

## ارائه یک مدل عددی برای محاسبهٔ بال هواپیما

دکتر محمد رحیمیان

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

مهندس حمید یزدانی صابونی

کارشناسی ارشد سازه گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

### چکیده

مطالعه و بررسی سازه‌های پرنده نشان می‌دهد که به دست آوردن حداقل دقت مناسب در محاسبه و تحلیل این سازه‌ها بطوریکه با خطاهای ساخت سازگار باشد، از اهمیت خاصی برخوردار است. برای این منظور آزمایشهای متعددی در "مؤسسه آگارد"<sup>۱</sup> در زمینه سازه‌ها صورت گرفته که در این مقاله به صورت مختصر نتیجه یکی از آزمایشها که بر روی نمونه‌ای از بال هواپیما انجام شده، ارائه می‌شود.

مهندسين محاسب و طراح سازه هواپیما روشهای متعددی را برای مدلسازی این سازه‌ها به کار می‌برند. با مطالعه این روشها و میزان کارایی و دقت هر یک می‌توان روشی مناسب و بهینه برای مدلسازی این قبیل سازه‌ها انتخاب نمود. مقاله حاضر نتیجه این مطالعه را با ارائه مدلی مناسب با کارایی و دقت لازم در اختیار می‌گذارد.

### مشخصات نمونه آزمایشی

تمامی اعضای این نمونه از ورقهای آلومینیوم ساخته شده و اعضای داخلی دارای مقطع ناودانی اند.

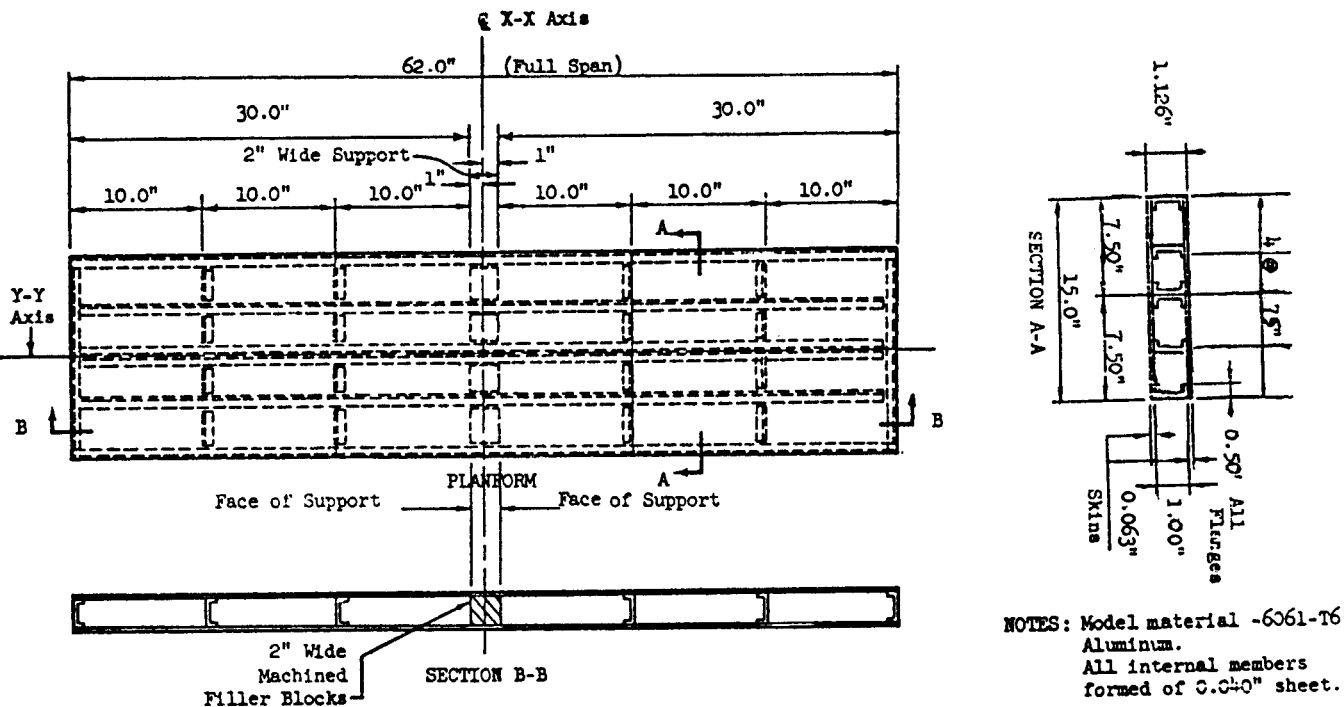
تقویت‌کننده‌های میانی که در طول این نمونه قرار گرفته‌اند، از دو مقطع ناودانی پشت به پشت تشکیل شده‌اند. پوسته و اعضای داخلی به وسیله پرچ به یکدیگر متصل شده‌اند.

آلومینیوم به کار رفته دارای ضریب ارتجاعی E و مدول برشی G و ضریب پواسون  $\nu$  به صورت زیرند:

$$G = 3/75 \times 10^6 \text{ psi}; E = 10 \times 10^6 \text{ psi}; \nu = 1/3$$

شکل (۱) جزئیات هندسی نمونه مورد نظر را نشان می‌دهد.

نمونه‌ای از بال هواپیما با سازه‌ای متشکل از ورقهای آلومینیوم که به وسیله "تقویت‌کننده‌های طولی" ۲ و "تقویت‌کننده‌های عرضی" ۳ تقویت گردیده است، تحت بارهای متمرکز قرار می‌گیرد. در محل تقاطع تقویت‌کننده‌های طولی و عرضی نتایج آزمایش با اندازه‌گیری تغییر مکان این نقاط، به صورت ضرائب تأثیر تغییر مکان ارائه می‌گردد. نمونه انتخابی دارای پنج تقویت‌کننده طولی و سه تقویت‌کننده عرضی در هر نصف دهانه بوده و همچنین دارای تکیه‌گاه گیرداری به عرض ۲ اینچ هستند.



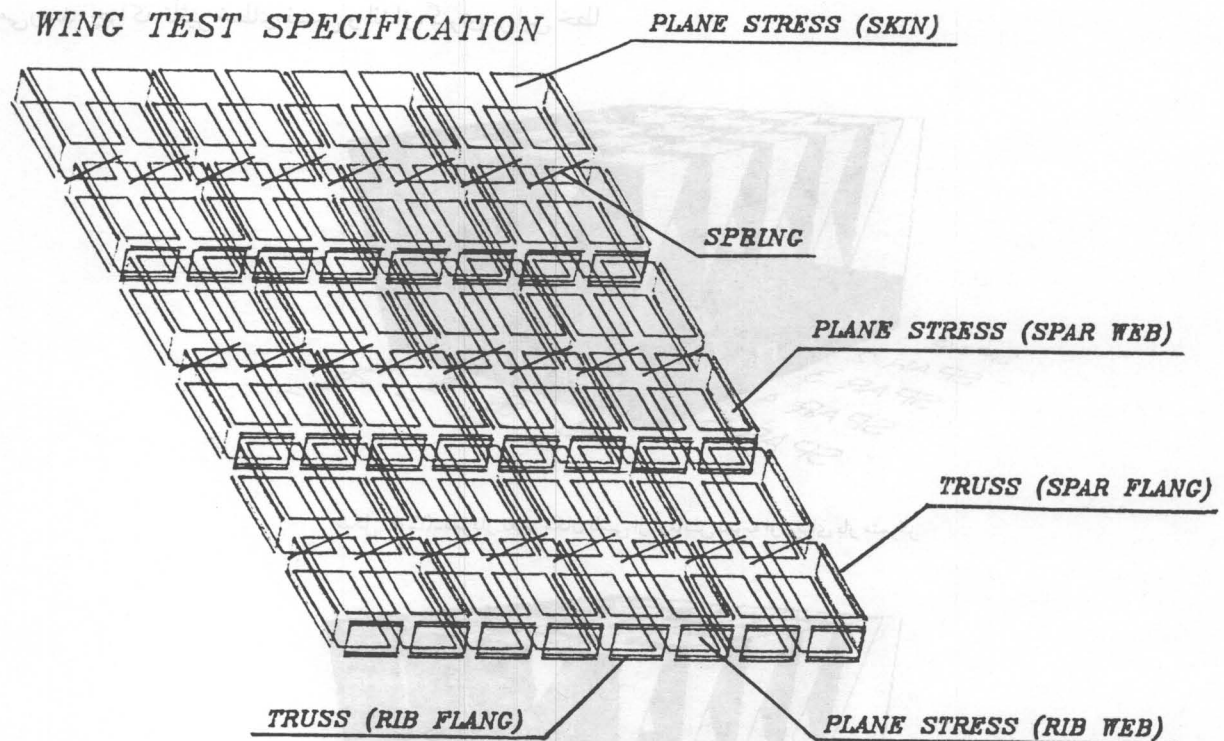
شکل (۱) - جزئیات هندسی نمونه اول

مشخصات مدل عددی (PSE - AFE)<sup>۱</sup>

نقاطی از شبکه را که روی تقویت کننده‌ها و یا تکیه گاه قرار نگرفته‌اند در نظر می‌گیریم. البته بارگذاری عمود بر سطح بال با ایجاد خمش در مقطع آن باعث ایجاد نیروی محوری و برشی در صفحه اعضای پوسته شده و مؤلفه تنش عمود بر صفحه این اعضاء بسیار ناچیز خواهد بود. استفاده از چنین فنرهایی به دلیل جلوگیری از ناپایدار شدن مدل ریاضی در محاسبه، الزامی است.

مدل عددی مورد نظر، پوسته و صفحات تقویت کننده را با اعضای تنش صفحه‌یی و بال تقویت کننده‌ها را با اعضای خرابایی مدل می‌نماید. شمای کلی این مدل در شکل (۲) نمایش داده شده است. در اعضای صفحه‌های این مدل، تنشهای برشی و محوری فقط در صفحه این اعضاء ایجاد می‌شود.

برای اعضای با نیروی محوری مثل "تقویت کننده‌های طولی و عرضی" از مدل خرابا استفاده شده است. از آنجائی که اعضای با تنش صفحه‌یی نمی‌توانند نیروهای عمود بر صفحه خویش را تحمل کنند، فنرهایی با سختی محوری کم در



شکل (۲) - شمای کلی مدل پوسته و صفحه تقویت کننده‌ها با اعضای تنش صفحه‌یی و بال تقویت کننده‌ها با اعضای خرابانی (PSE- AFE)

### بررسی نتایج تحلیل مدل ریاضی و مقایسه آن با نتایج آزمایش

در این بحث قصد داریم میزان موفقیت مدل معرفی شده را در مدل نمودن سازه نمونه آزمایشی بررسی نماییم. در این بررسی لازم است که در مورد انتخاب روش مناسب برای محاسبه خطا بحث گردد. خطای محاسبه مدلها در مقایسه با نتایج آزمایش با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$e = \% \frac{\delta - \delta^a}{\delta} \times 100$$

که در آن  $\delta$  تغییر مکان اندازه‌گیری شده از آزمایش و  $\delta^a$  تغییر مکان محاسباتی می‌باشد. همانطور که می‌دانیم دقت وسائل اندازه‌گیری محدود بوده و برای یک دستگاه با دقت مشخص، خطای نسبی اندازه‌گیری مقادیر کوچک، بیشتر از این خطا برای مقادیر بزرگتر می‌باشد، لذا به دست آوردن

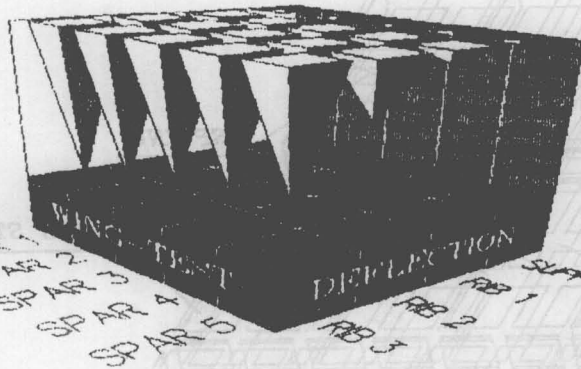
نمودار شکل (۳) ضرائب تغییر مکان به دست آمده برای نمونه اول را به صورت فضائی نشان می‌دهد. نمودار نتایج آزمایش این نمونه در شکل‌های (۳-a) و (۳-c) و نمودار نتایج محاسبه این نمونه با مدل مذکور (PSE - AFE) در شکل‌های (۳-b) و (۳-d) ارائه شده است.

در این نمودارها تغییر مکان کلیه نقاطی که در تقاطع تقویت‌کننده‌های طولی و عرضی قرار دارند، برای بارگذاری متمرکز و گسترده نشان داده شده است. بررسی این نمودارها نشان می‌دهد که در بارگذاری گسترده، مطابقت نتایج تحلیل با نتایج آزمایش بیشتر از حالتی است که بار متمرکز و منفرد اعمال می‌شود.

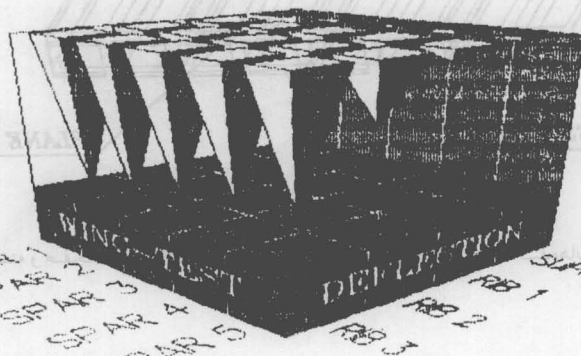
بسیار ناچیز خواهد بود.

خطای محاسبه از مقادیر بزرگتر تغییر مکان منطقی تر به نظر می رسد، چرا که تأثیر خطای نسبی و اندازه گیری بر این خطا

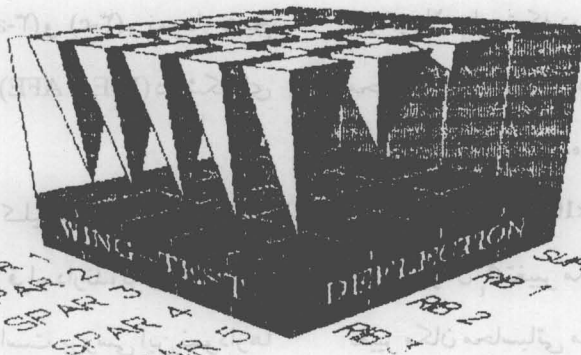
PLANE STRESS (2D)



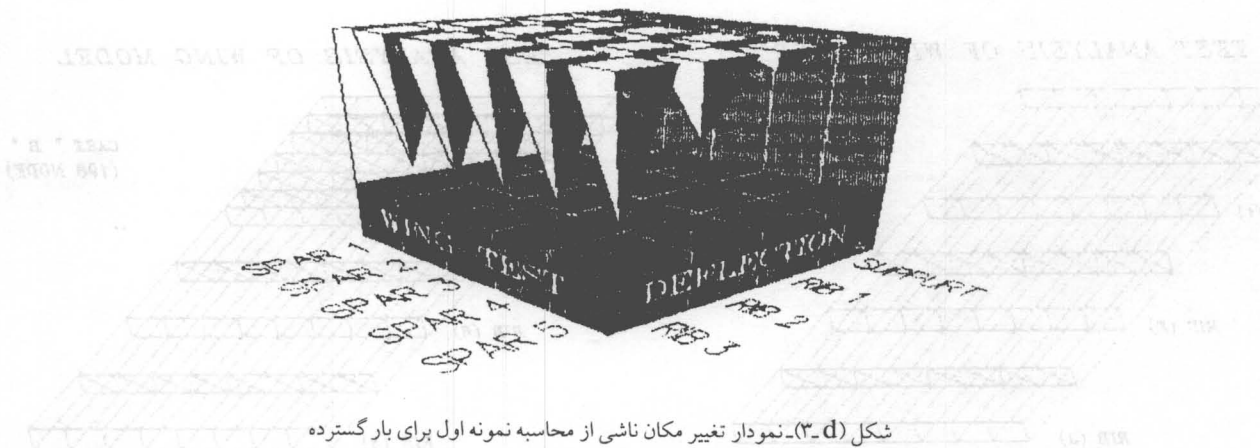
شکل (a-3). نمودار تغییر مکان ناشی از آزمایش نمونه اول برای بار متمرکز



شکل (b-3). نمودار تغییر مکان ناشی از محاسبه نمونه اول برای بار متمرکز



شکل (c-3). نمودار تغییر مکان ناشی از آزمایش نمونه اول برای بار گسترده



شکل (۳-d).-نمودار تغییر مکان ناشی از محاسبه نمونه اول برای بار گسترده

برای سازه‌یی که دارای یک تکیه‌گاه گیردار و یک طرف آزاد بارگذاری شده می‌باشد، بیشترین تغییر مکان در لبه آزاد آن رخ می‌دهد و همچنین کوچکترین تغییر مکانها در نزدیکی تکیه‌گاه ایجاد می‌شود و در محل تکیه‌گاه تغییر مکان محاسباتی و همچنین تغییر مکان اندازه‌گیری امکان‌پذیر نیست، چراکه برای این نقاط صورت و منحنی کسر خطای  $e$  به صفر نزدیک و مقدار آن مبهم می‌شود. در نتیجه در نظر گرفتن خطای تغییر مکانهای کوچک نزدیک تکیه‌گاه، معیار مناسبی برای خطای محاسبه مدل سازه‌یی نیست و لذا بررسی خطای مدل در این بحث برای تغییر مکانهای حداکثر انجام شده است.

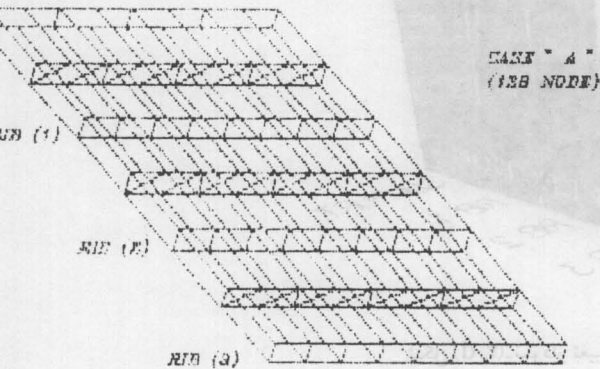
رفتار این مدل تا حد زیادی با رفتار سازه واقعی تطبیق دارد و لذا دارای خطای کمتری نسبت به سایر مدلهاست. البته این مدل نیز بهترین مدل نبوده و مدل دیگری که صفحات قائم تقویت کننده را فقط با رفتار برشی موسوم به "صفحات برشی"<sup>۱</sup> مدل‌بندی می‌کند، از دقت بیشتری برخوردار است، ولی به دلیل آماده نبودن برنامه کامپیوتری مربوط، از بحث در مورد آن خودداری می‌شود. نتایج محاسبه مدل مذکور

#### بررسی تأثیرهای شبکه

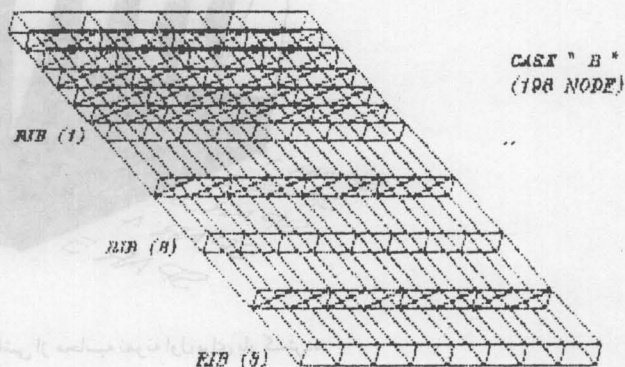
در این بحث تأثیرهای شبکه را در همگرایی نتایج محاسبه مدل مذکور به نتایج آزمایش بررسی می‌نمائیم. شبکه‌هایی را که در این بحث در نظر خواهیم گرفت، عبارتند از:

- A - شبکه عادی با ۱۲۶ گره (شکل ۴).
- B - شبکه عادی به همراه شبکه ریز در نزدیکی تکیه‌گاه با ۱۹۸ گره (شکل ۵).
- C - شبکه عادی به همراه شبکه ریز در ناحیه نوک بال با ۱۹۸ گره (شکل ۶).
- D - شبکه ریز در کل مدل با ۳۲۴ گره (شکل ۷).

TEST ANALYSIS OF WING MODEL



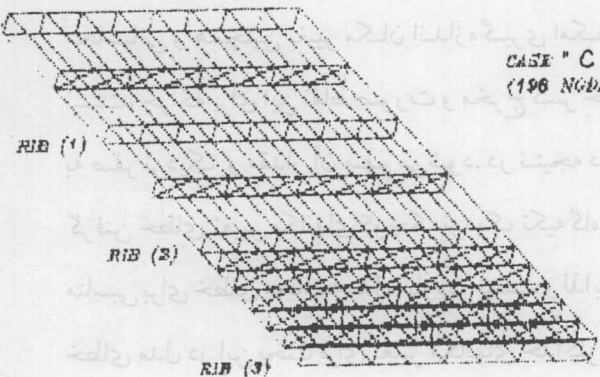
TEST ANALYSIS OF WING MODEL



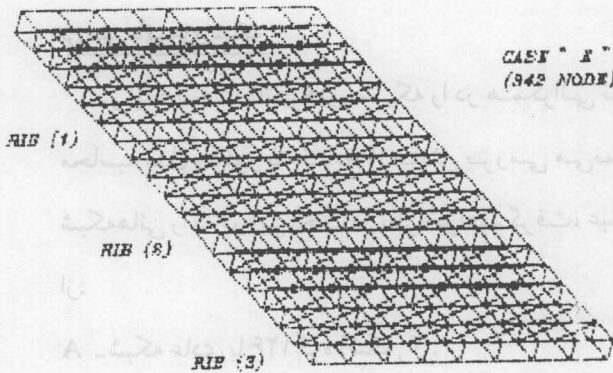
شکل (۵) شبکه عادی به همراه شبکه ریز در نوک بال (حالت A) با ۱۲۶ گره (CASE " A ")

شکل (۴) شبکه عادی با ۱۲۶ گره (حالت A) (CASE " A ")

TEST ANALYSIS OF WING MODEL



TEST ANALYSIS OF WING MODEL



شکل (۷) شبکه ریز در کل مدل با ۳۲۴ گره (حالت D)

شکل (۶) شبکه عادی به همراه شبکه ریز در ناحیه نوک بال با ۱۹۸ گره (حالت C)

شده و نتایج تغییر مکان و همچنین تنش در اعضای پوسته در همه حالات محاسبه شده است. جدول (۱) درصد خطای محاسبه تغییر مکان در شبکه‌های مختلف را نشان می‌دهد.

بارگذاری اعمال شده بر تمامی این شبکه‌ها به این ترتیب است که بار ۱۰۰ پوندی یکبار بر گوشه Rib(3) (گوشه نوک بال) و بار دیگر بر گوشه Rib (1) (نزدیک تکیه‌گاه) اعمال

جدول (۱) - درصد خطای محاسبه نمونه اول با مدل (PSE - AFE) در شبکه‌های مختلف

حالت شبکه		A		B	
تغییر مکان	نوک بال	نزدیک تکیه گاه	نوک بال	نزدیک تکیه گاه	نوک بال
بار	۴/۸	۱۵/۴	۴/۲	۱۳/۵	۲۸
گوشه نوک بال	۱۵/۴	۳۱	۱۳/۵	۲۸	۲۸
نزدیک تکیه گاه	۱۵/۴	۳۱	۱۳/۵	۲۸	۲۸

حالت شبکه		C		D	
تغییر مکان	نوک بال	نزدیک تکیه گاه	نوک بال	نزدیک تکیه گاه	نوک بال
بار	۴/۵	۱۵/۴	۳/۷	۱۳/۵	۲۷/۶
گوشه نوک بال	۱۵/۴	۳۱	۱۳/۵	۲۷/۶	۲۷/۶
نزدیک تکیه گاه	۱۵/۴	۳۱	۱۳/۵	۲۷/۶	۲۷/۶

جدول (۱) نشان می‌دهد که:

- خطای محاسبه تغییر مکان گوشه (1) Rib که در نزدیکی تکیه‌گاه قرار دارد، در تمامی حالات بیش از ۱۰٪ است. خصوصاً اینکه این خطا برای حالتی که بار در همان نقطه یعنی گوشه (1) Rib وارد شود، افزوده شده و برای تمامی حالات بیش از ۲۵٪ می‌باشد. علت این موضوع را می‌توان در دو مسئله جستجو کرد: یکی اینکه وقتی که بار در نزدیکی تکیه‌گاه اعمال شود، تمرکز تنش ناشی از بار و تکیه‌گاه بیشتر از حالتی است که این دو از هم دور باشند. دیگر اینکه اعمال بار در نزدیکی تکیه‌گاه و محاسبه تغییر مکان در این ناحیه، باعث می‌شود که در مدل اجزای محدود، تنها از قسمت نزدیک تکیه‌گاه استفاده شود و این حالت باعث بزرگنمایی مجازی شبکه و در نتیجه افزایش خطا می‌شود. در حالت B و D که شبکه در نزدیکی تکیه‌گاه ریز شده است، خطای مذکور کاهش یافته و این خود گویای دلیل فوق می‌باشد.
  - ریز کردن شبکه در این مدل تا حدی خطای محاسبه
- نمونه اول را کاهش می‌دهد ولی ریز کردن بیش از حد اثر چندانی در کاهش خطا ندارد. جدول (۱) نشان می‌دهد که شبکه در حالت B مناسبترین حالت را داشته و بار ریز کردن کل شبکه (در حالت D) تأثیر قابل ملاحظه‌ای در کاهش خطا رخ نمی‌دهد. خصوصاً اینکه زمان محاسبه شبکه در حالت D بیشتر از این زمان برای شبکه B یا C است. لازم به تذکر است که اگر شبکه به مقدار قابل توجهی ریز شود، امکان افزایش خطای ناشی از محاسبات عددی وجود داشته و بالعکس با درشت بودن شبکه امکان افزایش خطای ناشی از روش اجزای محدود وجود دارد. لذا انتخاب شبکه‌ای بهینه که با حداقل تعداد اعضای، خطای محاسبه از مقدار قابل قبولی کمتر شود، ضروری است. برای مدل محاسباتی نمونه اول چنین شبکه‌یی را می‌توان در حالت B ملاحظه نمود.
- جدول (۲) نتایج محاسبه تنش برای حالت‌های مختلف شبکه را نشان می‌دهد. از آنجائی که اعمال بار

در گوشه Rib(3) یعنی گوشه نوک بال می‌باشد. این نتایج برای بیشتر از تنش اعضاء واقع در نزدیکی بار (نوک بال) است، ولی مقادیر این تنشها در اعضاء پوسته‌ای نزدیک به تکیه‌گاه برای حالت B بیشتر از حالت C است. این به دلیل ریز شدن شبکه در نزدیکی تکیه‌گاه در حالت B و نیز افزایش دقت محاسبه تنش در این ناحیه است. نواحی تنشهای حداکثر و حداقل در شکل (۸) مشخص شده است. جدول (۳) مقادیر

تنش‌های محوری و برشی اعضائی را که دارای بیشترین نتایج جدول (۲) نشان می‌دهد که در همه حالات شبکه، تنشهای به دست آمده در اعضاء واقع در نزدیکی تکیه‌گاه، معیار Von Mises هستند، نشان می‌دهد.

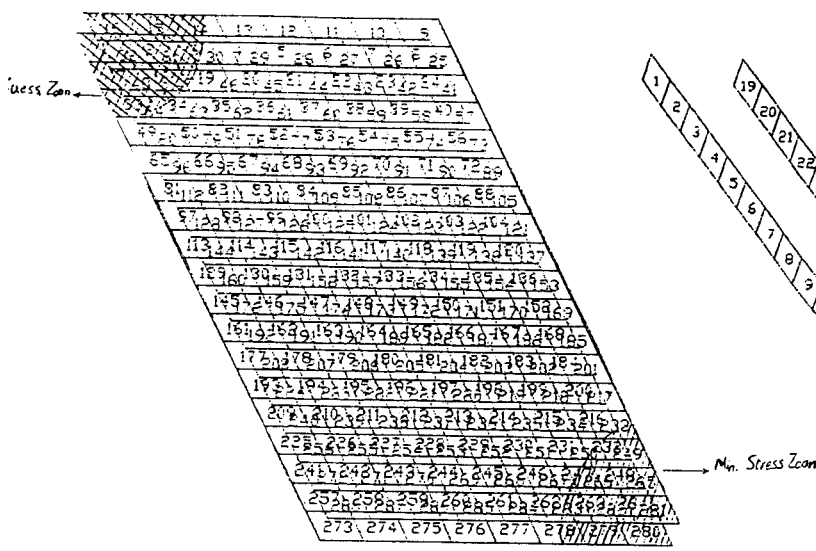
جدول (۲) - حداقل و حداکثر معیار Von Mises برای اعضاء مسطح در شبکه‌های مختلف (Lb/in<sup>2</sup>)

A	حداقل	تنش	213	213	429	430	440	441	666	666	678	679
		شماره عضو	88	89	87	90	86	91	72	73	84	93
	حداکثر	تنش	2572	2572	2444	2444	2398	2397	2294	2294	2286	2286
		شماره عضو	16	1	15	2	14	3	4	13	5	12
B	حداقل	تنش	2	3	8	8	13	13	13	14	15	15
		شماره عضو	145	160	152	153	159	151	154	146	150	155
	حداکثر	تنش	1367	1366	1263	1262	1074	1072	983	983	938	937
		شماره عضو	16	1	32	17	48	33	15	2	3	14
C	حداقل	تنش	70	70	192	192	302	302	334	334	344	344
		شماره عضو	145	160	152	153	159	151	154	146	150	155
	حداکثر	تنش	2572	2572	2444	2444	2397	2397	2294	2294	2286	2286
		شماره عضو	16	1	32	17	48	33	15	2	3	14
D	حداقل	تنش	69	69	192	192	302	302	334	334	344	344
		شماره عضو	280	281	265	264	282	279	248	249	278	283
	حداکثر	تنش	2842	2842	2676	2676	2580	2580	2513	2513	2463	2463
		شماره عضو	1	16	17	32	18	31	2	15	33	48

نزدیکی تکیه‌گاه به حداکثر مقدار خود می‌رسد، تنشهای مذکور در این ناحیه نیز بیشتر از نواحی دیگر بال می‌باشند.

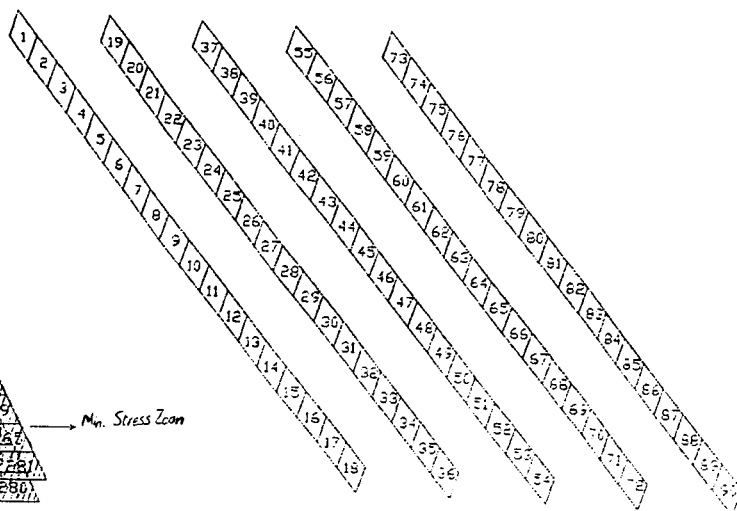
تنشهای محوری در اعضاء مسطح ناشی از لنگر خمشی ایجاد شده در مقطع بال بوده و از آنجائیکه لنگر خمشی در





شکل (۹) شماره گذاری اعضای مسطح قائم شبکه در حالت D

و نواحی تنشهای حداکثر و حداقل در این اعضا



شکل (۸) شماره گذاری اعضای مسطح شبکه در حالت D

می‌باشد. جدول (۴) نتایج محاسبه تنش در اعضای صفحه‌یی قائم را نشان می‌دهد. شماره این اعضا در شکل (۹) نمایش داده شده است. با ملاحظه این جدول در می‌یابیم که معیار Von Mises برای این اعضا در نزدیکی بار بیشتر از نزدیکی تکیه‌گاه است و این به دلیل وجود تنشهای برشی حداکثر در نواحی نزدیک بار می‌باشد. البته تنش برشی در این صفحات قائم در حد فاصل تقویت کننده‌های عرضی، ثابت می‌باشد.

البته تنشهای برشی در این اعضای ناشی از لنگر پیچشی ایجاد شده در مقطع بال بوده که این لنگر پیچشی برای نمونه اول در تمامی طول بال ثابت است ولی تنشهای ناشی از آن به دلیل وجود صفحات قائم تقویت‌کننده، متغیر می‌باشد. بررسی تنش در اعضای صفحه‌یی قائم (Spar-Web) نشان می‌دهد که در این اعضای تنش برشی حاکم بوده و این تنشها ناشی از برش ایجاد شده در مقطع بال بر اثر بار متمرکز

جدول (۳) - مقادیر تنشهای محوری و برشی اعضای صفحه‌یی که بیشترین معیار Von Mises را دارند (در حالت D)

شماره عضو	1	16	17	32	18	31	2	15	33	48
معیار Von Mises	2842	2842	2676	2676	2580	2580	2513	2513	2463	2463
تنش محوری $\sigma_1$	-582	582	-65	65	-333	333	-709	709	-39	39
تنش محوری $\sigma_2$	-3067	3067	-2677	2677	-2726	2726	-2783	2783	-2412	2412
تنش برشی $Z_{12}$	-196	-196	234	234	-75	-75	-115	-115	339	339

جدول (۴) - حداکثر و حداقل معیار Von Mises برای اعضای صفحه‌ی قائم و مؤلفه‌های دیگر تنش برای این اعضا

شماره عضو	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
Von Mises معیار	2572	2572	2444	2444	2398	2397	2294	2294	2286	2286
تنش محوری $\sigma_1$	115	-29	10	-2	-1	0	0	0	0	0
تنش محوری $\sigma_2$	453	-131	37	-11	3	-1	0	0	0	0
تنش برشی $Z_{12}$	-1161	-1161	-1161	-1161	-1161	-1161	-989	-989	-989	-989

شماره عضو	90	89	88	87	86	85	84	83	80	79
Von Mises معیار	74	74	74	74	74	74	161	161	161	161
تنش محوری $\sigma_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
تنش محوری $\sigma_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
تنش برشی $Z_{12}$	-43	-43	-43	-43	-43	-43	93	93	93	93

### نتیجه‌گیری

اعضای این نمونه جستجو کردیم. لذا می‌توان گفت، در سازه‌ی متشکل از پوسته و تقویت‌کننده‌های عرضی و طولی، در صورتیکه نیروهای برشی در سازه ثابت بوده، یا تغییرات قابل ملاحظه‌ی نداشته باشند، ریزکردن شبکه در نواحی لنگر خمشی حداکثر بیشتر از ریزکردن شبکه در نواحی برش حداکثر تأثیر را دارد.

نتیجه کلی بحث شبکه را می‌توان در انتخاب ناحیه‌ای برای ریزکردن که بیشترین تأثیر را در کاهش خطا داشته باشد، خلاصه نمود. در بحث فوق دیدیم که در سازه‌ی با خصوصیات بال آزمایشی نمونه اول، اثر ریزکردن شبکه در نزدیکی تکیه‌گاه بیشتر از ریزکردن شبکه در سایر نواحی این نمونه است. دلیل این مسئله را نیز در نحوه توزیع تنش در

- 1- Gallagher, R.H. and Rattinger, I. and Archer, J.s. , "A correlation study of methods of matrix structural analysis".
  - 2- Gallagher, R.H. and Rattinger, I., "the experimental and theoretical determination of theelastic characteristics of modern air frams.
  - 3- Argyris, J.H., "recent advances in matrix methods of structural analysis.
- 
-