

## "روش کلی مشابه سازی در محاسبه امیدانس میله های روتور قفسه دار با شیار عمیق"

مهندس ثابت مژروقی  
گروه مهندسی برق و الکترونیک  
دانشکده فنی - دانشگاه تهران

### چکیده:

روش حاضر برای طبقه بندی شیار عمیق از دو نظریه جدید تشکیل می شود.

۱- طبقه بندی براساس ارتفاعات مقاطع شیار (شمش).

۲- طبقه بندی براساس سطوح مقاطع.

در حالت خاص که شکل شیارها را سگوش باشند، روش عمومی به روشن طبقه بندی براساس ارتفاعات تبدیل می شود در این مقاله چهار برش (مقطع) برای شیار (شمش) در نظر گرفته می شود که تعداد اپتیم می باشد چون در اینصورت یک آنالوگ کامپیوتر ساده با ابعاد کوچک و ارزان کافی است.

با وجود براین روش کلی حتی با محدودیت فوق الذکر در تعداد برش ها (شیار) برای اشکال مختلفه شیار جواب های مطلوبی می دهد.

طبعاً "روش مذکور با افزایش تعداد برش ها به دقتی مورد نظر خواهید انجامید.

خلاصه: ارائه روش کلی برای بخش، بخش کردن میله بنا بر شیار براساس ارتفاعات مقاطع شیار.

بردونظریه، نوین زیر:

۱- طبقه بندی براساس ارتفاعات مقاطع شیار.

۲- طبقه بندی براساس سطوح مقاطع.

### ۱- روش های شناخته شده برای شیار عمیق:

برای بررسی تحلیلی مقاومت و اندوکتانس میله در شیار عمیق برحسب فرکانس، دو روش موجود است:

۱- روش دقیق:

Rigorous Method

۲- روش عمق نفوذ:

Depth of penetration

۱-۱- روش دقیق:

اثر پوست در واقع تنها دربخشی از هادی که در شیار قرار دارد روی می دهد. بنابراین مقاومت  $r_2$  و ریکتانس (واکنایی) القایی  $X_2$  سیم پیچی روتور می تواند با عبارت زیر بیان شود:

$$r_2 = K_r \cdot r_2 + r_{e\ end}$$

$$X_2 = K_1 \cdot X_2 + X_{e\ end}$$

که در آن:

$r_2$  = مقاومت هادی درون شیار روتور سیم پیچی شده،  
با توزیع جریان یکنواخت در طول سطح مقطع هادی.

### مقدمه:

موتورهای القائی قفس سنگابی در غالب واحدهای صنعتی به کار می روند و از مزایای این موتورها ارزانی و تعمیر ساده آنها در مقایسه با دیگر انواع موتورهای جریان متناوب است.. یکی از مسائل اصلی این موتورها مطالعه و بررسی دقیق تغییرات اندوکتانس (القاکنایی) و مقاومت میله، قفس برحسب فرکانس است. حدود تغییرات فرکانس، از فرکانس منبع است در حالت سکون موتور نا ۲ یا ۳ HZ در حالت گردش آن با سرعت نامی. نتیجتاً "یک بررسی کامل از پارامترهای میله و سهولت مشابه سازی برروی کامپیوتر قیاسی برای کنترل عملکرد در هنگام راه اندازی و مسائل دینامیکی چنین موتورهای بامیله (شیار) عمیق بسیار مفید است. روش های زیادی برای مشابه سازی شیار عمیق در نظریه، قفس دوبل به کار رفته (۱ و ۲) که خصوصاً برای میله های غیر مستطیلی و با عمق زیاد به دقت اثبات شده است.

در روش (۴ و ۵)، عمق شیار به تعداد زیادی برش تقسیم شده و هر کدام با پارامترهای فشرده نمایش داده شده

همچنین روابط پیچیده‌تری که برای میله‌های ذوزنقه‌ای و میله‌های مرکب در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند از (۸) مشتق شده است. یادآور می‌شود که ابعاد شکل ۱ برای مقایسه آتسی نتایج، این تحقیق همگی مطابق با (۸) برگزیده شده‌اند. هر سه میله به ترتیب دارای مساحت کل  $328 \text{ mm}^2$  و ارتفاع یکسان  $7\text{mm}$  هستند.

## ۲-۱- روش عمق نفوذ:

این روش برای تعیین پارامترهای میله، (شیار) عمیق سودمند است، بهویژه برای میله‌هایی که بررسی آنها به محاسبات پیچیده و خسته‌کننده نیاز دارد.

در میله مستطیلی عمق نفوذ اندازه گرفته شده از سطح بالا برای مقاومت با  $h_{pr}$  و برای اندوکتانس با  $h_{pl}$  نمایش داده شده و به طور ساده به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$h_{pr} = \frac{h}{K_r} \quad K_r > 1 \quad (4)$$

$$h_{pl} = h \cdot K_1 \quad K_1 < 1 \quad (5)$$

بنابر روش عمق نفوذ ذر (۴) و (۵)، فرض می‌شود که  $h_{pl}$  و  $h_{pr}$  به شکل میله، عمیق بستگی ندارند. یعنی در میله‌های مرکب، میله‌های ذوزنقه‌ای و یا میله‌های مستطیلی با ارتفاع کل  $h$  یکسان، یک مقدار دارند.

مسئله اساسی برای هر میله، خلاصه کردن محاسبات با استفاده از معادلات ۱-۵ است. نسبت  $\frac{R_{a,c}}{R_{d,c}}$  برابر مساحت کل میله تقسیم بر مساحت جزء پائینی میله با عمق است و به همین ترتیب، نسبت  $\frac{L_{a,c}}{L_{d,c}}$  برابر اندوکتانس  $d.c$ . یک میله با مساحت میله‌ای با عمق  $h_{pl}$  اندوکتانس  $d.c$ . یک میله با مساحت میله‌ای با عمق  $h_{pr}$  اندوکتانس  $d.c$ . تقسیم بر آن دو میله با مساحتی برابر مجموع مساحت‌های حقیقی است.

درستی این روش برای هر شکل میله آزمایش شده است (۷) و تنها در مواردی که تغییرناگهانی در پهنه‌ای میله وجود دارد (مانند میله‌های مرکب در شکل ۱) خطای اندکی رخ می‌دهد. در این مقاله تغییر پارامترهای مختلف میله بر حسب فرکانس (بسامد) باروشهای دقیق و عمق نفوذ روش مشابه سازی به کمک کامپیوتر قیاسی محاسبه و برای امتحان نتایج حاصل، مقایسه شده است.

$K_r =$  ضریب افزایش مقاومت به علت اثر پوست.

$r_e$  end = مقاومت ثابت اتصالهای کناری سیم پیچی روتور.

$X_2$  end = ریاكتانس القائی نشت در شیار و اتصالهای کناری سیم پیچی روتور.

باتوزیع یکنواخت در سطح مقطع هادی با فرکانس  $f_1$ ، (فرکانس منبع تغذیه).

$K_2 =$  ضریب کاهش ریاكتانس القائی  $X_2$  به علت اثر پوست.

$K_1$  و  $K_r$  از روابط زیر (۱۲) بدست می‌آیند:

$$K_r = \frac{R_{a,c}}{R_{d,c}} = \xi \frac{\sin h 2\xi + \sin 2\xi}{\cos h 2\xi - \cos 2\xi} \quad (1)$$

$$K_1 = \frac{L_{a,c}}{L_{d,c}} = \frac{3}{2\xi} \frac{\sin h 2\xi - \sin 2\xi}{\cos h 2\xi - \cos 2\xi} \quad (2)$$

و  $\xi$  برابر با زیر بیان می‌شود:

$$\xi = h \sqrt{\pi \mu_0 \cdot \frac{b_b}{b_s} \cdot \frac{f_2}{\rho}} \quad (3)$$

که در آن:  $\rho$  = مقاومت مخصوص ماده میله.

$h$  = ارتفاع میله.

$b_b$  = پهنه‌ای میله و شیار.

$f_2$  = فرکانس جریان در میله.

نسبت پهنه‌ای میله به پهنه‌ای شکاف  $b_s/b_b$  را به طور عادی مساوی واحد می‌گیرند. چون  $f_1 = S f_2$ ، بادر نظر گرفتن  $f_1 = 50 \text{ Hz}$  (فرکانس منبع تغذیه) و:

$$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \frac{V \cdot \text{Sec}}{\Omega \cdot \text{m}}$$

$$P = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{m} \quad (برای مساحت) \quad \text{و اندازه گیری } h \text{ بر حسب سانتی متر داریم:}$$

$$\xi = h \cdot S$$

در هنگام راه اندازی لغزش  $S = 1$  و بنابراین:

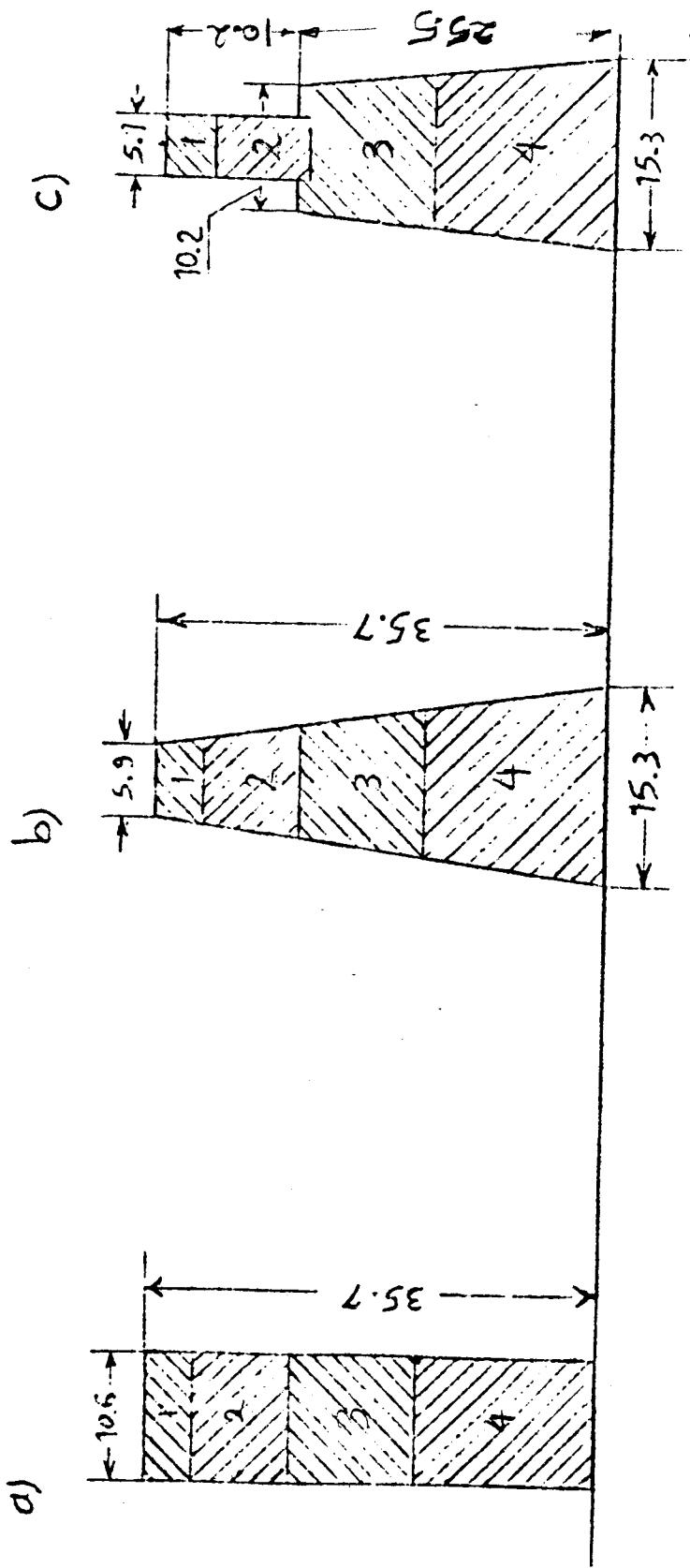
باداشتن  $\xi$  می‌توان ضریبهای  $K_r$  و  $K_1$  را بدست آورد. به ازای مقادیر:

$$\cos h 2\xi < 2 \quad \xi > 2$$

و هردو از  $\xi$  و  $\cos 2\xi$  بسیار بزرگترند. بنابراین به ازای مقادیر  $2 < \xi$  داریم:

$$K_r = \xi \quad K_1 = \frac{3}{2} \xi$$

شکل (۱) - شکلهای مختلف میله : ابعاد بر حسب میلیمتر



(a) مستطیلی (Rectangular) (b) ذوزنقه‌ای (Tapered) (c) ترکیبی (Composite)

نتایج مربوط به چهاربرش و مشابه سازی، برای میله، مستطیلی شکل ۱۲ به صورت شکل (۳) است. در همین شکل، نتایج حاصل از روش تحلیل دقیق نیز داده شده است. مقایسه این دونتیجه‌خطای قابل ملاحظه‌ای برای مقاومت و اندوکتانس میله، مستطیلی نشان می‌دهد.

می‌توان پیش‌بینی کرد که با استفاده از این روش برای شکل‌های پیچیده‌تر، خط افزایش هم باید. بنابراین در روش ارتفاع یکسان اگر تعداد برشها کم انتخاب شوند (حتی با میله‌های مستطیلی ساده) دقت قابل قبولی به دست نمی‌آید. این نتیجه رهگشای کوشش‌های جدید برای حصول دقت قابل قبول می‌شود.

### ۲-۲-۲- طبقه‌بندی ارتفاعات:

نتیجه نارضایت‌بخشی بالا مکان طبقه‌بندی ارتفاعاتی میله برای به حساب آوردن تغییر سریعتر چگالی جریان نزدیک بالای میله را مطرح می‌کند. از این رو به جای استفاده از میله‌ها هم ارتفاع، ارتفاع چهاربرش براساس یک قاعده ساده و بخاطر سپردنی ۱:۲:۳:۴ طبقه‌بندی می‌شوند در این صورت ارتفاع برشها به ترتیب عبارت خواهد شد از:

$$h/10, 2h/10, 3h/10, 4h/10$$

نتایج کامپیوترا برای شکل‌های میله مستطیلی و مرکب به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است. واضح است که نتایج حالت میله، مستطیلی با نتایج میله، مرکب اختلاف دارد. سازگاری کامل روش دقیق و روش طبقه‌بندی ارتفاعات به ویژه در مورد مقاومت میله در این شکل‌ها دیده می‌شود. این نتیجه، برتری روش طبقه‌بندی ارتفاعات را بر روش ارتفاعاتی مساوی نشان می‌دهد. از این رو برای میله‌های مستطیلی به کار می‌رود.

### ۲-۳-۲- طبقه‌بندی مساحتها:

با موفقیت روش طبقه‌بندی ارتفاعات در مورد میله‌های مستطیلی و خطای که این روش در مورد شکل‌های دیگر نظیر میله‌های مرکب به همراه دارد، روش طبقه‌بندی مساحت برشها در نسبت ۱:۲:۳:۴ پیشنهاد می‌شود. این فکر از این امر ریشه می‌گیرد که در حالت میله، مستطیلی طبقه‌بندی ارتفاعات و طبقه‌بندی مساحتها نسبتها یکسانی دارند. حال با محدود کردن تعداد برشها به ۴ مساحت آنها به ترتیب عبارت خواهد بود از:

### ۲- روش مشابه سازی پیشنهادی و روش کلی:

جهت بیان مدار معادل از روش‌های شناخته شده برای شیار (میله)، عمیق که در قسمت ۱ شرح داده شده، استفاده می‌شود. هر قسمت از شیار با مقادیر ثابتی نمایش داده می‌شود و نهایتاً "مدار معادل میله را می‌توان از اتصال متوالی مدارهای معادل همه برشها به دست آورد.

مدار معادل دقیق و معتبر به نمایش تعداد زیادی برش در میله (شیار) عمیق نیاز دارد. این امر نیز مستلزم تعداد زیادی تقویت‌کننده برای مشابه سازی و نتیجتاً "کامپیوترا" قیاسی گران قیمت است. حال باید دید نتایج حاصل از کدام روش مناسب‌تر است.

طبق شکل ۲a برای نمایش هر قسمت از میله، مدار معادل  $\frac{L}{K}$  به کار می‌رود. برای قسمت Kام، مقاومت و اندوکتانس عبارت است از:

$$R_K = \frac{\rho \cdot L}{A_K}$$

$$I_K = \mu_0 \cdot L \cdot \frac{h_K}{w_K}$$

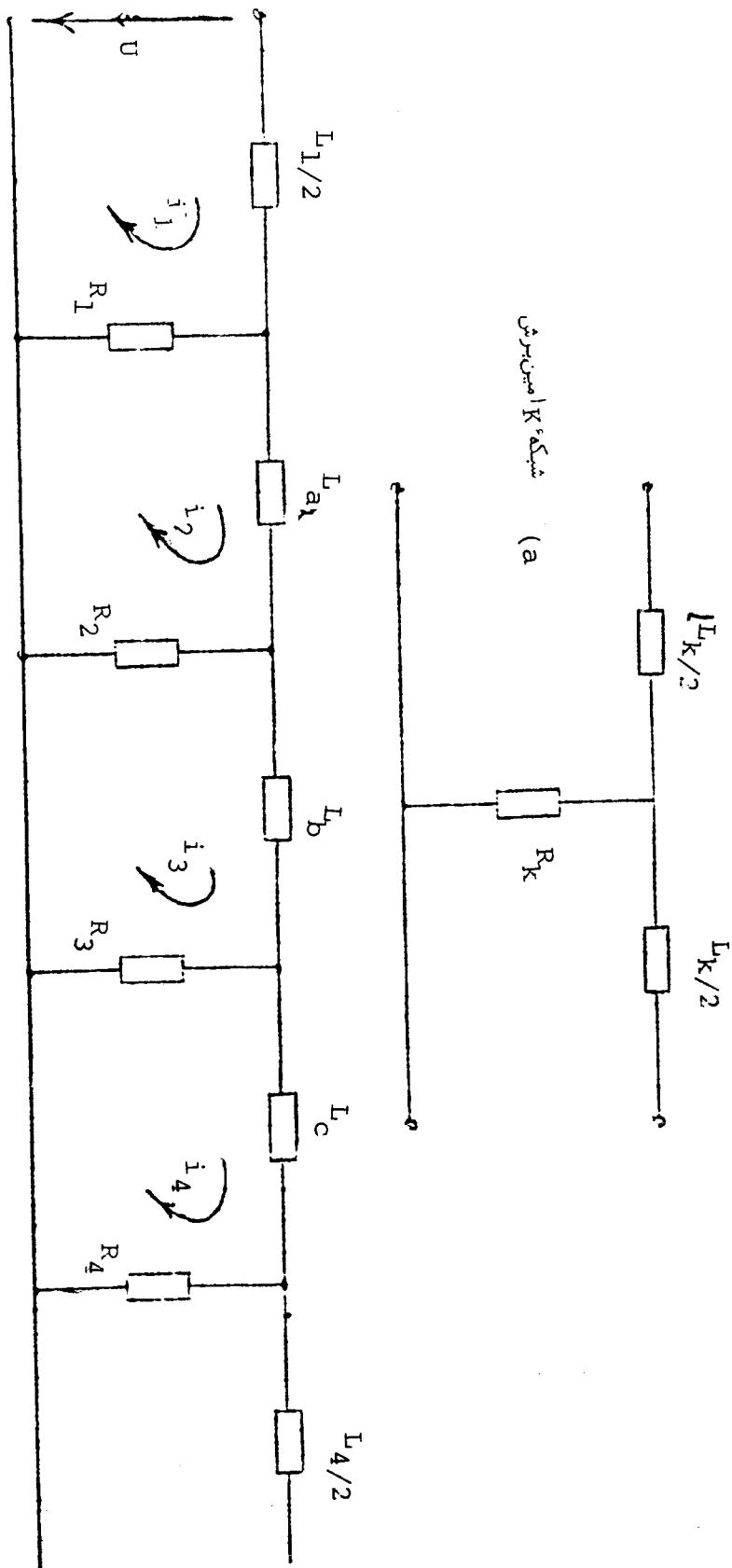
شکل ۲b مدار معادل کامل ۴ برش میله را بانمادهای معرفی شد، در جدول (۱) نشان می‌دهد.

### ۳-۲- طرح تقسیم میله:

سعی براین است که میله به چهار برش طوری تقسیم شود تا بهترین نتیجه برای شکل‌های مختلف میله به دست آید. چنان‌که گفته شد سطرح در شکل ۱ انتخاب شده است. تحت ارتفاع میله را به چهار بخش مساوی تقسیم می‌کنیم و گام به گام به روش رضایت‌بخش‌تر می‌رسیم.

### ۱-۲-۳- برش‌های با ارتفاع مساوی:

در این روش، ارتفاع هر برش  $h = \frac{4}{n}$  در نظر گرفته می‌شود و این موضوع در ۳ و ۴ در ارتباط با میله‌های مستطیلی با تعداد زیادی برش پیشنهاد شده است. اما در اینجا فقط ۴ برش در نظر می‌گیریم و با این محدودیت دقت لازم را ارزیابی می‌کنیم.



$$L_a = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

$$L_b = \frac{L_2 + L_3}{2}$$

$$L_c = \frac{L_3 + L_4}{2}$$

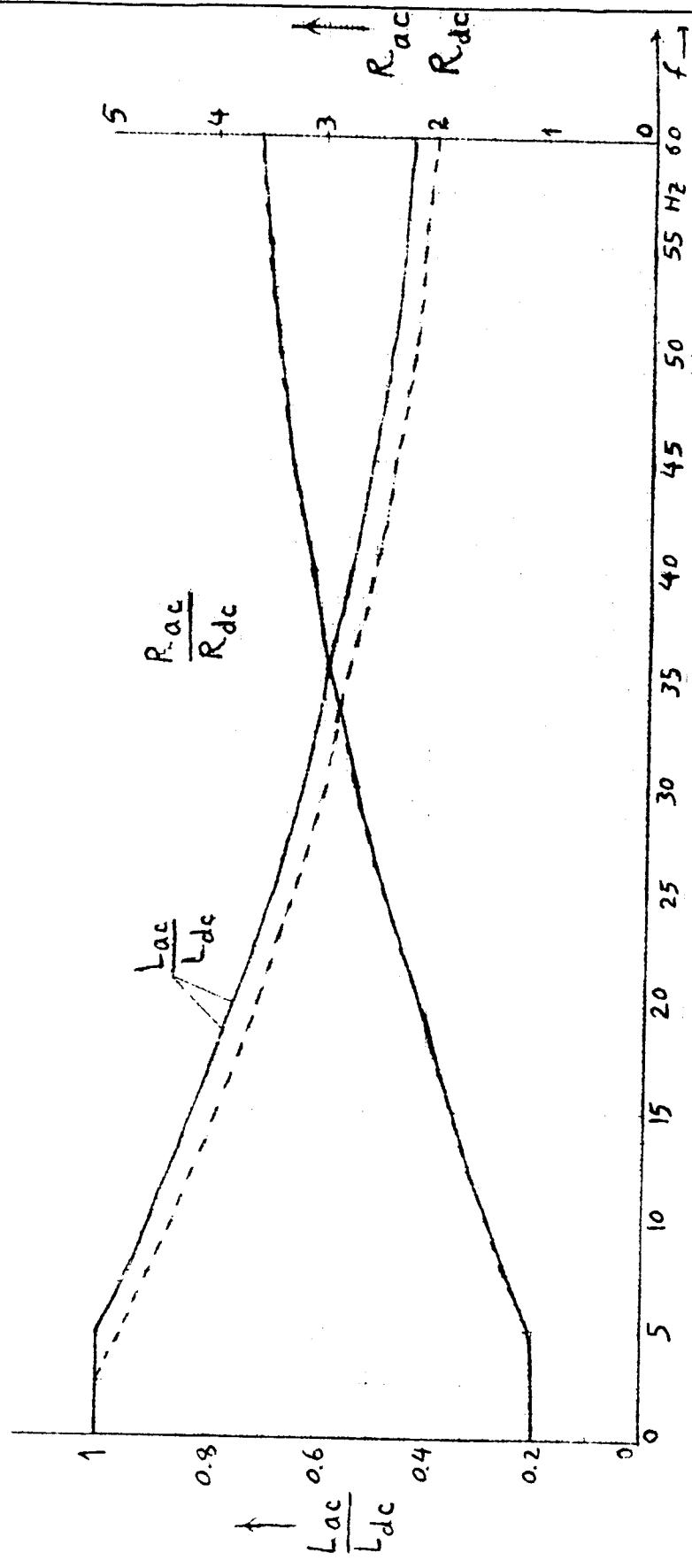
**جدول ۱ - لیست نمادهای اصلی:**

|                      |   |
|----------------------|---|
| A                    | مساحت کل میله‌ها                          |
| $A_k$                | مساحت K امین برش میله                     |
| $b_b$                | پهنانی میله                               |
| $b_s$                | پهنانی شکاف                               |
| $\omega$             | سرعت زاویه الکتریکی                       |
| h                    | ارتفاع کل میله                            |
| $h_1, h_k$           | ارتفاع اولین و K امین برش میله به ترتیب   |
| $h_{pl}$             | اندوكتانس عمق نفوذ                        |
| $h_{pr}$             | مقاومت عمق نفوذ                           |
| $i_1, i_2, i_3, i_4$ | جريان حلقه ( $I_0 P$ ) در مدار معادل میله |
| $K_L$                | ضریب کاهش اندوكتانس DC میله               |
| $K_R$                | ضریب افزایش مقاومت DC میله                |
| L                    | مجموع اندوكتانس DC میله                   |
| $L_k, R_k$           | اندوكتانس و مقاومت K امین برش به ترتیب    |
| l                    | طول محوری میله                            |
| n                    | تعداد برشهای میله                         |
| R                    | مجموع مقاومتهای موئر میله                 |
| U                    | ولتاژ میله                                |
| $W_k$                | پهنانی متوسط K امین برش                   |
| Z                    | مجموع امپدانس موئر میله                   |
| $\xi$                | فرکانس تغییرپذیر (بدون بعد)               |
| $\mu_0$              | تراوندگی خلاء                             |
| $\rho$               | مقاومت مخصوص                              |

$$K_1 = \frac{L_{ac}}{L_{dc}} \quad K_2 = \frac{R_{ac}}{R_{dc}}$$

میله مستطیلی

روش ارتفاع مساوی  
روش سختگیران



$$1/10 \text{ A}, 2/10 \text{ A}, 3/10 \text{ A}, 4/10 \text{ A}$$

$$\frac{35.7 \times 10.6}{10.6} \cdot \frac{4}{10} = 14.28 \text{ mm}$$

و قسمت سوم  $35.7 - 14.28 - 7.14 - 3.57 = 10.71 \text{ mm}$  می شود . نتایج نمونه های دیگر در جدول ۲ وردہ شده است . دیده می شود که با میله مستطیلی ارتفاعات برشها با آنچه از روش طبقه بندی ارتفاعها بدست آمده فرقی ندارد . شکل های ۷ و ۸ نتایج کامپیوتوری روش کلی پیشرفتنه را به ترتیب برای میله های ذوزنقه ای و میله مرکب نشان می دهند . همچنین در این شکلها نتایج بدست آمده از روش های عمق نفوذ و دقیق برای مقایسه با روش کلی رسم شده اند .

### ۳- مشابه سازی بر روی کامپیوتور قیاسی

با استفاده از مدار معادل میله که در شکل ۲ نشان داده شد و همچنین با در نظر گرفتن حلقه های مدار ، معادلات دیفرانسیل زیر نوشته می شوند :

$$U_1 = \frac{L_1}{2} - \frac{di_1}{dt} + (i_1 - i_2)R_1 \quad (9a)$$

$$0 = L_a - \frac{di_2}{dt} + (i_2 - i_3)R_2 + (i_2 - i_1)R_1 \quad (9b)$$

که  $A$  کل مساحت میله است .

این روش را برای میله ذوزنقه ای (شکل ۱) به کار برده ایم و نتایج کامپیوتوری را برای تغییر پارامترهای میله در شکل ع نشان داده ایم . از مقایسه نتایج حاصل با روش عمق نفوذ ، مقدار خطای قابل ملاحظه ای خصوصا "در مقادیر مقاومت دیده می شود که پذیرفتني نیست .

### روش کلی پیشرفته :

این روش ترکیبی از روش طبقه بندی ارتفاعات و روش طبقه بندی مساحت است . بدین طریق که تعداد تقسیمات از بالای شیار را با روش طبقه بندی ارتفاعات در نظر می گیریم و برای قسمتهای پائینی به غیر از بالاترین قسمت با قیمانده روش طبقه بندی مساحت را به کار می بریم ( در هر قسمت ، فرض می کنیم روش طبقه بندی مساحت یا طبقه بندی ارتفاعات برای کلی میله منظور شده است ) ابعاد بخش با قیمانده بین دو روش با کم کردن ارتفاعها و مساحت های برشها از کل ارتفاع و مساحت به دست خواهد آمد .

بنابراین در صورتی که میله به چهار قسمت تقسیم شود ارتفاع دو قسمت اول  $1/10 h$  و  $2/10 h$  و مساحت آن های بخش  $4/10 A$  خواهد بود .

جدول ۲

| شمنش      | $h_1(\text{mm})$ | $h_2(\text{mm})$ | $h_3(\text{mm})$ | $h_4(\text{mm})$ |
|-----------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| مستطیلی   | 3.57             | 7.14             | 10.71            | 14.28            |
| ذوزنقه ای | 3.57             | 7.14             | 13.94            | 11.05            |
| مرکب      | 3.57             | 7.14             | 14.49            | 10.50            |

به طور مثال برای میله مستطیلی که در شکل (۱) نشان داده شده ارتفاع قسمت اول  $3.57 \text{ mm}$  ، قسمت دوم  $3.57 \times 2 = 7.14 \text{ mm}$  قسمت چهارم :

$$0 = L_b \frac{di_3}{dt} + (i_3 - i_2)R_2 + (i_3 - i_4)R_3 \quad (9c)$$

$$0 = L_c \frac{di_4}{dt} + (i_4 - i_3)R_3 + i_4 R_4 \quad (9a)$$

معادله‌های ( 9a-d ) سپس به معودار بلوکی

شکل ۹ می‌انجامند که بانمادهای زیر معرفی می‌شوند:

$$P_{10} = \frac{2}{L_1} \quad P_{11} = \frac{2R_1}{L_1} \quad P_{12} = \frac{2R_1}{L_a}$$

$$P_{21} = \frac{R_1}{L_a} \quad P_{22} = \frac{R_1 + R_2}{L_a} \quad P_{23} = \frac{R_2}{L_a}$$

$$P_{32} = \frac{R_2}{L_b} \quad P_{33} = \frac{R_2 + R_3}{L_b} \quad P_{34} = \frac{R_3}{L_b}$$

$$P_{43} = \frac{R_3}{L_c} \quad P_{44} = \frac{R_3 + R_4}{L_c}$$

( ۱۰ )

روابط ( 9a-d ) باتوجه به روابط ( ۱۰ )

صورت زیر در می‌آیند:

$$U = \frac{L_1}{2} \frac{di_1}{dt} + (i_1 - i_2)R_1$$

$$U \left( \frac{2}{L_1} \right) - \left( \frac{2R_1}{L_1} \right) i_1 + \left( \frac{2R_1}{L_1} \right) i_2 = \frac{di_1}{dt}$$

$$P_{10} \quad P_{11} \quad P_{12}$$

$$0 = L_a \frac{di_2}{dt} + (i_2 - i_3)R_2 + (i_2 - i_1)R_1$$

$$- \left( \frac{R_1 + R_2}{L_1} \right) i_2 + \left( \frac{R_2}{L_a} \right) + i_1 \left( \frac{R_1}{L_a} \right) = \frac{di_2}{dt}$$

$$P_{22}$$

$$P_{23}$$

$$P_{21}$$

$$0 = L_b \frac{di_3}{dt} + (i_3 - i_2) R_2 + (i_3 - i_2) R_3$$

$$- \left( \frac{R_2 + R_3}{L_b} \right) i_3 + \left( \frac{R_2}{L_b} \right) i_2 + \left( \frac{R_3}{L_b} \right) i_4 = \frac{di_3}{dt}$$

$$P_{33} \quad P_{32} \quad P_{34}$$

$$0 = L_c \frac{di_4}{dt} + (i_4 - i_3) R_3 + i_4 R_4$$

$$- \left( \frac{R_3 + R_4}{L_c} \right) i_4 + \left( \frac{R_3}{L_c} \right) i_3 = \frac{di_4}{dt}$$

$$P_{49} \quad P_{43}$$

در این صورت ، نتایج مربوط به شiar مستطیلی شکل ۲  
با عاد داده شده و به ازای :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{V.Sec}}{\text{A.m}} \quad P = 2.1 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{mm}$$

چنین خواهد شد :

$$R_1 = 2.1 \times 10^{-5} \times \frac{35.7}{10.6 \times 3.57} = 2 \times 10^{-5} \Omega \quad R_2 = 1 \times 10^{-5} \Omega$$

$$R_3 = 0.7 \times 10^{-5} \Omega \quad R_4 = 0.5 \times 10^{-5} \Omega$$

$$L_1 = 1.5 \times 10^{-8} \text{ H} \quad L_2 = 3 \times 10^{-8} \text{ H} \quad L_3 = 4.5 \times 10^{-8} \text{ H} \quad L_4 = 6 \times 10^{-8} \text{ H}$$

$$\frac{di_1}{dt} = 3.14 \times 10^5 \sin \omega t - 2.67 \times 10^5 \frac{i_1}{100} - 2.67 \times 10^5 \cdot \frac{i_2}{100}$$

$$\frac{di_2}{dt} = 0.89 \times 10^5 \cdot \frac{i_1}{100} - 1.34 \times 10^5 \frac{i_2}{100} + 0.44 \times 10^5 \frac{i_3}{100}$$

$$\frac{di_3}{dt} = 0.267 \times 10^5 \frac{i_2}{100} - 0.455 \times 10^5 \frac{i_3}{100} + 0.187 \times 10^5 \frac{i_4}{100}$$

$$\frac{di_4}{dt} = (0.1335 \cdot \frac{i_3}{100} - 0.267 \cdot \frac{i_4}{100}) \times 10^5$$

$$\frac{1}{10^6} \cdot \frac{di_1}{dt} = 0.314 \sin \omega t - 0.267 \cdot \frac{i_1}{100} - 0.267 \cdot \frac{i_2}{100}$$

$$\frac{1}{10^6} \cdot \frac{di_2}{dt} = 0.089 \cdot \frac{i_1}{100} - 0.134 \cdot \frac{i_2}{100} + 0.44 \cdot \frac{i_3}{100}$$

$$\frac{1}{10^5} \cdot \frac{di_3}{dt} = 0.267 \cdot \frac{i_2}{100} - 0.454 \cdot \frac{i_3}{100} + 0.187 \cdot \frac{i_4}{100}$$

$$\frac{1}{10^5} \cdot \frac{di_4}{dt} = 0.1335 \cdot \frac{i_3}{100} - 0.267 \cdot \frac{i_4}{100}$$

### نتیجه کلی:

بامقایسه نتایج به دست آمده می‌توان گفت باروش طبقه‌بندی مساحات دارای دقیق خوبی برای شیارهای مستطیلی است ولی برای شیارهای مرکب و شیارهای ذوزنقه‌ای دقیقت در حد متوسط است. روش کلی پیشرفتہ برای شیارهای ذوزنقه‌ای دقیق خوبی دارد و این دقیق بمویزه درمورد شیارهای مرکب جالب است. بنابراین درمورد شیارهای مستطیلی روش طبقه‌بندی مساحتها و برای دونوع شیار دیگر روش کلی پیشرفتہ توصیه می‌شود.

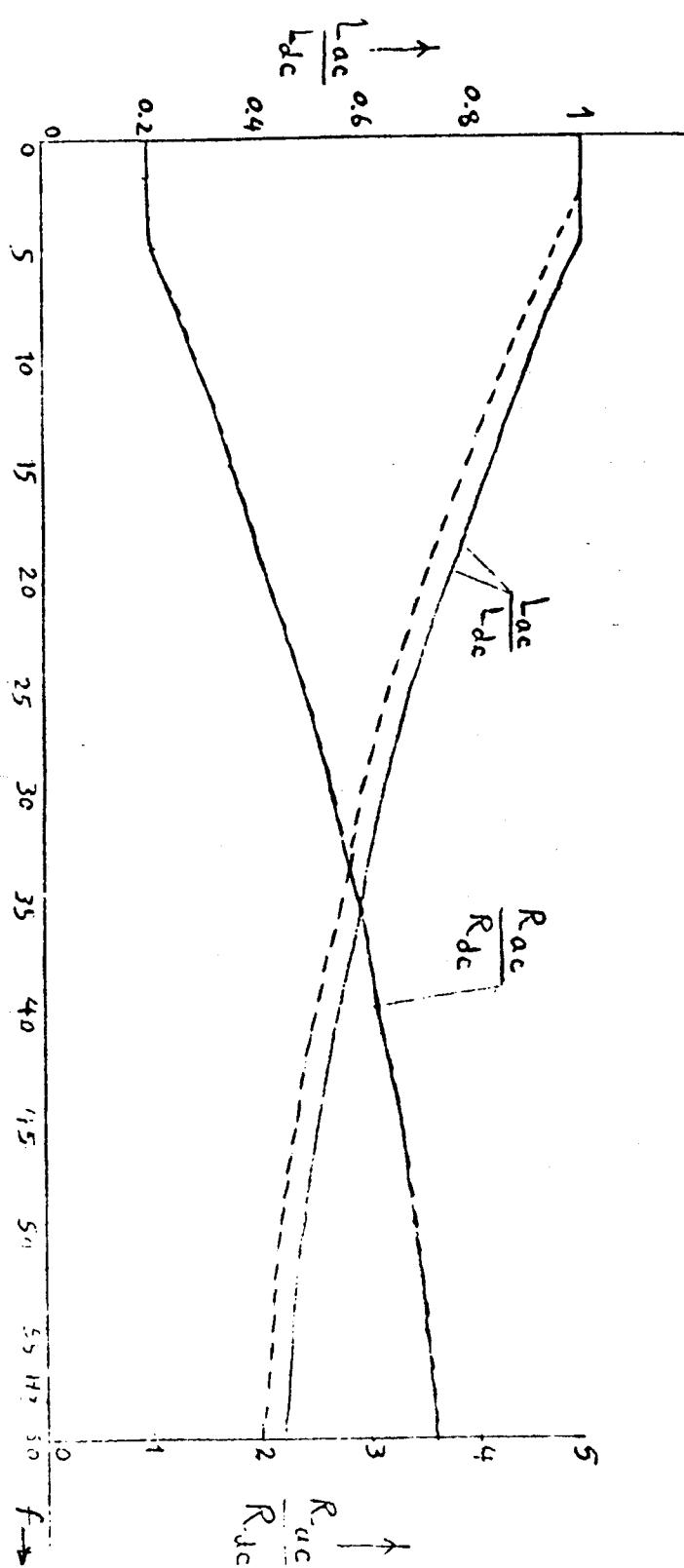
ولتاژ فرکانس متغیر درخواستی در خود کامپیوتر را نوسان‌سازی که در شکل ۱۵ به طور طرح وارهای نشان داده شده، فراهم می‌کند.

ولتاژ اولیه  $U$  از انتگرال گیردوم، دامنه نوسان ولتاژ خروجی سینوسی را وقتی که فرکانس  $\omega$  با دو پتانسیومتر در مدار تنظیم می‌شود، تعیین می‌کند.

محاسبهای پارامترهای میله بعد از مشابه‌سازی در شکل ۹ نیازمند اندازه‌گیری تاثیر فرکانس متغیر ولتاژ  $U$ ، جریان  $I$ ، و زاویه انحراف فاز  $\phi$  بین آنهاست. با استفاده از مدار معادل ۲b پارامترهای مؤثر میله یعنی  $R$  و  $L$  از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$R = \mu \cos \phi$$

$$L = \frac{1}{2\pi f} \mu \sin \phi$$



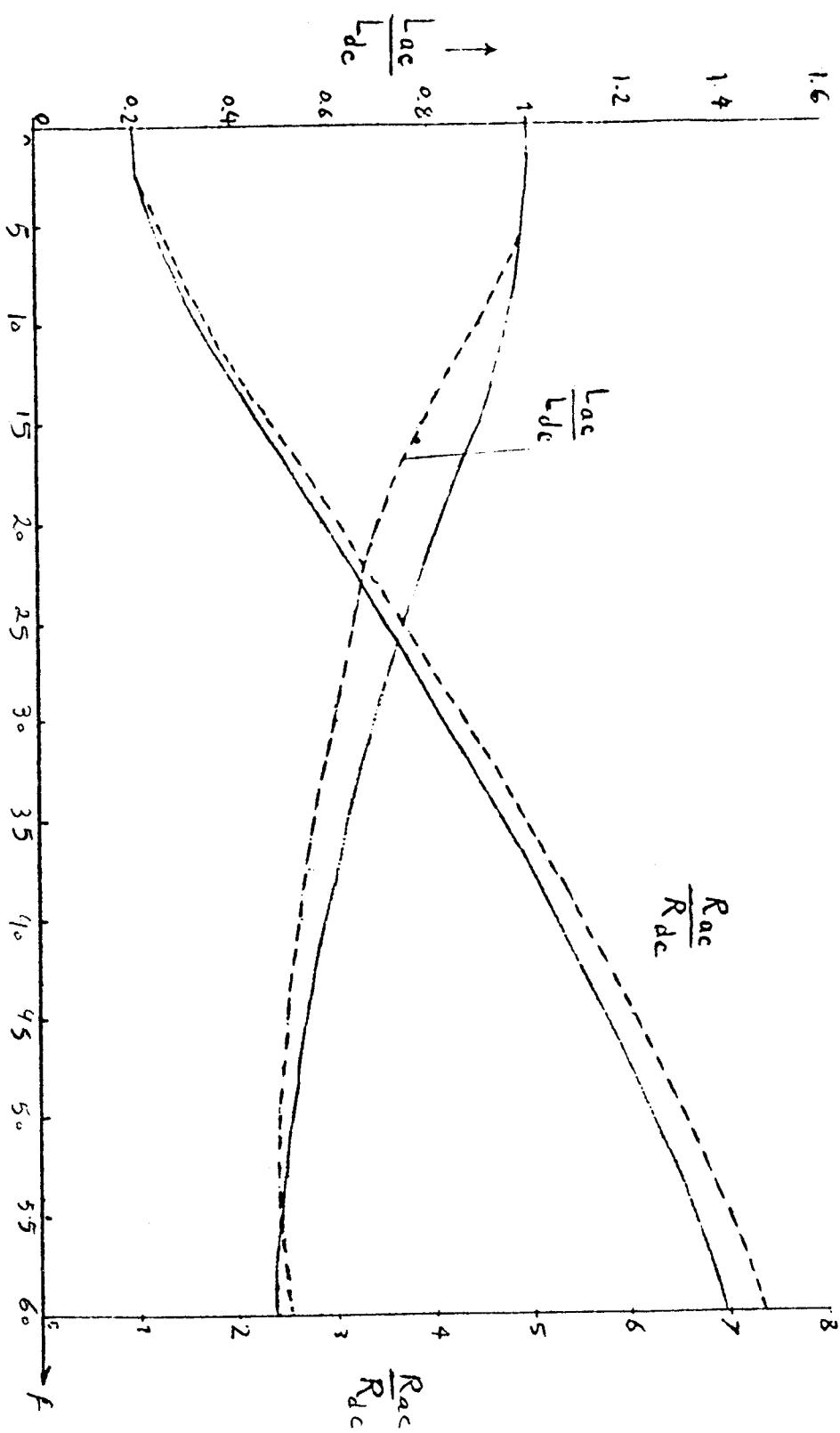
شکل (۴) تغییر پارامترهای میله، مستطیلی

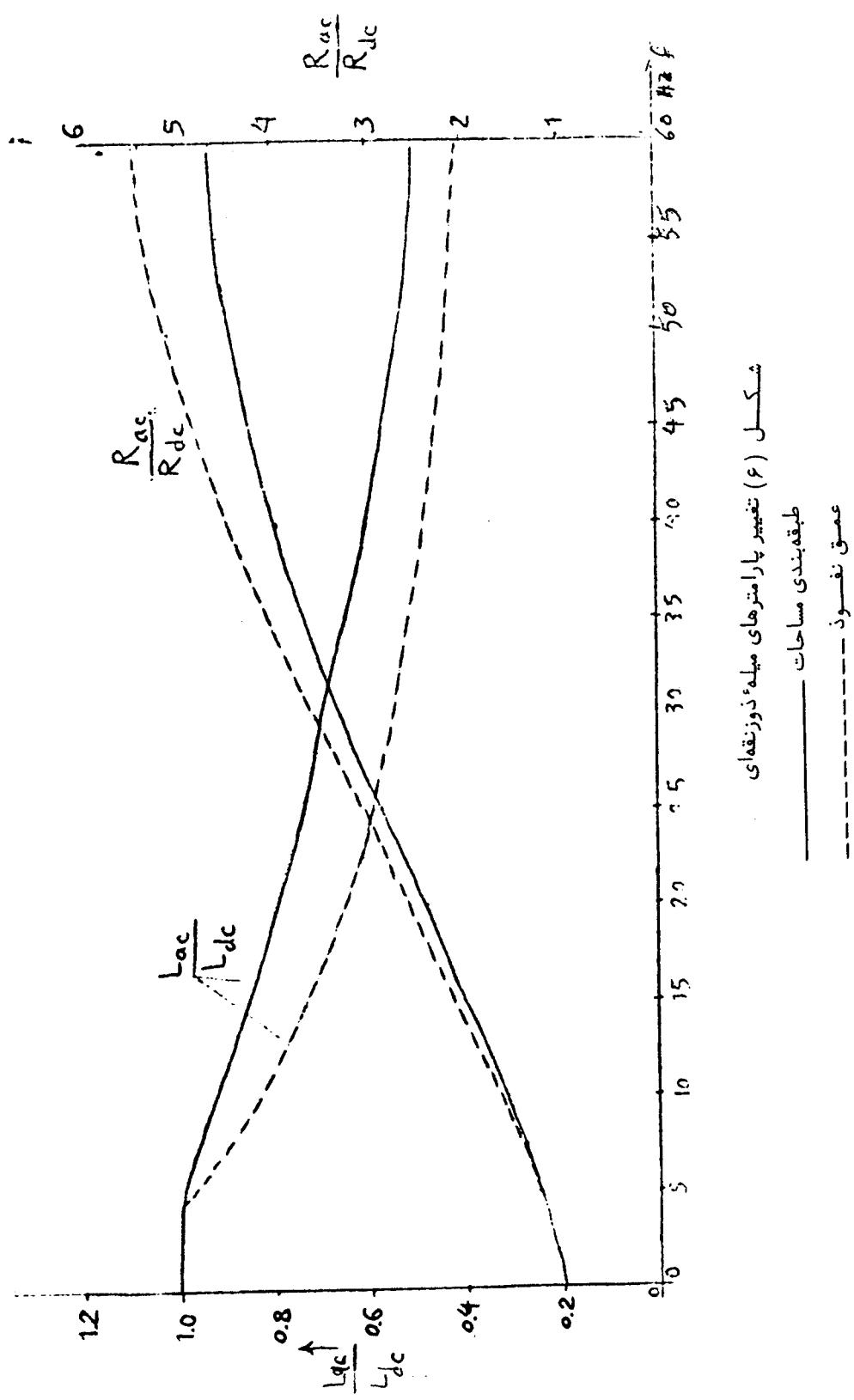
طبقه‌بندی ارتفاعها

روش سختگیرانه

شکل (۵) تغییر پارامترهای مبله، مستقلی  
طبقه‌بندی ارتفاعها

عمق نفوذ -----



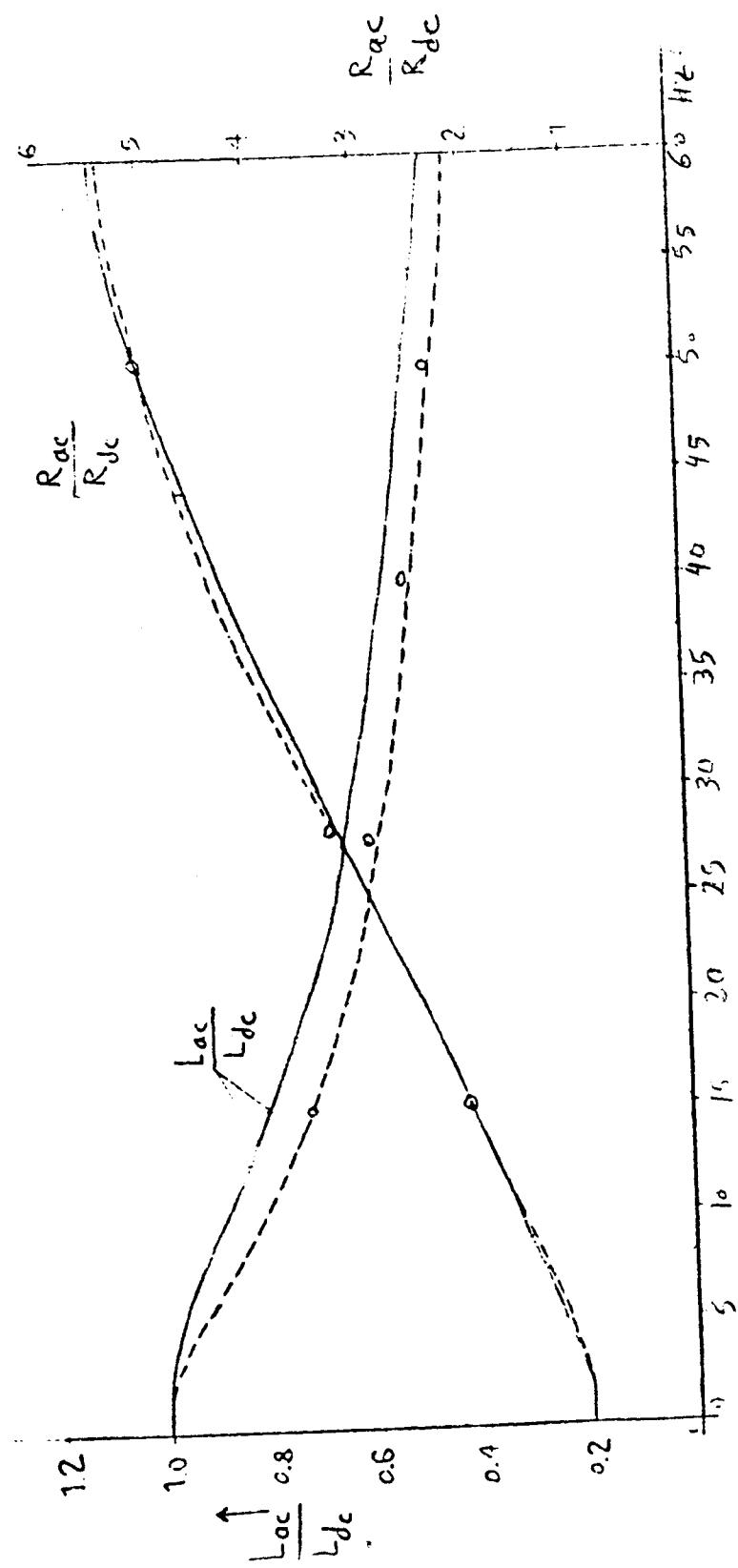


شکل (۶) تغییر پارامترهای میله‌ذوزنقه‌ای  
 طبقه‌بندی مساحت —————  
 عمق نفوذ ————

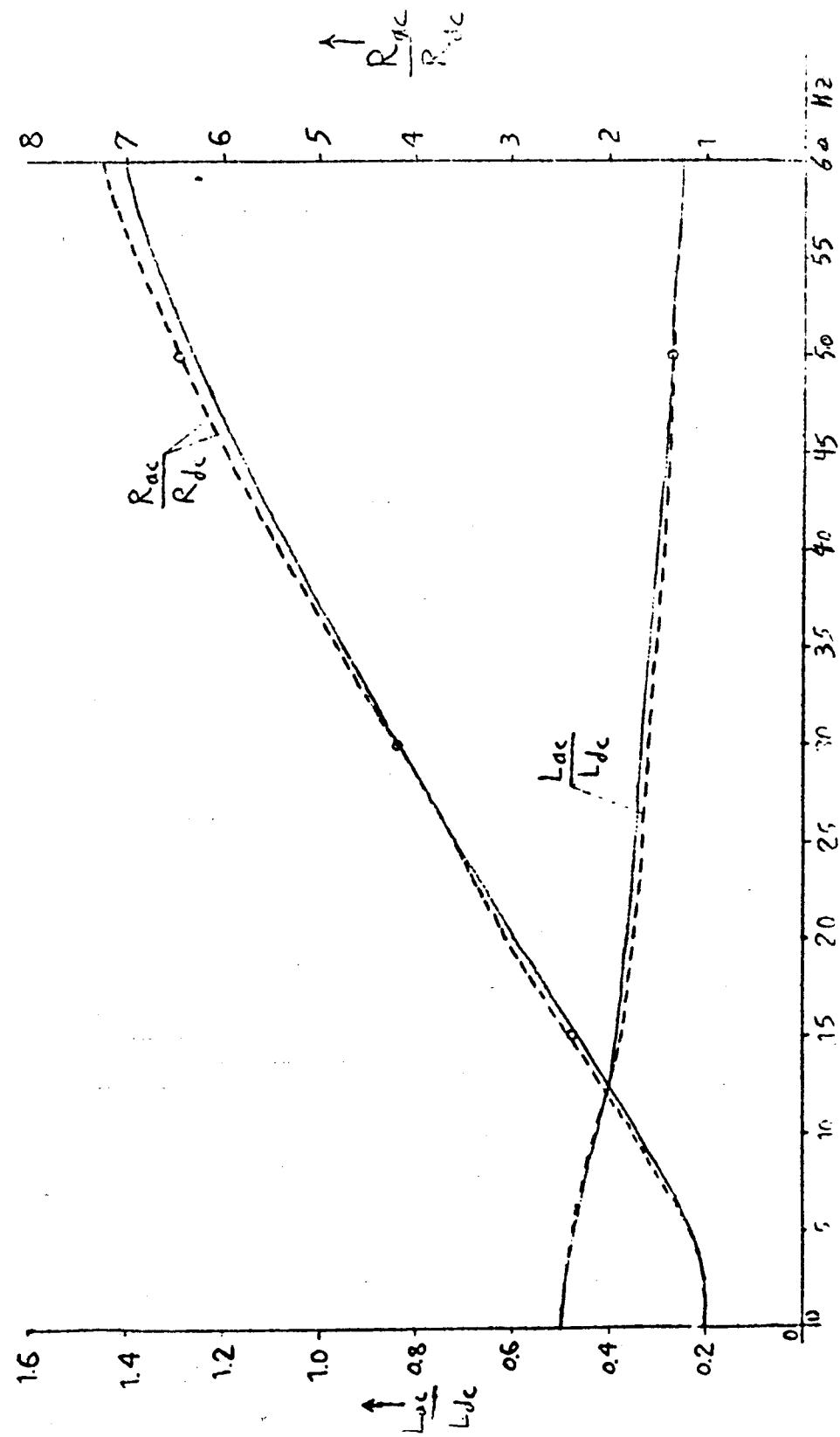
شکل (۷) تغییر پارامترهای میله، ذوزنقهای

دوش کلی

عمق نفوذ



شکل (۸) تئوری پارامترهای مبله، موبک  
روش کلی —————  
عمق نفوذ ————



$$P_{10} = \frac{2}{L_1}$$

$$P_{12} = \frac{2R_1}{L_1}$$

$$P_{11} = \frac{2R_1}{L_1}$$

شکل (۹) نمودار بلوکی کامپیوتر برای مشابه‌سازی ۴ برش میله

$$P_{21} = \frac{R_1}{L_a}$$

$$P_{23} = \frac{R_2}{L_a}$$

$$P_{22} = \frac{R_1 + R_2}{L_a}$$

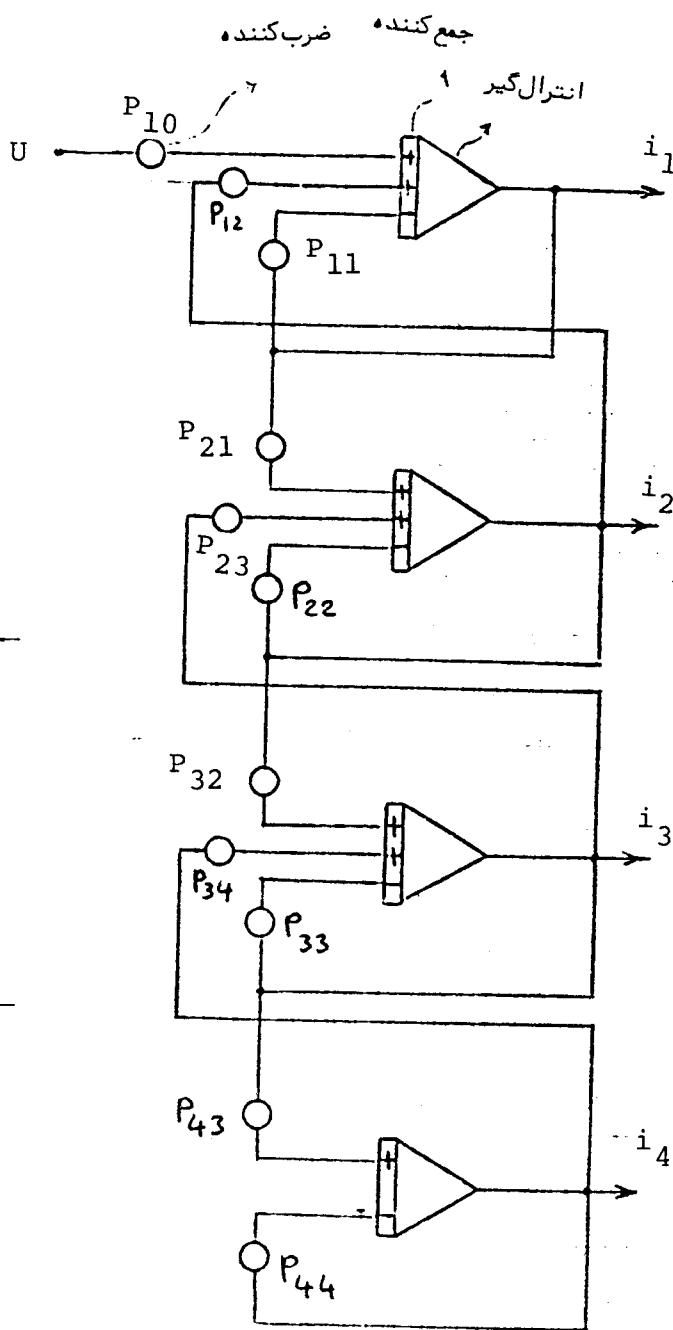
$$P_{32} = \frac{R_2}{L_b}$$

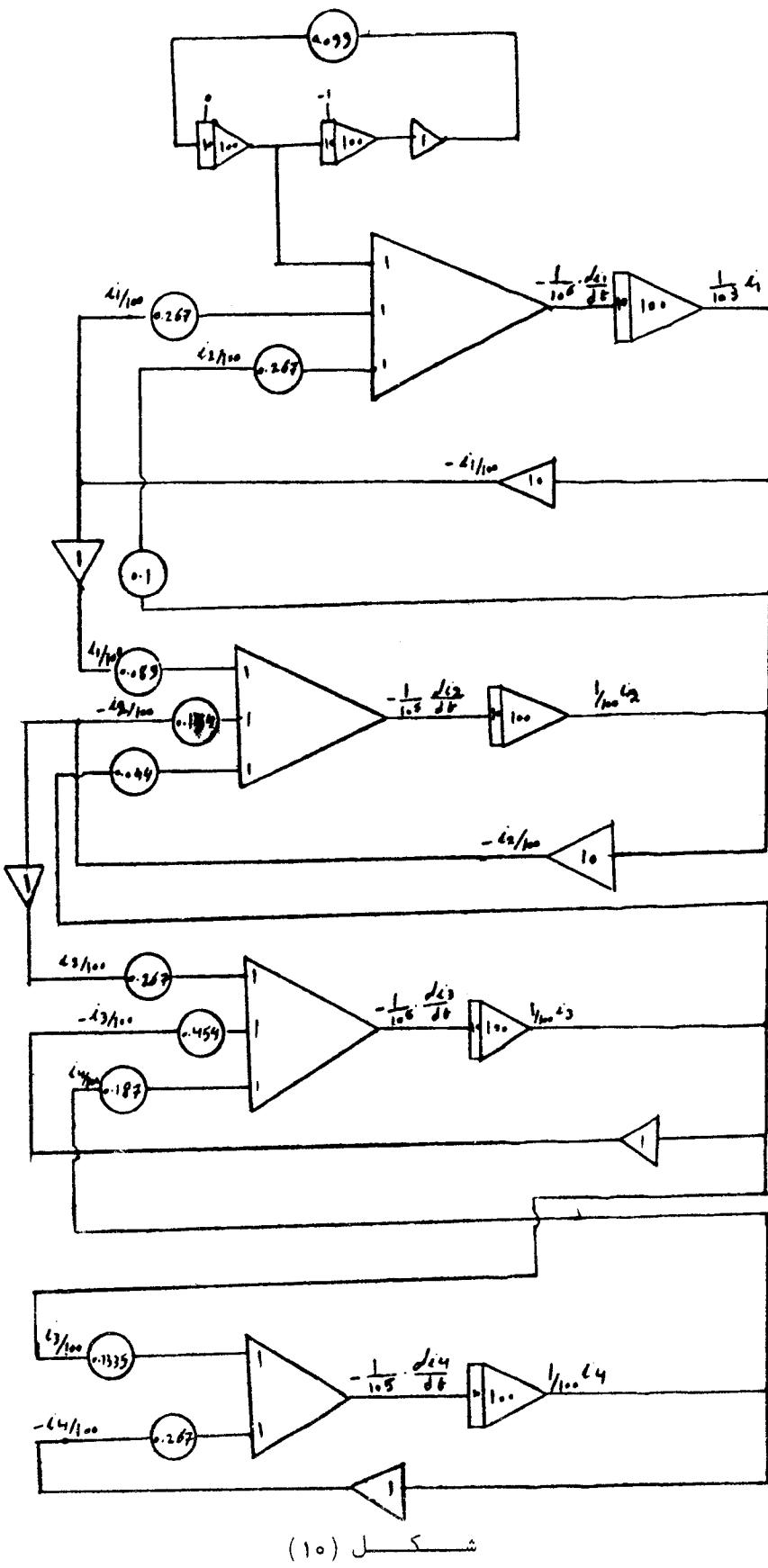
$$P_{34} = \frac{R_3}{L_b}$$

$$P_{33} = \frac{R_2 + R_3}{L_b}$$

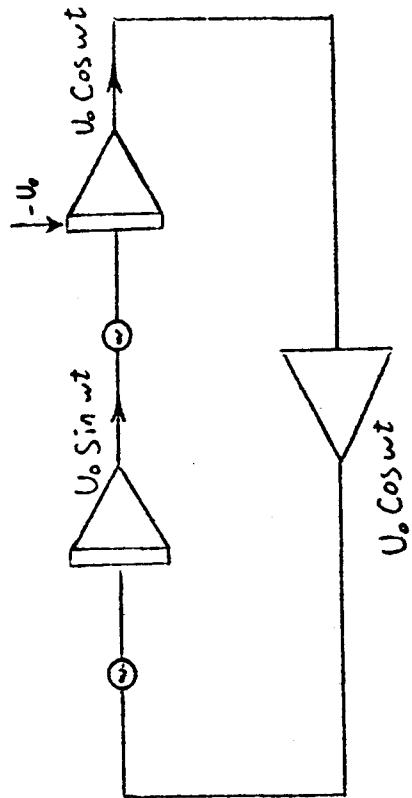
$$P_{43} = \frac{R_3}{L_c}$$

$$P_{44} = \frac{R_3 + R_4}{L_c}$$



(10)        ش

شکل (۱۵) مدار برای فرکانس قابل تغییر منبع



## فهرست منابع

### References

1. M. Stiebler: Die Nachbildung von Induktionsmaschinen mit stromverdrängungsläufer am Analogrechner unter Verwendung der Doppelkafignaherung. Arch. Elektrotechn. Bd. 49(1965).
2. M. Stiebler: Die Berechnung von Übergangsvorgangen bei Induktionsmaschinen mit Stromverdrängungsläufer. Arch. Elektrotechn. Bd. 51(1966).
3. E. Zur Nieden: Calculation of bars for skin-effect motors. Elektrotechn. U. Masch. Bau (1933) S. 129-134.
4. D.S. Babb; J.E. Williams: Circuit analysis method for determination of AC impedance of machine conductors. AIEE Trans. on Power, Apparatus & Systems. Vol. 70(1951). P.661-666.
5. D.S. Bobb; J.E. Williams: Network analysis of AC machine conductors. AIEE Trans. on Power, Apparatus & Systems. Vol. 70(1951). P.2001-2005.
6. A.K. Eugere; E.J. Howard: Simulation of polyphase induction machines in the deep bars. IEE Trans. on Power, Apparatus & Systems. Vol. 89 (1970) P. 1038-1043.
7. M.M. Liwschitz-Garik: Computation of skin-effect in bars of squirrel-cage rotors. AIEE Trans on Power, Apparatus & Systems. Vol. 74 (1955) P. 768-771.
8. M.M. Liwschitz-Garik: Skin-effect bars of squirrel-cage rotors. AIEE Trans on Power, Apparatus & Systems. Vol. 73 (1954). P. 255-258

۹—جزوه‌های ماشین‌های الکتریکی مهندس ثابت مرزوqi

۱۰—جزوه آزمایشگاه ماشین‌های الکتریکی مهندس ثابت مرزوqi

۱۱—جزوه آزمایشگاه انتقال انرژی مهندس ثابت مرزوqi

12. The Analysis of Eddy Currents. By: Richard Stoll.