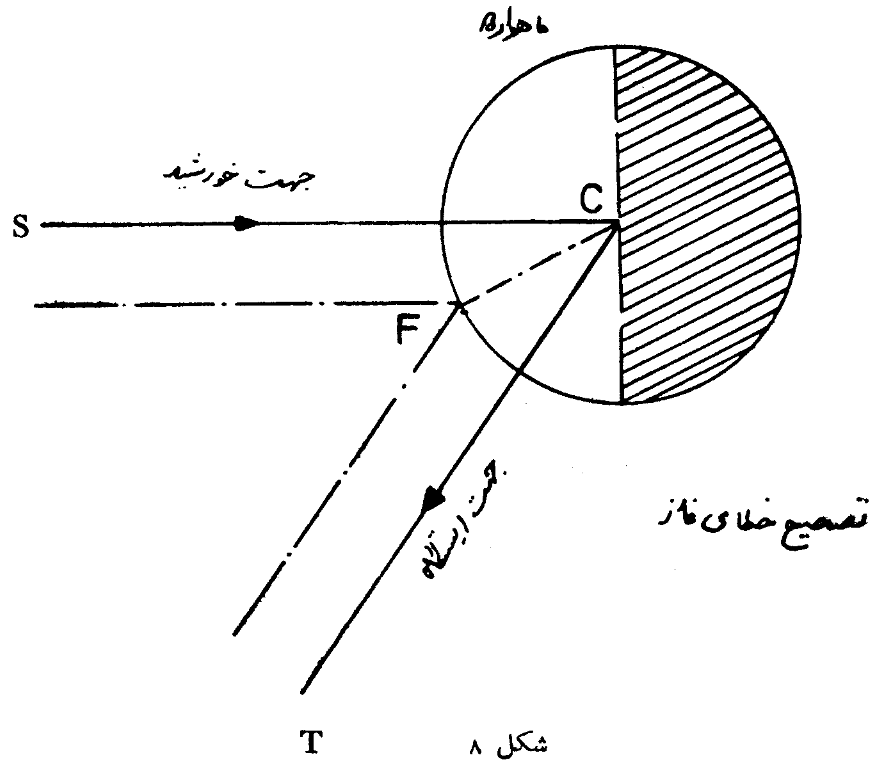
فاصله d که درمحاسبه بالا بکار میرود تقریبی است وکافی است که از مختصات تقریبی مداری ماهواره که ازطرف مؤسسه آمریکائی سمیتزونیین (Smithsonian) مرتباً منتشر میگردد استفاده نمود .

بدیهی است پس‌ازتعیین مختصات همزمان (y_0 و x_0) ایستگاهها باید خطای تاب وخطای‌انکسار نورنقاط مربوط به ترتیبی که دربالا گفته شد تصحیح گردد و سپس به کمک فرمولهای هموگرافیک که قبلا با استفاده ازستارگان بدست‌آوردیم‌مقادیر (x_c و y_c) را حساب‌میکنیم وسپس آنها را با استفاده‌ازماتریس های تغییر مختصات به سیستم مختصات استوائی زمینی تبدیل میکنیم .

برای مثال‌ضرائب‌لیساژ مقادیر (A و B و C و D و E) یکی‌ازعکس های‌مسیر ماهواره که‌توسط انستیتوی‌جغرافیائی‌فرانسه درمراکش گرفته شده‌وبه‌ترتیب بالاحساب شده‌است‌تاشش‌رقم‌اعشاردرج‌مینمائیم:

ضرائب	A	B	C	D	E
x	+۰٫۰۹۰۰۶۸	+۰٫۰۲۷۹۲۱	−۰٫۰۰۰۳۸۳	+۰٫۰۰۰۰۰۹	−۰٫۰۰۰۰۰۱
y	+۰٫۱۹۵۷۸۰	+۰٫۰۷۱۳۸۷	−۰٫۰۰۰۹۱۸	+۰٫۰۰۰۰۲۱	−۰٫۰۰۰۰۰۱

۶ ـ تصحیح خطاهای فاز (Phase) وخروج ازمرکز ایستگاه عکس‌برداری ـ بطوریکه قبلا گفتیم موقعیت ماهواره در روی مدار خود با تقریب ۶ الی ۷ متر تعیین میشود وازطرف دیگر قطر ماهواره پاژئوس درحدود ۳۰ متر است و چون روشنائی خود را از خورشید کسب مینماید لذا مانند ماه دارای فازهای مختلف خواهد بود که درنتیجه آن امتداد عکس‌برداری با امتداد حقیقی مرکز ماهواره اختلاف خواهد داشت بطوریکه در روی شکل مربوط می‌بینیم اگرامتداد اشعه خورشید SC باشد نیمهٔ MM′ ماهواره روشن خواهد بود و این نیمه روشن از ایستگاه عکس‌برداری زمین بحالت تربیع دیده میشود که وسط آن نقطه F است و بنابراین امتداد عکسبرداری بجای خط مرکزی TC امتداد TF خواهد بود ونقطه F در روی نیمساز زاویه SCT قرار دارد بنابراین خطای فاز برابر بردار $\overline{FC}$ خواهد بود برای محاسبه مؤلفه‌های این بردار می‌بینیم که اگرکوسینوسهای هادی امتداد خورشید درلحظه عکسبرداری :



شکل ۸

$$\begin{cases} S_1 = \cos\delta\cos(\alpha - H_s) \\ S_2 = \cos\delta\sin(\alpha - H_s) \\ S_3 = \sin\delta \end{cases}$$

باشد (H_s) زاویه نقطه ۲ یا اعتدال بهاری ومدارگرینویچ است و (α و γ) هم‌بعد و میل نجومی خورشید درلحظه عکسبرداری) میباشد .

و ازطرف دیگر (u و v و w) هم‌کوسینوسهای هادی امتداد TC عکسبرداری درسیستم استوائی زمینی باشد مؤلفه‌های بردار $\overline{FC}$ یعنی خطای فاز برابر :

$$dx = \frac{r}{q}(u - S_1)$$

$$dy = \frac{r}{q}(v - S_2)$$

$$dz = \frac{r}{q}(w - S_3)$$

خواهد شدکه درآن r شعاع ماهواره (یعنی ۱۰ متر) و :

$$q = \sqrt{(u-S_1)^2 + (v-S_2)^2 + (w-S_3)^2}$$

میباشد .

راجع به‌خطای خروج ازمرکز ایستگاه‌هم فرض‌کنیم‌که مختصات نقطه ایستگاه $M(x,y,z)$ است ولی محل نصب‌دوربین عکسبرداری نقطه $M'(x_1,y_1,z_1)$ میباشد بنابراین مؤلفه‌های بردار خروج ازایستگاه به‌ترتیب :

$$dx' = x_1 - x$$

$$dy' = y_1 - y$$

$$dz' = z_1 - z$$

خواهد بود . بنابراین کوسینوسهای هادی امتداد عکسبرداری باید به میزان :

$$d\alpha = \frac{dx' - dx}{\Delta}$$

$$d\beta = \frac{dy' - dy}{\Delta}$$

$$d\gamma = \frac{dz' - dz}{\Delta}$$

اصطلاح گردد که Δ فاصله تقریبی ماهواره درلحظه عکسبرداری ازایستگاه میباشد .

۷ ـ محاسبه مختصات ماهواره و مختصات نقاط زمین درعکسبرداری ـ بطوریکه شرح داده شد پس از تصحیح های تاب عدسی دوربین ولیساژ مختصات نقاط عکس ماهواره را برای ایستگاههای مختلف بطور همزمان برای لحظه‌های $\left(t+\frac{d}{c}\right)$ تعیین میکنیم . سپس مقادیر (x_0 , y_0) هرایستگاه را با استفاده از فرمول هموگرافیک آن ایستگاه تبدیل به مقادیر (x_c و y_c و $-P$) مینمائیم که درحقیقت کوسینوسهای هادی ماهواره درسیستم مختصات دستگاه عکسبرداری ایستگاه مربوطه میباشند . سپس این کوسینوس های هادی را درماتریس Q^T ترانسپوزه ماتریس Q^x ضرب میکنیم تا کوسینوسهای هادی امتداد ماهواره در سیستم افقی محلی بدست آید و اگر c_h b_h a_h مختصات مزبور درسیستم افقی محلی باشند خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} a_h \\ b_h \\ c_h \end{bmatrix} = Q^T \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ -P \end{bmatrix}$$

دراین جا بطوریکه قبلا گفته شد تصحیح انکسار نور صورت میگیرد که بصورت $(d\beta = \rho_A)$ میباشد . در انستیتوی جغرافیائی فرانسه برای تصحیح انکسار نور مقادیر a_h و b_h و c_h را به‌اندازه :

$$\partial a_h = -K a_h$$

$$\partial b_h = -K b_h$$

$$\partial c_h = +K \frac{a_h^۲ + b_h^۲}{c_h}$$

درجهت لازم اصلاح میکنند که درآن:

$$K = ۲۹۲ \times ۱۰^{-۶} \frac{P}{۷۶۰} \times \frac{۲۷۳}{T} \left(۱ - \frac{۱ - e^{-۰٫۱۳۸۰\, \rho \cos\beta}}{۰٫۱۳۸۰\, \rho \cos\beta} \right)$$

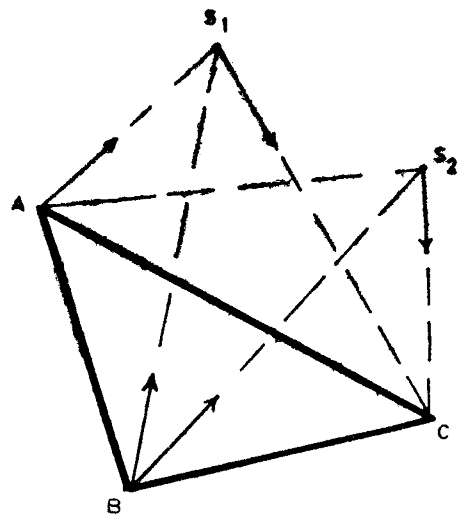
میباشد .

درفرمول بالا ρ فاصله ماهواره و P و T فشار و حرارت مطلق ایستگاه هستند و β هم فاصله سمت‌الرأس میباشد سپس مقادیر تصحیح شده $a_h + \partial a_h$ و $b_h + \partial b_h$ و $c_h + \partial c_h$ را با ضرب کردن در ماتریس های R^T و V^T ترانسپوزه‌ماتریس های R^x و V^x تبدیل به کوسینوسهای هادی‌امتدادماهواره‌درسیستم استوائی زمینی‌مینمایند که برای تمام امتدادها یکسیستم واحد وقابل هرنوع محاسبه میباشد وبه‌این ترتیب خواهیم داشت :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = R^T \cdot V^T \cdot \begin{bmatrix} a_h + \partial a_h \\ b_h + \partial b_h \\ c_h + \partial c_h \end{bmatrix}$$

برای محاسبه مختصات ماهواره مطابق شکل (مثلث‌بندی فضائی) می‌بینیم که نقطه فصل‌مشترك دوامتداد فضائی ماهواره AS_1 و BS_1 وهمچنین دو امتداد AS_2 و BS_2 در سیستم استوائی مشترك.

مثلث بندی فضائی با ماهواره



شکل ۹

از دو ایستگاه عکسبرداری A و B که مختصات جغرافیائی آن‌ها معلوم است موقعیت ماهواره را درسیستم استوائی مشترك تعیین‌میکند معادله این‌دوخط فضائی که کوسینوسهای هادی آن‌ها معلوم‌است بصورت زیر میباشد .

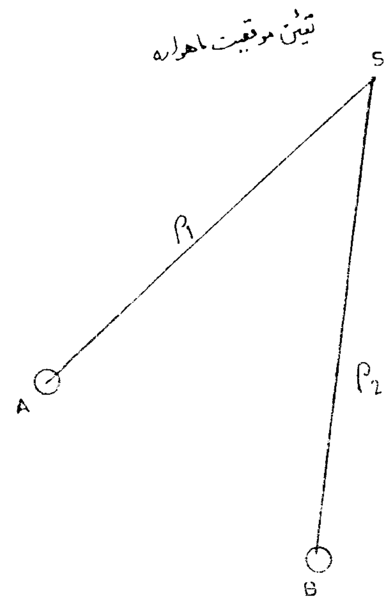
$$\frac{X_S - X_A}{a_1} = \frac{Y_S - Y_A}{b_1} = \frac{Z_S - Z_A}{c_1}$$

$$\frac{X_S - X_B}{a_2} = \frac{Y_S - Y_B}{b_2} = \frac{Z_S - Z_B}{c_2}$$

که میتوان آنها را درمختصات قطبی که برای محاسبه مناسب‌تر است بصورت زیر نوشت :

$$AS \begin{cases} X_S = X_A + a_1 \rho_1 \\ Y_S = Y_A + b_1 \rho_1 \\ Z_S = Z_A + c_1 \rho_1 \end{cases} \qquad BS \begin{cases} X_S = X_B + a_2 \rho_2 \\ Y_S = Y_B + b_2 \rho_2 \\ Z_S = Z_B + c_2 \rho_2 \end{cases}$$

بطوریکه می‌بینیم معادلات بالا ۶ عدد است و مجهولات ۵ عدد که (X_S و Y_S و Z_S و ρ_1 و ρ_2) میباشد بدیهی است معادله اضافی شرط هندسی هم سطح بودن دوخط فضائی است که باید یکدیگر را قطع کنند ولی چون بدلیل وجود خطاها دوخط فضائی مزبور دریک سطح قرار ندارند وبعلاوه درصورتیکه تعداد ایستگاههای عکسبرداری بیش از دو عدد باشند تعداد خطوط فضائی هم اضافه میشود لذا بطوریکه میدانیم راه حل مسئله طریقه کمترین مربعات است یعنی مقادیر X_S و Y_S و Z_S مختصات نقطه S ماهواره را طوری انتخاب میکنیم که مجموع مربعات باقیمانده Σv^2 یا بعبارت دیگر مجموع مربعات فواصل نقطه S ماهواره ازامتدادهای عکسبرداری مانند AS و BS و CS و غیره حداقل باشد بدیهی‌است درحالت خاص دو امتداد فضائی جواب مسئله کمترین مربعات نقطه وسط عمود مشترك دوامتداد مزبور میباشد که حل آن ازطریق هندسی بسیار ساده است .



شکل ۱۰

حال بطوریکه در روی شکل مثلث‌بندی فضائی ملاحظه میشود اگر دوموقعیت فضائی ماهواره یعنی S_1 و S_2 را بادونوبت عکسبرداری واندازه‌گیری ومحاسبه تعیین کنیم میتوانیم بعداً بکمك این دونقطه فضائی معلوم و امتداد عکسبرداری همزمان ایستگاههای غیر معلوم مانند C مختصات (X_C و Y_C و Z_C) این نوع ایستگاهها را تعیین نمائیم که درمحل تقاطع خطوط فضائی مانند S_1C و S_2C واقع میباشند وچون هردومسئله مورد بحث ازحیث شکل معادله و طرز محاسبه شبیه یکدیگرند لذا دومسئله فوق‌الذکر را که یکی تعیین موقعیت S ماهواره در فضا و دیگری تعیین موقعیت C ایستگاه عکسبرداری درزمین است یکجا

بطریق کمترین مربعات حل میکنیم بدیهی است درحالتی که نقاط زمین معلوم است مقادیر اصلاحی مانند dX_A و dY_A و dZ_A صفرمیباشدولی‌مقادیراصلاحی (dX_S و dY_S و dZ_S) نقطه فضائی که بایدبه‌مختصات تقریبی اضافه شود تعیین خواهد شد و بالعکس درحالتی که نقاط فضائی معلوم است و منظور محاسبه نقطه زمین است دراینحالت مقادیر اصلاحی dX_C و dY_C و dZ_C ایستگاه یانقطه زمین هم که باید به مختصات تقریبی آن نقطه اضافه شود محاسبه خواهد شد مختصات تقریبی نقاط راکه بعداً بشرح بالا تصحیح میشود میتوان با استفاده ازمعادلات قطبی خطوط فضائی بدست آورد و خواهیم داشت :

$$X_A - Y_A + \rho_1(a_1 - b_1) = X_B - Y_B + \rho_2(a_2 - b_2)$$

$$X_A - Z_A + \rho_1(a_1 - c_1) = X_B - Z_B + \rho_2(a_2 - c_2)$$

با حل دومعادله دومجهولی فوق مقادیر تقریبی ρ_1 و ρ_2 تعیین خواهد شد و بوسیله آنها با استفاده ازمعادلات قطبی‌خطوط مقادیر تقریبی (X_S و Y_S و Z_S) را حساب‌خواهیم کرد و بهمین ترتیب برای‌محاسبه مقادیر تقریبی (X_C و Y_C و Z_C) .

۹ ـ حل معادلات کمترین مربعات ـ بطوریکه گفتیم‌معادلات اندازه‌گیری یا بعبارت دیگر معادلات قطبی تعیین مختصات نقطه S ماهواره بدلیل وجود خطاهای اندازه‌گیری باید با اضافه کردن یک باقی‌مانده بصورت زیر نوشته شوند :

$$\text{(ایستگاه A)} \begin{cases} X_S = X_A + a\rho + v_1 \\ Y_S = Y_A + b\rho + v_2 \\ Z_S = Z_A + c\rho + v_3 \end{cases}$$

وبرای‌آنکه مقادیر اصلاحی dX_S و dY_S و dZ_S و dX_A و dY_A و dZ_A و $d\rho$ و da و db و dc درمعادلات داخل شوند از روابط :

$$\frac{X_S - X_A}{\rho} = a$$

$$\frac{Y_S - Y_A}{\rho} = b$$

$$\frac{Z_S - Z_A}{\rho} = c$$

دیفرانسیل میگیریم وخواهیم داشت :

$$
(\text{ایستگاه } A)\begin{cases}
\frac{1}{\rho}(dX_S-dX_A)-\frac{a d\rho}{\rho}-da+(a'-a)=v_x \\
\frac{1}{\rho}(dY_S-dY_A)-\frac{b d\rho}{\rho}-db+(b'-b)=v_y \\
\frac{1}{\rho}(dZ_S-dZ_A)-\frac{c d\rho}{\rho}-dc+(c'-c)=v_z
\end{cases}
$$

که درآن مقادیر :

$$a'=\frac{X_S-X_A}{\rho_1}$$

$$b'=\frac{Y_S-Y_A}{\rho_1}$$

$$c'=\frac{Z_S-Z_A}{\rho_1}$$

کوسینوسهای هادی تقریبی موقت‌حساب شده بطریقیکه قبلا درمورد محاسبه ρ_1 و ρ_2 شرح داده شد میباشند درصورتیکه a و b و c کوسینوسهای هادی محاسبه شده‌است که طرز تعیین آن مفصلاً شرح داده شده و da و db و dc و $d\rho$ هم‌مقادیراصلاحی‌این کوسینوس‌ها و ρ میباشندو dX_S و dY_S و dZ_S وهم‌مقادیراصلاحی X_S و Y_S و Z_S ماهواره هستند که طرزمحاسبه موقتی آن‌را قبلاً گفتیم بدیهی‌است درموردایستگاههای‌معلوم یعنی ایستگاههائیکه مختصات (X_A و Y_A و Z_A) آن قبلا تعیین شده است و ثابت میباشند مقادیر dX_A و dY_A و dZ_A مساوی صفر میباشند ولی درمورد ایستگاه‌هائیکه باید مختصات آن بوسیله ماهواره تعیین‌شود مانند نقطه C مقادیر اصلاحی dX_C و dY_C و dZ_C مربوط صفر نبوده و باید محاسبه و به مختصات موقت این نقطهٔ اضافه شود با توجه به توضیحات فوق می‌بینیم که برای هرایستگاهی سه رابطه بشرح بالا موجود است وبنابراین برای n ایستگاه (3n) رابطه بصورت‌زیرخواهیم‌داشت که بایدبطریق کمترین مربعات‌حل کرد ویابعبارت دیگر (Σv^2) را می‌نیمم نمود .

$$\frac{1}{\rho_1}[dX_A-dX_S+a_1 d\rho_1]+da_1+(a_1-a'_1)=v_1$$

$$\frac{1}{\rho_1}[dY_A-dY_S+b_1 d\rho_1]+db_1+(b_1-b'_1)=v_2$$

$$\frac{1}{\rho_1}[dZ_A-dZ_S+c_1 d\rho_1]+dc_1+(c_1-c'_1)=v_3$$

....

$$\frac{1}{\rho_2}\left[dX_B-dX_S+a_2d\rho_2\right]+da_2+(a_2-a'_2)=v_4$$

$$\frac{1}{\rho_2}\left[dY_B-dY_S+b_2d\rho_2\right]+db_2+(b_2-b'_2)=v_5$$

$$\frac{1}{\rho_2}\left[dZ_B-dZ_S+c_2d\rho_2\right]+dc_2+(c_2-c'_2)=v_6$$

بطوریکه می‌بینیم دراین معادلات v_1 و v_2 و v_3 و ... باقی مانده‌های روابط بین مقادیر اصلاحی وکوسینوسهـای هادی هستند و تمام جمله های آن‌ها بدون بعد میباشند مانند $\frac{dx}{\rho}$ و $\frac{ad\rho}{\rho}$ و daو$(a-a')$ و غیره و بطوریکه گفتیم برای حل‌مسئله فوق باید مشتق‌های حمله Σv^2 را نسبت به‌مجهولات که به‌ترتیب dX_S و dY_S و dZ_S و $d\rho_1$ و $d\rho_2$ و da_1 و da_2 و db_1 و db_2 و dc_1 و dc_2 میباشند مساوی صفـر نمـود و باین‌ترتیب معادلات نرمال Normal بدست میآیند .

برای مثال درحالتیکـه فقط دوامتداد عکسبرداری از ماهواره (AS و BS) را داشته بـاشیم تعداد معادلات نرمال به تعداد و مجهولات یعنی یازده عدد است و ماتریس این معادلات که یک ماتریش قرینه ۱۱ عنصری است بصورت زیر میباشد :

$$\begin{bmatrix}
\left(\frac{1}{\rho_1^2}+\frac{1}{\rho_2^2}\right) & 0 & 0 & \frac{-a_1}{\rho_1^2} & \frac{-a_2}{\rho_2^2} & \frac{-1}{\rho_1} & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_2} & 0 & 0 \\
 & \left(\frac{1}{\rho_1^2}+\frac{1}{\rho_2^2}\right) & 0 & \frac{-b_1}{\rho_1^2} & \frac{-b_2}{\rho_2^2} & 0 & \frac{-1}{\rho_1} & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_2} & 0 \\
 & & \left(\frac{1}{\rho_1^2}+\frac{1}{\rho_2^2}\right) & \frac{-c_1}{\rho_1^2} & \frac{-c_2}{\rho_2^2} & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_1} & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_2} \\
 & & & \frac{+1}{\rho_1^2} & 0 & \frac{a_1}{\rho_1} & \frac{b_1}{\rho_1} & \frac{c_1}{\rho_1} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \frac{+1}{\rho_2^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2}{\rho_2} & \frac{b_2}{\rho_2} & \frac{c_2}{\rho_2} \\
 & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & 1 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & & & 1
\end{bmatrix}$$

و اگر ماتریس معکوس ماتریس فوق را با علامت M^{-1} بنامیم حل معادلات نرمال با توجه به مقادیر ثابت معادلات دیفرانسیل اندازه گیری بصورت زیر نوشته خواهند شد :

$$\begin{bmatrix} dX_S \\ dY_S \\ dZ_S \\ d\rho_1 \\ d\rho_2 \\ da_1 \\ da_2 \\ db_1 \\ db_2 \\ dc_1 \\ dc_2 \end{bmatrix} = (M^{-1}) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_1}(a_1 - a'_1) + \frac{1}{\rho^2}(a_2 - a'_2) \\ \frac{1}{\rho_1}(b'_1 - b_1) + \frac{1}{\rho_2}(b_2 - b'_2) \\ \frac{1}{\rho_1}(c_1 - c'_1) + \frac{1}{\rho_2}(c_2 - c'_2) \\ \frac{a_1}{\rho_1}(a'_1 - a_1) + \frac{b_1}{\rho_1}(b'_1 - b_1) + \frac{c_1}{\rho_1}(c'_1 - c_1) \\ \frac{a_2}{\rho_2}(a'_2 - a_2) + \frac{b_2}{\rho_2}(b'_2 - b_2) + \frac{c_2}{\rho_2}(c'_2 - c_2) \\ (a'_1 - a_1) \\ (b'_1 - b_1) \\ (c'_1 - c_1) \\ (a'_2 - a_2) \\ (b'_2 - b_2) \\ (c'_2 - c_2) \end{bmatrix}$$

بطوریکه گفته شد برای حل این معادلات باید ماتریس معکوس (M^{-1}) را تشکیل دهیم و آنرا درماتریس مقادیر ثابت که درطرف راست دیده میشود ضرب کنیم وحاصل ضرب هرردیف از ماتریس معکوس درستون ماتریس مقادیر ثابت مقدار مجهول مربوط را بدست خواهد داد .

بدیهی است پس از تعیین مقادیر اصلاحی dX_S و dY_S و dZ_S و da_1 و da_2 وعیره موقعیت نهائی نقطه S ماهواره وهمچنین کوسینوسهای هادی نهائی اصلاح شده بدست خواهند آمد :

$$\overset{\text{نهائی}}{X_S} = \overset{\text{موقت}}{X_S} + dX_S$$

$$\overset{\text{نهائی}}{Y_S} = \overset{\text{موقت}}{Y_S} + dY_S$$

$$\overset{\text{نهائی}}{Z_S} = \overset{\text{موقت}}{Z_S} + dZ_S$$

برای تعیین مختصات نقاط مجهول ایستگاه زمین د رسیستم مختصات استوائی زمینی همانطوریکه گفته شد کافی است

دو موقعیت S_1 و S_2 ماهواره را بطریق مذکور فوق حساب کنیم و سپس به کمک این دو نقطه بوسیله دو استداد معلوم S_1C و S_2C مختصات نقطه ایستگاه C را تعیین کنیم بدیهی است مسئله دراینحالت درست عکس مسئله قبلی است یعنی دراینحالت S_1 و S_2 معلومندومقادیر dX_S و dY_S و dZ_S صفراست ومجهولات موردنظر dX_C و dY_C و dZ_C میباشندوحل مسئله درست تکرار مسئله قبل است بعلاوه بطوریکه قبلا گفتیم میتوان دومسئله فوق را با هم ویکجا حل نمود که البته تعداد معادلات و درجه ماتریس های مربوط دوبرابر و بلکه چند برابر خواهد شد کاملا واضح است که حل چنین مسئله‌ای با این تعداد معادلات بغرنج ومجهولات و مخصوصاً انتخاب ستاره‌هائیکه برای توجیه عکسها بکار میروند وهمچنین حل ماتریس های مختلف که مفصلا شرح داده شد بدون استفاده ازحسابگر الکترونیک(کامپیوتر) غیرممکن میباشد و این یکی ازمواردی است که بخوبی اهمیت کامپیوتر را درمحاسبات بغرنج روشهای جدید علمی نشان میدهد .

۱۰ ـ دقت محاسبات موقعیت ماهواره ونقاط زمین ـ برای تعیین این دقت لازم است که یکی از قضایای مهم نظریه خطاها یادآوری شود طبق این قضیه خطای کوادراتیک متوسط محاسبه دسته‌جمعی مجهولات معادلات اندازه‌گیری که تابع خطاهای اندازه‌گیری مستقیم هستند برابر :

$$\eta^2 = \frac{\Sigma v_i^2}{(m-i)}$$

میباشد که درآن m تعداد معادلات اندازه‌گیری و i تعداد مجهولات است ولی دراین‌جا اگر n نقطه داشته باشیم تعداد معادلات اندازه‌گیری ۲n خواهد بود وتعداد مجهولات مستقل هم ۳+n است (n عددشعاع قطبی ρ و ۳ عدد مختصات نقطه S) بنابراین خواهیم داشت :

$$\eta^2 = \frac{\Sigma v_i^2}{2n-(n+3)} = \frac{\Sigma v_i^2}{2n-3}$$

ازطرف دیگر برای محاسبه خطای کوادراتیک هریک ازمجهولات میبایست مقدار (η) مذکور فوق را دریک ضریب که آنرا وزن خطا مینامند ضرب نمود و این ضریب ریشه دوم جمله مربوطه ماتریس معکوس $[M^{-1}]$ است که در روی قطر تقارن ماتریس درمقابل مجهول موردنظر قرار دارد بعبارت دیگر اگر جمله‌های واقع در روی قطر تقارن را به ترتیب $\frac{A_1^1}{\Delta}$ $\frac{A_2^2}{\Delta}$ $\frac{A_3^3}{\Delta}$ بنامیم که A_i^i دترمینان‌مینورمربوط‌به‌جمله‌مشابه‌به‌ماتریس [M] ضرایب معادلات نرمال میباشد و Δ هم دترمینان کامل ماتریس فوق‌الذکر است بنابراین خطای کوادراتیک مقادیر اصلاحی موقعیت ماهواره (dX_S و dY_S و dZ_S) به ترتیب برابر :

$$\eta_1 = \eta \sqrt{\frac{A'_1}{\Delta}}$$

$$\eta_2 = \eta \sqrt{\frac{A'_2}{\Delta}}$$

$$\eta_3 = \eta \sqrt{\frac{A'_3}{\Delta}}$$

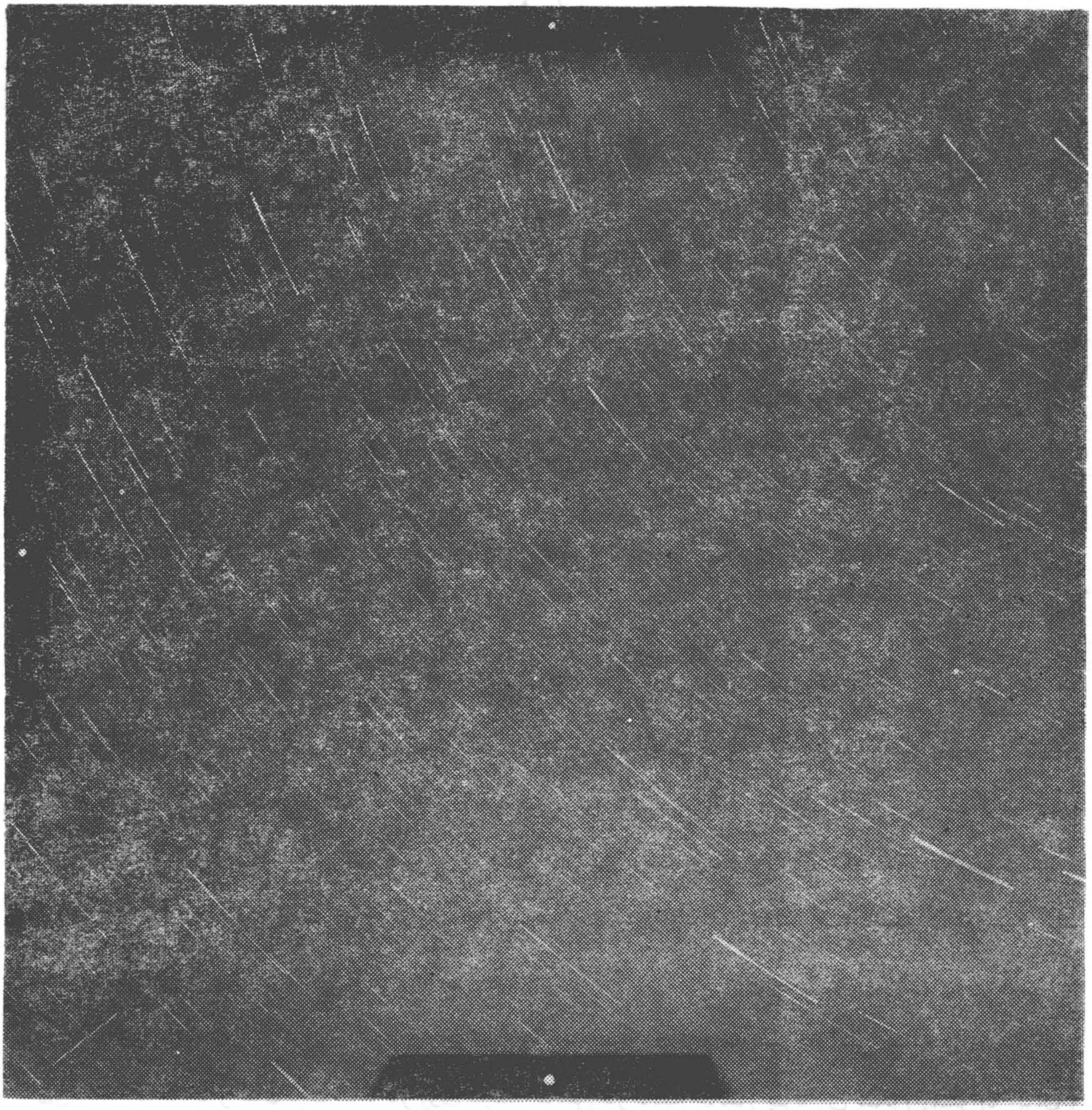
خواهد بود بعلاوه میتوانیم خطای سایر مجهولات را هم بهمین ترتیب تعیین کنیم ولی باید توجه داشت که درحل معادلات فوق مجهولات اصلی همان مقادیر dX_S و dY_S و dZ_S هستند و بقیه مجهولات جنبه فرعی دارند زیرا بین مقادیر a و $d\rho$ و da ... و غیره روابطی ازقبیل :

$$\frac{ad\rho}{\rho} = da \quad \text{یا} \quad ad\rho = \rho da$$

$$\frac{bd\rho}{\rho} = db \quad \text{یا} \quad bd\rho = \rho db$$

برقرار میباشند که جنبه فرعی بودن این مقادیر را روشن میسازد . دراندازه‌گیریهائیکه بتوسط انستیوی جغرافیائی فرانسه درمورد مثلث‌بندی فضائی (فرانسه ـ مراکش ـ پرتقال و جزایر آسور) صورت گرفته است خطای متوسط موقعیت ماهواره و نقاط زمین بین ۵ الی ۱۰ متر وخطای زاویه‌ای امتدادمحور عکسها درحدود (5×10^{-6}) رادیان بوده است که البته مربوط به ماهواره اکو (Echo) میباشد که فاصله آن از زمین کمتر از پاژئوس (Pageos) است .

درخاتمه باید یادآوری شود که برای انجام محاسبات بشرح مذکور در این مقاله باید علاوه بر تعیین مشخصات ستارگان ثبت شده در روی شیشه عکس درلحظه عکس برداری شکل زمینواره ایران و همچنین زوایای انحراف قائم نقاط عکس برداری را نیز تعیین نمود که تمام آن ها جنبه تحقیقی و پژوهشی دارد و اهمیت ولزوم همکاری دانشگاه و سازمان نقشه برداری کشور و همچنین همکاری سازمان جغرافیائی ارتش شاهنشاهی ایران را که دارای سابقه و تجربه مفید در زمینه این نوع اندازه‌گیری ها هستند روشن میسازد .



عکس عبور ماهواره پاژئوس Pagéos ازآسمان تهران که از ایستگاه فرح‌زاد برداشته شده است

La première prise de vue de satellite (Pagéos) en Iran en vue de détermination des coordonnées des points par application de «méthode de direction».

Par :

I. Chams - Molkara

Prof. à la Faculté Technique.

Resumé de l'article

On sait que par application des méthodes de la géodesie spatiale ou geodésie tridimensionnelle et par utiltsation de satellite artificel qui en réalité est une mire située dans l'espace, et visible de presqne tous les points de la terre, on peut calculer les coordonnées des stations terrestres avec des précisions assez considérables.

En plus on peut établir des liaisons géodésiques, entre des points situés à grandes distances, et separés par les eaux des mers, et c'est bien le cas de l'Iran avec des points situés à millier des kilomètres et des iles nombreuses dans la golfe persique.

Les operations de la gésie géodésie spatiale en Iran vont se porter en première étape sur la méthode de direction, qui est basée sur la prise de vue simultanée de la trajectoire d'un satellite artificiel sur fond d'étoiles à l'aide d'une chambre balistique, Par plusieurs stations terrestres, accompagnés de mesure du temps avec une précision de 10^{-3} seconde.

Ces operations, ainsi que les calculs de la position de satellite, et les coordonnées des stations vont être réalisées par le centre cartographique de l'Iran avec la collaboration de l'Université de Téhéran et service géographique de l'armée impériale d'après la méthode developpée en France par

(I. G. N.) Institut Géographique national , sous la haute diréction du prof. George Laclavère directeur de l'I. G. N. et, Prof. J. Levallois géodesien illustre , et ingénieur géographe H. M. Dufour , Directeur de groupe d'étude spatiale.

Dans cet article nous avons essayé d'éxposer et discuter la méthode en question appelée aussi (Triangulation Spatiale).

D'après cette méthode on transforme les coordonnées astronomiques (a , b , c) des étoiles visibles sur la prise de vue en coordonnées locales du point de station , et puis , en coordonnées instrumentales à l'aide des matrices de changement de système et matrice de déviation de verticale R , Q, et V qui déterminent les coordonnées (U V W) des mêmes étoiles enregistré sur la plaque de prise de vue.

$$\begin{vmatrix} U \\ V \\ W \end{vmatrix} = Q.R.V. \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$$

Mais les coordonnées des étoiles enregistrées sur la plaque étant approchées à cause des erreurs de l'orientation de l'appareil , de distorsion et de réfraction atmosphérique , on cherche une formule de correspondance homographiqne entre les coordonnées calculées U. V. W. et les coordonnées mesurées sur la plaque , après les corrections nécessaires , par des relations du type :

$$x_c = -\frac{U_i}{W_i} \cdot P = \frac{a + bx_o + cy_o}{1 + Ax_o + By_o}$$

$$y_c = -\frac{V_i}{W_i} \cdot P = \frac{a' + b'x_o + c'y_o}{1 + Ax_o + By_o}$$

$X_o Y_o$ étant les coordonnées mesurées sur la plaque et - P la distance principale de la chambre balistiqne.

Bien entendu le nombre des étoiles étant supérieur au nombre des inconnues on resoud ce probleme par la méthode des moindres carrés.

Aprés la detérmination des formules homographique on pourrait invérsement transformer les coordonnées plaque des points de la trajectoire de satellite aux coordonnées dans le systéme locale , pour la correction des erreurs de réfraction atmosphérique et puis dans le système équatoriale terrestr à l'aide des matrices transposée des matrices R , Q. et V

En ce qui concérne la detérmination des images simultanés de satellite dans les prises de vue de différente stations. On procède a l'opération appelée. (Lissage des plaque) , qui consiste à chercher une formule pour l'image de la trajectoire de satellite sur les plaque dépendant du temp T de la forme :

$$x = A_1 + B_1 T + C_1 T^2 + D_1 T^3 + E_1 T^4$$

$$y = A_2 + B_2 T + C_2 T^2 + D_2 T^3 + E_2 T^4$$

Cette formule pérmet de detérminer la valeur exacte de (x , y) pour instant (T) pour toutes les stations , avcc la correction $\left(t + \frac{D}{C}\right)$ de distance de satellite a ces stations.

Connaissant alors ainsi , les cosinus dirécteurs et lcs équations de droites spatiales joigant les stations terréstres a la position spatiale de stellite on pourra determincr la position de satellite et les coordonnées des stations inconnues par intersection de ces droites ; toujours par la méthode de moindres carrées.

La precision de cette methode peut atteindre de 5 à 10^M pour les coordonnées d'une station. A condition qu'on puisse connaitre les coordonnées éxactes des etoiles enregistrés sur la plaque a l'instant (T) de la prise de vue simultané ainsi que la forme assez exacte de la géoide de la région de l'Iran , par rapport à l'ellipsoide internationale de référence et l'angle de deviations de verticales de differentes stations.

En (I.G.N) les calculs. s'efféctuent aur la (cab 500) à l'aide d'un fichier de 3500 étoiles sur band perforée rangées selon la déclinaison.

Comme on voit l'application de cette méthode éxige une programation assez compliquée , comportant les coordnnés ecliptiques des étoiles et les matrices de transformation ; elle éxige , aussi la détermination de la forme de Géoide de l'Iran et des mesures de deviation de vérticale des points de station , qui vont faire tous l'objet des rechérches scientifiques.