بررسی ترانسفورماتور با هستهٔ قابل اشباع به عنوان یک دو درب

دکتر حسین محسنی

استادگروه مهندسی برق و کامپیوتر ـ دانشکده فنی ـ دانشگاه تهران

مهندس کاوه نیایش

دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی برق وکامپیوتر ـ دانشکده فنی ـ دانشگاه تهران

چکیده

ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ، نمونه‌ای از یک دودرب[1] است. برای دو درب‌ها روابط ماتریسی مناسبی تعریف گردیده است و به کارگیری این روابط، اغلب بررسی دودربها را آسان می‌کند. در صورتی که تزویج مغناطیسی بین دو سیم‌پیچ بسیار قوی باشد، یعنی در مواردی که شار پراکندگی نسبت به شار اصلی ناچیز است، ترانسفورماتور به حالت ایده‌آل نزدیک می‌شود. در این حالت تعیین ماتریسهای مشخصهٔ ترانسفورماتور به عنوان دودرب و تبدیل این ماتریسها به یکدیگر مشکل می‌گردد.

در این مقاله، روشی برای بدست آوردن ماتریسهای مشخصهٔ ترانسفورماتور نزدیک به ایده‌آل و تبدیل این ماتریسها به یکدیگر ارائه می‌گردد. همچنین رابطهٔ بین اجزاء این ماتریس‌ها و مشخصات قابل اندازه گیری یا قابل محاسبه ترانسفورماتور، مانند نسبت تبدیل، مشخصهٔ بی‌باری و امپدانس اتصال کوتاه بیان می‌شود. مشخصهٔ بی‌باری یک ترانسفورماتور با هستهٔ آهنی قابل اشباع رفتار غیرخطی دارد. در نظر گرفتن رفتار غیرخطی هسته در ماتریس‌های دودرب نیز در این مقاله بیان می‌شود.

در این مقاله، ابتدا بصورت مختصر مروری بر تعاریف ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ دودرب می‌آید. پس از آن، دلیل کم بودن دقت در اندازه گیری یا محاسبه مستقیم عناصر ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور در حالت نزدیک به ایده‌آل ذکر می‌شود. در قسمت بعد روش پیشنهادی برای تعیین ماتریس‌های ترانسفورماتور به عنوان دودرب را با معرفی پارامترهای جدید بیان نموده و امکان تبدیل ماتریسهای دودرب به یکدیگر را برای ترانسفورماتور نشان خواهیم داد و در مورد تغییر رلوکتانس مغناطیسی هسته و اثر این تغییر بر روی اجزاء ماتریس‌های مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور، نشان داده خواهد شد.

۱ـ۱ نمایش امپدانس

برای یک دودرب مطابق شکل ۱ می‌توان ولتاژهای ورودی را بر حسب جریانهای ورودی نوشت.

شکل ۱ـ دو درب همراه با نمایش ولتاژها و جریانها

[1] ـ دو درب و دو قطبی و دودهنه را در فارسی برای لفظ two port انتخاب کرده‌اند و به نظر می‌رسد دودرب انتخاب بهتری باشد.

در این صورت به نمایش امپدانسها می‌رسیم و داریم:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

رابطه (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{U} = \mathbf{ZI} \qquad (2)$$

که در آن ماتریس $\mathbf{Z}$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

به طوری که داریم:

$$\mathbf{U}_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \qquad (4)$$
$$\mathbf{U}_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

۲ـ۱ نمایش ادمیتانس

بر عکس اگر جریانهای ورودی را بر حسب ولتاژهای ورودی به دست آوریم به نمایش ادمیتانس خواهیم رسید. در این صورت داریم:

$$\mathbf{I} = \mathbf{YU} \qquad (5)$$

که در آن ماتریس $\mathbf{Y}$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

به طوری که داریم:

$$I_1 = y_{11}\mathbf{U}_1 + y_{12}\mathbf{U}_2 \qquad (7)$$
$$I_2 = y_{21}\mathbf{U}_1 + y_{22}\mathbf{U}_2$$

اگر ماتریس‌های $\mathbf{Y}$ و $\mathbf{Z}$ معکوس‌پذیر باشند، رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} \qquad (8)$$

۳ـ۱ نمایش هایبرید

همینطور، می‌توان متغیرهای مستقل ولتاژ ورودی و جریان خروجی $(\mathbf{I}_2 ، \mathbf{U}_1)$ را بر حسب جریان ورودی و ولتاژ خروجی به دست آورد. این نمایش دوقطبی به نمایش هایبرید موسوم است و با رابطهٔ ماتریسی زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \qquad (9)$$

ماتریس $\mathbf{H}$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \qquad (10)$$

به طوری که داریم:

$$\mathbf{U}_1 = h_{11}\mathbf{I}_1 + h_{12}\,\mathbf{U}_2 \qquad (11)$$
$$\mathbf{I}_2 = h_{21}\mathbf{I}_1 + h_{22}\,\mathbf{U}_2$$

بالعکس می‌توان متغیرهای $(U_2 ، I_1)$ را برحسب متغییرهای $(U_1 ، I_2)$ بیان کرد. این نمایش نیز نمایش هایبرید است و با رابطهٔ زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \mathbf{H}' \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \qquad (12)$$

برای تفکیک این دو حالت، در مورد نمایش اوّل عنوان نمایش هایبرید (۱) و برای نمایش دوّم عنوان نمایش هایبرید (۲) انتخاب شده است. واضح است که اگر $\mathbf{H}$ یا $\mathbf{H}'$ معکوس‌پذیر باشند رابطهٔ $\mathbf{H}' = \mathbf{H}^{-1}$ برقرار است.

۴ـ۱ نمایش ماتریس انتقال

اگر مشخصات ورودی مدار $(I_1 ، U_1)$ را بر حسب مشخصات خروجی آن $(I_2 ، U_2)$ بیان کنیم به نمایش ماتریس

انتقال رسیده‌ایم. این نمایش با معادلهٔ ماتریسی زیر داده می‌شود:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \qquad (۱۳)$$

ماتریس $\mathbf{T}$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \qquad (۱۴)$$

به طوری که داریم:

$$\mathbf{U}_1 = t_{11}\mathbf{u}_1 + t_{12}\,\mathbf{I}_2 \qquad (۱۵)$$
$$\mathbf{I}_1 = t_{21}\mathbf{u}_1 + t_{22}\,\mathbf{I}_2$$

به همین ترتیب می‌توان مشخصات خروجی را بر حسب ورودی بیان کرد.

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{T}' \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \qquad (۱۶)$$

واضح است که اگر ماتریسهای $\mathbf{T}$ و $\mathbf{T}'$ معکوس‌پذیر باشند رابطهٔ $\mathbf{T}' = \mathbf{T}^{-1}$ برقرار خواهد بود.

۲ـ تعیین اجزاء ماتریسهای مشخص‌کننده ترانسفورماتور

ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ حالت خاص یک دودرب است و اجزاء ماتریسهای مشخص‌کننده را می‌توان از آزمایشهای بی‌باری واتصال کوتاه به دست آورد و یا با توجه به شرایط بی‌باری و اتصال کوتاه این اجزاء را محاسبه نمود.

۲ـ۱ ماتریس امپدانس

برای تعیین اجزاء ماتریس امپدانس، می‌توان با توجه به روابط (۴) نوشت:

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}, \qquad z_{22} = \frac{U_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$
$$z_{21} = \frac{U_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}, \qquad z_{22} = \frac{U_1}{I_2}\Big|_{I_1=0} \qquad (۱۷)$$

در حقیقت z_{11} امپدانس بی‌باری سیم‌پیچ اول و z_{22} امپدانس بی‌باری سیم‌پیچ دوم است. اگر نسبت z_{11}/z_{22} را تشکیل دهیم، متوجه می‌شویم که نسبت تبدیل ولتاژهای U_1/U_2 برای حالت تغذیه از طرف سیم‌پیچ اول و اتصال باز سیم‌پیچ دوم به دست می‌آید. این نسبت تبدیل را a می‌نامیم و می‌توان نوشت:

$$a = \frac{U_1}{U_2}\Big|_{I_2=0} = \frac{z_{11}}{z_{21}} \qquad (۱۸)$$

و همچنین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1}\Big|_{I_1=0} = \frac{z_{22}}{z_{12}} = \frac{1}{a} \qquad (۱۹)$$

یعنی z_{22}/z_{12} نسبت تبدیل بی‌باری ولتاژهای U_2/U_1 است اگر سیم‌پیچ دوم تغذیه و سیم‌پیچ اول اتصال باز باشد.

۲ـ۲ ماتریس ادمیتانس

برای تعیین اجزاء ماتریس ادمیتانس، می‌توان با توجه به روابط (۷) نوشت:

$$y_{11} = \frac{I_1}{U_1}\Big|_{U_2=0}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{U_2}\Big|_{U_1=0}$$
$$(۲۰)$$
$$y_{21} = \frac{I_2}{U_1}\Big|_{U_2=0}, \qquad y_{12} = \frac{I_1}{U_2}\Big|_{U_1=0}$$

در حقیقت y_{11} ادمیتانس سیم‌پیچ اول است اگر سیم‌پیچ دوم اتصال کوتاه باشد و y_{22} ادمیتانس سیم‌پیچ دوم است اگر سیم‌پیچ اول اتصال کوتاه باشد. نسبت y_{11}/y_{21} - برابر نسبت تبدیل جریانهای I_1/I_2 در حالت تغذیه سیم‌پیچ اول و اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم است و نسبت y_{22}/y_{12} - برابر نسبت تبدیل جریانهای I_2/I_1 در حالت تغذیه سیم‌پیچ دوم و اتصال کوتاه سیم‌پیچ اول می‌باشد. علامت منفی برای نسبت تبدیل جریانها از آنجا ناشی می‌شود که در ترانسفورماتور و در حالت اتصال کوتاه، جریان دو سیم‌پیچ بر خلاف یکدیگرند تا آمپر دور آنها یکدیگر را جبران کنند. لذا داریم:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{z_{11}}{z_{21}} = \frac{z_{12}}{z_{22}} = a, \frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21}}{z_{11}} = \frac{y_{22}}{z_{12}} = -a \quad (۲۱)$$

۲-۳ ماتریس هایبرید

برای تعیین اجزاء ماتریس هایبرید می‌توان با توجه به روابط (۱۱) نوشت:

$$h_{11} = \frac{U_1}{I_1}\Big|_{U_2=0}, \quad h_{22} = \frac{I_2}{U_2}\Big|_{I_1=0} \quad (۲۲)$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}\Big|_{U_2=0}, \quad h_{12} = \frac{U_1}{U_2}\Big|_{I_1=0}$$

در حقیقت h_{11} امپدانس اتصال کوتاه سیم‌پیچ اول و h_{22} ادمیتانس اتصال باز سیم‌پیچ دوم است. جزء h_{21} نسبت تبدیل جریانهای I_2/I_1 برای حالت تغذیه از طرف سیم‌پیچ اول و اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم است و جزء h_{12} نسبت تبدیل ولتاژهای U_1/U_2 برای حالت تغذیه از طرف سیم پیچ دوم و اتصال باز سیم‌پیچ اول می‌باشد.

۲-۴ ماتریس انتقال

برای تعیین اجزاء ماتریس انتقال می‌توان با توجه به روابط (۱۵) نوشت:

$$t_{11} = \frac{U_1}{U_2}\Big|_{I_2=0}, \quad t_{22} = \frac{I_1}{I_2}\Big|_{U_2=0} \quad (۲۳)$$

$$t_{21} = \frac{I_1}{U_2}\Big|_{I_2=0}, \quad t_{12} = \frac{U_1}{I_2}\Big|_{U_2=0}$$

در حقیقت t_{11} نسبت تبدیل ولتاژ سیم‌پیچ اول به ولتاژ سیم پیچ دوم است اگر سیم‌پیچ اول تغذیه و سیم‌پیچ دوم اتصال باز باشد. جزء t_{22} نسبت تبدیل جریان سیم‌پیچ اول به جریان سیم‌پیچ دوم است اگر سیم‌پیچ اول تغذیه و سیم‌پیچ دوم اتصال کوتاه باشد. جزء t_{12} در حالت اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم و جزء t_{21} در حالت اتصال باز سیم‌پیچ دوم به دست می‌آید. روابط زیر بین اجزاء ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور وجود دارد:

$$h_{11} = \frac{1}{y_{11}}, \quad h_{22} = \frac{1}{z_{22}} \quad (۲۴)$$

$$h_{12} = \frac{z_{12}}{z_{22}}, \quad h_{21} = \frac{y_{21}}{y_{11}}$$

$$t_{11} = \frac{z_{11}}{z_{21}}, \quad t_{22} = \frac{y_{11}}{y_{21}} \quad (۲۵)$$

$$t_{12} = \frac{1}{y_{21}}, \quad t_{21} = \frac{1}{z_{21}}$$

۳-۱ ترانسفورماتور ایده‌آل و مشکلات آن

یک ترانسفورماتور ایده‌آل با دو رابطهٔ:

$$\mathbf{U}_1 = a\mathbf{U}_2 \quad (۲۶)$$

$$\mathbf{I}_2 = -a\mathbf{I}_1 \quad (۲۷)$$

تعریف می‌شود. در صورت اعمال ولتاژ به سیم‌پیچ اول و باز بودن اتصال سیم‌پیچ دوم، جریان در سیم‌پیچ اول و دوم صفر است. در حقیقت با صفر بودن جریان در سیم‌پیچ دوم باید طبق رابطه (۲۵) جریان در سیم‌پیچ اول نیز صفر باشد. این مطلب به معنی آن است که جزء z_{11} بی‌نهایت بزرگ است. جزء z_{22} نیز به همین دلیل بینهایت بزرگ می‌باشد. لذا طبیعتاً تمام اجزاء ماتریس $\mathbf{Z}$ بینهایت بزرگ هستند.

به راحتی می‌توان نشان داد که تمام اجزاء ماتریس $\mathbf{Y}$ برابر صفر هستند. در حقیقت با اعمال ولتاژ به سیم‌پیچ اول و اتصال کوتاه کردن سیم‌پیچ دوم، ولتاژ هر دو سیم پیچ باید صفر باشد. لذا ادمیتانس اتصال کوتاه یعنی اجزاء y_{11} و y_{22} صفر هستند. دیگر اجزاء ماتریس $\mathbf{Y}$ نیز طبیعتاً باید برابر صفر باشند.

با استفاده از روابط (۲۲)، (۲۶) و (۲۷) ماتریس انتقال برای ترانسفورماتور ایده‌آل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1/a \end{pmatrix} \qquad (۲۸)$$

این ماتریس به این صورت، تنها شامل اطلاعات مربوط به نسبت تبدیل است. دو جزء صفر این ماتریس اطلاعات مربوط به عکس امپدانس بی‌باری ضرب در نسبت تبدیل و ادمیتانس اتصال کوتاه تقسیم بر نسبت تبدیل را در بر دارد. کمیتهای ذکر شده برای ترانسفورماتور ایده‌آل صفر هستند. در حقیقت با استفاده از روابط (۲۳) و با فرض صادق بودن روابط (۲۶) و (۲۷) به ترتیب برای ترانسفورماتور در حالت اتصال باز و اتصال کوتاه داریم:

$$t = \frac{I_1}{U_2}\Big|_{I_2=0} = \frac{I_1}{U_1/a}\Big|_{I_2=0} = \frac{a}{z_{11}} \qquad (۲۹)$$

$$t = \frac{U_1}{I_2}\Big|_{U_2=0} = \frac{U_1}{-aI_1}\Big|_{U_2=0} = -\frac{y_{11}}{a} \qquad (۳۰)$$

یعنی جزء t_{21} برابر نسبت تبدیل تقسیم بر امپدانس اتصال باز سیم‌پیچ اول و جزء t_{12} برابر ادمیتانس اتصال کوتاه سیم‌پیچ اول تقسیم بر نسبت تبدیل جریانها در حالت اتصال کوتاه است.

۳-۲ ترانسفورماتور واقعی و مشکلات آن

یک ترانسفورماتور واقعی با هسته آهنی، معمولاً دارای تزویج قوی بین دو سیم‌پیچ و جریان مغناطیس‌کنندهٔ بسیار کم است و اغلب می‌توان از مقاومت اهمی سیم‌پیچها نیز صرفنظر کرد. تزویج قوی بین دو سیم‌پیچ اولیه و ثانویه و کم بودن جریان مغناطیس‌کننده، ترانسفورماتور با هسته آهنی را به حالت ایده‌آل نزدیک می‌کند. اندوکتانسهای خودی اولیه و ثانویه و اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچها بسیار بزرگ و ضریب تزویج بین دو سیم‌پیچ κ تقریباً برابر یک و ضریب پراکندگی برابر صفر است. برای یادآوری ذکر می‌گردد که طبق تعریف ضریب تزویج برابر:

$$\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \qquad (۳۱ \text{ الف})$$

و ضریب پراکندگی برابر:

$$s = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \qquad (۳۱ \text{ ب})$$

می‌باشد. با توجه به اینکه ضریب تزویج تقریباً برابر یک می‌باشد، دترمینان ماتریس $\mathbf{Z}$ که متناسب با جملهٔ ("$L_1L_2 - \mathbf{M}^2$")[1] است، به سمت صفر می‌رود لذا ماتریس $\mathbf{Z}$ در ترانسفورماتور واقعی "ناهنجار"[2] است. این امر سبب می‌شود تا به دست آوردن ماتریس‌های دیگر مثلاً $\mathbf{Y}$ از ماتریس $\mathbf{Z}$، با خطای زیاد همراه باشد.

از آنجائیکه $L_1L_2 - M^2$ خیلی کوچک و نزدیک صفر است، عدم دقت در اندازه‌گیری یا محاسبه هر یک از پارامترهای L_1 و L_2 و $\mathbf{M}$ ممکن است حتی سبب منفی شدن $L_1L_2 - M^2$ گردد. در حالی که ماتریس $\mathbf{Z}$ یک "ماتریس معین مثبت"[3] است.

یکی از تفاوتهای عمده بین ترانسفورماتور واقعی و ترانسفورماتور ایده‌آل آن است که امپدانسهای بی‌باری در ترانسفورماتور واقعی بینهایت نیستند ولی بسیار بزرگ

۱- با فرض ساده کنندهٔ کم بودن مقاومت سیم‌پیچها در مقایسه با راکتانس ناشی از اندوکتانسهای خودی و متقابل.

2- ill - conditioned		3- positive definite

هستند و ادمیتانسهای اتصال کوتاه صفر نیستند ولی بسیار کوچک می‌باشند. از همین تفاوت می‌توان برای معرفی روش جدید استفاده کرد. ضمناً نباید فراموش کرد که امپدانسهای بی‌باری و در نتیجه تمام اجزاء ماتریس $\mathbf{Z}$ و بعضی از اجزاء ماتریسهای $\mathbf{H}$ و $\mathbf{T}$ غیرخطی بوده، با اشباع هسته تغییر می‌کنند.

۴- اثر اشباع هسته و تعیین تقریبی ماتریسهای $\mathbf{Z}$ و $\mathbf{Y}$

یادآوری می‌شود که z_{11} امپدانس بی‌باری سیم‌پیچ اول است و z_{22} امپدانس بی‌باری سیم‌پیچ دوم می‌باشد. در ترانسفورماتور با هسته آهنی قوی این دو امپدانس بسیار بزرگ هستند و بستگی به میزان اشباع هسته دارند. اگر در اندازه‌گیری این دو پارامتر به میزان شار در هسته دقت نشود، خطای بزرگی پیش می‌آید.

در حقیقت با تغییر شار هسته، شیب منحنی رابطهٔ بین شار Φ و جریان مغناطیس‌کننده تغییر می‌کند. در نتیجه $d\Phi/di$ بستگی به میزان شار هسته دارد. از طرف دیگر ولتاژ القاء شده در یک پیچک را می‌توان از دو روش مختلف، یعنی مشتق شار بر حسب زمان ضربدر تعداد حلقه و یا مشتق جریان بر حسب زمان ضربدر اندوکتانس به دست آورد. یعنی می‌توان نوشت:

$$N\frac{d\Phi}{dt} = L\frac{di}{dt} \qquad (۳۲)$$

در نتیجه داریم:

$$L = N\frac{d\Phi}{di} \qquad (۳۳)$$

لذا اندوکتانس بی‌باری پیچک با هسته آهنی بستگی به شیب $d\Phi/di$ و در نتیجه میزان شار هسته دارد. این شار می‌تواند بستگی به پس ماند در هسته و یا دامنه شار در اندازه‌گیری اندوکتانس، داشته باشد.

اندوکتانس اتصال کوتاه عملاً بستگی به اشباع ندارد و خطی است. زیرا در حالت اتصال کوتاه، قسمتی از مسیر شار در هواست. رلوکتانس مسیر شار در هوا نسبت به رلوکتانس مسیر شار در هسته بسیار بزرگ است. رلوکتانس کل برابر مجموع رلوکتانس مسیر شار در هوا و در هسته می‌باشد. تغییر رلوکتانس مسیر شار در هسته بر اثر اشباع، تأثیر قابل توجهی بر رلوکتانس کل ندارد.

پارامترهای z_{11} و z_{22} و z_{12} و z_{21} را می‌توان با استفاده از روابط (۱۷) به دست آورد. از طرف دیگر با توجه به روابط (۱۸) و (۱۹) داریم:

$$z_{21} = az_{11} \qquad (۳۴)$$

و

$$z_{12} = az_{22} \qquad (۳۵)$$

در حالت مشخصی از اشباع هسته باید:

$$z_{11} = a^2 z_{22} \qquad (۳۶)$$

باشد که در آن a نسبت تبدیل یعنی نسبت ولتاژ طرف اول به ولتاژ طرف دوم است. برای اثبات رابطه (۳۶)، z_{11} و z_{12} را جداگانه محاسبه می‌کنیم. در حالت مشخصی از اشباع هسته یعنی زمانی که شار هسته و تغییرات آن بر حسب زمان مشخص است، ولتاژ هر حلقه نیز مشخص می‌باشد. حال اگر ترانسفورماتور در حالت بی‌بار از طرف ولتاژ بالا تغذیه شود و ولتاژ برابر U_1 باشد در طرف ثانویه ولتاژ U_2 است و $U_1/U_2 = a$ می‌باشد. در ترانسفورماتور نزدیک به ایده‌آل و برای حالت بی‌باری نسبت ولتاژها با دقت زیاد برابر نسبت تعداد حلقه‌هاست.

در حالت مشخصی از اشباع هسته، آمپر دور بی‌باری برای ایجاد شار از هر دو طرف نیز باید برابر باشد. این آمپردور را با (AT) نمایش می‌دهیم. اگر ترانسفورماتور از طرف ولتاژ بالا تغذیه شود داریم:

$$I_{10} = \frac{(AT)}{N_1} \qquad (۳۷)$$

در اینجا ایندکس 0 در I_{10} مشخص‌کنندهٔ حالت بی‌باری است. و اگر از طرف ولتاژ پائین تغذیه انجام شود باید

$$I_{20} = \frac{(AT)}{N_2} \qquad (۳۸)$$

باشد. پس برای شار معین داریم:

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = a \qquad (۳۹)$$

لذا می‌توان نوشت:

$$z_{11} = a^2 z_{22} \qquad (۴۰)$$

در ترانسفورماتور واقعی در صورت کوچک بودن مقاومت سیم‌پیچ و شار پراکندگی رابطهٔ (۳۶) با دقت بسیار زیاد صادق است. در حقیقت اندازه گیری مستقل دو پارامتر z_{11} و z_{22} همیشه با خطای بزرگی همراه است و بهتر است یکی از این دو کمیت اندازه گیری شده و دیگری از طریق محاسبه و با کمک رابطه (۴۱) تعیین گردد.

با توجه به نکات مذکور، در ترانسفورماتور واقعی و برای حالت نه چندان شدید اشباع، ماتریس $\mathbf{Z}$ به صورت زیر در می‌آید:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{11}/a \\ z_{11}/a & z_{11}/a^2 \end{pmatrix} \qquad (۴۱)$$

و این یک ماتریس منفرد یا "سینگولار"[1] است و عملاً فقط اطلاعاتی مربوط به حالت بی‌باری یا رلوکتانس هسته و نسبت تبدیل را در بردارد. ولی این ماتریس از ماتریسی که هر چهار جزء آن اندازه گیری شوند بسیار دقیق‌تر است. در حقیقت به دلیل اینکه در ترانسفورماتور واقعی ماتریس $\mathbf{Z}$ نزدیک به سینگولار است، هر گونه خطای کوچکی در تعیین اجزاء آن مشکل بزرگی ایجاد می‌کند. البته ماتریس $\mathbf{Z}$ که با این ترتیب تعیین شود فاقد اطلاعات مربوط به اتصال کوتاه است. بعداً خواهیم دید که چگونه می‌توان امپدانس اتصال کوتاه را در این ماتریس وارد کرد.

برای تعیین اجزاء ماتریس ادمیتانس می‌توان از رابطه (۲۱) استفاده کرد. از آنجا که رلوکتانس پراکندگی برای دو سیم‌پیچ یکی است تکرار آزمایش فقط برای کنترل صحت این مطلب مناسب می‌باشد ولی اطلاعات بیشتری به ما نمی‌دهد. در حالت اتصال کوتاه با دقت زیاد داریم:

$$I_2 = -aI_1 \qquad (۴۲)$$

$$\begin{Bmatrix} y_{21} = -ay_{11} \\ y_{12} = -ay_{22} \end{Bmatrix} \qquad (۴۳)$$

در نتیجه ماتریس $\mathbf{Y}$ نیز در بهترین حالت، یعنی اگر اندازه گیریها با دقت زیاد انجام شود فقط شامل اطلاعات مربوط به امپدانس اتصال کوتاه و نسبت تبدیل است. در این ماتریس باید اطلاعات مربوط به امپدانس بی‌باری را به نحوی وارد نمود.

با فرض برابر بودن رلوکتانس در دو حالت تغذیه سیم‌پیچ اول و اتصال کوتاه بودن سیم‌پیچ دوم و یا تغذیه سیم پیچ دوم و اتصال کوتاه بودن سیم‌پیچ اول، ماتریس $\mathbf{Y}$ یک ماتریس متقارن است. در نتیجه مطابق رابطه (۹) ماتریس $\mathbf{Z}$ نیز یک ماتریس متقارن می‌باشد. یعنی داریم:

$$z_{21} = z_{12} \qquad (۴۴)$$

$$y_{21} = y_{12} \qquad (۴۵)$$

1 - Singular

۵ـ پارامترهای پیشنهادی برای بدست آوردن ماتریسهای مشخص‌کننده

فرض کنیم ماتریس امپدانس یک ترانسفورماتور را بتوان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}$$

برای به دست آوردن این ماتریس تنها باید سه پارامتر مستقل Z_{11}، Z_{22} و $Z_{21} = Z_{12}$ را به دست آورد. روش پیشنهادی در اینجا برای به دست آوردن ماتریس $\mathbf{Z}$ آنست که به جای سه پارامتر فوق، سه پارامتر دیگر یعنی امپدانس بی‌باری Z_{11} ، امپدانس اتصال کوتاه Z_{2sc} و نسبت تبدیل را تعیین کنیم و اجزاء ماتریس $\mathbf{Z}$ را با استفاده از این پارامترها به دست آوریم. برای این منظور ابتدا یک پارامتر جدید از ترکیب اجزاء ماتریس $\mathbf{Z}$ تعریف می‌کنیم. این پارامتر دترمینال ماتریس $\mathbf{Z}$ است و برابر:

$$\delta = z_{11}z_{22} - z_{12}^{2} \qquad (۴۶)$$

می‌باشد . در ادامه نشان می‌دهیم که این پارامتر جدید از حاصلضرب امپدانس اتصال کوتاه و امپدانس بی‌باری یعنی $Z_{11}Z_{2sc}$ به دست می‌آید. جزء Z_{22} نیز با داشتن نسبت تبدیل و Z_{11} به دست می‌آید. داشتن سه پارامتر Z_{11}، Z_{2sc} و نسبت تبدیل برای تعیین اجزاء ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور کافی است و در زیر این ماتریسها بر حسب پارامترهای فوق بیان می‌شوند.

برای یک دودرب با ماتریس امپدانس تعریف شده به صورت بالا، امپدانس دیده شده از طرف اول وقتی که طرف دوم اتصال کوتاه است، با رابطهٔ زیر داده می‌شود:

$$z_{1sc} = z_{11} - \frac{z_{22}^{2}}{z_{12}} \qquad (۴۷)$$

در نتیجه پارامتر δ از روابط (۴۶) و (۴۷) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\delta = z_{1sc}z_{22} \qquad (۴۸)$$

به همین ترتیب می‌توان نشان داد که δ از رابطهٔ زیر نیز به دست می‌آید:

$$\delta = z_{2sc}z_{11} \qquad (۴۹)$$

از اینجا دیده می‌شود که برای به دست آوردن δ از طریق اندازه گیری، تنها کافی است و امپدانس Z_{11} و Z_{2sc} و یا دو امپدانس Z_{22} و Z_{1sc} اندازه گیری شوند.

۶ـ بدست آوردن ماتریسهای دوقطبی بر حسب پارامتر Z_{11}، Z_{22} و δ

۱ـ۶ ماتریس امپدانس

برای به دست آوردن ماتریس امپدانس کافی است Z_{21} و یا Z_{22} بر حسب سه پارامتر فوق مشخص گردد. از رابطه (۴۶) نتیجه می‌شود:

$$z_{12} = \sqrt{z_{11}z_{22} - \delta} \qquad (۵۰)$$

و لذا:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & \sqrt{z_{11}z_{22} - \delta} \\ \sqrt{z_{11}z_{22} - \delta} & z_{22} \end{pmatrix} \qquad (۵۱)$$

در اینجا، در مقایسه با رابطه (۴۰) می‌توان نوشت:

$$z_{22} = \frac{z_{11}}{a^{2}} \qquad (۵۲)$$

یعنی با داشتن نسبت تبدیل می‌توان جزء Z_{22} را بر حسب Z_{12} و δ به دست آورد. اجزاء ماتریس امپدانس با محاسبه یا اندازه گیری امپدانس بی‌باری Z_{11}، امپدانس اتصال کوتاه Z_{2sc} و نسبت تبدیل به بدست می‌آیند.

با یافتن ماتریس امپدانس، نسبت تبدیل به صورت:

$$a = \frac{z_{11}}{z_{12}} = \frac{z_{11}}{\sqrt{z_{11}z_{22} - \delta}} \qquad (۵۳)$$

محاسبه می‌شود. با فرض آن که امپدانس اتصال کوتاه نسبت به امپدانس بی‌باری خیلی کوچک باشد، δ در مقابل $Z_{11}Z_{22}$ کوچک بوده و لذا برای نسبت تبدیل می‌توان نوشت:

$$a = \frac{z_{11}}{\sqrt{z_{11}z_{22}}} = \frac{z_{11}}{\sqrt{z_{11}z_{11}/a^2}} \qquad (۵۴)$$

رابطه (۵۳) به ما اجازه می‌دهد با داشتن Z_{11} و Z_{12} نسبت تبدیل را با دقت کافی بدست آوریم و اثر امپدانس اتصال کوتاه را نیز در نسبت تبدیل منظور نمائیم.

۶ـ۲ ماتریس ادمیتانس

با استفاده از روابط موجود بین عناصر ماتریس امپدانس و ادمیتانس ($\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$) عناصر ماتریس ادمیتانس طبق روش زیر حاصل می‌شوند. این عمل برخلاف اندازه‌گیری مستقیم، هیچگونه از دست رفتن دقت را به همراه ندارد. در اینجا داریم:

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{\delta} \quad , \quad y_{22} = \frac{z_{11}}{\delta} \quad , \quad y_{12} = y_{21} = -\frac{z_{12}}{\delta}$$

(۵۵)

بنابراین:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} z_{22}/\delta & -(\sqrt{z_{11}z_{22}}-\delta)/\delta \\ -(\sqrt{z_{11}z_{22}}-\delta)/\delta & z_{11}/\delta \end{pmatrix}$$

(۵۶)

در اینجا می‌توان رابطهٔ $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$ یا $\mathbf{YZ} = 1$ را کنترل نمود. جالب توجه است که در ماتریس $\mathbf{Y}$ جزء y_{11} برابر ادمیتانس اتصال کوتاه سیم‌پیچ اول یعنی $1/z_{1sc}$ و جزء y_{22} برابر ادمیتانس اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم یعنی $1/z_{2sc}$ است. این مطلب به سادگی از روابط (۲۱) مشخص و با استفاده از روابط (۵۳) و (۵۴) کنترل می‌گردد.

با توجه به ماتریس $\mathbf{Y}$ در رابطه (۵۶) و رابطه (۴۰) نسبت **امپدانس اتصال کوتاه** سیم‌پیچ اول به امپدانس اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{z_{1sc}}{z_{2sc}} = \frac{y_{22}}{y_{11}} = \frac{z_{11}}{z_{12}} = a^2 \qquad (۵۷)$$

۶ـ۳ ماتریس هایبرید

با توجه به رابطهٔ عناصر ماتریس هایبرید با عناصر ماتریس امپدانس وادمیتانس یعنی روابط (۲۴) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} - z_{12}^2/z_{22} & z_{12}/z_{22} \\ z_{12} - z_{22} & 1/z_{22} \end{pmatrix}$$

(۵۸)

و با قرار دادن اجزاء این ماتریس بر حسب Z_{11}، Z_{22} و δ داریم:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \delta/z_{22} & -(\sqrt{z_{11}z_{22}}-\delta)/z_{22} \\ -(\sqrt{z_{11}z_{22}}-\delta)/z_{22} & 1/z_{22} \end{pmatrix}$$

(۵۹)

۶ـ۴ ماتریس انتقال

با توجه به رابطهٔ عناصر ماتریس انتقال با عناصر ماتریس امپدانس و ادمیتانس یعنی روابط (۳۱) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} z_{11}/z_{21} & z_{12} - (z_{11}z_{22})/z_{21} \\ -1/z_{21} & z_{22}/z_{21} \end{pmatrix}$$

(۶۰)

و با قرار دادن اجزاء این ماتریس بر حسب Z_{11}، Z_{22} و δ داریم:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} z_{11}/(\sqrt{z_{11} z_{21}} - \delta) & -\delta/(\sqrt{z_{11} z_{22}} - \delta) \\ -1/(\sqrt{z_{11} z_{22}} - \delta) & z_{22}/(\sqrt{z_{11} z_{22}} - \delta) \end{pmatrix} \tag{۶۱}$$

جالب است که برای کنترل، اجزاء ماتریسهای مشخصه را با توجه به روش کلاسیک که در مراجع از جمله [۱] آمده است، بدست آورده با نتیجه‌های بدست آمده در بالا مقایسه کنیم. همچنین جالب است که دترمینان ماتریس $\mathbf{T}$ را حساب کنیم. همانطور که می‌دانیم دترمینان ماتریس انتقال برابر یک است [۲].

در مورد ترانسفورماتور نزدیک به ایده‌آل می‌توان با داشتن مقادیر z_{11}، z_{2sc} و نسبت تبدیل تمام ماتریسهای مشخصه را بدون اِشکال عددی از روابط (۵۶)، (۶۱)، (۶۴) و (۶۵) به دست آورد. اهمیت دیگر شکل ارائه شده برای ماتریسهای مشخصه در این است که در حالت اشباع و با تغییر رلوکتانس هسته، می‌توان اجزاء ماتریسهای مشخصه که به رلوکتانس هسته بستگی دارند را، تغییر داد.

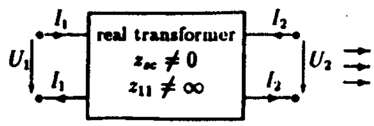
۷ـ ماتریس امپدانس به شکل ساده‌تر ولی همراه با تقریب

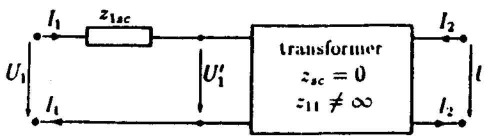
تا اینجا ماتریس امپدانس را بر حسب سه پارامتر امپدانس بی‌باری، امپدانس اتصال کوتاه و نسبت تبدیل بی‌باری به دست آوردیم. در یک ترانسفورماتور نسبت تبدیل بی‌باری a می‌تواند با سهولت بیشتری نسبت به امپدانسها اندازه گیری شود. در این قسمت روش تقریبی برای ترانسفورماتور آرائه می‌گردد.

در یک ترانسفورماتور ایده‌آل با نسبت تبدیل a دو رابطه (۲۶) و (۲۷) وجود دارند. در ترانسفورماتورهای واقعی رابطهٔ (۲۶) در حالت مدار باز (بی‌باری) و رابطهٔ (۲۷) در حالت اتصال کوتاه بسیار دقیق هستند. همانطور که قبلاً ذکر شد داریم:

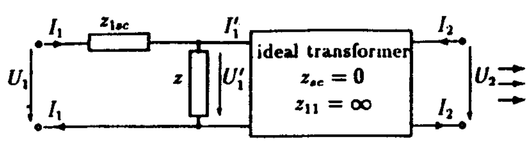
$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{11}/a \\ z_{11}/a & z_{11}/a^2 \end{pmatrix} \tag{۶۲}$$

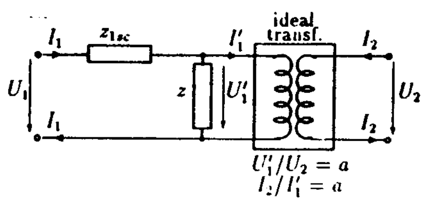
این ماتریس یک ماتریس با دترمینان صفر است و امپدانس دیده شده از اولیه در حالت اتصال کوتاه ثانویه صفر می‌باشد. در مورد ترانسفورماتورهای واقعی امپدانس اتصال کوتاه اولیه یعنی Z_{1sc} بسیار کوچک است ولی صفر نیست. بنابراین روش دیگری برای به دست آوردن عناصر ماتریس $\mathbf{Z}$، با در نظر گرفتن دو شرط صفر نبودن امپدانس اتصال کوتاه و بی‌نهایت نبودن امپدانس ورودی به صورت زیر بیان می‌گردد:





با بیرون آوردن امپدانس ورودی به حالتی که در پائین صفحه نشان داده شده است می‌رسیم:





با توجه به مدار معادل بالا، ماتریس امپدانس مطابق زیر به دست می‌آید:

$$Z=\begin{pmatrix} z_{1sc}+z & z/a \\ z/a & z/a^2 \end{pmatrix} \qquad (۶۳)$$

امپدانس اتصال کوتاه این مدار و دترمینان ماتریس آن مخالف صفر است ولی البته تقریبی است. در این حالت ماتریس $\mathbf{Y}$ و $\mathbf{T}$ به صورت زیر هستند:

$$\mathbf{T}=\begin{pmatrix} a(1+z_{1sc}/z) & -\,z_{1sc}/a \\ -a/z & 1/a \end{pmatrix} \qquad (\text{۶۴ الف})$$

$$\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} 1/z_{1sc} & -\,a/z_{1sc} \\ -a/z_{1sc} & a^2/z + a^2/z_{1sc} \end{pmatrix} \qquad (\text{۶۴ ب})$$

با دقت به ماتریس $\mathbf{T}$ مشاهده می‌شود که نسبت تبدیل بی‌باری از اولیه و ثانویه متفاوت است. اگر z_{1sc}/z کوچک باشد، می‌توان رابطهٔ (۶۳) را به عنوان یک راه حل ساده برای به دست آوردن ماتریس $\mathbf{Z}$ به کار برد. در غیر این صورت باید از روش دقیقتر که در ادامه توضیح داده می‌شود، استفاده نمود.

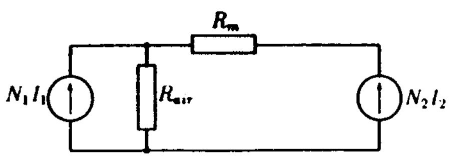
۱-۷ توجیه فیزیکی رابطهٔ (۶۶) با توجه به شارهای پراکندگی

در حالت کلی برای دو سیم‌پیچ با تزویج می‌توان نوشت:

$$U_1 = j\omega\lambda_m + j\omega\lambda_1$$
$$U_2 = j\,\omega\lambda_m + j\omega\lambda_2 \qquad (۶۵)$$

در اینجا برای سادگی ولتاژ متناوب سینوسی فرض شده است. در رابطه (۶۵) λ_m "شار دور"[1] مشترک بین دو سیم‌پیچی، λ_1 و λ_2 به ترتیب شاردورهای پراکندگی برای سیم پیچهای اول و دوم می‌باشند. با فرض ساده کنندهٔ $\lambda_2 = 0$ یعنی در نظر گرفتن پراکندگی شار تنها در یکی از سیم‌پیچها، خواهیم داشت:

$$L=\begin{pmatrix} \frac{N_1^2}{R_m}+\frac{N_1^2}{R_{air}} & \frac{N_1N_2}{R_m} \\ \frac{N_1N_2}{R_m} \quad R_m & \frac{N_2^2}{R_m} \end{pmatrix} \qquad (۶۶)$$



شکل ۲: مدار معادل مغناطیسی برای مسیر شار در ترانسفورماتور

در اینجا $\mathbf{L}$ ماتریس اندوکتانس شامل ضرایب القاء خودی و متقابل سیم‌پیچهاست. کمیت R_m رلوکتانس مغناطیسی هسته و یا بهتر بگوئیم رلوکتانس مغناطیسی مسیر شار مشترک در دو سیم‌پیچ و R_{air} رلوکتانس مغناطیسی مسیر شار پراکندگی است. فرض شده است که شار پراکندگی فقط برای یک سیم‌پیچ وجود دارد. اگر مدل ساده‌شدهٔ ترانسفورماتور را بصورت دو سیم‌پیچ با هستهٔ آهنی در نظر بگیریم، معادلاتی مشابه معادلات فوق برای ماتریس امپدانس $\mathbf{Z}$ حاصل می‌شود. در ماتریس $\mathbf{L}$ جمله N_1^2/R_{air} اندوکتانس پارکندگی، N_1^2/R_m اندوکتانس خودی سیم‌پیچ اول و N_2^1/R_m اندوکتانس خودی سیم‌پیچ دوم است. جملات فوق را در $j\,\omega$ ضرب می‌کنیم. به ترتیب امپدانس پراکندگی (z_{sc})، امپدانس خودی سیم پیچ اول (z_1) و امپدانس خودی سیم‌پیچ دوم (z_2)

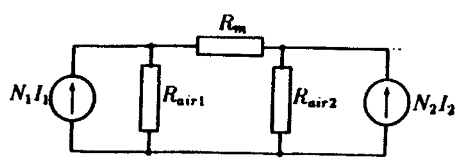
۱-برای یافتن شار دور در یک سیم‌پیچ، باید شار حلقه‌دورها را حساب کرد و با هم جمع نمود. مشتق شار دور نسبت به زمان، ولتاژ القاء شده در سیم‌پیچ است.

2- Flux linkage [Weber turn]

به دست می‌آیند و ماتریس حاصل همان ماتریس $\mathbf{Z}$ است که در رابطهٔ (۶۳) داشتیم. از توجیه فیزیکی فوق دو نکتهٔ دیگر قابل دریافت است، اول آنکه بدین ترتیب منبع وجود خطا و علت تقریبی بودن ماتریسی $\mathbf{Z}$ در رابطه (۶۳) صرفنظر کردن از شار پراکندگی سیم‌پیچ دوم است. پس شکل کاملتر و با خطای کمتر، منظور کردن شار پراکندگی برای هر دو سیم‌پیچی می‌باشد. نکتهٔ دوم آنست که چون مقاومت مغناطیسی هوا (رلوکتانس هوا) تابع اشباع هسته نیست بنابراین امپدانس z_{sc} معرفی شده در بالا مستقل از اشباع بوده و حال آنکه z تابع اشباع هسته است. لذا تمام اجزاء ماتریس $\mathbf{Z}$ تابع اشباع هسته بوده، غیرخطی می‌باشند.

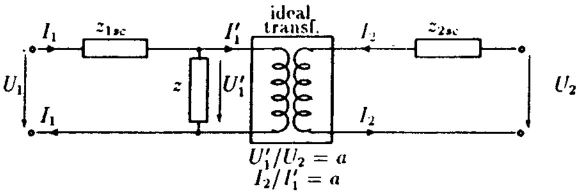
در مرجع [۱] نشان داده شده است که اگر با استفاده از رابطه (۶۳)، معکوس ماتریس $\mathbf{Z}$ یعنی $\mathbf{Y}$ را حساب کنیم، اثر اشباع تنها در یکی از اجزاء ماتریس $\mathbf{Y}$ ظاهر می‌گردد. برای افزایش دقت می‌توان شار پراکندگی در ثانویه را نیز در نظر گرفت. با این فرض مدار معادل مغناطیسی به صورت نشان داده شده در شکل ۳ و در نتیجه ماتریس اندوکتانس بصورت رابطهٔ (۶۷) حاصل می‌گردد:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \frac{N_1^2}{R_m} + \frac{N_1^2}{R_{air1}} & \frac{N_1 N_2}{R_m} \\ \frac{N_1 N_2}{R_m} & R_m \, \frac{N_2^2}{R_m} + \frac{N_2^2}{R_{air2}} \end{pmatrix} \qquad (۶۷)$$



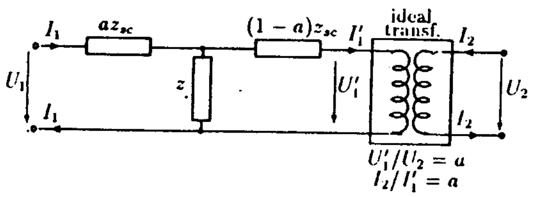
شکل ۳: مدار معادل مغناطیسی مسیر شار در ترانسفورماتور با جدا کردن شارهای پراکندگی دو سیم پیچ

جملهٔ اضافی در جزء قطری سطر دوم این ماتریس نسبت به حالت قبل، معادل در نظر گرفتن یک امپدانس سری در ثانویه است. پس مدار معادل کاملتر به صورت زیر به دست می‌آید:



شکل ۴: مدار معادل ترانسفورماتور واقعی با در نظر گرفتن شارهای پراکندگی دو سیم‌پیچ در دو طرف ترانسفورماتور ایده‌آل

برای اجتناب از وارد شدن یک پارامتر اضافی در مدار معادل و همینطور به دست آوردن دقت بیشتر نسبت به ماتریس امپدانس در رابطهٔ (۶۳) می‌توان امپدانس اتصال کوتاه را اندازه گرفت و آن را به دو بخش تقسیم کرد و در طرفین امپدانس موازی z در مدار معادل مطابق شکل زیر به صورت سری قرار داد.



شکل ۵: مدار معادل ترانسفورماتور با در نظر گرفتن شارهای پراکندگی دو سیم‌پیچ در یکطرف ترانسفورماتور ایده‌آل

برای سادگی می‌توان α را برابر ۰/۵ در نظر گرفت.

۸- نتیجه گیری

برای اجتناب از مشکلات عددی در تعیین ماتریس امپدانس و تبدیل ماتریسهای مشخصه به یکدیگر در مورد ترانسفورماتور نزدیک به ایده‌آل، سه پارامتر معرفی گردید و نشان داده شد که این سه پارامتر با سه اندازه‌گیری قابل دسترسی می‌باشند. این سه پارامتر عبارتند از امپدانس

بی‌باری، امپدانس اتصال کوتاه و نسبت تبدیل. بر اساس این سه پارامتر، ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور به عنوان دو درب بدست آمد و نشان داده شد که اجزاء ماتریسهای بدست آمده دارای دقت کافی می‌باشند و به مشکل عددی برخورد نمی‌کنند. جالب توجه است که با استفاده از این سه پارامتر دترمینان ماتریس امپدانس مستقیماً به دست می‌آید و این دترمینان که در مقاله با δ نمایش داده شده است خود در تمام مراحل محاسبه وارد می‌شود.

همچنین نشان داده شد که در ترانسفورماتور نزدیک به ایده‌آل تنها پارامتر که به اشباع هسته بستگی دارد، امپدانس بی‌باری است. امپدانس بی‌باری در اجزاء ماتریسهای مشخص‌کنندهٔ ترانسفورماتور بصورت جداگانه ظاهر می‌گردد. لذا می‌توان با تغییر شار و در نتیجه تغییر امپدانس بی‌باری، تغییر ماتریسهای مشخصه را مستقیماً منظور نمود. در صورتی که تعیین ماتریسهای مشخصه با تقریب مجاز باشد، به یک مدار معادل ساده برای ترانسفورماتور می‌رسیم که شامل دو امپدانس و یک ترانسفورماتور ایده‌آل است. ماتریسهای مشخصه این مدار معادل ساده‌تر بوده فقط بعضی از اجزاء آنها به اشباع هسته بستگی دارند.

فهرست منابع

1- H. Mohseni ; Multi Winding Multi - Phase Transformer Model with saturable core. IEEE Transaction on Power Delivery , Volume 6, Number 1, 1991.

2- L.O.Chua, Ch. A. Desor, E. S. Kuh; Linear and Nonlinear Circuit McGraw Hill Book 1987.

3- H. H. Skilling; Electrical Networks J. Wieley & Sons New York 1979.