پایداری تیر روی تکیه‌گاههای ارتجاعی منظم تحت بار محوری فشاری

نوشته :

مهندس محمدتقی محمدی توچائی و مهندس محمد رضا مختار زاده دهقان

۱ ـ خلاصه :

این مقاله به بررسی یکی از موارد استعمال حل بروش تفاوتهای محدود در مجموعه های منظم ساختمانی منظور گردیده است، که شامل تجزیه وتحلیل پایداری ومحاسبه بار بحرانی تیر روی تکیه گاههای ارتجاعی منظم تحت بار محوری فشاری میباشد . برای حل این مجموعه ، ابتداء از معادلات شیب و تغییرمکان که برای تیر تحت بار محوری فشاری نوشته میشوند ، استفاده میشود و سپس با استفاده از تعادل تکیه گاهها و عوامل جابجائی تفاوت‌های محدود ، در رابطه بین شیب و تغییرمکان یک تکیه گاه غیرمشخص (x) ، بدست میآید . بامعرفی بسط های سینوسی و کسینوسی برای تغییرمکان و شیب ، که شرایط سرحدی را ارضاء نمایند و حل دو رابطه بدست آمده ، معادله‌ای برای محاسبه بار بحرانی کمانش، برحسب سختی تکیه گاه‌ها و تعداد آنها بدست میآید . ضمناً بمنظوراستفاده ازمعادله فوق که مقدار بار بحرانی کمانش را بدست‌میدهد، منحنی نمایش تغییرات بار بحرانی برحسب تغییرات سختی تکیه گاه‌ها برای تیر روی یک ، دو و سه تکیه گاه ارتجاعی منظم رسم شده است .

۲ ـ مقدمه :

اغلب دربررسی و تجزیه و تحلیل ساختمانها و درطرح قطعات اسکلت‌های فلزی ، مسئله کمانش و ناپایداری اعضاء مختلف، بشکلهای متفاوت پیش‌میآید، از آنجا که درجه‌اطمینان و کارکرد یک‌ساختمان به پایداری اعضاء تشکیل دهنده آن بستگی دارد ، توجه به مسئله کمانش و ناپایداری کمال اهمیت را داراست . عامل ایجاد کمانش یک عضو و یا یک موضع از یک عضو تأثیر نیروهای محوری فشاری برآن

عضو و یا موضع میباشد ، بطوریکه ناپایداری یک ساختمان و یا یک عضو ، هنگامی بوقوع میپیوندد که مقاومت آن درمقابل عوامل خارجی از بین برود ویا بعبارت دیگر ، سختی آن صفر گردد .

بسیار پیش میآید که یک عضو از یک ساختمان درنقاطی ازطول خود باعضای دیگر تکیه واتصال دارد و عمل کرد این عضوهای‌جدید همانند تأثیر تکیه گاههای باسختی‌های متفاوت میباشند . بسته به‌نحوه کارکرد این‌عضو ویاتکیه گاهها برروی عضواصلی ، نوع تکیه گاه فرق‌میکند ، بطوریکه درمواردی میتوان آنها را صلب ، ارتجاعی با سختی وغیرخطی ، از نوع فشاری یا پیچشی درنظر گرفت ولی ازآنجائیکه بیشتر ساختمانها ، به‌ویژه ساختمانهای فلزی کلاً ویادرقسمتهای متعدد بصورت منظم ساخته میشوند ، اغلب‌نوع و نحوه عمل این تکیه گاهها یکسان میباشد .

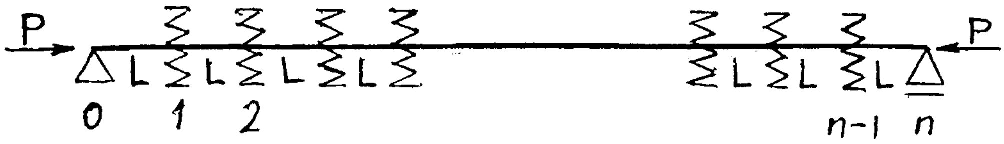
تیر روی تکیه گاههای ارتجاعی با ضریب سختی خطی نیز یکی ازاین مجموعه های منظم میباشد که بررسی پایداری آن تحت بار محوری فشاری میتواند برای تجزیه و تحلیل مجموعه های دیگر ساختمانی که قابل تبدیل به تیر روی تکیه گاه‌های ارتجاعی منظم باشد مفید واقع شود . کوششهای زیادی برای حل این نوع مسئله شده است ودراین مورد راه‌حل‌ها و روشهای متعدد بادقتهای‌متفاوت ارائه گردیده‌است. ولی این راه حلها یا درموارد خاص ویا برای تعداد معینی تکیه گاه صادق میباشند .

دراین مقاله راه حلی ارائه میگردد که مبنای آن براساس روش تفاوت‌های محدود است و برخلاف تئوریهای‌موجود، که افزایش تعداد تکیه گاه‌های بین دوتکیه گاه ابتدائی و انتهائی ، موجب بوجود آمدن اشکالاتی درحل آن میگردد ، راه حل ارائه شده مشکلاتی ازاین قبیل را در برنداشته و مقدار عملیاتی که با افزایش تعداد تکیه گاه‌ها اضافه میگردد کم و احتیاج به همان معلومات اولیه‌است بطوریکه اصل و مبنای محاسبه رابطه نهائی بار بحرانی برای کمانش تیر ، مستقل از تعداد تکیه گاهها است .

۳ ـ تجزیه وتحلیل :

۱ ـ ۳ روش حل بطریق تفاوتهای محدود .

مشخصات مجموعه موردبررسی مطابق شکل و شرایط زیر میباشد :



شکل ۱ ـ تیر روی تکیه گاههای ارتجاعی منظم تحت بار محوری فشاری

الف ـ طول کل تیر برابر l میباشد .

ب ـ مجموعه از ۱+n تکیه گاه تشکیل شده‌است که دو تکیه گاه ابتدائی و انتهائی درحالت‌خاص از نوع مفصلی ساده و بقیه دارای خاصیت ارتجاعی میباشند .

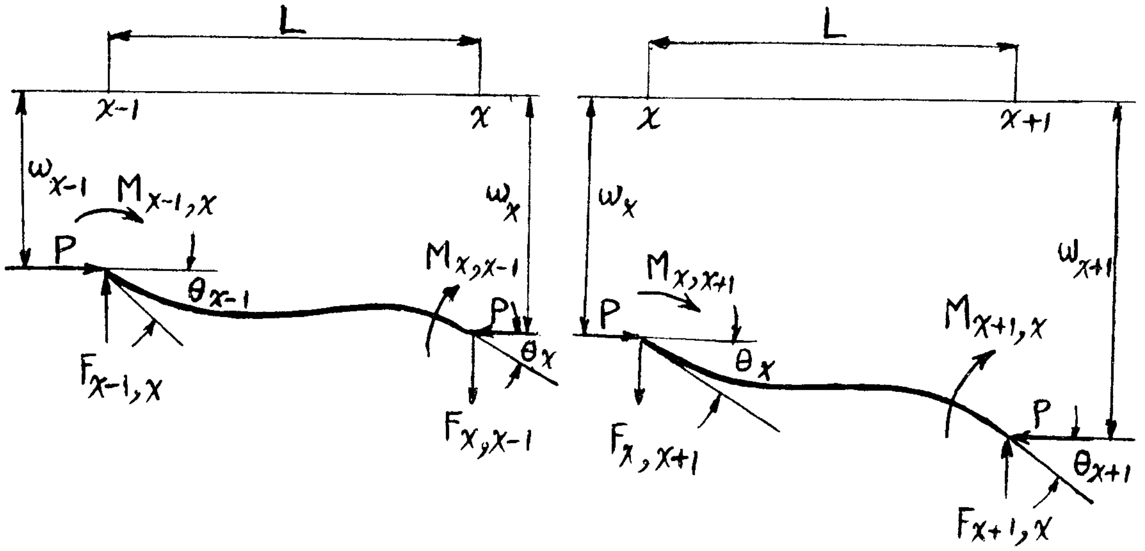
پ ـ فاصله بین دوتکیه گاه متوالی برابر L میباشد .

ت ـ سختی تکیه گاههای ارتجاعی ، یکسان و از نوع خطی و برابر K میباشد .

ث ـ صلیب خمشی EI درتمام طول تیر یکسان است .

ج ـ مجموعه تحت دونیروی‌محوری فشاری بمقدار P درتکیه گاههای ابتدائی و انتهائی قراردارد .

بطوریکه درشکل (۱) مشهوداست‌امکان کمانش درطرفین تیر وجود دارد . برای بررسی پایداری و محاسبه بار بحرانی مجموعه بالا برحسب مشخصات آن، سه تکیه گاه متوالی و غیرمشخص (۱—x) ، (x) و (۱+x) از تیر را درنظر میگیریم . شکل (۲) ، تغییرشکلها و نیروهای مثبت دراین سه تکیه گاه را نشان میدهد.



شکل ۲ - مبنای تغییر شکلها و نیروهای مثبت

معادلات زیر رابطه بین شیب و تغییرمکان، با لنگرهای خمشی موجود درسه تکیه گاه (۱—x) ، (x) و (۱+x) را هنگامیکه تیر تحت بار محوری قرارگرفته باشد ، نشان میدهند .

$$M_{x-1,x}=\frac{EI}{L}\left[s\theta_{x-1}+c\theta_x-\frac{t}{L}(\omega_x-\omega_{x-1})\right] \quad (۱)$$

$$M_{x,x-1}=\frac{EI}{L}\left[s\theta_{x}+c\theta_{x-1}-\frac{t}{L}(\omega_x-\omega_{x-1})\right] \quad (۲)$$

$$M_{x,x+1}=\frac{EI}{L}\left[s\theta_{x}+c\theta_{x+1}-\frac{t}{L}(\omega_{x+1}-\omega_{x})\right] \quad (۳)$$

$$M_{x+1,x} = \frac{EI}{L}\left[s\theta_{x+1} + c\theta_x - \frac{t}{L}(\omega_{x+1} - \omega_x)\right] \tag{٤}$$

ونیروهای برشی درطرفین تکیه گاه (x) ، باتوجه به معادلات فوق وبرقراری تعادل لنگرخمشی درتکیه گاههای (x—۱) و (x+۱) ، بصورت زیر نوشته میشوند :

$$F_{x,x-1} = -\frac{EI}{L^2}\left[t\theta_x + t\theta_{x-1} - \frac{m}{L}(\omega_x - \omega_{x-1})\right] \tag{٥}$$

$$F_{x,x+1} = \frac{EI}{L^2}\left[t\theta_x + t\theta_{x+1} - \frac{m}{L}(\omega_{x+1} - \omega_x)\right] \tag{٦}$$

که S ، C ، t و m درمعادلات بصورت زیر تعریف میشوند .

$$s = \alpha\frac{\mathrm{Sin}\alpha - \mathrm{Cos}\alpha}{2(1 - \mathrm{Cos}\alpha) - \mathrm{Sin}\alpha} \tag{٧}$$

$$c = \alpha\frac{\alpha - \mathrm{Sin}\alpha}{2(1 - \mathrm{Cos}\alpha) - \alpha\mathrm{Sin}\alpha} \tag{٨}$$

$$t = \alpha^2\frac{1 - \mathrm{Cos}\alpha}{2(1 - \mathrm{Cos}\alpha) - \alpha\mathrm{Sin}\alpha} \tag{٩}$$

$$m = \alpha^3\frac{\mathrm{Sin}\alpha}{2(1 - \mathrm{Cos}\alpha) - \alpha\mathrm{Sin}\alpha} \tag{١٠}$$

که درآنها :

$$\alpha = \frac{\pi}{n}\sqrt{\rho} \tag{١١}$$

$$\rho = \frac{P}{P_e} \tag{١٢}$$

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \tag{١٣}$$ (باراویلر)

میباشند . لازم بتذکر است هنگامیکه نیروی محوری فشاری P صفر باشد ، s ، c ، t و m دارای مقادیر زیر هستند :

$$s = 4 \quad , \quad c = 2 \quad , \quad t = 6 \quad , \quad m = 12$$

که دراین صورت معادلات از (۱) تا (٦) به معادلات ساده معمولی برای تغییر شکل یک تیر تبدیل میگردند .

تعادل تکیه گاه (x) از نظر لنگر خمشی و نیروی برشی بصورت زیر است :

$$M_{x,x-1}+M_{x,x+1}=0 \qquad (14)$$

$$F_{x,x-1}+F_{x,x+1}+K\omega=0 \qquad (15)$$

با جایگزینی معادلات (۲) و (۳) در رابطه تعادل (۱۴) و معادلات (۵) و (۶) در رابطه تعادل (۱۵) دو رابطه زیر بدست میآیند :

$$\frac{EI}{L}\left[2s\theta_x + c(\theta_{x-1}+\theta_{x+1}) - \frac{t}{L}(\omega_{x+1}-\omega_{x-1})\right]=0 \qquad (16)$$

$$\frac{EI}{L^2}\left[t(\theta_{x+1}-\theta_{x-1}) - \frac{m}{L}(\omega_{x+1}+\omega_{x-1}-2\omega_x)\right]+K\omega_x=0 \qquad (17)$$

حال با استفاده از عوامل جابجائی تفاوتهای محدود که درحالت کلی بصورت زیر تعریف میشوند .

$$E_x^r f(x)=f(x+r)$$

دو رابطه (۱۶) و (۱۷) بصورت زیر نوشته میشوند :

$$[2sL^2+cL^2(E_x+E_x^{-1})]\theta_x-[tL(E_x-E_x^{-1})]\omega_x=0 \qquad (18)$$

$$[tL(E_x-E_x^{-1})]\theta_x+\left[2m-m(E_x+E_x^{-1})+\frac{KL^3}{EI}\right]\omega_x=0 \qquad (19)$$

بایددرنظر داشت که روابط فوق بدون درنظر گرفتن شرایط سرحدی بدست آمده اند واصل اثرات متقابل ماکسول در روابط (۱۸) و (۱۹) صادق است.

دراین مرحله توابع شیب و تغییرمکان درمحل هرتکیه گاه را بصوری سری های مثلثاتی زیرتعریف میکنیم :

$$\theta_x=\sum_{i=0}^{n} B_i \operatorname{Cos}\frac{i\pi x}{n} \qquad (20)$$

$$\omega_x=\sum_{i=0}^{n} A_i \operatorname{Sin}\frac{i\pi x}{n} \qquad (21)$$

همانطوریکه دیده میشود ، انتخاب توابع فوق طوری صورت گرفته اند که شرایط سرحدی را ارضاء نمایند .

با جایگزینی روابط (۲۰) و (۲۱) در روابط (۱۸) و (۱۰) و با توجه به تأثیر عوامل جابجائی تفاوت های محدود برروی توابع فوق ، خواهیم داشت :

$$\left(2sL^2 + 2cL^2\mathrm{Cos}\ \frac{i\pi}{n}\right)B_i - \left(2tL\mathrm{Sin}\ \frac{i\pi}{n}\right)A_i = o \qquad (۲۲)$$

$$\left(-2tL\mathrm{Sin}\ \frac{i\pi}{n}\right)B_i + \left(2m - 2m\mathrm{Cos}\ \frac{i\pi}{n} + \frac{KL^3}{EI}\right)A_i = o \qquad (۲۳)$$

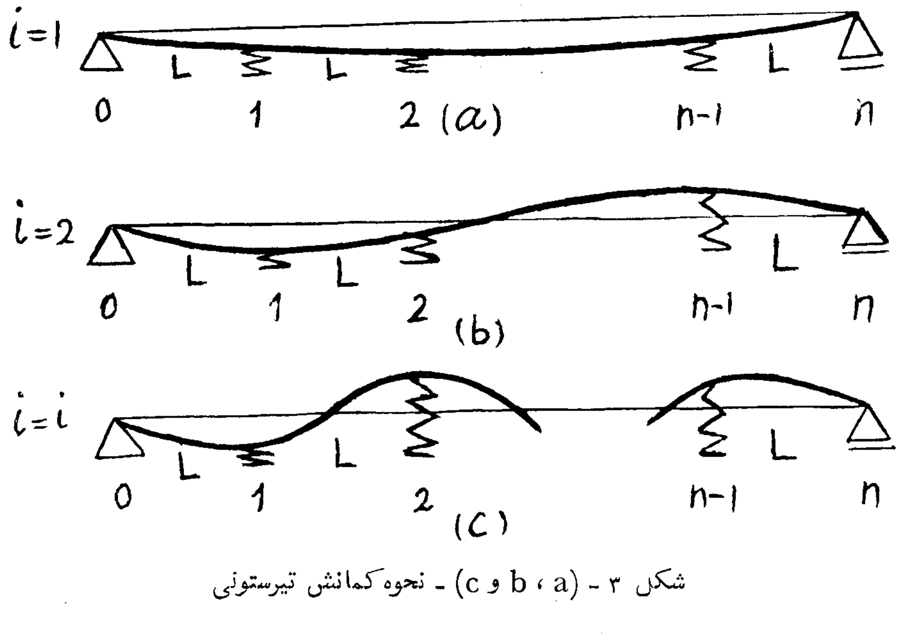
چون مقادیر شیب و تغییرمکان بوجود آمده دراثر کمانش درمحل هرتکیه گاه باهم صفر نیستند وحداقل یکی از آنها دارای مقداری مخالف صفر است ، بنابراین دومعادله (۲۲) و (۲۳) باید جواب داشته باشند وبرای این منظور باید دترمینان ضرایب A_i و B_i دراین دومعادله صفر باشد که از آن معادله غیرجبری کمانش دستگاه بصورت زیر بدست میآید :

$$\left(s + c\ \mathrm{Cos}\ \frac{i\pi}{n}\right)\left(2m - 2m\ \mathrm{Cos}\ \frac{i\pi}{n} + \frac{KL^3}{EI}\right) - 2t^2\mathrm{Sin}^2\ \frac{i\pi}{n} = o \qquad (۲٤)$$

برای یک تیر با مشخصات معین که روی $(n-1)$ تکیه گاه ارتجاعی بسختی K قرارگرفته است ، از معادله (۲٤) بازاء $i = 1, 2, \ldots, (n-1)$ ، $(n-1)$ مقدار برای α با روش تقریب و خطا و درنتیجه $(n-1)$ مقدار برای ρ بدست میآید که کوچکترین مقدار آن ، بار بحرانی کمانش P_{cr} را بدست میدهد و مقدار متناظر ، برای P_{cr} ، شکل کمانش تیر ویا بعبارت دیگر نحوه کمانش تیر را مشخص میکند. دراینجا باید متذکر شد که بازاء $i > n$ ریشه‌های معادله (۲٤) تکراری گشته و نتایج قبلی‌را بدست خواهند داد.

همانطورکه در روابط (۲۰) ذکر شد ، تغییرمکان درمحل هرتکیه گاه توسط یک سری سینوسی بیان گردیده است که بسط آن بصورت زیر است :

$$\omega_x = A_1\mathrm{Sin}\ \frac{\pi x}{n} + A_2\mathrm{Sin}\ \frac{2\pi x}{n} + \cdots + A_{n-1}\mathrm{Sin}\ \frac{(n-1)\pi x}{n} \qquad (۲۵)$$



شکل ۳ - (a ، b و c) - نحوه کمانش تیرستونی

هر کدام از جمله های رابطه (۲۵) معرف یک نحوه کمانش بازاء یک مقدار i میباشد که شکل آنها در بالا نشان داده شده است که طول موج منحنی شکل تیر در مورد نحوه i ام برابر $\frac{2l}{i}$ میباشد . توجه آنکه برای تعیین تغییر مکان درمحل تکیه گاه ، مثلاً x ام ، قاعدتاً میبایست مقادیر تمام جملات رابطه (۲۵) را بازاء مقدار x تعیین و با یکدیگر جمع نمود ، ولی همانطور که ذکر شد ، معادله (۲۴) برای یک مقدار سختی K و بار بحرانی کمانش مربوطه ، فقط بازاء یک مقدار i صدق میکند ، بنابراین از جملات موجود در رابطه (۲۵) ، فقط یک جمله وجود دارد که معرف کمانش تیر است و فقط بیک نحوه کمانش مربوط میگردد . بعبارت دیگر بازاء مشخصات معینی از تیر ، برای سختی های مختلف تکیه گاه ارتجاعی ، ممکن است کمانش درچند نحوه مختلف انجام گیرد (به منحنی های ضمیمه شده درانتهای مقاله مراجعه شود) .

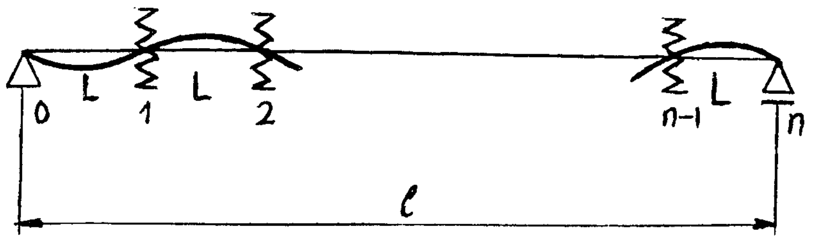
۲ ـ ۳ ـ بحث درمورد K :

هنگامیکه $K=0$ باشد ، یعنی هیچ نوع تکیه گاهی بین دو تکیه گاه ابتدائی و انتهائی وجود نداشته باشد از معادله (۲۴) بازاء $i=1$ ، جواب $\rho=1$ بدست میآید و شکل تیر از رابطه زیر نتیجه میشود :

$$\omega = A_1 \operatorname{Sin} \frac{\pi x}{n} = A_1 \operatorname{Sin} \frac{\pi \bar{x}}{l} \qquad (26)$$

که (x) نمایش یک عدد صحیح برابر $\left(\frac{\bar{x}}{L}\right)$ است ، که x فاصله طولی یک نقطه را از تکیه گاه ابتدائی نشان میدهد . چنانکه ملاحظه میشود ، رابطه کمانش بدست آمده همان رابطه ساده کمانش یک تیر روی دوتکیه گاه مفصلی ساده در دو انتها میباشد .

هنگامیکه $K=\infty$ گردد ، مسأله کمانش تیر روی تکیه گاه های ارتجاعی منظم ، به کمانش تیر روی چندین تکیه گاه صلب منظم تبدیل میشود ، ولی یک نکته مهم ، که از معادله (۲۴) نتیجه میشود وجود دارد که معرف این حقیقت است که برای عمل کرد تیر ، همانند تیر روی تکیه گاههای صلب ، احتیاجی به سختی بینهایت برای تکیه گاههای ارتجاعی نیست و همیشه بازاء یک مقدار از سختی تکیه گاه (برای تعداد تکیه گاههای معین و برای تیر مشخص) حالت نهائی کمانش مطابق شکل (۴) میباشد ، که تکیه گاههای ارتجاعی همانند تکیه گاه صلب عمل میکنند .



شکل ۴ ـ نحوه کمانش تیر ستونی متناظر «کمانش» سختی می‌نیمم معادل نحوه نهائی

بنابراین برای اینکه نحوه کمانش تیر مطابق شکل (٤) باشد ، خواهیم داشت :

$$P=n^{2}P_e \Longrightarrow \rho=n^{2} \Longrightarrow \alpha=\pi \Longrightarrow s=\frac{\pi^{2}}{4} \quad , \quad c=\frac{\pi^{2}}{4} \quad , \quad t=\frac{\pi^{2}}{2}$$

$$m=0$$

معادله (٢٤) را میتوان بصورت زیر خلاصه کرد :

$$\left(2sm+\frac{\pi^{2}}{n^{2}}s\frac{Kl}{P_e}-2t^{2}\right)+\left(-2sm+2cm+\frac{\pi^{2}}{n^{2}}c\frac{Kl}{P_e}\right)\cos\frac{i\pi}{n}+\left(-2mc+2t^{2}\right)\cos^{2}\frac{i\pi}{n}=0 \qquad (٢٧)$$

با جایگزینی مقادیر s ، c ، t و m درمعادله (٢٧) بیشترین مقدار $\frac{Kl}{P_e}$ برای نحوه کمانش بازاء $i=n-1$ ، یا اولین مقدار $\frac{Kl}{P_e}$ برای کمانش تیر مطابق شکل (٤) بصورت زیر بدست میآید :

$$\frac{Kl}{P_e}=4n^{2}\sin^{2}\left(\frac{n-1}{2n}\right)\pi \qquad (٢٨)$$

بازاء $i=n$ از معادله (٢٧) خواهیم داشت :

$$(s-c)\left(4m+\frac{\pi^{2}}{n^{2}}\frac{Kl}{P_e}\right)=0 \qquad (٢٩)$$

از معادله (٢٩) نتیجه میشود که بازاء کلیه مقادیر $\frac{Kl}{P_e}$ ، مقدار $P=n^{2}P_e$ بدست میآید . بنابراین باتوجه به معادله (٢٧) نتیجه میشود که با افزایش $\frac{Kl}{P_e}$ از مقدار بدست آمده توسط رابطه (٢٨) ، مقدار بار بحرانی کمانش برابر $n^{2}P_e$ بوده (بازاء مقادیر دیگر $i(i\neq n)$ ، مقدار $P>n^{2}P_e$ میباشد) وثابت باقی میماند و نحوه کمانش تیر نیز با افزایش سختی تکیه گاهها بازاء $i=n$ میباشد . این مقدار K را که برای تیر مشخص با تکیه گاههای معین بدست میآید به $K_{\underset{\infty}{min}}$ نشان داده و « سختی می‌نیمم معادل نحوه نهائی کمانش » مینامیم دراین‌صورت با توجه به رابطه (٢٨) خواهیم داشت :

$$K_{\underset{\infty}{min}}=\frac{nP}{\xi l} \qquad (٣٠)$$

درآن $P=n^{2}P_e$ و ξ که یک مقدار عددی است از رابطه زیر بدست میآید :

$$\xi=\frac{1}{4\sin^{2}\left(\frac{n-1}{2n}\right)\pi} \qquad (٣١)$$

حد ξ وقتیست که تعداد دهانه‌ها یعنی n بسمت بینهایت میل کند که دراین‌صورت خواهیم داشت :

$$\lim_{n \to \infty} \xi = ۰٫۲۵ \qquad (۳۲)$$

بنابراین زمانی که تعداد تکیه گاههای ارتجائی افزایش یابد میتوان برای تعیین $\left(\frac{Kl}{P_e}\right)_{\infty}^{min}$ که از فرمول (۲۸) بدست میآید ، بطور تقریب از فرمول زیر بدست آورد :

$$\left(\frac{Kl}{P_e}\right)_{\infty}^{min} \approx ۴n^{۲} \qquad (۳۳)$$

که تنها به تعداد تکیه گاهها بستگی دارد .

برای فهم بیشتر مطالب فوق ، منحنی نمایش تغییرات $\frac{P_{cr}}{P_e}$ برحسب تغییرات $\frac{Kl}{P_e}$ برای $n = ۲, ۳, ۴$ ، با استفاده از معادله (۲۷) درانتهای مقاله ضمیمه شده است . نحوه کمانش که بازاء سختی تکیه گاهها تغییر میکنند نیز درمنحنیها نشان داده شده است .

۳ ـ نتیجه :

دراین مقالـه نشان داده شد که میتوان با استفاده از روش تفاوتهای محدود و سریهـای مثلثاتی ، مسئله تعیین بار بحرانی کمانش مربوط به تیر روی تکیه گـاههای ارتجاعی منظم را که تعداد تکیه گاههای آن بتواند دلخواه انتخاب شود ، حل نمود و معادله کلی برای محاسبه بار بحرانی کمانش ، برحسب تعداد و مقدار سختی تکیه گاهها بدست آورد . برتری این راه حل ازنقطه نظر تسریع محاسبات و دقت درجوابهای بدست آمده میباشد ، بطوریکـه میتوان با استفاده از ماشین های محاسب ، تغییرات بـار بحرانی را برحسب تغییرات سختی تکیه گاهها برای هرتعداد تکیه گاه ، تنها بکمک یک معادله کلی بآسانی رسم نمود ونحوه‌های مختلف کمانش را که برحسب سختی تکیه گاهها تغییرمیکنند ، تعیین نمود و مقدار می‌نیمم سختی تکیه گاهها را که موجب میگردد تاتکیه گاههای ارتجاعی همانند تکیه گاههای صلب عمل کنند ، بوسیله فرمولی بدست آورد . حال آنکه چنین سرعت عمل ودقتی بوسیله روش های کلاسیک، بویژه موقعی که تعداد تکیه گاههای ارتجاعی افزایش یابند ، مشاهده نمیشود . بطوریکه از منحنی های رسم شده نتیجه میشود ، میتوان بوسیله آنها مقدار سختی تکیه گاهها را کـه باعث تغییر نحوه کمانش میشود و مقدار بار بحرانی کمانش را برحسب مشخصات معینی از تیر و تکیه گاه‌ها بدست آورد .

ضمیمه

نشانه‌ها :

P ـ نیروی محوری فشاری د تیرستونی

n ـ عامل معرف تعداد تکیه گاهها (عدد صحیح)

L ـ فاصله بین دوتکیه گاه متوالی یا دهانه

l ـ طول کل تیرستونی

K ـ ضریب سختی تکیه گاه ارتجاعی

x ـ عامل متغیر و معرف شماره تکیه گاه‌ها (عدد صحیح)

ω ـ تغییرمکان قائم تکیه گاه

θ ـ شیب تکیه گاه

$F_{i,j}$ ـ نیروی برشی درتکیه گاه i نسبت به‌تکیه گاه j

$M_{i,j}$ ـ لنگر خمشی درتکیه گاه i نسبت به‌تکیه گاه j

s, c, m, t ـ ضرایب پایداری

ρ ـ نسبت بار محوری فشاری به‌بار اویلر

P_e ـ بار اویلر

E_x , E_x^{-1} ـ عوامل جابجائی تفاوت‌های محدود

i ـ اندیس متغیر درتوابع مختلف (عدد صحیح)

B_i ـ دامنه توابع مثلثاتی در رابطه شیب

A_i ـ دامنه توابع مثلثاتی در رابطه تغییرمکان

P_{cr} ـ بار بحرانی کمانش

$K_{\underset{\infty}{min}}$ ـ ضریب سختی می‌نیمم معادل نحوه نهائی کمانش

ξ ضریب عددی

فهرست مراجع

1 — S. P. Tinoshenko
Theory of Elastic Stability.
Mc. Graw-Hill Book Comany INC.

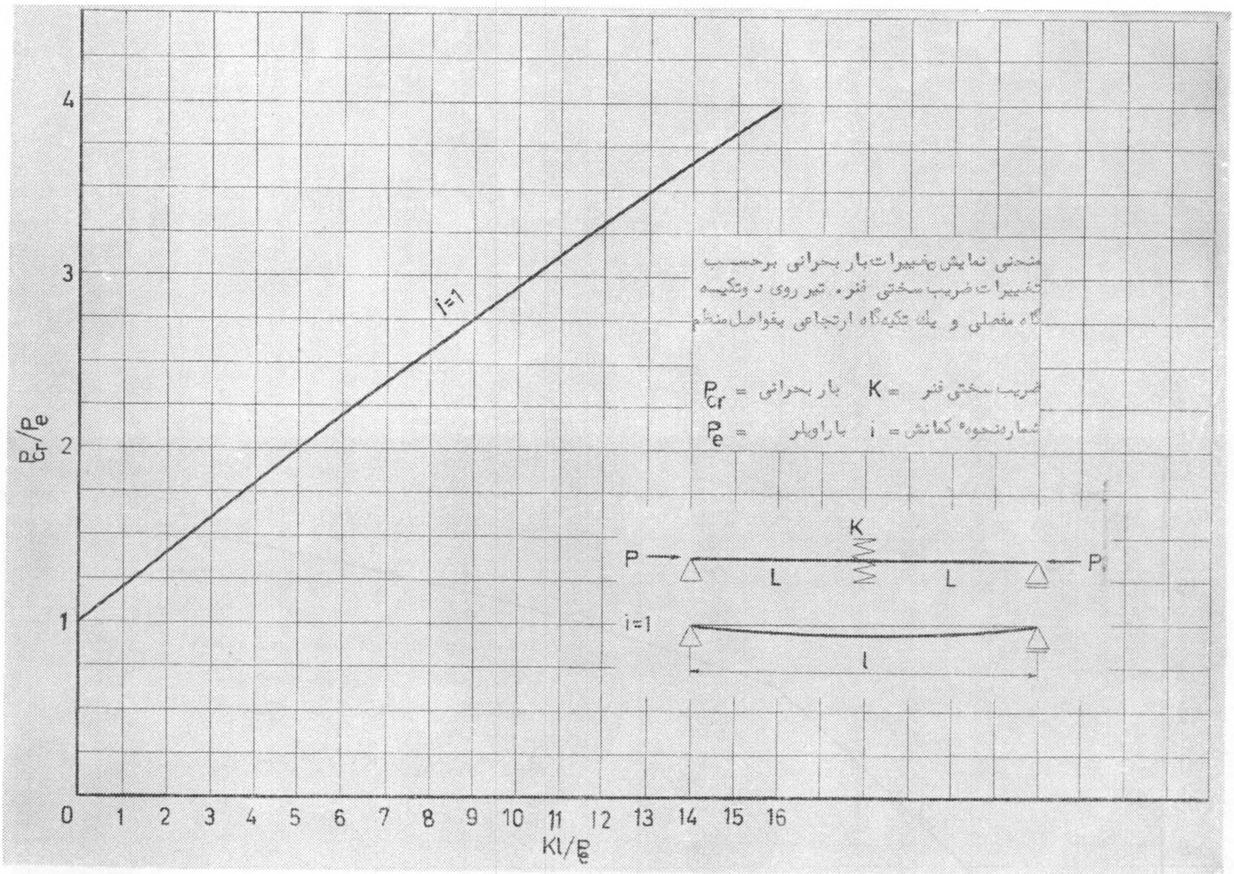
2 — F. Bleich
Buckling Strength of Melal Structures.
Mc. Graw-Hill Book Company INC.

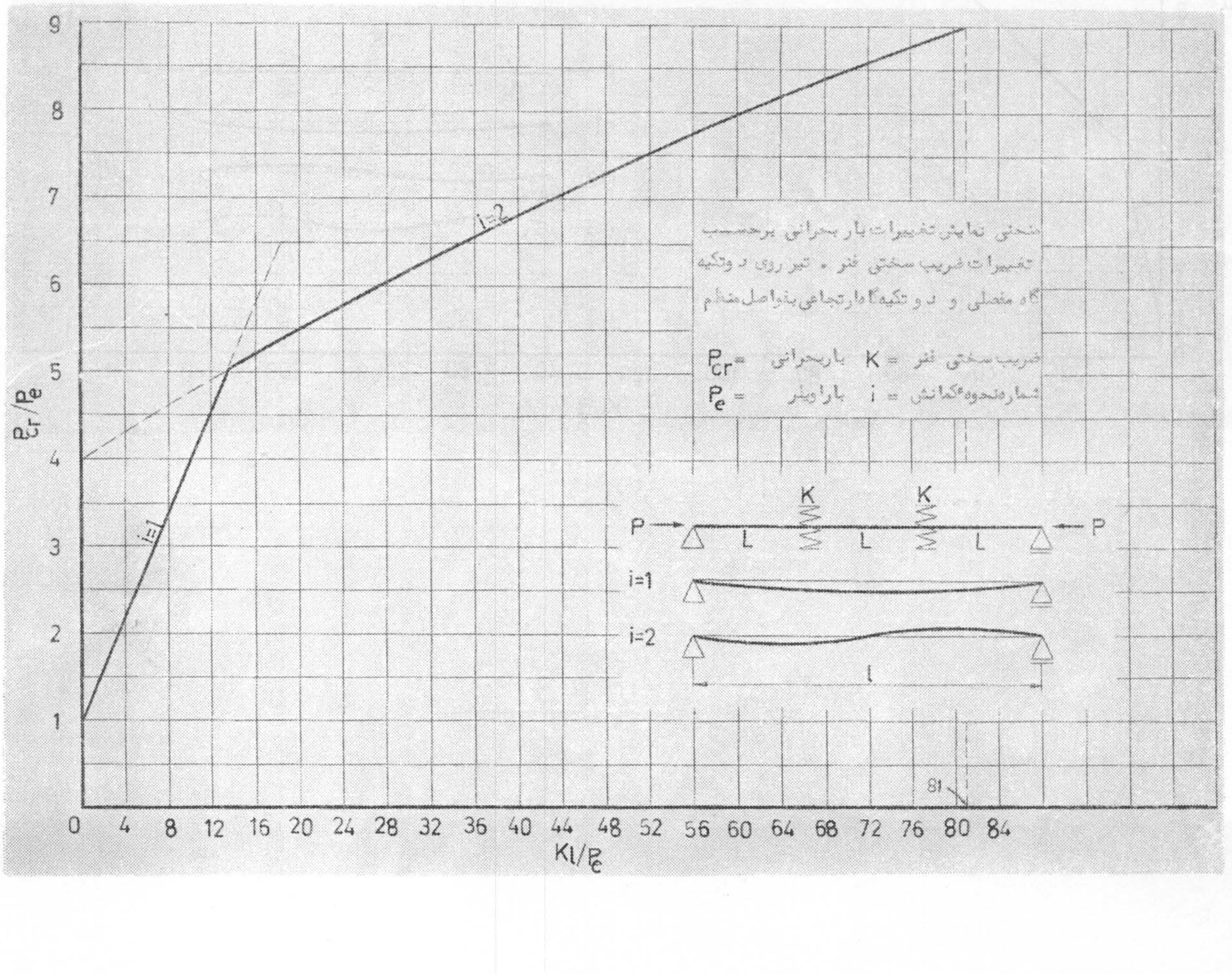
3 — Horne and Merchant (1965)
The Stability of Frames Pergamon Press Oxford.

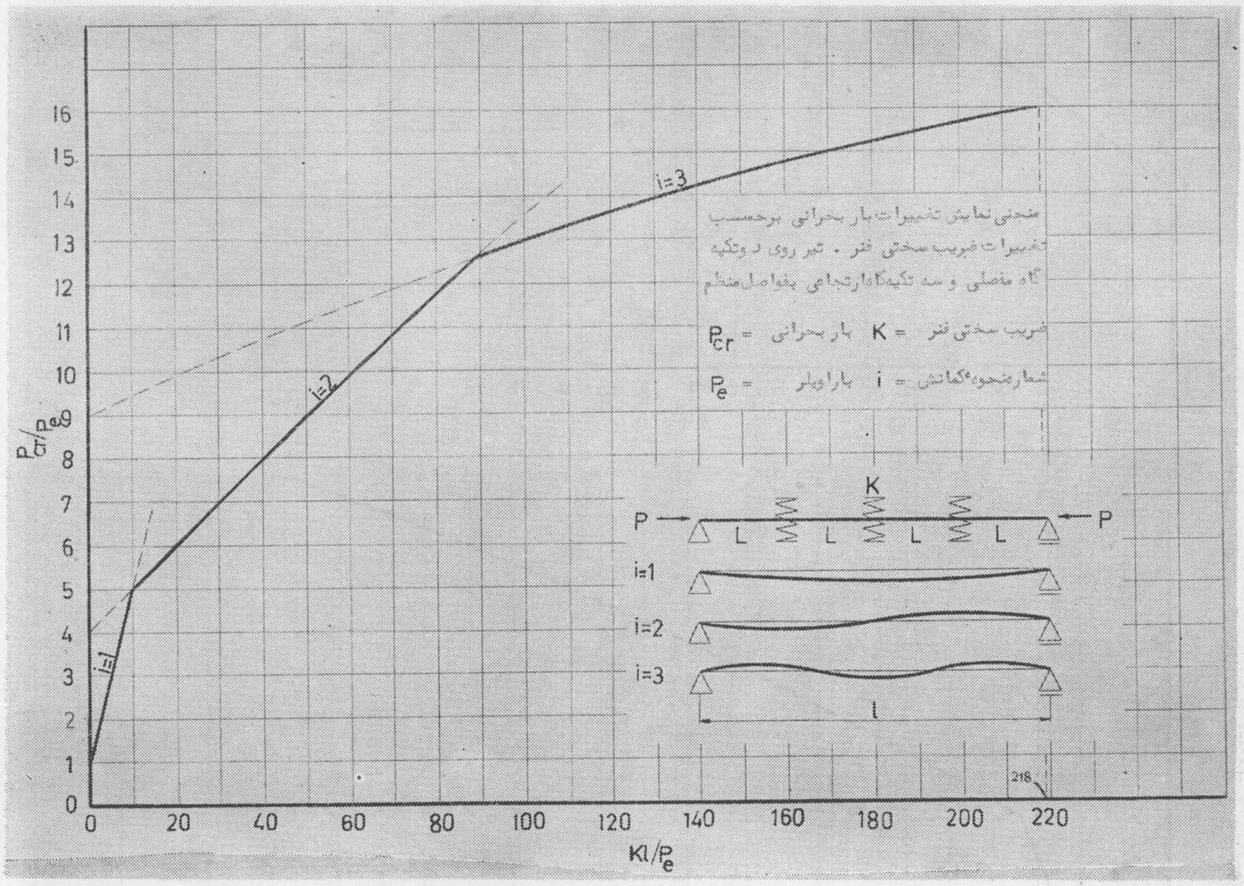
٤ ـ محمد رضا مختار زاده دهقان و محمدتقی محمدی توچائی
استاتیک و پایداری استوانه های مشبک
پروژه سال آخر مهندسی در دانشکده مکانیک دانشگاه آریامهر
تیرماه ۱۳٤۹

سپاسگزاری

مقاله فوق چکیده قسمتی از پروژه تحقیقاتی سال آخر مهندسی نویسندگان میباشد که در دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی آریامهر، تحت نظارت آقای دکتر مارکار گریگوریان انجام و مورد قبول واقع شده است. بدین وسیله از راهنمائیهای ایشان قدردانی میشود.


منحنی نمایش تغییرات بار بحرانی برحسب
تغییرات ضریب سختی فنر . تیر روی دو تکیه
گاه مفصلی و یک تکیه‌گاه ارتجاعی بفواصل منظم
P_{cr} = بار بحرانی K = ضریب سختی فنر
P_e = بار اویلر i = شماره نحوه کمانش
P
K
L
L
P
i=1
l
i=1
P_{cr}/P_e
Kl/P_e
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
1
2
3
4


منحنی نمایش تغییرات بار بحرانی برحسب
تغییرات ضریب سختی فنر . تیر روی دو تکیه
گاه مفصلی و دو تکیه‌گاه ارتجاعی بفواصل منظم
P_{cr} = بار بحرانی K = ضریب سختی فنر
P_e = بار اویلر i = شماره نحوه کمانش
P
K
K
L
L
L
P
i=1
i=2
l
i=1
i=2
81
P_{cr}/P_e
Kl/P_e
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
44
48
52
56
60
64
68
72
76
80
84
1
2
3
4
5
6
7
8
9



منحنی نمایش تغییرات بار بحرانی برحسب تغییرات ضریب سختی فنر . تیر روی د وتکیه گاه مفصلی و سه تکیه‌گاه ارتجاعی بفواصل منظم
P_{cr} = بار بحرانی
K = ضریب سختی فنر
P_e = بار اویلر
i = شمار نحوه کمانش
i=1
i=2
i=3
P
K
L
l
218
P_{cr}/P_e
Kl/P_e
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16