

میدان الکترودهای سوزن صفحه و ولتاژ شروع تخلیه جزئی در هوا

دکتر حسین محسنی

دانشیار دانشکده فنی - دانشگاه تهران

چکیده:

در آزمایشگاه فشار قوی و در بررسی تخلیه الکتریکی، الکترودهای سوزن - صفحه اهمیت فوق العاده دارند. این الکترودها میدان الکتریکی غیر یکنواخت به وجود می آورند، به طوری که شدت میدان الکتریکی در اطراف سوزن بسیار شدید و در قسمت های دیگر، میدان نسبتاً ضعیف است. محاسبه میدان این الکترودها نیز طبیعتاً بسیار جالب می باشد. در این مقاله روش محاسبه میدان الکترودهای سوزن - صفحه و شکل میدان به کمک تبدیل دستگاه محورهای مختصات^۱ و با استفاده از محورهای مختصات کروی کشیده^۲، شرح داده شده است. شدت میدان الکتریکی و حداکثر آن در نوک سوزن محاسبه و تغییرات حداکثر شدت میدان الکتریکی سوزن، برای شعاع انحنای ثابت برحسب فاصله آن تا صفحه محاسبه و رسم گردیده است. شرط تخلیه الکتریکی در گازها با میدان های غیر یکنواخت به اختصار ذکر و ولتاژ شروع تخلیه جزئی^۳ در هوا برای سوزن، با شعاع انحنای نوک معین و فاصله های مختلف از صفحه، محاسبه گردیده است.

$$y = 0 \quad (2)$$

$$z = k_2 \cos \theta$$

و این معادله یک بیضی در صفحه xz است که فاصله دو کانون آن برابر 2α می باشد. با حذف θ معادله بیضی در دستگاه محورهای مختصات دکارتی به دست می آید.

$$\frac{x^2}{k_1^2} + \frac{z^2}{k_2^2} = 1 \quad (3)$$

در این رابطه

$$k_1 = \alpha \sinh \eta \cos \psi \quad (4)$$

و

$$k_2 = \alpha \cosh \eta \quad (5)$$

می باشند. برای هر مقدار ψ یک صفحه به دست می آید که

۱- محورهای مختصات کروی کشیده

در دستگاه محورهای مختصات کروی کشیده

مطابق شکل ۱ سه جهت θ, η, ψ وجود دارند. برای پوشاندن کامل فضا، این کمیاب باید در محدوده های زیر تغییر نمایند:

$$0 \leq \psi \leq 2\pi, 0 \leq \eta < \infty, 0 \leq \theta \leq \pi$$

در تبدیل مختصات یک نقطه از دستگاه محورهای

مختصات کروی کشیده به دستگاه محورهای مختصات دکارتی با متغیرهای (x, y, z) روابط زیر صادق هستند [1]:

$$x = \alpha \sinh \eta \sin \theta \cos \psi$$

$$y = \alpha \sinh \eta \sin \theta \sin \psi \quad (1)$$

$$z = \alpha \cosh \eta \cos \theta$$

برای $\psi = 0$ و $\eta = \text{const}$ داریم:

$$x = k_1 \sin \theta$$

این نقطه بر یکدیگر عمودند. لذا دستگاه محورهای مختصات کروی کشیده جزو دستگاه‌های محورهای مختصات عمود برهم یا ارتوگونال (orthogonal) می‌باشد.

۲- محاسبه لاپلاسیان و معادله‌های میدان

در میدان الکتریکی بدون بار، لاپلاسیان پتانسیل برابر صفر است و این نقطه شروع برای محاسبه میدان می‌باشد. برای لاپلاسیان می‌توان نوشت:

$$\nabla^2 V = \text{div grad } V \quad (۷)$$

از طرف دیگر grad V دارای سه مؤلفه است و این مؤلفه‌ها در هر نقطه در جهت سه محور مختصات می‌باشد. برای مؤلفه‌های گرادیان می‌توان نوشت [2]:

$$E_\eta = (\text{grad } V)_\eta = \frac{1}{g_\eta} \frac{\partial V}{\partial \eta}$$

$$E_\theta = (\text{grad } V)_\theta = \frac{1}{g_\theta} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (۸)$$

$$E_\psi = (\text{grad } V)_\psi = \frac{1}{g_\psi} \frac{\partial V}{\partial \psi}$$

در این رابطه

$$g_\eta = g_\theta = \alpha \sqrt{\sinh^2 \eta + \sin^2 \theta} \quad (۹)$$

و

$$g_\psi = \alpha \sinh \eta \sin \theta \quad (۱۰)$$

هستند. لذا

$$\text{grad } V = \frac{1}{\alpha \sqrt{\sinh^2 \eta + \sin^2 \theta}} \left(\vec{\alpha}_\eta \frac{\partial V}{\partial \eta} + \vec{\alpha}_\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\vec{\alpha}_\psi}{\alpha \sinh \eta \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \psi} \quad (۱۱)$$

بردارهایی به طول واحدند و به ترتیب در هر نقطه در جهت‌های η, θ, ψ می‌باشند. برای دیورژانس می‌توان نوشت: [3]

اگر η نیز ثابت باشد، با تغییر θ یک بیضی در این صفحه تشکیل می‌شود. محور z نیز در این صفحه قرار دارد.

رای $\psi=0$ و $\theta = \text{const}$ داریم:

$$x = k_3 \sinh \eta$$

$$y = 0 \quad (۶)$$

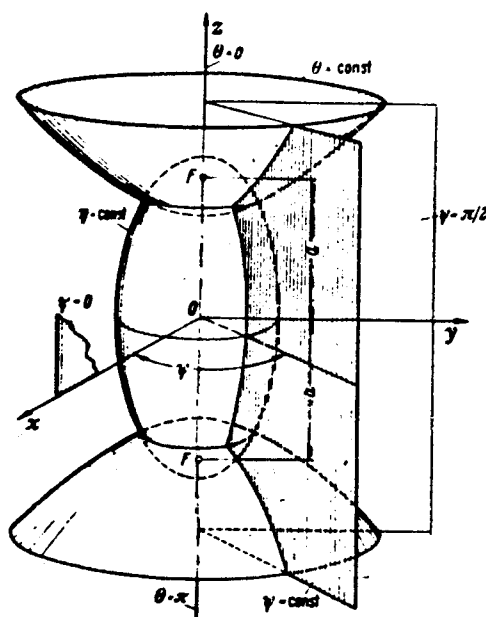
$$z = k_4 \cosh \eta$$

که در آن

$$k_3 = \alpha \sin \theta$$

و

$$k_4 = \alpha \cos \theta$$



شکل ۱ - محورهای مختصات کروی کشیده [1].

است. معادله‌های (۶) یک هذلولی را در صفحه xz به دست می‌دهند که فاصله دوکانون آن برابر 2α می‌باشد. در صفحه $\psi = \text{const}$ به ازای $\theta = \text{const}$ با تغییر η همین هذلولی به دست می‌آید. در دستگاه محورهای مختصات کروی کشیده، شرط $\psi = \text{const}$ یک صفحه است و $\eta = \text{const}$ یک بیضی دوار (بیضوی) و $\theta = \text{const}$ یک هذلولی دوار می‌باشد. به شرط ثابت بودن دو متغیر از سه متغیر η, θ, ψ در هر نقطه یک منحنی به دست می‌آید. به این ترتیب سه منحنی در هر نقطه حاصل می‌شوند که د

و در معادله (۱۵) با فرض آن که
 $S = \cos \theta$ (۱۹)

باشد می توان نوشت:

$$(1-S^2) \frac{d^2G}{dS^2} - 2s \frac{dG}{dS} + (\alpha - \frac{\beta}{1-S^2}) = 0 \quad (20)$$

جواب معادله های دیفرانسیل (۱۸) و (۲۰) معادله های
 کروی یا معادله های لژاندر^۱ می باشند [4] [5]. در مورد
 میدان الکتروهای سوزن - صفحه اگر V پتانسیل باشد، با
 توجه به این که با یک میدان دوار سروکار داریم البته V به ψ
 بستگی ندارد. در این صورت باید $B=0$ باشد و لذا
 معادله های (۱۴) و (۱۵) به صورت زیر در می آیند

$$\frac{d^2F}{d\eta^2} + \coth \eta \frac{dF}{d\eta} - \alpha F = 0 \quad (21)$$

$$\frac{d^2G}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{dG}{d\theta} + \alpha G = 0 \quad (22)$$

هرگاه فرض کنیم V به η نیز بستگی نداشته و فقط به θ
 بستگی داشته باشد، باید نوشت:

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{dV}{d\theta} = 0 \quad (23)$$

حل این معادله دیفرانسیلی چنین است
 $V = A + B \ln \cot(\theta/2)$ (۲۴)

۳- الکتروهای سوزن صفحه در دستگاه محوره های مختصات کروی کشیده

در مورد الکتروهای سوزن صفحه می توان سوزن
 را یک هذلولی دوار تصور نمود که زاویه دو مجانب آن
 کوچک است. این هذلولی دوار یک الکترو یعنی یک
 سطح هم پتانسیل را تشکیل می دهد که پتانسیل آن برابر U
 فرض می شود. معادله این هذلولی دوار در دستگاه

$$\vec{\text{div}} E = \frac{1}{g_\eta g_\theta g_\psi} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (g_\theta g_\psi E_\eta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (g_\eta g_\psi E_\theta) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \psi} (g_\eta g_\theta E_\psi) \right] \quad (12)$$

از روابط (۹) و (۱۰) به دست می آیند. با توجه
 به رابطه (۷) داریم:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\alpha^2 (\sinh^2 \eta + \sin^2 \theta)} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \coth \eta \frac{\partial V}{\partial \eta} \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{1}{\alpha^2 \sinh^2 \eta \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \psi^2} \\ = 0 \quad (13)$$

با فرض عدم وجود بار الکتریکی، لاپلاسیان برابر صفر
 است. با جدا کردن متغیرها می توان V را به صورت
 حاصل ضرب سه تابع در نظر گرفت که هر یک فقط بستگی به
 یک متغیر دارد. یعنی می توان نوشت [3]:

$$\frac{d^2F}{d\eta^2} + \coth \eta \frac{dF}{d\eta} - \left(\alpha + \frac{\beta}{\sinh^2 \eta} \right) F = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d^2G}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{dG}{d\theta} - \left(\alpha + \frac{\beta}{\sin^2 \theta} \right) G = 0 \quad (15)$$

$$\frac{d^2H}{d\psi^2} + \alpha \psi = 0 \quad (16)$$

در معادله (۱۴) با فرض آن که

$$t = \cosh n \quad (17)$$

باشد می توان نوشت:

$$(1-t^2) \frac{d^2F}{dt^2} - 2t \frac{dF}{dt} + \left(\alpha - \frac{\beta}{1-t^2} \right) = 0 \quad (18)$$

هم پتانسیل می‌باشند. خطوط میدان بر سطوح هم پتانسیل عمود هستند. یعنی $\eta = \text{const}$ خطوط میدان می‌باشند. پس میدان الکتریکی سوزن (هذلولی دوار) و صفحه در دستگاه محورهای مختصات کروی کشیده میدان یک بعدی می‌باشد. همانطور که میدان دو صفحه موازی در محورهای مختصات دکارتی و دو استوانه هم محور در محورهای مختصات استوانه‌ای دوار میدان‌های یک‌بعدی هستند.

۵- محاسبه شدت میدان الکتریکی

شدت میدان الکتریکی به سادگی از $\text{grad } V$ به دست می‌آید. از روابط (۱۱) و (۲۵) داریم:

$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

$$= U \frac{\vec{\alpha}\theta}{\alpha \sqrt{\sinh^2 \eta + \sin^2 \theta} \sin \theta \ln \cot(\theta/2)}$$

حداکثر شدت میدان الکتریکی بر روی نوک سوزن می‌باشد و برابر است با:

$$E_{\text{max}} = \frac{U}{\alpha \sin^2 \theta_1 \ln \cot(\theta_1/2)} \quad (29)$$

بر روی محور z یعنی برای $\eta = 0$ شدت میدان الکتریکی توجه به رابطه (۱) برابر است با:

$$\begin{aligned} E &= U \frac{\vec{\alpha}\theta}{\alpha \sin^2 \theta \ln \cot(\theta/2)} \\ &= U \frac{\vec{\alpha}\theta}{\alpha (1 - \cos^2 \theta) \ln \cot(\theta/2)} \\ &= U \frac{\vec{\alpha}\theta}{(\alpha^2 - z^2) \ln \cot(\theta/2)} \alpha \quad (30) \end{aligned}$$

برای مقایسه شدت میدان الکتریکی دو صفحه موازی در فاصله α_1 و اختلاف سطح U برابر است با:

محورهای مختصات کروی کشیده $\theta = \text{const}$ است. یعنی پتانسیل V برای سطح $\theta = \theta_1$ مقداری ثابت و برابر U می‌باشد.

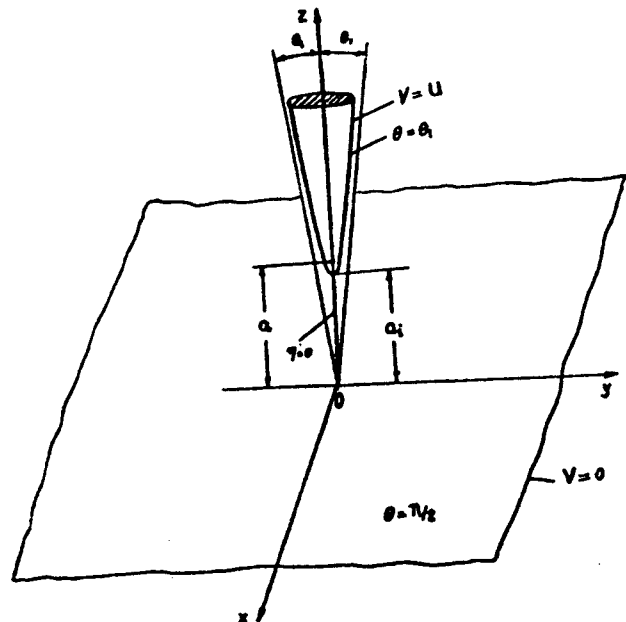
الکترو د صفحه نیز یک سطح هم پتانسیل است که مختصات آن $\theta = \pi/2$ می‌باشد. یعنی برای $\theta = \pi/2$ مقدار V برابر صفر است. با توجه به این شرایط مرزی از معادله (۲۴) نتیجه می‌شود:

$$V = U \frac{\ln \cot(\theta/2)}{\ln \cot(\theta_1/2)} \quad (25)$$

در شکل ۲ الکترو دهای سوزن - صفحه رسم شده‌اند. برای نوک سوزن $\theta = \theta_1$ و $\eta = 0$ است لذا فاصله نوک سوزن از صفحه از رابطه (۱) به صورت

$$z = \alpha \cos \theta_1 \quad (26)$$

به دست می‌آید. این فاصله در شکل ۲ با α_1 نمایش داده شده است.

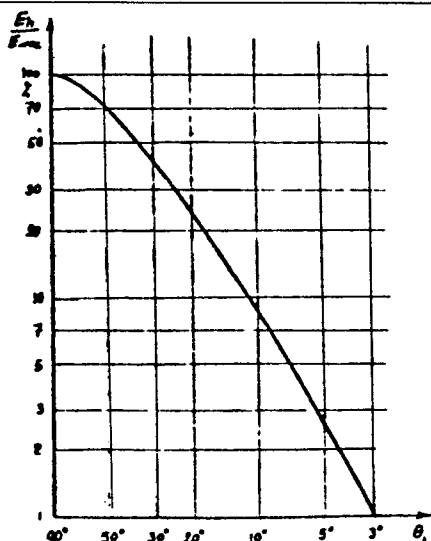


شکل ۲: الکترو دهای هذلولی دوار (سوزن) و صفحه

لذا می‌توان نوشت:

$$\alpha_1 = \alpha \cos \theta_1 \quad (27)$$

α فاصله کانونی هذلولی است. در حقیقت معادله (۲۵) جواب معادله دیفرانسیل لاپلاس است و $\theta = \text{const}$ سطوح



شکل ۴: ضریب استفاده میدان برای مقادیر مختلف زاویه بین محور دوران و مجانب هذلولی دوار

۶- شعاع انحنای نوک سوزن

برای یک زاویه معین θ شکل‌های مختلفی برای سوزن وجود دارد، لذا باید فاصله کانونی α نیز مشخص گردد تا یک سوزن تعریف شده داشته باشیم. به جای فاصله کانونی، می‌توان شعاع انحنای ρ نوک سوزن را تعریف نمود. شعاع انحنای یک منحنی برابر است با طول منحنی بین دو نقطه نزدیک به هم، تقسیم بر زاویه بین دو مماس بر منحنی در این دو نقطه [7] [8].

در صفحه $\psi=0$ با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$x = \alpha \sinh \eta \sin \theta \quad (32)$$

$$z = \alpha \cosh \eta \cos \theta \quad (33)$$

برای محاسبه طول منحنی در نوک سوزن، در صفحه $\psi=0$ و بر روی منحنی $\theta=\theta_1$ می‌توان نوشت:

$$\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (34)$$

$$\Delta x = \frac{dx}{d\eta} \Delta \eta + \frac{dx}{d\theta} \Delta \theta \quad (35)$$

$$\Delta z = \frac{dz}{d\eta} \Delta \eta + \frac{dz}{d\theta} \Delta \theta \quad (36)$$

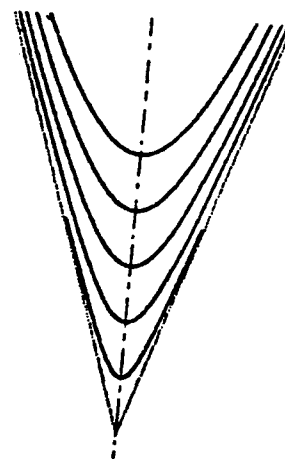
$$E_h = \frac{U}{\alpha_l}$$

$$= \frac{U}{\alpha \cos \theta_1}$$

در نتیجه نسبت E_h/E_{max} برابر می‌شود با:

$$\frac{E_h}{E_{max}} = \sin \theta_1 \tan \theta_1 \ln \cot(\theta_1/2) \quad (31)$$

این نسبت را ضریب استفاده میدان^۱ یا ضریب استفاده شوایگر^۲ می‌گویند [3] [6]. نکته جالب این که ضریب استفاده میدان فقط به زاویه θ_1 بستگی دارد. در اینجا باید دقت داشت که برای یک زاویه معین θ یعنی برای زاویه بین دو مجانب $\psi=2\theta$ شکل‌های مختلف سوزن می‌تواند وجود داشته باشد. شکل ۳ سوزن‌های مختلف با مجانب‌های مشترک را نشان می‌دهد.



شکل ۳: سوزن‌های مختلف با مجانب‌های مشترک

در شکل ۴ ضریب استفاده میدان برای مقادیر مختلف θ_1 ، یعنی زاویه بین محور دوران و مجانب هذلولی رسم شده است.

$$\frac{d(\tan \alpha)}{d\eta} = \frac{\cosh^2 \eta - \sinh^2 \eta}{\cosh^2 \eta} \cot \theta_1 \quad (43)$$

برای نوک سوزن $\eta=0$ است. لذا در این نقطه

$$\frac{d(\tan \alpha)}{d\eta} = \cot \theta_1 \quad (44)$$

می‌باشد. و چون در نوک سوزن α بسیار کوچک است، می‌توان به جای $\tan \alpha$ خود α را قرار داد و نوشت:

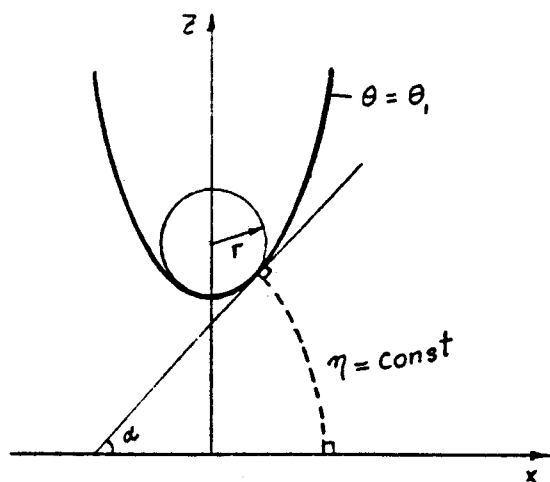
$$\frac{d\alpha}{d\eta} = \cot \theta_1 \quad (45)$$

پس شعاع انحنا در نوک سوزن با توجه به روابط (۳۹) و (۴۰) و (۴۵) برابر است با:

$$\rho = \alpha \sin \theta_1 \tan \theta_1 \quad (46)$$

و یا با توجه به رابطه (۲۷)

$$\rho = \alpha_t \tan^2 \theta_1 \quad (47)$$



شکل ۵: محاسبه شعاع انحنا نوک سوزن

۷- مثال

یک الکتروود سوزن به شکل هذلولی دوار با زاویه بین دو مجانب برابر $\gamma = 2\theta = 11,4$ درجه را در نظر می‌گیریم که شعاع انحنا نوک آن برابر $\rho = 1,6$ میلی‌متر است. این سوزن در فاصله $\alpha_t = 160$ میلی‌متری از صفحه قرار می‌گیرد، حداکثر شدت میدان الکتریکی در نوک سوزن برابر است با:

و چون بر روی منحنی $\theta = \theta_1$ مقدار $\Delta\theta = 0$ است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Delta x = \alpha \cosh \eta \sin \theta_1 \Delta \eta \quad (37)$$

$$\Delta z = \alpha \sinh \eta \cos \theta_1 \Delta \eta \quad (38)$$

بر روی نوک سوزن $\eta = 0$ است، لذا

$$\frac{ds}{dn} = \alpha \sin \theta_1 \quad (39)$$

برای محاسبه شعاع انحنا باید $ds/d\alpha$ را به دست آورد.

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha}$$

$$= \frac{ds}{d\eta} \frac{d\eta}{d\alpha} \quad (40)$$

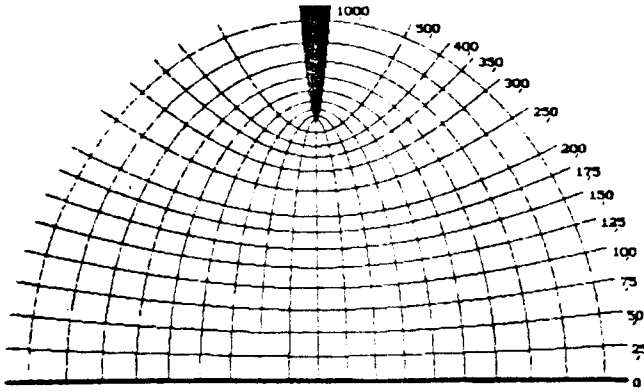
مماس بر منحنی در نقطه نوک سوزن (در صفحه $\psi = 0$) موازی با محور افقی یعنی محور x است. حال اگر در این صفحه به میزان $\Delta\eta$ بر روی سطح $\theta = \theta_1$ از نوک سوزن حرکت کنیم و از آن نقطه مماسی بر هذلولی رسم کنیم، زاویه α زاویه بین این مماس و محور x است (شکل ۵) و لذا:

$$\tan \alpha = \frac{dz}{dx} \quad (41)$$

از طرف دیگر با توجه به روابط (۳۲) و (۳۳) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \frac{dz/d\eta}{dx/d\eta} \\ &= \frac{\sinh \eta \cos \theta_1}{\cosh \eta \sin \theta_1} \end{aligned} \quad (42)$$

در نتیجه با توجه به روابط (۴۱) و (۴۲) داریم:



شکل ۶: میدان الکترودهای سوزن صفحه

۸- شرط شروع تخلیه جزیبی در هوا

شرط شروع تخلیه جزیبی در گازها و در میدان‌های غیر یکنواخت، با توجه به تجربه‌های به دست آمده چنین بیان می‌شود [9].

$$\int_0^{x_0} \bar{\alpha} dx \geq N_C \quad (48)$$

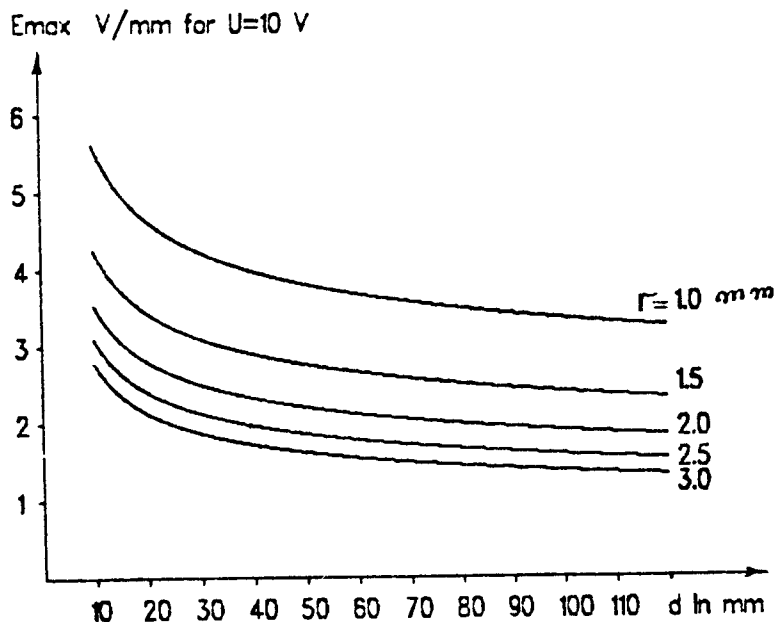
در این رابطه $\bar{\alpha}$ ضریب مؤثر یونیزاسیون (ضریب یونیزاسیون منهای ضریب ترکیب مجدد) و x_0 فاصله از نوک سوزن تا محلی است که ضریب $\bar{\alpha}$ مثبت می‌باشد. N_C تعداد الکترون‌های لازم برای تشکیل

$$E_{max} = 0.21 U \text{ V/mm}$$

برای چنین الکترودهایی ضریب استفاده میدان 3٪ است. جالب توجه است که با ثابت ماندن θ ، اگر فاصله را کم کنیم، ضریب استفاده میدان تغییر نمی‌کند. در حقیقت با کاهش فاصله، نوک سوزن تیز می‌شود و برعکس.

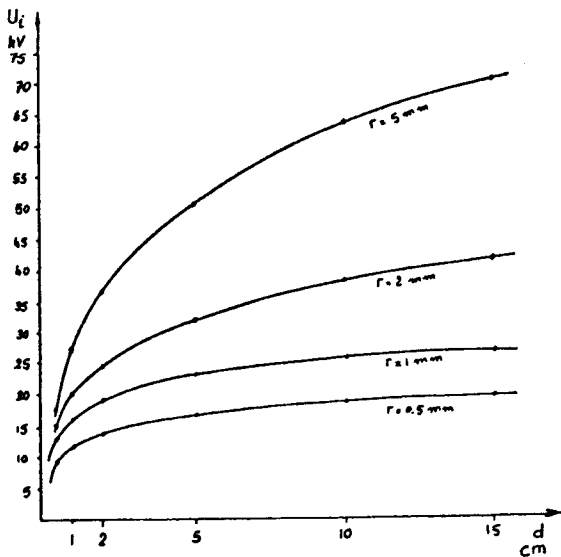
در شکل ۶ میدان سوزن صفحه با فرض آن که پتانسیل صفحه برابر 0٪ می‌باشد با کمک $\theta = \text{const}$ (خطوط هم پتانسیل) و $\eta = \text{const}$ (خطوط میدان) رسم شده است. مقادیر θ طوری انتخاب گردیده‌اند که خطوط هم پتانسیل با پتانسیل 50٪ و 40٪ و ... تا 2.5٪ رسم شده‌اند.

حداکثر شدت میدان الکتریکی بر روی نوک سوزن است و بستگی به شعاع انحنای نوک سوزن و فاصله تا صفحه و البته اختلاف سطح بین سوزن و صفحه دارد. با استفاده از روابط (27)، (29) و (47) برای انحنای نوک سوزن معین، حداکثر شدت میدان الکتریکی برای فاصله‌های مختلف در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷: تغییرات شدت میدان الکتریکی بر روی نوک سوزن بر حسب فاصله بین سوزن و صفحه برای شعاع‌های مختلف انحنای نوک سوزن و صفحه ۱۰ ولت فرض شده است.

برسد. و این ولتاژ شروع تخلیه جزئی است. پس از شروع تخلیه جزئی، به دلیل بارهای فضایی، محاسبه میدان الکتریکی، دیگر به روش ذکر شده در بالا ممکن نیست. با تغییر فاصله و شعاع انحناى نوک سوزن، ولتاژ شروع تخلیه برای الکترودهای سوزن - صفحه با سوزن به شکل هذلولی دوار به دست می آید. شکل ۹ نتیجه محاسبه را نشان می دهد.

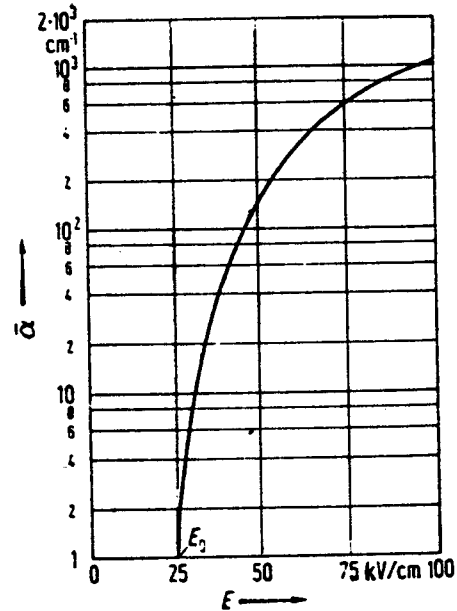


شکل ۹: ولتاژ شروع تخلیه جزئی در الکترودهای سوزن صفحه برحسب فاصله و برای شعاعهای انحناى مختلف نوک سوزن. سوزن به صورت هذلولی دوار است.

۱۰- نتیجه گیری

روش محاسبه میدان الکتریکی سوزن صفحه، با سوزن به شکل هذلولی دوار شرح داده شده است. شعاع انحناى نوک سوزن با توجه به زاویه بین محور دوران و مجانب هذلولی و فاصله تا صفحه محاسبه شده است. شرط شروع تخلیه جزئی در گازها ذکر گردیده و ولتاژ شروع تخلیه جزئی برای فواصل مختلف و چند انحناى نوک سوزن محاسبه شده است. با مقایسه نتایج به دست آمده مشخص شده است که انحناى نوک سوزن دارای

بهمن الکترونی^۱ است و طبق نتایج به دست آمده از تجربه، در هوا بین 10^6 تا 10^8 می باشد [9]. فاصله بین دو عدد ذکر شده چندان زیاد نیست و در مرز به وجود آمدن شرط تخلیه جزئی، با افزایش مختصر ولتاژ، تعداد الکترونها از 10^6 به 10^8 افزایش می یابد.



شکل ۸: ضریب مؤثر یونیزاسیون برحسب شدت میدان الکتریکی در هوا با شرایط عادی [9]

ضریب مؤثر یونیزاسیون در هوا با شرایط عادی برحسب شدت میدان الکتریکی در شکل ۸ آورده شده است.

۹- محاسبه ولتاژ شروع تخلیه جزئی در هوا

برای محاسبه ولتاژ شروع تخلیه جزئی، ابتدا با داشتن فاصله الکترودها و شعاع انحناى نوک سوزن و با یک ولتاژ دلخواه، شدت میدان الکتریکی را بر روی محور دوران محاسبه و با کمک منحنی شکل ۸ مقدار α و انتگرال (۴۸) را برای مقادیر مثبت ضریب مؤثر یونیزاسیون، به صورت عددی محاسبه می کنند. در صورت لزوم مقدار ولتاژ تغییر داده می شود تا تعداد الکترن ها به محدوده الکترن های بحرانی ذکر شده در بالا

۱۱- تشکر و قدردانی

این مقاله با کمک مالی طرح‌های پژوهشی دانشگاه تهران تهیه گردیده است. نویسنده از دفتر طرح‌های پژوهشی دانشگاه تهران صمیمانه تشکر می‌نماید.

اهمیت فوق‌العاده است و در فواصل دور اثر فاصله بسیار کم می‌شود. به نظر می‌رسد که اثر شکل پایه سوزن، هذلولی دوار یا استوانه، کم می‌باشد. لذا نتایج به دست آمده، با توجه به شعاع انحنای فاصله، برای شکل‌های دیگر پایه الکتروود با دقت خوب قابل استفاده است.

فهرست منابع :

- [1] P.Moon D.E.Spencer ; Fiel Theory Hand Book Springer Verlag Go"thingen Heidelberg1961
- [2] K.Simonyi ; Theoretische Elektrotechnik Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin 1971
- [3] H.Prinz ; Hochspannungsfelder R.Oldenburg Mu"nchen Wien 1969
- [4] Jahnke - Emde - Lo"sch ; Tables Higher Functions Teubner Stuttgart 1966
- [5] A.Abramowitz I.Stegan ; Handbook of Mathematical Functions Dover Publications New York 1982
- [6] E.Kuffel W.S.Zaengle ; High Voltage Engineering Pergamon Press 1984
- [7] B.Baule ; Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs Hirzel Verlag Leibzig 1962
- [8] A.Jeffery ; Mathematics for Engineering and Scientist van Nostrand Reinhold 1979
- [9] M.Beyer et al Hochspannungstechnik Springer Verlag 1989

**The Field of Rod – Plan Electrodes and Partial
Discharge Inception Voltage in Air**

H • Mohseni

Faculty of Engineering , University of Tehran, Iran

Abstract:

The Coordinate transformation allows the exact calculation of some electrode Configurations. In this Paper the Prolate Spherical Coordination transformation is used to Calculate the field of a hyperboloid rod against Plan electrode. The exact field is Calculated using two new Parameters:

- 1) Electrodes Spacing and
- 2) The radius of Curvature of the tip of the rod electrode.

The Partial discharge inception voltage in air is then calculated by numerical integration of the effective

ionization coefficient over the gap using these parameters. The PD inception voltage is calculated for constant radius of Curvature Versus electrodes Spacing.

The calculation Shows that for large electrodes distances the electrodes Spacing is not relevant but the radius of the curvature of the tip of the rod electrode is very important. It seems that the form of the rod shaft is likewise not relevant. The result can be used for large electrodes distances for every form of the rod shaft.

