

محاسبه نیروهای داخلی و تعیین مقاطع اعضاء خراباهای مسطح و فضائی معین و نامعین، حل خراباهای و راندل بکمک حسابگر الکترونیک (Computer)

نوشته :

خسرو رحیم قشقائی

دانشجوی سال چهارم راه و ساختمان دانشکده فنی

روش منطقی حل خراباهای معین و نامعین با حسابگر الکترونیک استفاده از روش های ماتریسی یعنی ماتریسهای انعطاف پذیری (Flexibitx) و سفتی (Stiffxss) میباشد. با استفاده از روش فوق میتوان یک خرپا را بطور کاملاً دقیق محاسبه نموده و کلیه نیروهای داخلی اعضاء آن چه معین و چه نامعین را تعیین کرده و تغییر مکان مفصلها را نیز بدست آورد. باین ترتیب چنانچه اتصالات خرپا مفصلی نبوده و صلب باشد با در دست داشتن تغییر مکان مفصلها میتوان تنشهای ثانوی ناشی از این صلبیت را نیز حساب کرد.

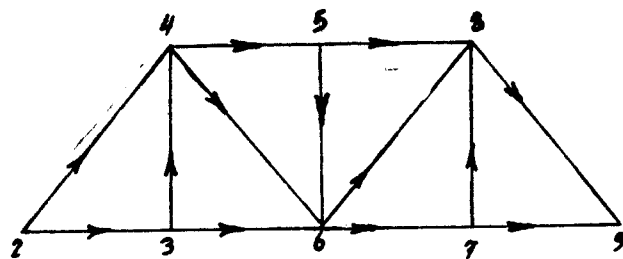
استفاده از روش فوق در حسابگر الکترونیک دانشگاه تهران (IBM 1620) بعلاوه محدود بودن حافظه آن (40k) چندان عملی نیست. زیرا حل یک خرپای مسطح با n مفصل باروش فوق مستلزم حل $2n$ معادله $2n$ مجهولی است. زیرا برای هر مفصل باید دو مجهول که عبارتند از مقدار تغییر مکان در امتداد محورهای مختصات را تعیین کرد. و بهمین دلیل حل یک خرپای فضائی با n مفصل منجر بحل $3n$ معادله $3n$ مجهولی میشود. چون باین تعداد حافظه ماشین نمیتوان بیش از 40 معادله 40 مجهولی را حل کرد. لذا روشن است که باروش فوق الذکر تنها میتوان خراباهای کوچک را محاسبه نمود. بعلاوه مدت اجرای چنین برنامه ای بعلاوه محاسبات زیاد و چند قسمت بودن آن زیاد میباشد.

محاسبه و طرح خراباهای معمولی احتیاج بدقت فوق العاده نظیر تعیین تنشهای ثانوی ندارد. و استفاده از چنین برنامه ای برای حل آنها اقتصادی نیست. بدین لحاظ برای محاسبه و طرح خراباهای معمولی که بیشتر اجرا میگردد برنامه های زیر طرح گردیده است.

حل خراباهای مسطح بکمک روشهای مختلف تحلیلی و ترسیمی بسادگی امکان پذیر است و بهمین

ترتیب حل خرپاهای فضائی کوچک نیز که دارای اشکال ساده باشند بکمک روشهای تحلیلی یا تبدیل آنان به چند خرپای مسطح ممکن بوده و میتوان بسادگی نیروهای داخلی آنها را حساب کرد. اما حل خرپاهای بزرگ مسطح و فضائی بخصوص اگر درجات نامعینی آنها نیز زیاد باشد بسیار مشکل میباشد. و تنها وسیله ای که حل این خرپاها و خرپای نامعین را ممکن ساخته و از اتلاف وقت مهندس جلوگیری میکند حسابگر الکترونیک (Computer) است.

حل خرپاهای معین مسطح و فضائی - در این برنامه ها برای حل خرپاها از روش مفصلها استفاده گردیده است تا بتوان بکمک آن تداومی منطقی برای حل خرپا بوجود آورد. مثلاً در خرپای (شکل ۱) برای اینکه بتوان بکمک روابط تعادل در هر مفصل مجهولات آنرا پیدا کرد باید به ترتیب مفصلهای ۲ تا ۸ را طی کرد تا بهر مفصل که میرسیم تنها دو مجهول داشته باشیم.

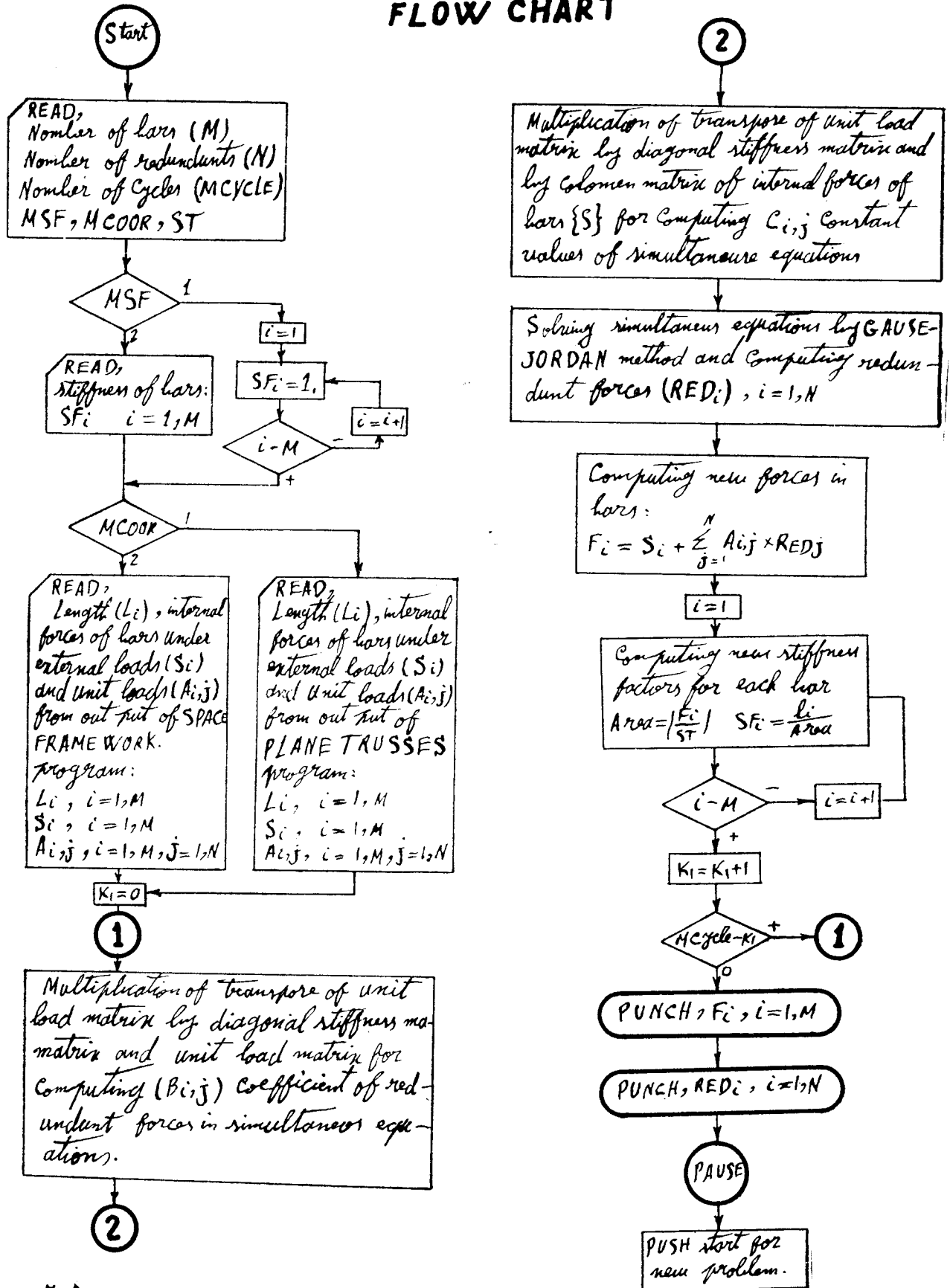


ش ۱

نظیر این روش برای حل خرپاهای فضائی نیز بکار برده شده است.

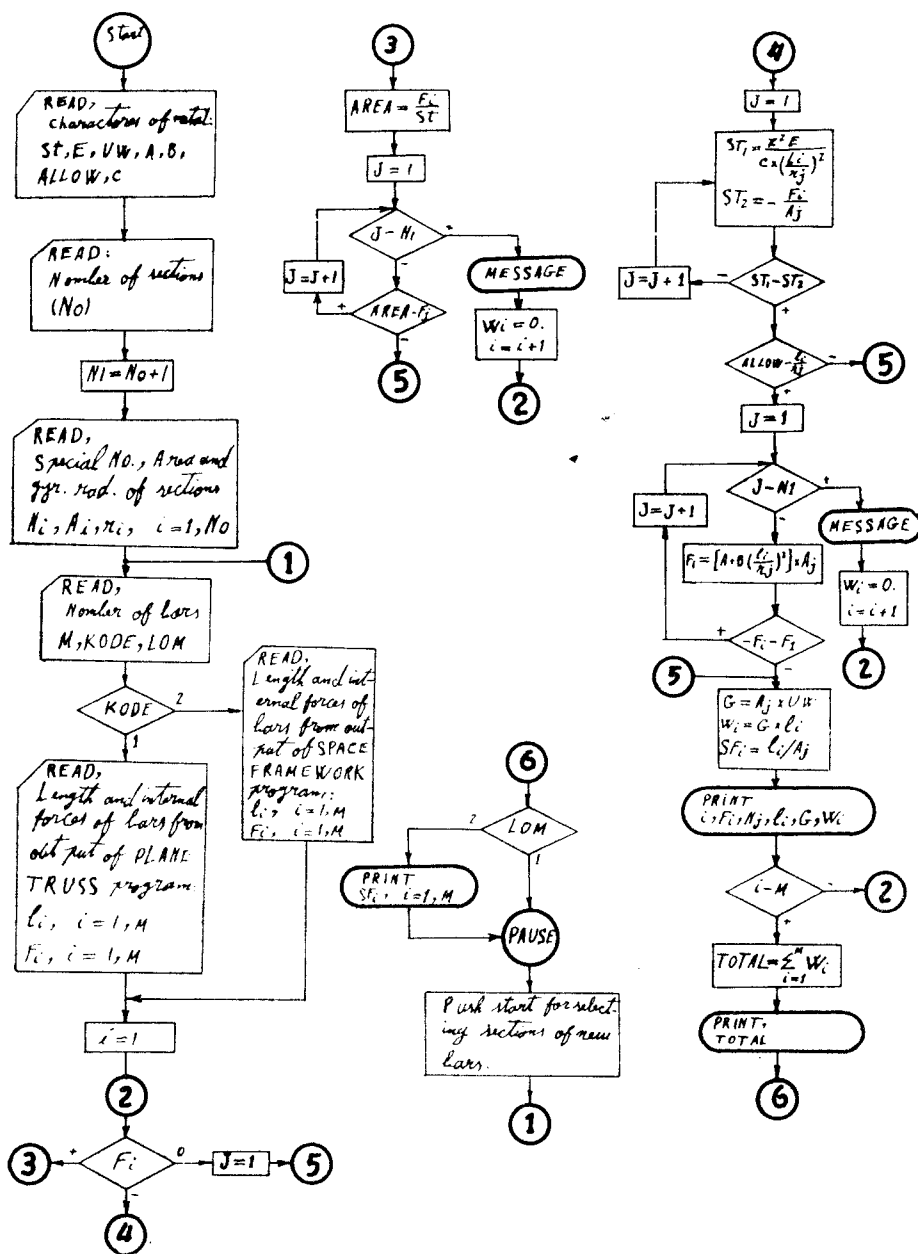
پس از تعیین مسیر محاسبه باید شکل خرپا را بماشین بدیم. برای این کار کافیهست که مختصات را در یک دستگاه مختصات که بدخواه در نظر گرفته میشود معین کرد. و برای اینکه مشخص شود که بر هر مفصل چند میله وجود داشته و انتهای دیگر این میله ها به کدام مفصل منتهی میگردد و بعلاوه روشن شود که کدامیک از نیروهای این میله ها معلوم و کدام مجهولند. چنین فرضیاتی را قبول کرده ایم: بهر مفصل حداکثر شش میله میرسد که نیروی داخلی چهار میله محاسبه شده و دویروی دیگر مجهول میباشد که باید محاسبه گردد. اما بسادگی ملاحظه میشود که در خرپا مفصلهائی نیز وجود دارد که کمتر از شش میله بآنها وارد شده است. برای نشان دادن عدم وجود میله های دیگر در هر مفصل عدد ۱ انتخاب گردیده است. بدین لحاظ است که اسم گذاری مفصلها از ۲ آغاز گشته است. مثلاً مفصل ۲ با مفصلهای ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۳ و ۴ عضو مشترك دارد که دو شماره آخری نشان دهنده مجهولات و چهار شماره اول نشان دهنده نیروهای حساب شده اند. پس با توجه با اسم گذاری فوق ملاحظه میشود که در نقطه ۲ هیچ عضو حساب شده ای موجود نبوده و تنها دو مجهول که نیروهای داخلی میله های ۳-۲ و ۴-۲ میباشد وجود دارد. بهمین ترتیب برای نقطه ۴ مفصلهائی که با آن عضو مشترك دارند عبارتند از ۱ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ که تنها نیروهای میله های ۶-۷ و ۶-۸ مجهولند. از همین روش در حل خرپاهای فضائی استفاده شده است.

INDETERMINATE TRUSSES FLOW CHART



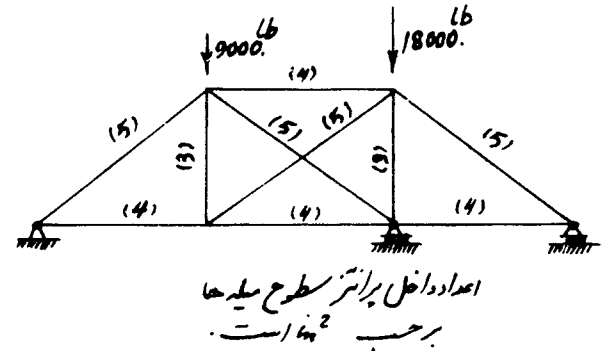
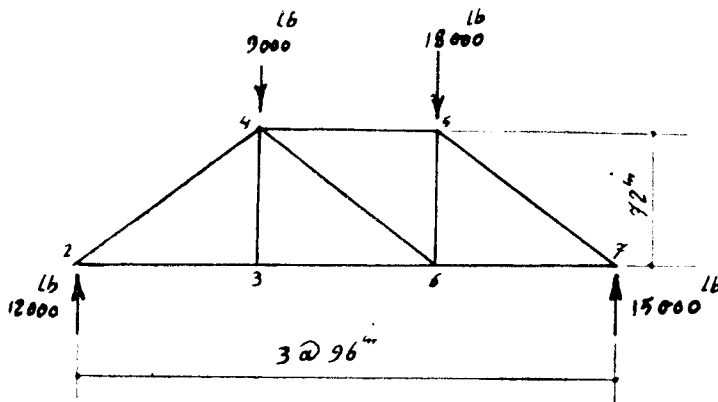
آن از نوع فلز و شکل مقطعی است که بکار برده میشود. یعنی مشخصات فلز و مقطع مربوطه بصورت معلومات ابتدائی (DATA) به ماشین داده میشود. و محاسبات فوق برحسب این معلومات انجام میگردد. در ضمن چنانچه محاسبه مقاطع میله های خرابی نا معین انجام شود میتوان با قرار دادن $LOM=2$ ضرایب سختی را نیز بصورت کارت منگنه شده بدست آورد تا بتوان برای تکرار محاسبات آنرا درخرپای نامعین بکار برد.

تابلوی جریان برنامه Flow chart در زیر ملاحظه میشود:



حل یک مثال ساده - خرابائی نامعین مطابق شکل ۲ را در نظر میگیریم. با حذف پایه و عضو زیادی

آنها بصورت معین مطابق شکل در میآوریم، ورودی (input) برنامه اول بقرار زیر است:



مختصات		مفصلهای اطراف هر مفصل					
x	y						
0.	0.	1	1	1	1	3	4
96.	0.	1	1	1	2	4	6
96.	72.	1	1	2	3	5	6
192.	72.	1	1	1	4	6	7
192.	0.	1	3	4	5	7	1
288.	0.						

مؤلفه های نیروهای وارد بر هر مفصل

X	Y
0.	12000.
0.	0.
0.	-9000.
0.	-18000.
0.	0.
0.	15000.

جوابهای برنامه اول بقرار زیراند:

۱ - طولهای اعضاء

$$L(2,3) = 96.000$$

$$L(3,4) = 72.000$$

$$L(4,5) = 96.000$$

$$L(5,6) = 72.000$$

$$L(6,7) = 96.000$$

$$L(2,4) = 120.000$$

$$L(3,6) = 96.000$$

$$L(4,6) = 120.000$$

$$L(5,7) = 120.000$$

۲ - نیروهای داخلی اعضاء در اثر بارهای خارجی:

$$F(2,3) = 16000.000$$

$$F(3,4) = 0.000$$

$$F(4,5) = -20000.000$$

$$F(5,6) = -3000.000$$

$$F(6,7) = 20000.000$$

$$F(2,4) = -20000.000$$

$$F(3,6) = 16000.000$$

$$F(4,6) = 5000.000$$

$$F(5,7) = -25000.000$$

۳ - نیروهای داخلی اعضاء در اثر بار واحد در امتداد سیله ۳-۳ (برای اینکه دقت بیشتری بکاربرده

شود بجای نیروی واحد نیروی . . . در نظر گرفته میشود که نتایج حاصله در برنامه دوم دوباره بر . . . تقسیم خواهند شد .

UNIT LOAD AT POINTS 3,5

$$\begin{aligned} F(2,3) &= 0.000 & F(2,4) &= 0.000 \\ F(3,4) &= -600.000 & F(3,6) &= -800.000 \\ F(4,5) &= -800.000 & F(4,6) &= 1000.000 \\ F(5,6) &= -600.000 & F(5,7) &= 0.000 \\ F(6,7) &= 0.000 \end{aligned}$$

۳ - نیروهای داخلی اعضاء در اثر بار واحد در نقطه ۴ (امتداد پایه اضافی).

UNIT LOAD AT POINTS 6,1

$$\begin{aligned} F(2,3) &= -444.444 & F(2,4) &= 555.555 \\ F(3,4) &= 0.000 & F(3,6) &= -444.444 \\ F(4,5) &= 888.888 & F(4,6) &= -555.555 \\ F(5,6) &= -666.666 & F(5,7) &= 1111.110 \\ F(6,7) &= -888.888 \end{aligned}$$

همین جوابها که بصورت کارت منگنه شده از ماشین خارج میشود بهمراهی بک کارت که در اول آنها بکار میرود (Head Card) و در آن تعداد میله ها و تعداد میله ها و تعداد نیروهای نامعین مشخص شده است بعنوان ورودی (Input) برای برنامه خریدای نامعین بکار برده میشود .

جوابهای برنامه خریدای نامعین بقرار زیر است :

شماره گذاری نیروهای داخلی اعضاء خرپا بترتیب خروج آنها از برنامه اول است یعنی شماره ۱ به میله ۳-۲ شماره ۲ به میله ۴-۲ و . . . داده شده است .

نیروهای داخلی اعضا بقرار زیر است :

$$\begin{aligned} FIN(1) &= 6680.933 & FIN(2) &= -8351.167 \\ FIN(3) &= -143.385 & FIN(4) &= 6489.753 \\ FIN(5) &= -1553.046 & FIN(6) &= -6409.858 \\ FIN(7) &= -17121.985 & FIN(8) &= -1702.333 \\ FIN(9) &= 1361.866 \end{aligned}$$

شماره گذاری نیروهای نامعین نیز بترتیبی است که در برنامه اول نیروی واحد در امتداد آنها قرار گرفته است یعنی شماره ۱ به نیروی داخلی میله ۴-۳ و شماره ۲ به عکس العمل پایه ۴ داده شده است :

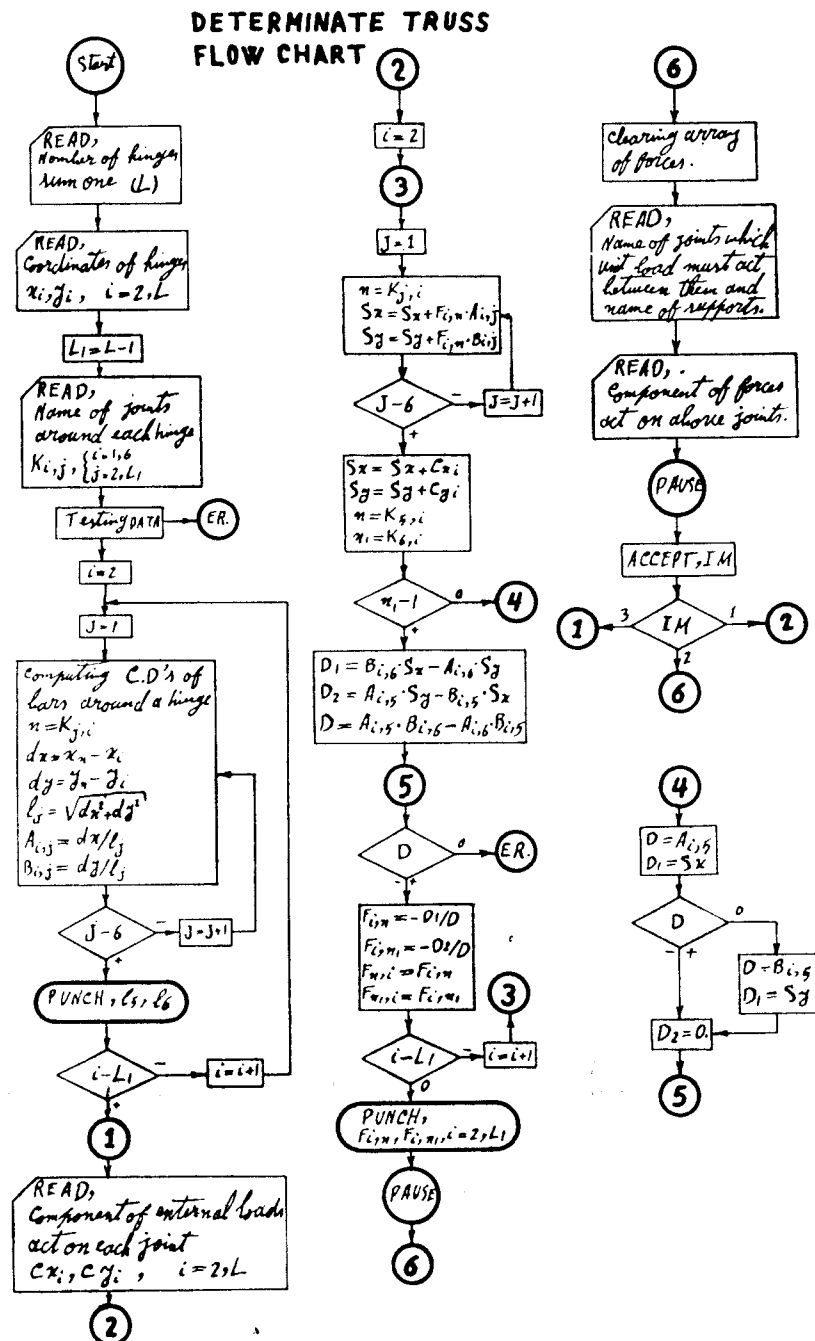
نیروهای نامعین بقرار زیر اند :

$$RED(1) = 238.975 \quad RED(2) = 20967.922$$

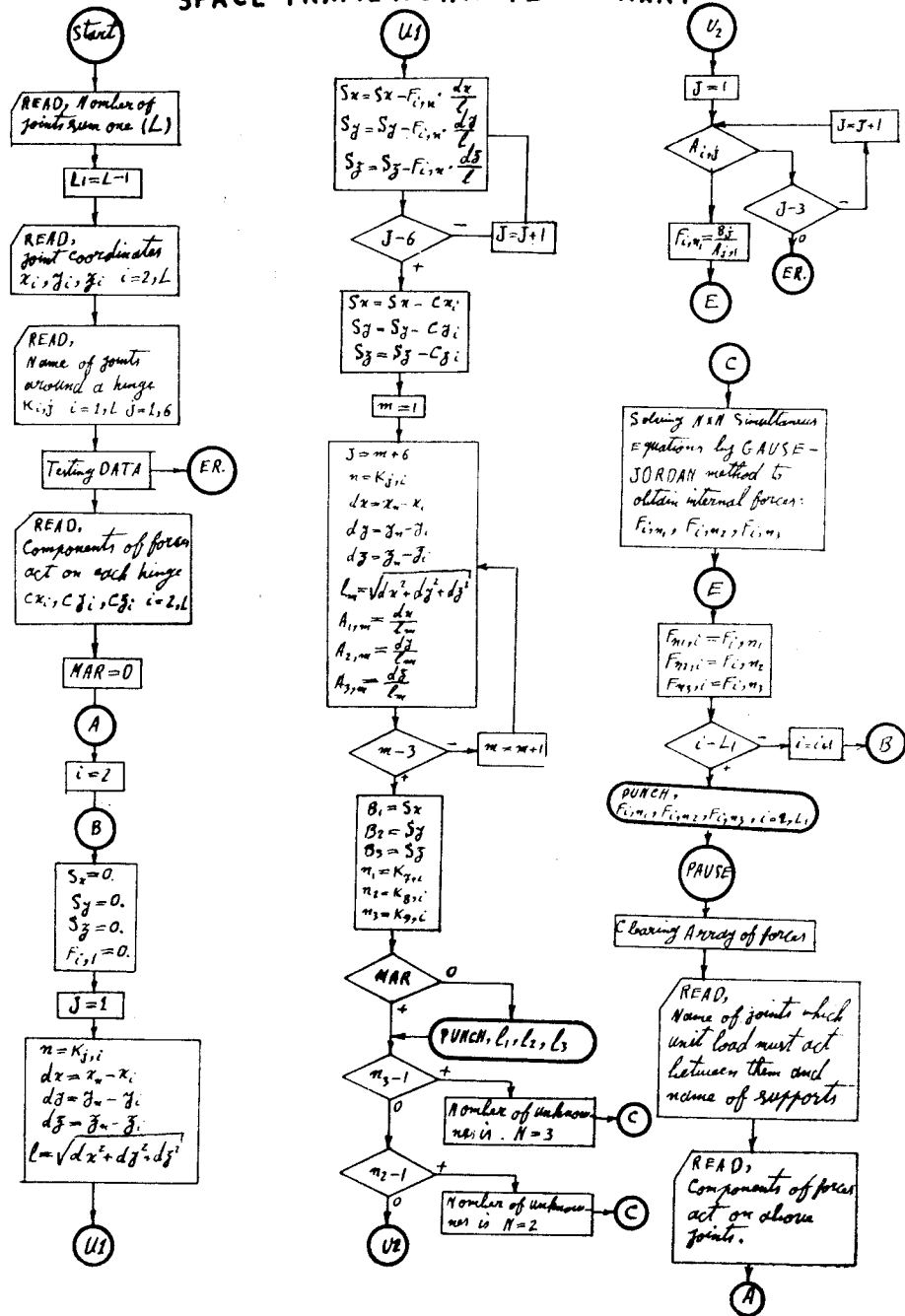
مشخصه دیگری که باید بمانشین شناسانده شود نیروهای خارجی دارد بر هر مفصل است که بکمک تصاویر آنان روی محورهای مختصات معین میگردند.

در این برنامه ها تصاویر نیروهای موجود در هر مفصل بکمک کسینوسهای هادی امتداد آنها بر روی محورهای مختصات تعیین شده و مجهولات در برنامه خرابی مسطح با استفاده از روش کرامر و در خرابی فضائی با استفاده از برنامه حل n معادله n مجهولی روش Gause-Jordan (که توسط آقای پرویز کرمانی دانشجوی سال چهارم دانشکده فنی نوشته شده است) تعیین میشوند.

در این قسمت تابلوهای جریان برنامه (Flow chart) خرابی معین و خرابی فضائی ملاحظه میگردد:



SPACE FRAMEWORK FLOW CHART



برنامه خرابی‌های نامعین - برای حل خرابی‌های نامعین از روش نیروی واحد استفاده گردیده است. برای این منظور ابتدا خرابی‌ها را با حذف اعضاء و تکیه گاه‌های اضافی بصورت معین در آورده و آنرا حل میکنیم. سپس نیروی واحد را در امتداد اعضاء و تکیه گاه‌های حذف شده قرار داده و هر بار نیروهای داخلی خرابی را بدست می‌آوریم. باین ترتیب اگر خرابی n عضو معین و n' عضو یا پایه نامعین داشته باشد نیروهای داخلی آن درحالتی که بصورت معین درآمده باشد عبارتند از S_1, S_2, \dots, S_n (تحت اثر بارهای خارجی) و نیروی ایجاد شده در عضو معین i در اثر بارگذاری واحد در امتداد عضو یا پایه نامعین j برابر است با S_{ij} . پس طبق قضیه

انرژی تغییر شکل خرابی در امتداد عضو یا پایه حذف شده p در اثر بارگذاری خارجی میشود:

$$\delta = \sum_{i=1}^{n'} \frac{S_i s_{ip} l_i}{EA_i}$$

و تغییر شکل ناشی از بارهای واحد که در امتداد n' عضو یا پایه نامعین دیگر خرابی وارد میشود برابر است با:

$$\delta' = \sum_{j=1}^{n'} \left[R_j \times \sum_{i=1}^n \frac{s_{ip} \cdot s_{ij} l_i}{EA_i} \right]$$

که در آن R_j نیروی نامعین در امتداد حذف شده j است.

پس برای اینکه در این امتداد حذف شده (عضو یا پایه) تغییر شکل نهائی صفر یا برابر مقدار

معینی باشد باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\delta + \delta' = \sum_{i=1}^n \frac{S_i s_{ip} l_i}{EA_i} + \sum_{j=1}^{n'} \left[R_j \sum_{i=1}^n \frac{s_{ip} s_{ij} l_i}{EA_i} \right] = 0 \quad \Delta$$

چنانچه ملاحظه میشود این رابطه ایست بین R_1, R_2, \dots, R_n مجهولات نامعین که بکمک در نظر گرفتن میزان تغییر شکل نهائی در امتداد عضو نامعین p نوشته شده است. چون برای n' عضو یا پایه حذف شده روابط نظیر فوق را بنویسیم ملاحظه که یک دستگاه n' معادله n' مجهولی بدست میآید که بکمک آن میتوان مجهولات نامعین را تعیین کرد.

با کمی دقت بر فرمول فوق و فرمولهای نظیر آن برای امتدادهای حذف شده دیگر ملاحظه میشود

که میتوان دستگاه n' معادله n' مجهولی را بصورت ماتریسی زیر نوشت:

$$[s]^T \cdot [k] \cdot [s] \cdot \{R\} = - [s]^T \cdot [k] \{S\}$$

که در آن $[s]$ ماتریس $n' \times n$ نیروهای داخلی خرابی معین تحت اثر بارهای واحد در امتدادهای حذف شده و $[s]^T$ وارونه (Transpose) آن میباشد. $[k]$ ماتریس قطری است که در آن:

$$k_{ii} = \frac{l_i}{EA_i}$$

برای عضو i از خرابی بوده و درجه این ماتریس $n \times n$ است. $\{R\}$ و $\{S\}$ ماتریسهای ستون مجهولات نامعین و نیروهای داخلی خرابی معین تحت اثر بارهای خارجی میباشد:

براساس رابطه ماتریسی فوق برنامه خرابی نامعین نوشته شده است.

ورودی (Input) این برنامه خروجی (Output) برنامه خرابی معین است که مستقیماً در این برنامه

بکار میرود.

نام گذاری میله ها در این برنامه دیگر بوسیله نام مفصلهای دو انتهای میله نبوده بلکه از 1 تا n بترتیب خروج از برنامه اول نام گذاری میشوند .

ورودی این برنامه را میتوان هم از برنامه خرابی سطح تأمین کرد و هم از برنامه خرابی فضائی . و چنانچه منظور طرح خرابی باشد چون در ابتدا مقطع میله ها مشخص نیست لذا :

$$k = \frac{1}{EA}$$

را برای همه میله ها برابر واحد اختیار کرده پس از یکبار انجام محاسبه و بدست آوردن نیروها میتوان سطح مقاطع را بکمک فرمول :

$$A = \frac{F}{\sigma}$$

تعیین کرده و محاسبه را تکرار کرد و تعداد تکرار محاسبات برای نزدیک شدن بتقریب مورد نظر در اختیار استفاده کننده از برنامه است . البته انتخاب سطح مقطع برحسب فرمول فوق برای قطعات فشاری صحیح نبوده و بایستی با توجه به اثر کماتش مقاطع آنها تعیین شود که این عمل خود در برنامه جداگانه ای انجام شده و مقادیر k مربوط به میله که از آن بدست میآید را میتوان برای تکرار محاسبات یعنی بدست آوردن نیروهای داخلی با توجه بمقاطع اصلی میله ها دوباره در این برنامه وارد کرد . باینترتیب چنانچه لازم باشد میتوان تا تقریب دلخواه محاسبات را تکرار کرد . در این برنامه نیز برای حل دستگاه معادلاتی که حاصل میشود . از روش Gauss Jorao استفاده شده است .

تابلوی جریان برنامه (Flaw Chart) در ذیل ملاحظه میگردد :

برنامه تعیین مقطع قطعات کششی و فشاری - اساس تعیین قطعات کششی فرمول :

$$A = \frac{P}{\sigma}$$

است و برای قطعات فشاری نیز در صورتیکه نسبت L/r که L طول قطعه و r شعاع ژیراسیون می نیمم مقطع است از حدود معینی که بستگی به جنس فلز قطعه دارد بیشتر باشد با استفاده از فرمول اولر یعنی :

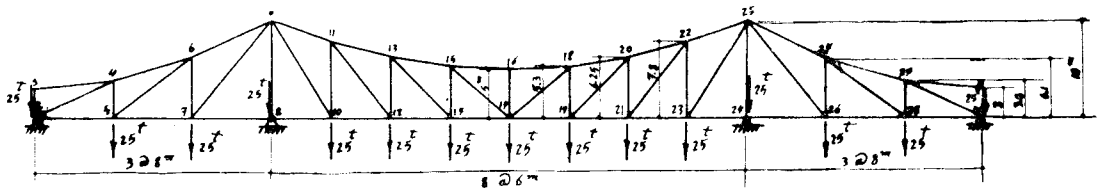
$$\sigma = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

و چنانچه از آن حد کمتر باشد (برای فولاد 100 الی 120) از فرمول :

$$\sigma = A + B \left(\frac{L}{r} \right)^2$$

تنش مجاز برای جلوگیری از کماتش قطعه بدست میآید . مقادیر A و B در فرمول فوق بستگی به جنس فلز و دستگاه آحاد دارند .

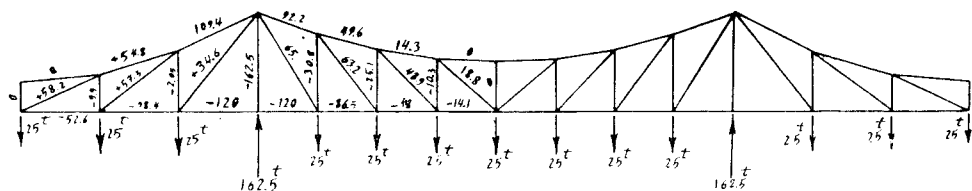
برنامه زیر براساس مطالب فوق نوشته حده است . لیکن مطلب مهم این برنامه مستقل بودن آن



محاسبه خرابای پل شکل فوق - این پل که دارای ۳ مفصل است دو درجه نامعین میباشد که چون دوپایه کناری آنرا حذف کنیم معین میشود .

بکمک برنامه اول (حل خرابای معین مسطح) نیروهای داخلی این خرپا تحت اثر بارهای خارجی تعیین گشته که تعدادی از جوابها در این صفحه ملاحظه میشود . همچنین نیروهای واحد را در امتداد پایه های حذف شده قرار داده و نیروهای داخلی مربوطه تعیین شده اند . مدت اجرای کلیه این عملیات ۴۴ دقیقه میباشد

$F(2.3) =$	0.000	$F(2.4) =$	0.000
$F(3.4) =$	58267.343	$F(5.5) =$	-52631.578
$F(3.5) =$	-9868.430	$F(4.6) =$	54763.562
$F(5.6) =$	57506.130	$F(5.7) =$	-98462.653
.			
.			
$F(27.28) =$	57506.286	$F(27.29) =$	54763.278
$F(28.29) =$	-9868.511	$F(28.30) =$	-52631.325
$F(29.30) =$	58267.455	$F(29.31) =$	379
$F(30.31) =$	- .038		



جوابهای حاصله از برنامه اول در برنامه خرابای نامعین بکار برده شد و قسمتی از نتایج بدست آمده از این

برنامه بقرار زیر است :

$FIN(1) =$	0.000	$FIN(2) =$	0.000
$FIN(3) =$	23318.156	$FIN(4) =$	-21062.758
$FIN(5) =$	-3949.278	$FIN(6) =$	21915.967
$FIN(7) =$	47744.081	$FIN(8) =$	-59029.017

.

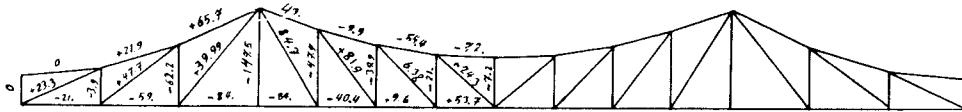
$$\begin{aligned} \text{FIN}(51) &= 47744.250 & \text{FIN}(52) &= 21915.825 \\ \text{FIN}(53) &= -3949.374 & \text{FIN}(54) &= -21062.642 \\ \text{FIN}(55) &= 23318.373 & \text{FIN}(56) &= -0.349 \\ \text{FIN}(57) &= -0.048 \end{aligned}$$

و جواب عکس العمل پایه های نامعین دو طرف خرپا برابرند با :

$$\text{RED}(1) = 14995.191 \quad \text{RED}(2) = 14995.140$$

جواب کلیه نیروهای داخلی اعضاء خرپا که بکمک برنامه دوم بدست آمده در شکل زیر مشاهده

میشود .



مدت اجرای برنامه دوم برای این خرپا 4.5 دقیقه بوده است .

تعیین مقاطع اعضاء :

جوابهایی که از برنامه دوم بدست آمد در برنامه تعیین مقطع بکار برده شد و برای اعضاء خرپا تیرهای I بشرخ زیر انتخاب گردید :

همانطور که ملاحظه میشود جوابهایی که از برنامه تعیین مقطع بدست میآید بصورت یک جدول آهن کامل است که در آن نیروی داخلی هر عضو ، مقطعی که برای آن انتخاب شده، طول آن و وزن آن عضو مشخص شده است . در پایان مجموع کلیه این اوزان را بصورت وزن کل خرپا تعیین میشود .

وزن عضو kg وزن واحد طول سیله kg/cm طول عضو cm شماره مقطع نیروی داخلی kg شماره عضو

BAR NO	IN.FORCE	SEC. NO	BAR LEN.	UN.WE.	BAR WE.
1	0.00	8	300.00	.059424	17.827
2	0.00	8	803.99	.059424	47.776
3	23318.15	14	885.66	.142870	126.534
4	-21062.75	36	800.00	.761450	609.160
5	-3949.27	14	380.00	.142870	54.290
.
.
.
12	39991.55	20	1280.62	.262190	335.766
13	THIS TYPE OF SECTION IS NOT AVAILABLE FOR THIS BAR				
14	-84011.55	45	600.00	1.153950	692.370
.
.
.

55	23318.37	14	885.66	.142870	126.534
56	-.34	8	803.99	.059424	47.776
57	-.04	8	300.00	.059424	17.827
TOTAL = 21279.178					

همانطور که ملاحظه میشود چنانچه نیروی داخلی بقدری زیاد باشد که مقطع مورد نظر نتواند تحمل آنرا بنماید ماشین پیامی میفرستد که حاکی این مطلب است.

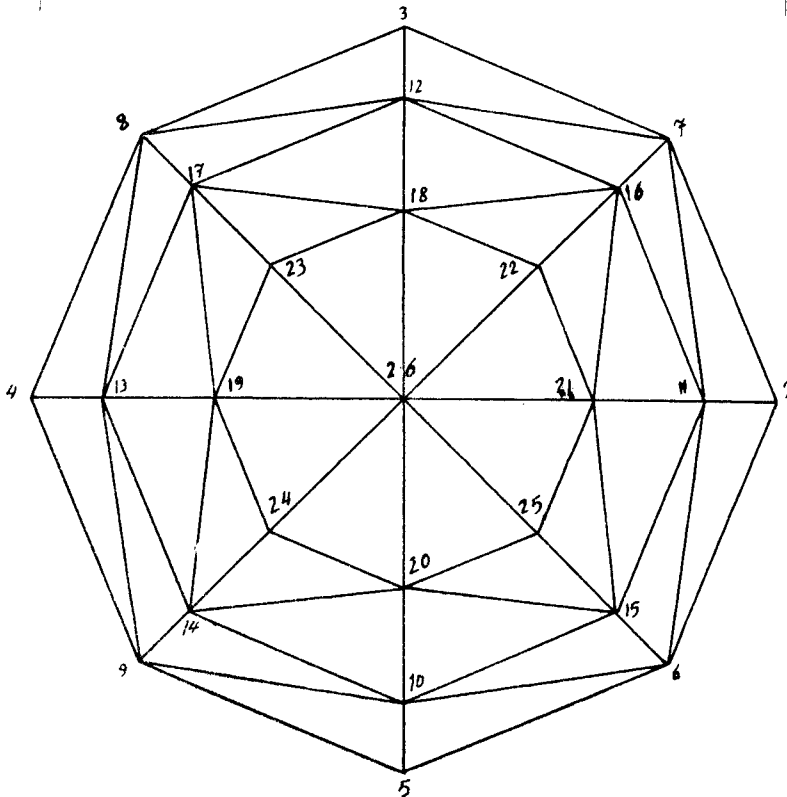
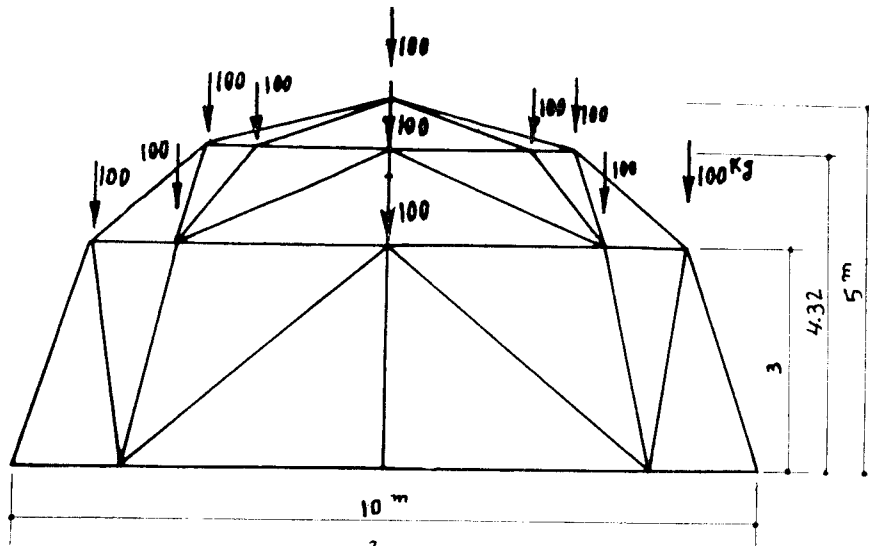
وزن خرپا بدون احتساب وزن اعضاء شماره ۱۳ و ۱۴ که برای آنها نمیتوان مقطع I را انتخاب کرد. چنانچه محاسبه شده ۲۱۲۷۹ تن میباشد.

همین خرپا را بدون در نظر گرفتن پایه های کناری یعنی بوسیله نیروهائی که از برنامه اول بدست آمده بود بکمک برنامه فوق تعیین مقطع کرده و وزن کل آن ۲۲۰۳۸ تن شد. و ملاحظه میشود باقراردادن دوپایه کناری وزن کل خرپا در حدود ۱۲۰۹ کیلوگرم سبکتر شده است.

حل مثال برای برنامه خرپای فضائی - خرپائی مطابق شکل در نظر میگیریم که مفصلهای آن در روی سطح نیکمره ای بشعاع m قرار گرفته اند. و بر هر یک از مفصلها نیروی قائمی برابر ۱۰۰ kg وارد میشود. بنا بتفاریت میتوان عکس العمل پایه های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را تعیین کرد که برابر ۲۱۲۰ kg میباشد. البته چنانچه دستگاه متقارن نباشد تنهائی و پایه های سه پایه را میتوان بکمک روابط تعادل پیدا کرد و بقیه نامعین میباشد که میتوان باقرار دادن نیروی واحد در امتداد آنها استفاده از برنامه خرپای نامعین آنها را محاسبه کرد. جوابهائی که برای این خرپا بدست آمده بقرار زیراند:

$F(2,6) = 93.663$	$F(2,7) = 93.663$	$F(2,11) = -223.994$
$F(3,7) = 93.663$	$F(3,8) = 93.663$	$F(3,12) = -223.994$
$F(4,8) = 93.663$	$F(4,9) = 93.663$	$F(4,13) = -223.994$
$F(5,6) = 93.663$	$F(5,9) = 93.663$	$F(5,10) = -223.994$
$F(6,10) = -0.824$	$F(6,15) = -223.287$	$F(6,11) = -0.824$
$F(7,11) = -0.824$	$F(7,15) = -223.287$	$F(7,12) = -0.824$
$F(8,12) = -0.824$	$F(8,17) = -223.287$	$F(8,13) = -0.824$
$F(9,13) = -0.824$	$F(9,14) = -223.287$	$F(9,10) = -0.824$
$F(10,14) = 76.388$	$F(10,20) = 171.896$	$F(10,15) = 76.388$
$F(11,15) = 76.388$	$F(11,21) = -171.896$	$F(11,16) = 76.388$
$F(12,16) = 76.388$	$F(12,18) = -171.896$	$F(12,17) = 76.388$
$F(13,17) = 76.388$	$F(13,19) = -171.896$	$F(13,14) = 76.388$
$F(14,19) = -8.042$	$F(14,24) = -158.398$	$F(14,20) = -8.042$
$F(15,20) = -8.042$	$F(15,25) = -158.398$	$F(16,21) = -8.042$
$F(16,21) = -08.042$	$F(15,22) = -158.398$	$F(16,17) = -8.042$

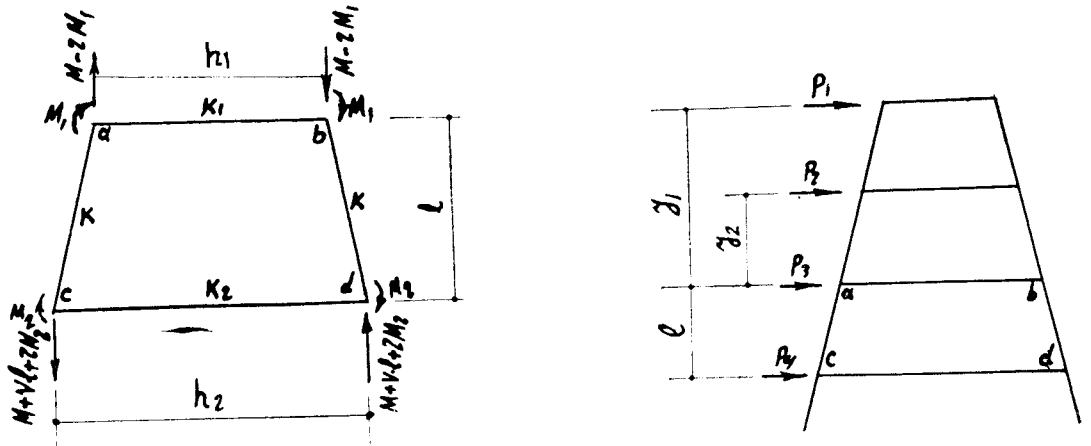
$$\begin{aligned}
 F(17,18) &= -8.042 & F(17,23) &= -158.398 & F(17,19) &= -8.042 \\
 F(18,22) &= -73.472 & F(18,26) &= -77.422 & F(18,23) &= -73.472 \\
 F(19,23) &= -73.472 & F(19,26) &= -77.422 & F(19,24) &= -73.472 \\
 F(20,24) &= -73.472 & F(20,26) &= -77.422 & F(20,25) &= -73.472 \\
 F(21,25) &= -73.472 & F(21,26) &= -77.422 & F(21,22) &= -73.472 \\
 F(22,26) &= -64.702 \\
 F(23,26) &= -64.702 \\
 F(24,26) &= -64.702 \\
 F(25,26) &= -64.702
 \end{aligned}$$



برنامه حل خرپاهای وړاندل وقابهای یک‌دهنه و چند طبقه -

این برنامه براساس روشی بنام Panel-Method که شرح مفصل آن در کتاب (Statically-Indeterminate Structures) تألیف (Lawrence C. Mough) آمده است طرح شده و در اینجا بطور اختصار بروش فوق اشاره‌ای میشود :

خرپائی را مطابق شکل در نظر گرفته و یکی از پانلهای آن مثلا abcd را جدا کرده و آنرا تحت اثر نیروهای خارجی وارد بر آن و لنگرهای که بوسیله پانلهای مجاور بر آن وارد میشوند بکمک روابط ضریب زاویه تغییر مکان Slopedeflection حل میکنیم. روابط زیر برای همانهای انتهائی تیرهای اصلی این پانل بدست میآید :



اگر K ضریب سختی تیرهای اصلی پانل و K_1 و K_2 ضرایب سختی تیرهای فرعی باشد داریم :

$$K_2 = \frac{I_2}{h_2} \quad \text{و} \quad K_1 = \frac{I_1}{h_1} \quad \text{و} \quad K = \frac{I}{L}$$

فرضیات زیر را قبول میکنیم :

$$R = \frac{K}{K_1} \quad S = \frac{K}{K_2} \quad \alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \quad V = P_1 + P_2 + P_3$$

$$D = 6 + R + S + \alpha(2\alpha + \alpha S + 2S + 6) \quad M = P_1 y_1 + P_2 y_2$$

در نتیجه میتوان همانهای اولیه (Primary moment) که بوسیله نیروهای خارجی در دوسر تیرهای اصلی خرپا و در دوطرف هر پانل ایجاد میشود را بصورت زیر نوشت :

$$M'_{ac} = M'_{bd} = \frac{\alpha M - V L}{2D} [3 + S + \alpha(2 + S)]$$

$$M'_{db} = M'_{ca} = \frac{\alpha M - V L}{2D} (3 + R + \alpha)$$

و همانهای ثانوی (Secondary moment) که بواسطه لنگرهای پانلهای مجاور (M_1 و M_2) در دوانتهای تیرهای اصلی پانل ایجاد میشود برابرند با :

$$\begin{cases} M''_{ac} = M''_{bd} = \frac{R}{D} \times M_1 \\ M''_{db} = M''_{ca} = -\frac{R(1+\alpha)}{D} \times M_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M'''_{ab} = M'''_{bd} = -\frac{S(1+\alpha)}{D} \times M_2 \\ M'''_{db} = M'''_{ca} = \frac{S(1+\alpha)^2}{D} \times M_2 \end{cases}$$

پس ضرائب پخش لنگرهای پانلهای مجاور یک پازل در آن برابر میشود با :

$$-\frac{R}{D} \quad \text{و} \quad \frac{R(1+\alpha)}{D} \quad \text{از چپ بر راست :}$$

$$\frac{S(1+\alpha)}{D} \quad \text{و} \quad -\frac{S(1+\alpha)^2}{D} \quad \text{از راست بچپ :}$$

مقادیر M_1 و M_2 را ابتدا برابر سمانهای اولیه در نظر گرفته و سمانهای ثانوی را پیدا میکنیم با اثر دادن این سمانها در هر یک از سمانهای اولیه ملاحظه میشود که M_1 و M_2 مقادیر جدیدی را اختیار میکنند و با تکرار این عمل میتوان محاسبه را تا تقریب دلخواه پیش برد.

حالات خاص - در صورتیکه پازل اولی خرابی مثنی باشد ($h_1=0$) در اینحالت $\alpha = \infty$ میگردد

و در اینحالت داریم :

$$\begin{cases} M'_{ac} = M'_{bd} = \frac{M}{2} \\ M'_{ca} = M'_{db} = \frac{M}{2} \left(\frac{1}{2+S} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M'''_{ac} = M'''_{bd} = 0 \\ M'''_{ca} = M'''_{db} = \frac{S}{2+S} \times M_2 \end{cases}$$

میتوانیم قابهای یک دهنه و چند طبقه را که تحت اثر بارهای افقی قرار گرفته اند بکمک همین روش محاسبه نمائیم. بخصوص این روش در مواردیکه ستونهای قابها مایل باشند بسیار مفید است. زیرا حل این نوع قابها بکمک روابط ضریب زاویه - تغییر مکان مستلزم صرف وقت بسیار زیادی خواهد بود. لیکن با استفاده از این روش میتوان بسادگی آنها را محاسبه کرد.

انتهای ستونهای این قابها ممکن است گیردار یا مفصلی باشد و در هر حالت آنرا خرابی و راندلی

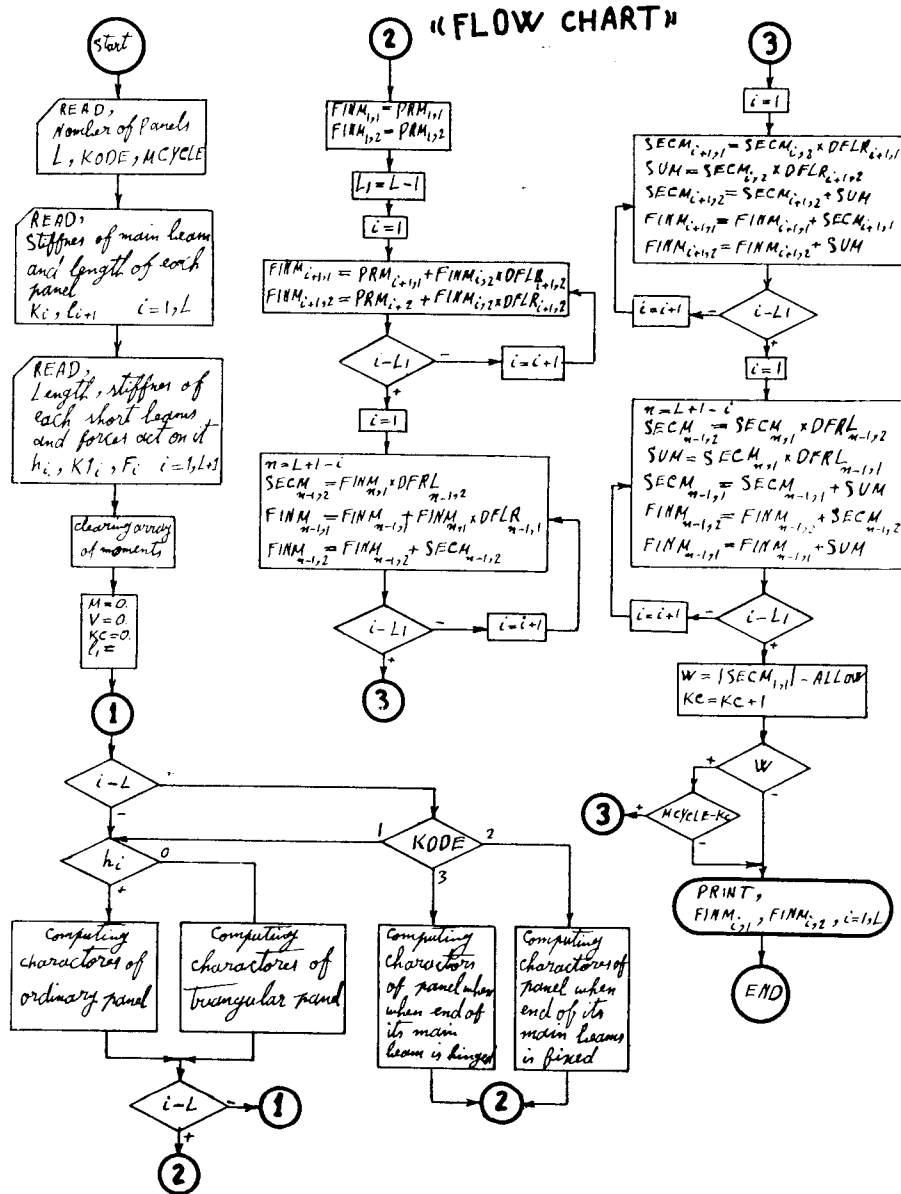
فرض میکنیم که ضریب سختی عضو انتهائی آن در حالت اول ∞ و در حالت دوم صفر باشد پس برای حالتیکه

دوانتهای ستون گیردار باشد محاسبات را با فرض $S=0$ انجام میدهم و در حالتیکه مفصلی باشد مقادیر معانهای اولیه بقرار زیر میباشد :

$$\begin{cases} M'_{ac} = M'_{bd} = \frac{\alpha M - VI}{2} \left(\frac{1}{1 \times \alpha} \right) \\ M'_{ca} = M'_{db} = 0 \end{cases}$$

برنامه حل خرابی و رانندل وقابهای یک دهنه براساس روش فوق الذکر طرح گردیده است که در

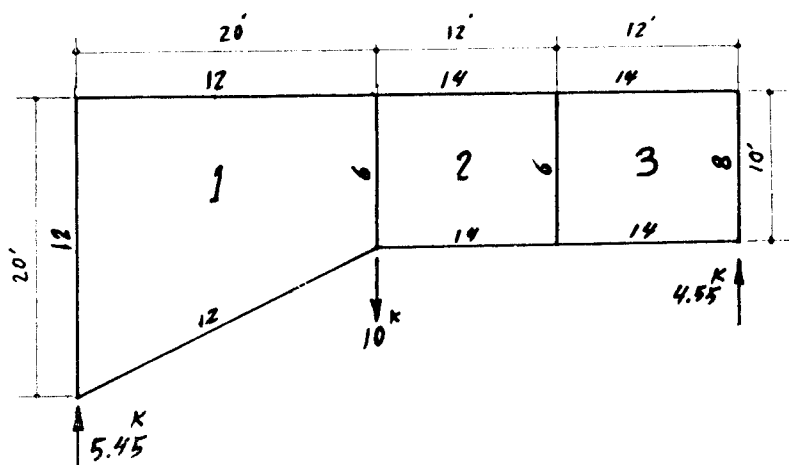
Flow-chart آن ملاحظه میگردد :



چند مثال - برای خرابی و رانندگی مطابق شکل (DATA) معلومات اولیه‌ای که به ما نشان می‌دهیم

بقرار زیر است :

12.	20.	
14.	12.	
14.	12.	
20.	12.	5.45
10.	6.	-10.
10.	6.	0.
10.	8.	4.55



جوابهایی که بدست آمده بقرار زیراند :

$$\text{MOMENT}(1,2) = -27.64 \quad \text{MOMENT}(1,2) = -40.67$$

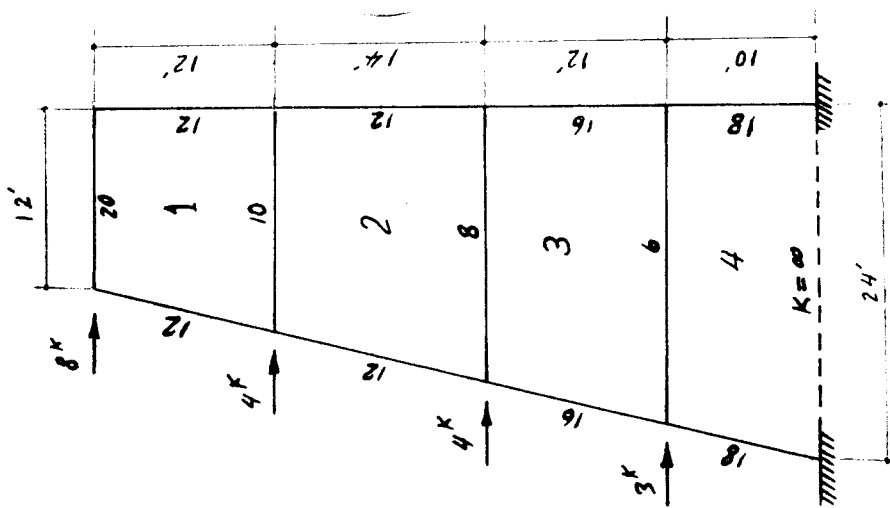
$$\text{MOMENT}(2,1) = 25.25 \quad \text{MOMENT}(2,2) = 2.04$$

$$\text{MOMENT}(3,1) = 12.38 \quad \text{MEMONT}(3,2) = 14.91$$

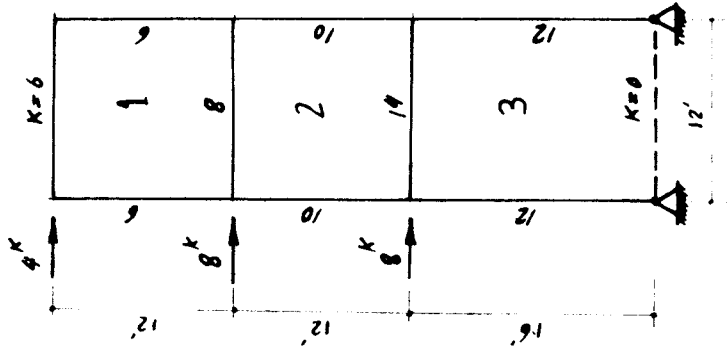
اندیس اول شماره پانل بترتیب از چپ بر راست و اندیس دوم نشان دهنده سمت چپ یا راست

پانل است بر حسب اینکه ۱ یا ۲ باشد .

نمونه‌هایی از قابها نیز در ذیل محاسبه میشود :



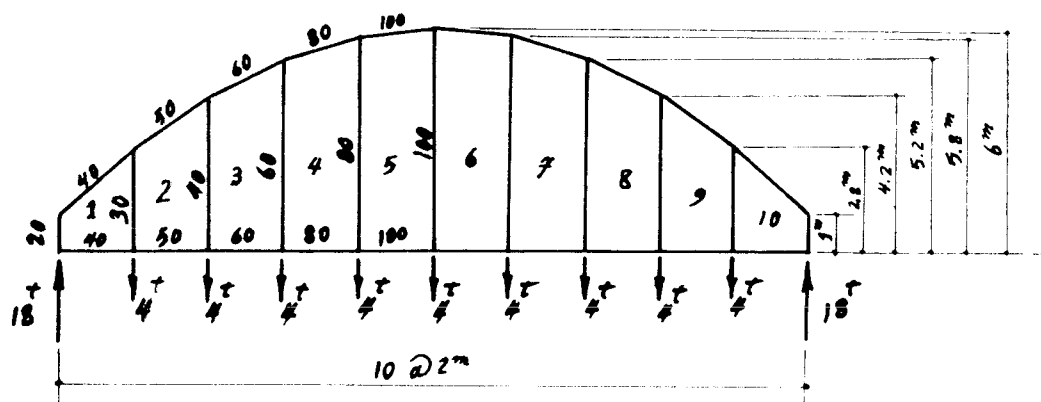
- MOMENT(1,1) = -29.82 MOMENT(1,2) = -10.72
- MOMENT(2,1) = -40.79 MOMENT(2,2) = -22.48
- MOMENT(3,1) = -40.23 MOMENT(3,2) = -37.14
- MOMENT(4,1) = -7.44 MOMENT(4,2) = -47.35



- MOMENT(1,1) = -16.13 MOMENT(1,2) = -7.86
- MOMENT(2,1) = -46.63 MOMENT(2,2) = -25.31
- MOMENT(3,1) = -160.00 MOMENT(3,2) = 0.00

در این قسمت اندیسه‌های دوم بحسب اینکه ۱ یا ۲ باشد نمایشگر ممان بالا و پائین هر پانل است.

حل يك پل بدھانئە . ۲ متر :



$$\text{MOMENT}(1,1) = -5399.93$$

$$\text{MOMENT}(2,1) = -1863.71$$

$$\text{MOMENT}(3,1) = -788.84$$

$$\text{MOMENT}(4,1) = -339.39$$

$$\text{MOMENT}(5,1) = -11.95$$

$$\text{MOMENT}(6,1) = 332.46$$

$$\text{MOMENT}(7,1) = 775.29$$

$$\text{MOMENT}(8,1) = 1404.73$$

$$\text{MOMENT}(9,1) = 2204.43$$

$$\text{MOMENT}(10,1) = 2880.16$$

$$\text{MOMENT}(1,2) = -2880.16$$

$$\text{MOMENT}(2,2) = -2204.43$$

$$\text{MOMENT}(3,2) = -1404.73$$

$$\text{MOMENT}(4,2) = -775.28$$

$$\text{MOMENT}(5,2) = -332.46$$

$$\text{MOMENT}(6,2) = 11.95$$

$$\text{MOMENT}(7,2) = 339.39$$

$$\text{MOMENT}(8,2) = 788.84$$

$$\text{MOMENT}(9,2) = 1863.71$$

$$\text{MOMENT}(10,2) = 5399.94$$