

# شبیه‌سازی خروج خطوط تزویج‌دار از شبکه، خطای انتهای خط و خطای لغزنده برای استفاده در روش جبرانسازی

دکتر سید حمید حسینی

استادیار دانشکده مهندسی برق - دانشگاه صنعتی شریف

## چکیده

از جمله مطالعات مربوط به شبکه‌های قدرت که بطور مستمر و مکرر انجام می‌شود "بررسی امکان" داوری درباره "ایمنی شبکه" و مطالعه خطا برای هماهنگ کردن رله‌هاست. نظر به انجام مکرر این مطالعات برای حالت‌های مختلفی از یک شبکه، سرعت عمل نقش مهمی ایفاء می‌کند. سرعت روش‌های به کار برده شده نه تنها بستگی به الگوریتم روش حل دارد بلکه متکی بر روش‌های عددی اعمال شده نیز هست. "جبران‌سازی" و "تجزیه جزئی ماتریس" دو روشی است که برای انجام مطالعات به کار گرفته می‌شود. در این مقاله پس از اشاره مختصر، روش جبرانسازی، الگوریتم‌هایی جهت شبیه‌سازی خروج (قطع) خطوط تزویج‌دار از شبکه، خطای "انتهای خط" و "خطای لغزنده" برای بکارگیری در روش جبرانسازی ارائه خواهد شد.

## مقدمه

اساس روش جبرانسازی بر استفاده از "لم تصحیح ماتریس معکوس" نهاده شده است. تصحیح ماتریس معکوس بر اثر تغییراتی که در عناصر یک سطر یا یک ستون از ماتریس اولیه ایجاد شده باشد برای اولین بار توسط "شرمن" و "موریسون" [1] انجام شده است. کاربرد این روش در ارتباط با شبکه‌های قدرت نخستین بار توسط "است" [2] و "آلساک" و "تینی" گزارش شده است. استفاده بهینه از روش جبرانسازی مستلزم این است که تغییرات حاصل در ماتریس ادیمیتانس ناشی از تغییرات اعمال شده بر شبکه را بتوان بوسیله حاصل ضرب ماتریس‌هایی با رتبه پایین

شبیه‌سازی کرد.

## روش جبرانسازی

برای همه تغییرات اعمال شده بر شبکه که بتوان آنها را بصورت  $\Delta Y$  نشان داد معادله ادیمیتانس شبکه بصورت زیر درخواهد آمد.

$$I = (Y + \Delta Y) V \quad (1)$$

که در آن  $Y$  ماتریس ادیمیتانس شبکه در حالت اولیه و  $\Delta Y$  تفاوت بین ماتریس ادیمیتانس تغییر یافته و ماتریس ادیمیتانس اولیه است. بردار ولتاژ گره‌ها با استفاده از  $IMML$  از رابطه زیر بدست می‌آید.

1 - Contingency Analysis

2- System Security

3- Compensation

4- Partial Matrix Refactorization

5- Line - End Fault

6- Sliding Fault

7- Inverse Matrix Modification Lemma (IMML)

8- Sherman

9- Morrison

10- Statt

11- Alsac

12- Tinney

$$V = (Y^{-1} - Y^{-1}McM^T Y^{-1})I \quad (۶)$$

معادله (۶) اساس روشهای سه گانه جبرانسازی [2] است. همانطور که قبلاً هم اشاره شد، استفاده از معادله اخیر مستلزم این است که تغییرات اعمال شده بر شبکه را بتوان به صورت معادله (۳) نشان داد.

خروج خطوط تزویج دار از شبکه

در مرجع [3] روشی برای شبیه سازی خروج (قطع) خطوط تزویج دار از شبکه بیان شده است. در این مقاله روش نسبتاً ساده تری برای این منظور ارائه می شود.

ارتباط جریانها و ولتاژهای  $n$  شاخه که با یکدیگر تزویج متقابل داشته باشند (شکل ۱) بوسیله رابطه زیر بیان می شود.

$$i = yv \quad (۷)$$

و به صورت مبسوط:

$$i = yv$$

$$\begin{bmatrix} i_{11'} \\ i_{22'} \\ \vdots \\ i_{pp'} \\ \vdots \\ i_{nn'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11',11'} & y_{11',22'} & \dots & \dots \\ y_{22',11'} & y_{22',22'} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{pp',11'} & y_{pp',22'} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{nn',11'} & y_{nn',22'} & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11',pp'} & \dots & \dots & y_{11',nn'} \\ y_{22',pp'} & \dots & \dots & y_{22',nn'} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{pp',pp'} & \dots & \dots & y_{pp',nn'} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{nn',pp'} & \dots & \dots & y_{nn',nn'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11'} \\ v_{22'} \\ \vdots \\ v_{pp'} \\ \vdots \\ v_{nn'} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

از حذف معادله  $pp'$  از معادله ماتریسی (۸) به دست می آید. عنصر  $(uu', xx')$  از ماتریس  $\Delta y$  به صورت زیر خواهد بود.

$$\Delta y_{uu',xx'} = -(y_{uu',pp'}) (y_{pp',pp'})^{-1} (y_{pp',xx'}) \quad (۱۰)$$

تغییرات در ماتریس ادمیتانس گره برای زیر شبکه شکل ۱ با استفاده از  $\Delta y$  قابل دستیابی است.

$$V = (Y^{-1} - Y^{-1}(U + (\Delta Y)Y^{-1}\Delta Y)I) \quad (۲)$$

در معادله بالا  $U$  ماتریس واحد است. زمانی که  $\Delta Y$  یک ماتریس متقارن باشد می توان نوشت:

$$\Delta Y = M \delta y M^T \quad (۳)$$

در فرمولبندی شاخه یی،  $M$  ماتریس تلاقی گره و شاخه و  $\delta y$  ماتریس تغییرات ادمیتانس شاخه است. در حالتی که شاخه های درگیر تغییرات تزویج نداشته باشند، تعداد ستونهای ماتریس  $M$  و تعداد سطرها و ستونهای ماتریس  $\delta y$  همگی برابر تعداد شاخه های درگیر خطا می باشند. با معرفی ماتریسهای کمکی:

$$z = M^T Y^{-1} M \quad (۴)$$

و

$$c = (\delta y^{-1} + z)^{-1} \quad (۵)$$

معادله (۲) بصورت ساده زیر در می آید:

قطع خط  $pp'$  باعث صفر شدن جریان  $i_{pp'}$  و تصحیح ماتریس ادمیتانس شاخه می شود.

$$y' = y + \Delta y \quad (۹)$$

ماتریس ادمیتانس شاخه در حالت اولیه و لاماتریس ادمیتانس شاخه بعد از قطع شدن خط  $pp'$  است. با استفاده



خطای انتهای خط در خط بدون تزویج  $pq$  و در سر  $q$  از یک شبکه  $m$  شینه‌یی شبیه است.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p-1 & 0 & 0 \\ p & 1 & 1 \\ p+1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q-1 & 0 & 0 \\ q & -1 & 0 \\ q+1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ m & 0 & 0 \\ f & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \delta y = \begin{bmatrix} -y_{pq,pq} & 0 \\ 0 & y_{pq,pq} \end{bmatrix} \quad (14)$$

نهایتاً برای بررسی خطا در گره  $f$  عناصر ستون  $f$  ام از ماتریس امپدانس شبکه با حل معادله (۶) به ازای بردار جریانی که یک عنصر  $+1$  در سطر  $f$  دارد و بقیه عناصر آن صفر است به دست می‌آید.

خطای لغزنده

زمانی که "خطای شنت" در طول خط واقع می‌شود اصطلاحاً آن را خطای لغزنده نامند. مشابه خطای انتهای خط، خطای لغزنده نیز یک گره جدید به شبکه می‌افزاید. شکل ۳ قسمتی از شبکه، شامل  $n$  خط تزویج‌دار با وجود خطای لغزنده در خط  $pp'$  را نمایش می‌دهد. تغییراتی که باید در

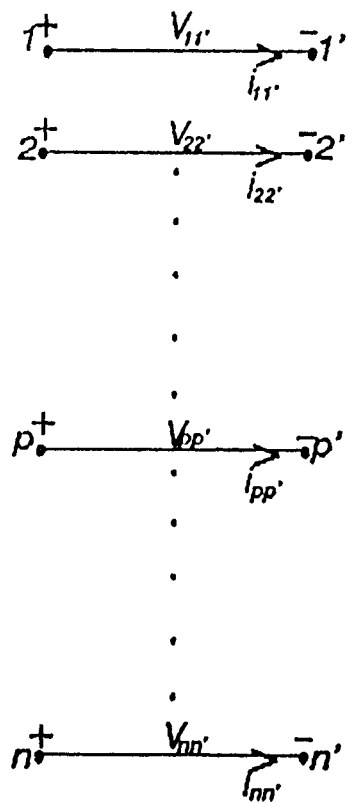
دست می‌آید. مرحله دوم شامل تشکیل ستون دیگری از ماتریس  $M$  و عنصر قطری دیگری از ماتریس  $\delta y$  برای بیان افزودن همان خط بین گره‌های  $p$  و  $f$  است. ماتریس ادیتانس شاخه برای شکل ۲ شامل عناصر مشابه ماتریس ادیتانس شاخه برای شکل ۱ می‌باشد. در نتیجه ستونهای اول و دوم ماتریس  $M$  فقط در سطرهاى مربوط به گره‌های  $p'$  و  $f$  متفاوت‌اند. به علاوه فرق بین "خارج کردن" یک خط به صورت تغییر علامت عنصر قطری در ماتریس  $\delta y$  ظاهر می‌شود. با توجه به نکات ذکر شده ماتریسهای  $M$  و  $\delta y$  برای شبیه‌سازی خطای انتهای خط در معادله (۱۳) داده شده‌اند.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & y_{11',pp'} & y_{11',pp'} \\ 2 & y_{22',pp'} & y_{22',pp'} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p & y_{pp',pp'} & y_{pp',pp'} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n & y_{nn',pp'} & y_{nn',pp'} \\ 1' & -y_{11',pp'} & -y_{11',pp'} \\ 2' & -y_{22',pp'} & -y_{22',pp'} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p' & -y_{pp',pp'} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n' & -y_{nn',pp'} & -y_{nn',pp'} \\ f & 0 & -y_{pp',pp'} \end{bmatrix} \quad \delta y = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ y_{pp',pp'} & 1 \\ 0 & y_{pp',pp'} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در حالت واقعی که مجموعه  $n$  خط تزویج‌دار جزئی از یک شبکه قدرت  $m$  شینه‌یی می‌باشد، تعداد سطرهاى ماتریس  $M$  برابر تعداد شینه‌ها شبکه (برابر  $m$ ) بوده و مقدار عددی عناصر سطرهاى اضافه شده به ماتریس  $M$  (غیر از سطرهاى ۱ تا  $n$  و ۱ تا  $n$ ) همه برابر صفر خواهند بود. معادله (۱۴) شبیه‌ساز

خلاصه و نتیجه

روش جبرانسازی که متکی بر استفاده از لم تصحیح ماتریس معکوس است مختصراً توضیح داده شد. این روش از جمله روش‌هایی است که با داشتن ماتریس معکوس ادمیتانس شبکه در حالت اولیه قادر است پس از اعمال تغییرات توپولوژیکی در شبکه، با انجام محاسبات مختصری بردار ولتاژ شینها در حالت جدید شبکه را بدهد. همانطور که ملاحظه شد استفاده بهینه از این روش مستلزم آن است که تغییرات حاصل در ماتریس ادمیتانس ناشی از تغییرات اعمال شده بر شبکه را بتوان بوسیله حاصل ضرب ماتریسهایی با رتبه پائین شبیه سازی کرد. این شبیه‌سازی برای خروج یک خط تزویج دار و خطای لغزنده به صورت حاصل ضرب ماتریسهایی با رتبه یک و برای خطای انتهای خط به صورت حاصل ضرب ماتریسهایی با رتبه دو انجام شد.



شکل ۱

ماتریس ادمیتانس اعمال شود به صورت زیر خواهد بود (ضمیمه ۱).

$$\Delta \hat{Y} = \begin{matrix} & p & p' & f \\ p & \begin{bmatrix} \frac{1-r}{rZ_{PP',PP'}} & \frac{1}{Z_{PP',PP'}} & \frac{-1}{rZ_{PP',PP'}} \\ \frac{1}{Z_{PP',PP'}} & (1-r)Z_{PP',PP'} & (1-r)Z_{PP',PP'} \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} & & \\ p' & & & \\ f & & & \end{matrix} \quad (15)$$

که در آن \$r\$ نسبت فاصله بین نقاط \$p\$ و \$f\$ به تمام طول خط \$pp'\$ است. نکته بسیار جالب این است که زمانی که خط \$pp'\$ تزویجی با هیچ خط دیگر نداشته باشد تغییرات لازم بر ماتریس ادمیتانس شبکه برای در نظر گرفتن خطای لغزنده همچنان بوسیله معادله (۱۵) داده می‌شود. با توجه به تغییرات بالا، ماتریسهای \$M\$ و \$\delta y\$ حاصل، برای شبیه‌سازی خطای لغزنده در معادله (۱۶) داده شده‌اند.

$$M = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ p-1 \\ p \\ p+1 \\ \vdots \\ n \\ 1' \\ 2' \\ \vdots \\ p'-1 \\ p' \\ p'+1 \\ \vdots \\ n \\ f \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r-1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -r \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta y = \left[ \frac{1}{r(1-r)Z_{PP',PP'}} \right] \quad (16)$$



و دوم زیر ماتریس بالای سمت راست در  $\hat{Y}$  تنها سطر زیر ماتریس متناظر با آن در  $Y$  همچنین ستونهای اول و دوم زیر ماتریسهای سمت چپ در  $\hat{Y}$  در  $Y$  محدود به تعداد شاخه‌های تزویج دار (در اینجا سه شاخه) نیست، بلکه برای هر تعداد شاخه که با هم تزویج داشته باشند صادق است. یک مطلب دیگر اینکه سطر / ستون مربوط به گره جدید  $f$  در ماتریس  $\hat{Y}$  فقط سه عنصر غیر صفر دارد. زمانی که خط ۱۱' با دیگر خطوط تزویجی نداشته باشد سطر / ستون مربوط به گره  $f$  در ماتریس ادمیتانس گره همچنان سه عنصر غیر صفر در همان مکانهای مربوط به عناصر غیر صفر حالت قبل را خواهد داشت. خواهیم دید که مقادیر عددی عناصر غیر صفر متناظر دقیقاً برابرند.

در مورد ماتریس  $\hat{Y}$  روابط زیر برقرار است.

$$a - b = \frac{1}{rZ_{11',11'}} \quad (1-7)$$

$$d - a = \frac{1}{(1-r)Z_{11',11'}} \quad (1-8)$$

رابطه (۱-۱۰) نتیجه عملیات انجام شده در معادله (۱-۹)

$$\text{است.} \quad (1-9) \quad (ستون اول z) \times (سطر اول y) - \frac{1}{1-r}$$

$$\times (ستون دوم \hat{z}) \times (سطر اول \hat{y}) = 1$$

$$b = y_{11',11'} - \frac{1}{Z_{11',11'}} \quad (1-10)$$

با استفاده از روابط (۱-۷)، (۱-۸) و (۱-۱۰) مقادیر عناصر

تغییر کرده در ماتریس  $Y$  طبق روابط زیر به دست می‌آید.

$$\hat{Y}_{11} = a = b + \frac{1}{rZ_{11',11'}} = y_{11',11'} + \frac{1-r}{rZ_{11',11'}} = Y_{11} + \Delta Y_{11} \quad (1-11)$$

$$\frac{1-r}{rZ_{11',11'}} = Y_{11} + \Delta Y_{11}$$

شکل ۱-۱ بطور یکنواخت در طول خطوط گسترده شده باشد، ماتریسهای امپدانس شاخه، ادمیتانس شاخه و ادمیتانس گره به ترتیب مطابق روابط (۱-۴)، (۱-۵) و (۱-۶) خواهد بود. عدد کسری  $r$  نسبت فاصله بین نقاط ۱ و  $f$  به تمام طول خط ۱۱' است. مقادیر عناصری از ماتریس  $Y'$  که داده نشده، دقیقاً برابر مقادیر عناصر متناظر با آنها در ماتریس  $Y$  است.

(۱-۴)

$$\hat{z} = \begin{matrix} & 1f & 1f' & 22' & 33' \\ \begin{matrix} 1f \\ 1f' \\ 22' \\ 33' \end{matrix} & \begin{bmatrix} rZ_{11',11'} & 0 & rZ_{11',22'} & rZ_{11',33'} \\ 0 & (1-r)Z_{11',11'} & (1-r)Z_{11',22'} & (1-r)Z_{11',33'} \\ rZ_{11',22'} & (1-r)Z_{11',22'} & Z_{22',22'} & Z_{22',33'} \\ rZ_{11',33'} & (1-r)Z_{11',33'} & Z_{22',22'} & Z_{22',33'} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(۱-۵)

$$\hat{y} = \begin{matrix} & 1f & 1f' & 22' & 33' \\ \begin{matrix} 1f \\ 1f' \\ 22' \\ 33' \end{matrix} & \begin{bmatrix} a & b & y_{11',22'} & y_{11',33'} \\ b & d & y_{11',22'} & y_{11',33'} \\ y_{11',22'} & y_{11',22'} & y_{22',22'} & y_{22',33'} \\ y_{11',22'} & y_{11',22'} & y_{22',22'} & y_{22',33'} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(۱-۶)

$$\hat{Y} = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 1' & 2' & 3' & f \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1' \\ 2' \\ 3' \\ f \end{matrix} & \begin{bmatrix} a & & & -b & & & -a+b \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & 0 \\ -b & & & d & & & -d+b \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & 0 \\ -a+b & 0 & 0 & -d+b & 0 & 0 & a-2b+d \end{bmatrix} \end{matrix}$$

برای مثال  $\hat{Y}_{31'} = Y_{31'} = -y_{11',33'}$  و  $\hat{Y}_{12'} = Y_{12'} = y_{11',22'}$ .

نکته قابل توجه اینکه زیر ماتریس پائین سمت راست در  $Y$  متناظر با آن در  $\hat{Y}$  کاملاً یکسان هستند. به علاوه سطرهای اول

به این ترتیب ماتریس تغییرات  $\Delta Y$  طبق رابطه (۱۵) به دست می‌آید. حاصل ضرب ماتریسهای روابط (۱-۴) و (۱-۵) که منجر به ماتریس واحد می‌شود تأییدی بر صحت نتایج به دست آمده است. زمانی که خط  $11'$  یک خط مستقل و بدون تزویج باشد رابطه زیر برقرار است.

$$y_{11'11'} = \frac{1}{z_{11'11'}} \quad (1-17)$$

با عنایت به رابطه (۱-۱۷) و با فرض اینکه تغییرات داده شده در رابطه (۱۵) درست باشد خواهیم داشت.

$$\hat{Y}_{11} = Y_{11} + \Delta Y_{11} = \frac{1}{z_{11'11'}} + \frac{1-r}{rz_{11'11'}} = \frac{1}{rz_{11'11'}} \quad (1-18)$$

ادمیتانس خودی گره ۱ با وجود خطای لغزنده در نقطه  $11'$  با فرض تزویج نداشتن خط  $11'$  بدون تزویج باشد همچنان صادق است.

$$\hat{Y}_{11'} = -b = -y_{11'11'} + \frac{1}{z_{11'11'}} = \quad (1-12)$$

$$Y_{11'} + \Delta Y_{11'}$$

$$\hat{Y}_{12} = -a + b = \frac{-1}{rz_{11'11'}} = \Delta Y_{12} \quad (1-13)$$

$$\hat{Y}_{1'1'} = d = b + \frac{1}{(1-r)z_{11'11'}} = \quad (1-14)$$

$$y_{11'11'} + \frac{r}{(1-r)z_{11'11'}} = Y_{1'1'} + \Delta Y_{1'1'}$$

$$\hat{Y}_{21'} = -d + b = \frac{-1}{(1-r)z_{11'11'}} = \Delta Y_{21'} \quad (1-15)$$

$$\hat{Y}_{22} = a - \gamma b + d = \frac{1}{r(1-r)z_{11'11'}} = \Delta Y_{22} \quad (1-16)$$



- 1- J. sherman and W.J.Morrison, "Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a change in One Element of a Given Matrix, "Ann. Math. Statistics, Vol. 21,pp.124-127, 1950.
- 2- O. Alsac, B. Statt, and W.F. Tinney, "Sparsity \_ Oriented Compensation Methods for Modified Network Solutions, "IEEE Trans Power Apparatus and Systems , Vol. PAS-102, pp. 1050 - 1060 , May 1983.
- 3- F.L. Alvarado, S. K. Mong , and M.K. Enns, "A Fault Program with Macros, Monitors, and Direct Compensation, "IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS -104 , pp. 1109 - 1120 , May 1985.