

## تحلیل شکل‌دهی انفجاری و بدون قالب ورق‌های مدور دولایه با استفاده از اصل پایستاری انرژی

غلامحسین لیاقت<sup>۱\*</sup> و سعید زرگرآزاد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استاد بخش مهندسی مکانیک - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه تربیت مدرس

<sup>۲</sup>دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت ۸۴/۷/۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۶/۶/۳۰، تاریخ تصویب ۸۶/۷/۷)

### چکیده

در این مقاله با ارائه یک روش تحلیلی بسیار ساده و در عین حال جامع، فرآیند شکل‌دهی انفجاری و بدون قالب یک ورق مدور دولایه مورد بررسی قرار می‌گیرد. استفاده از اصل پایستاری انرژی، مبنای روش تحلیلی بکاررفته است. با استخراج ممان پلاستیک و نیروی پلاستیک سطح مقطع ورق دولایه نشان داده می‌شود که برای مساله فوق به‌سادگی می‌توان از معادلات حاکم بر رفتار یک ورق ساده در برابر بارگذاری انفجاری استفاده نمود. پیش‌بینی مقدار جابجایی مرکز ورق و پروفیل تغییر شکل آن، تعیین مدت زمان انجام فرآیند شکل‌دهی، امکان بررسی اثرات نیروها و ممان‌های داخلی بر رفتار ورق، در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش بالا و نیز اثر اینرسی دورانی ورق، از قابلیت‌های مهم تحلیل ارائه شده است.

### واژه‌های کلیدی:

### مقدمه

ورق‌ها از تنوع زیادی برخوردارند. به‌عنوان مثال دسته‌ای از محققین با استفاده از معادلات اندازه حرکت به بررسی رفتار دینامیک - پلاستیک ورق در دو یا سه بازه زمانی مختلف پرداخته‌اند [۶]، [۷] و [۸]. روش‌های بکار رفته در تحلیل‌های مذکور در زمانی که تغییر شکل ورق نسبتاً بزرگ باشد، از پیچیدگی‌های قابل ملاحظه‌ای برخوردارند.

عده دیگری از محققین استفاده از روش‌های انرژی را مورد توجه قرار داده‌اند [۱]، [۴]، [۹] و [۱۱]. مزیت مهم روش‌های فوق آن است که می‌توان بدون وارد شدن به جزئیات مربوط به حرکت لولای پلاستیک در ورق، نتایج قابل قبولی بدست آورد [۵]. تحلیل ارائه شده در این مقاله نیز از روش فوق بهره برده است. ضمن آنکه روش بکاررفته دارای دو ویژگی مهم می‌باشد:

۱- روش بکار رفته در عین سادگی از جامعیت مطلوبی برخوردار است. در نظر گرفتن همزمان نیروهای غشائی و ممان‌های خمشی، محاسبه اثر ناشی از اینرسی دورانی المان‌های دیسک<sup>۱</sup> و نیز امکان بررسی اثر نرخ کرنش بر رفتار پلاستیک ماده از این جمله‌اند.

۲- بررسی اثرات زیر بر رفتار پلاستو دینامیک ورق به

شکل‌دهی بدون قالب ورق‌های مدور یکی از رایج‌ترین کاربردهای فرآیند شکل‌دهی انفجاری است. استفاده از روش فوق در ساخت برخی از تجهیزات مورد استفاده در صنایع شیمیایی که از ورق‌های دولایه تشکیل شده‌اند، مورد توجه قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به ساخت سرپوش مخازن بزرگ و حاوی مواد خورنده، رینگ‌های دو یا سه جنسی و قسمت‌هایی از مبدل‌های حرارتی اشاره نمود.

در زمینه شکل‌دهی انفجاری ورق‌های ساده و یک لایه تحقیقات تجربی و تئوری گسترده‌ای صورت گرفته است. پیش‌بینی تغییر مکان ورق و پروفیل تغییر شکل آن با توجه به اندازه ضربه ناشی از موج انفجار، هدف عمده از بکارگیری روش‌های تحلیلی در موارد فوق است. اما هیچ‌گونه تحقیق تئوری در زمینه شکل‌دهی انفجاری ورق‌های دولایه موجود نیست. این درحالی است که برای تحلیل رفتار ورق‌های دولایه در فرآیند شکل‌دهی انفجاری می‌توان با انجام تغییراتی ساده، از روابط حاکم بر رفتار پلاستو - دینامیک ورق‌های ساده استفاده نمود.

مطالعات صورت گرفته بر روی رفتار پلاستو - دینامیک

مکان مرکز ورق در لحظه  $t$  بوده،  $\phi(r)$  نیز تابع شکل ورق<sup>۲</sup> می‌باشد. اگر تابع  $\phi(r)$  مشخص باشد، می‌توان با استفاده از اصل بقای انرژی به معادله دیفرانسیلی دست یافت که تنها مجهول آن  $u_0(t)$  باشد.

لازم به ذکر است تابع  $\phi(r)$  بایستی متناسب با تغییر شکل نهایی ورق و نیز شرایط تکیه‌گاهی انتخاب گردد. در جدول (۱) برخی از توابع شکل مناسب برای یک ورق مدور با لبه آزاد یا گیردار فهرست شده‌اند [۱-۲] و [۸].

جدول ۱: توابع شکل مورد استفاده در رابطه (۱).

$\phi(r)$	شرایط مرزی
$\frac{1}{2}[1 + \cos(\pi r/R)]$	گیردار (قابلیت تغییر علامت انحنای راستای شعاعی)
$\cos(\pi r/2R)$	گیردار (منحنی کسینوسی)
$1 - r/R$	گیردار (مناسب تغییر شکل مخروطی)
$1 - (r/R)^2$	گیردار (سهموی)
$1 - (r/R)^3$	گیردار (درجه سه)
$\frac{1}{3}[3 - r/R - (r/R)^2 - (r/R)^3]$	آزاد

### اصل پایداری نرخ تغییرات انرژی (معادله شدت)

بر طبق اصل پایداری نرخ تغییرات انرژی، در حین تغییر شکل ورق همواره معادله زیر برقرار است [۱]:

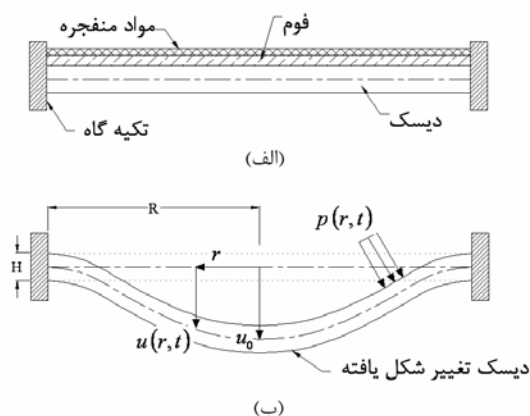
$$\dot{W}_e(t) = \dot{E}_c(t) + \dot{W}_p(t) \quad (۳)$$

که  $\dot{W}_e$  نرخ کار خارجی انجام شده توسط فشار  $p$  در لحظه  $t$ ،  $\dot{E}_c$  نرخ تغییرات انرژی جنبشی در لحظه  $t$  و  $\dot{W}_p$  نرخ کار ناشی از تغییر شکل پلاستیک (یا انرژی کرنشی پلاستیک) می‌باشد. هر یک از پارامترهای فوق را می‌توان برحسب تابع تغییر مکان  $u(r,t)$  بازنویسی نمود [۵]. از آنجایی که  $u(r,t) = u_0(t)\phi(r)$  بوده، تابع شکل  $\phi(r)$  مطابق با جدول (۱) مشخص است، تنها مجهول معادله فوق، ترم  $u_0(t)$  یا همان خیز نقطه میانی ورق در لحظه  $t$  خواهد بود.

### محاسبه نرخ کار خارجی

با توجه به متقارن بودن بارگذاری وارده، پروفیل فشار

سادگی امکان‌پذیر است: شرایط تکیه‌گاهی، توزیع فشار بر روی دیسک و چگونگی تغییرات فشار بر حسب زمان در این مقاله ابتدا با استفاده از روش انرژی، چگونگی تغییر شکل یک ورق ساده مدور در فرآیند شکل دهی انفجاری مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس نحوه تعمیم نتایج تحلیل فوق به ورق‌های دولایه مورد کنکاش قرار می‌گیرد. در انتها نزدیکی نتایج بدست آمده با نتایج تجربی و نتایج حاصل از شبیه سازی در نرم‌افزار Ansys-Ls Dyna نشان داده خواهد شد.



شکل ۱: (الف) شکل دهی انفجاری و بدون قالب یک ورق مدور ساده (ب) بارگذاری و تابع تغییر مکان با فرض تقارن محوری.

### تحلیل فرآیند شکل دهی انفجاری ورق مدور ساده

مطابق شکل (۱)، دیسکی به شعاع  $R$  و ضخامت  $H$  تحت اثر موج ناشی از انفجار، تغییر شکل پلاستیک می‌دهد. با فرض متقارن بودن شرایط بارگذاری و تکیه‌گاهی، کلیه پارامترها از جمله تابع تغییر مکان دیسک، مستقل از متغیر زاویه‌ای  $\theta$  در دستگاه مختصات استوانه‌ای  $(r, \theta, z)$  هستند. از طرف دیگر مقدار تغییر مکان در راستای شعاعی نسبت به تغییر مکان در راستای عرضی بسیار ناچیز است [۲]، [۵]، [۸-۹]. بنابراین تابع تغییر مکان صفحه میانی دیسک تنها مولفه‌ای در راستای عرضی دارد که آن نیز صرفاً تابعی از متغیر شعاعی  $r$  و زمان  $t$  می‌باشد. پس:

$$u = u(r,t) \quad (۱)$$

با فرض آن که:

$$u(r,t) = u_0(t)\phi(r) \quad (۲)$$

که  $u_0(t)$  مطابق شکل (۱) نشان دهنده مقدار تغییر

می‌آید:

$$E_c^r(t) = \frac{\rho\pi H^3}{12} \int_0^R \left( \frac{\dot{u}_0 \phi'}{1+u_0^2 \phi'^2} \right) r dr \quad (۹)$$

بنابراین نرخ تغییرات انرژی جنبشی ورق با جمع معادلات (۶) و (۹) و مشتق‌گیری از آنها نسبت به زمان بدست می‌آید. واضح است که در معادلات فوق تنها پارامتر وابسته به زمان،  $u_0$  و مشتقات آن است. پس:

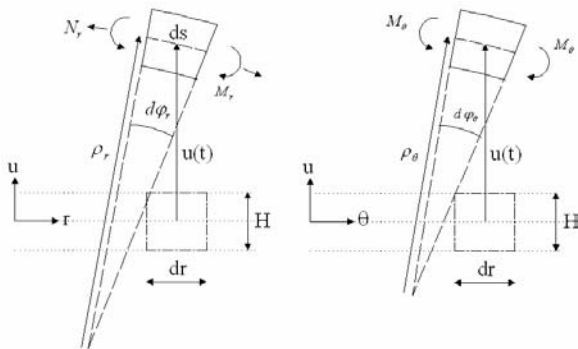
$$\dot{E}_c^t(t) = 2\pi\rho H \dot{u}_0 \int_0^R \phi^2 r dr \quad (۱۰)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_c^r(t) &= \frac{\rho\pi H \dot{u}_0 \ddot{u}_0}{6} \int_0^R \frac{\phi'^2}{(1+u_0^2 \phi'^2)^2} r dr \\ &\quad - \frac{\rho\pi H u_0 \dot{u}_0^3}{3} \int_0^R \frac{\phi'^4}{(1+u_0^2 \phi'^2)^3} r dr \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\dot{E}_c(t) = \dot{E}_c^t(t) + \dot{E}_c^r(t) \quad (۱۲)$$

### محاسبه نرخ انرژی کرنشی پلاستیک:

انرژی کرنشی پلاستیک ورق در حقیقت کار ناشی از نیروها و ممان‌های داخلی، در حین تغییر شکل پلاستیک است. برای یک ورق مدور، تحت بارگذاری متقارن محوری، این نیروها عبارتند از: نیروی شعاعی  $N_r$ ، نیروی مماسی  $N_\theta$  و نیروی برشی  $Q_r$  و ممان‌های شعاعی  $M_r$  و مماسی  $M_\theta$ .



شکل ۲: المان تغییر شکل یافته ورق مدور در دو صفحه  $r$  و  $\theta$ .

بر طبق مرجع [۸] زمانی که  $R/H > 2$ ، می‌توان از کار ناشی از نیروی برشی  $Q_r$  صرف‌نظر نمود. همچنین مطابق با مراجع [۱] و [۴] کار ناشی از نیروی  $N_\theta$  قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد، زیرا کرنش محیطی  $\epsilon_\theta$  در صفحه میانی ورق ناچیز است. حال با توجه به شکل (۲) محاسبه کار ناشی از نیروهای داخلی امکان‌پذیر خواهد بود. با توجه به شکل فوق کار نیروی شعاعی برابر است با:

وارد بر دیسک به صورت تابع زیر خواهد بود:

$$p = p(r, t) = p_1(r) p_2(t) \quad (۴)$$

همان طور که ملاحظه می‌شود در اینجا نیز می‌توان تابع فشار را همانند تابع تغییر مکان ورق به صورت حاصل ضرب دو تابع جداگانه در نظر گرفت. تابع  $p_1(r)$  می‌تواند نمایانگر یک پروفیل فشار یکنواخت، خطی و ... باشد. همچنین می‌توان موج انفجار را با استفاده از تابع  $p_2(t)$  به صورت یک موج ایمپالس مربعی<sup>۳</sup> یا یک پالس خطی<sup>۴</sup> و یا نمایی مدل کرد. در هر صورت مقدار نرخ کار خارجی صورت گرفته در لحظه  $t$  برابر می‌شود با:

$$\dot{W}_e(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^R p(r, t) \frac{\partial u(r, t)}{\partial t} r dr d\theta \quad (۵)$$

$$= 2\pi p_2(t) \dot{u}_0(t) \int_0^R p_1(r) \phi(r) r dr$$

که  $\dot{u}_0(t)$  سرعت مرکز ورق در لحظه  $t$  است.

### محاسبه نرخ تغییرات انرژی جنبشی

انرژی جنبشی ورق از مولفه‌های ناشی از حرکت انتقالی و دورانی المان‌های ورق تشکیل شده است. انرژی جنبشی ناشی از حرکت انتقالی در هر یک از المان‌های یک ورق مدور ساده برابر است با:

$$dE_c^t = \frac{1}{2} dm \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho H [\dot{u}_0(t) \phi(r)]^2 r dr \quad (۶)$$

$$\Rightarrow E_c^t(t) = \pi\rho H \dot{u}_0^2 \int_0^R \phi^2 r dr$$

که  $\rho$  چگالی ورق و  $E_c^t$  مجموع انرژی جنبشی ناشی از حرکت انتقالی است که با انتگرال‌گیری بر روی سطح ورق حاصل شده است. از طرف دیگر انرژی جنبشی ناشی از حرکت دورانی المان‌های ورق مدور برابر است با:

$$dE_c^r = \frac{1}{2} dI \dot{\Theta}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho H^3}{12} \right) \dot{\Theta}^2 \quad (۷)$$

که  $dI$  ممان اینرسی المانی از ورق در امتداد محیطی<sup>۵</sup> و گذرنده از مرکز جرم آن است.  $\dot{\Theta}$  نیز سرعت زاویه‌ای المان فوق نسبت به امتداد محیطی است که توسط عبارت زیر با تابع تغییر مکان مرتبط می‌گردد:

$$\Theta = \text{Arc tan} \left( \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} \right) = \text{Arc tan} (u_0 \phi') \quad (۸)$$

که  $\phi'$  مشتق تابع شکل نسبت به مختصه شعاعی  $r$  است. با جایگذاری عبارت فوق در معادله (۷) و انتگرال‌گیری از آن بر روی سطح ورق، نهایتاً مجموع انرژی جنبشی ناشی از حرکت دورانی المان‌های ورق بدست

و  $\rho_\theta$  شعاع انحنای مربوطه (معکوس انحنای محیطی ورق:  $\kappa_\theta$ ) است (شکل ۲). مشتق گیری از معادله فوق، نرخ کار انجام شده توسط ممان محیطی را بدست خواهد داد:

$$\dot{W}_p^{Mt} = 2\pi \int_0^R M_\theta \dot{\kappa}_\theta r dr \quad (23)$$

$$\kappa_\theta = -\frac{u_0 \phi'}{r(1+u_0^2 \phi'^2)^{1/2}} \quad (24)$$

$$\dot{\kappa}_\theta = \frac{u_0^2 \dot{u}_0 \phi'^3}{r(1+u_0^2 \phi'^2)^{3/2}} - \frac{\dot{u}_0 \phi'}{r(1+u_0^2 \phi'^2)^{1/2}} \quad (25)$$

بدین ترتیب باجمع معادلات (۱۵)، (۱۷) و (۲۳) مجموع نرخ انرژی کرنشی پلاستیک ورق مدور بدست خواهد آمد.

$$\dot{W}_p = \dot{W}_p^{Nr} + \dot{W}_p^{Mr} + \dot{W}_p^{Mt} \quad (26)$$

در نهایت جایگذاری معادلات (۵)، (۱۲) و (۲۶) در عبارت (۳)، منجر به ایجاد یک معادله دیفرانسیلی غیر خطی خواهد شد که تنها مجهول آن  $u_0(t)$  است. معادله مذکور به شکل کلی زیر خواهد بود:

$$f(u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0) = 0 \quad (27)$$

شرایط اولیه معادله دیفرانسیل فوق عبارت است از:

$$u_0|_{t=0} = 0 \quad \dot{u}_0|_{t=0} = 0 \quad (28)$$

حل معادله دیفرانسیل غیر خطی بالا به روش عددی و با استفاده از نرم افزار MATLAB صورت می گیرد. اما لازم بذکر است که مقدار نیروها و ممان های موجود در معادلات می بایستی با توجه به معادله حاکم بر رفتار ماده تعیین گردند.

### ماده صلب - پلاستیک کامل

با فرض رفتار صلب - پلاستیک کامل برای ماده ورق [۱]، [۸] و [۹]، مقادیر نیروها و ممان های داخلی با استفاده از یک معیار تسلیم مناسب و نیز بکارگیری شرط تعامد بردارهای نرخ کرنش بر صفحات تسلیم، قابل محاسبه اند. بدین منظور از رابطه تسلیم معرفی شده در مرجع [۱] استفاده می شود. شکل این رابطه به صورت زیر است:

$$\left(\frac{N_r}{N_p}\right)^2 + \left(\frac{M_r}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{M_\theta}{M_p}\right)^2 - \frac{M_r M_\theta}{M_p^2} = 1 \quad (29)$$

که  $N_p$  و  $M_p$  نیروی پلاستیک و ممان پلاستیک شدن سطح مقطع ورق در واحد طول می باشند که به ازای آنها

$$W_p^{Nr} = \int_{-H/2}^{H/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_r \varepsilon_r r dr d\theta dz = 2\pi \int_0^R N_r \varepsilon_r r dr \quad (13)$$

$$\varepsilon_r = \frac{ds - dr}{dr} = (1 + u_0^2 \phi'^2)^{1/2} - 1 \quad (14)$$

که  $\sigma_r$  تنش شعاعی، و  $\varepsilon_r$  کرنش شعاعی در صفحه میانی ورق است. با جایگذاری عبارت (۱۴) در معادله (۱۳) و مشتق گیری از آن نسبت به زمان، نرخ کار انجام شده توسط نیروی  $N_r$  در لحظه  $t$  حاصل خواهد شد.

$$\dot{W}_p^{Nr}(t) = 2\pi u_0 \dot{u}_0 \int_0^R N_r \frac{\phi'^2}{(1+u_0^2 \phi'^2)^{1/2}} r dr \quad (15)$$

از طرف دیگر کار ناشی از ممان خمشی  $M_r$  بر روی المانی از ورق مدور مطابق شکل (۲) برابر است با:

$$dW_p^{Mr} = M_r d\varphi_r r d\theta = M_r \left(\frac{ds}{\rho_r}\right) r d\theta = \quad (16)$$

$$M_r \kappa_r ds r d\theta$$

که زاویه المان تغییر شکل یافته در صفحه  $r$  و  $\rho_r$  شعاع انحنای صفحه میانی ورق (معکوس انحنای شعاعی ورق  $\kappa_r$ ) است.  $ds$  نیز طول المان تغییر شکل یافته است. با انتگرال گیری از عبارت فوق بر روی سطح ورق مدور و سپس مشتق گیری از آن، نرخ کار ناشی از ممان داخلی در راستای شعاعی، در حین تغییر شکل پلاستیک بدست می آید.

$$W_p^{Mr} = 2\pi \int_0^R M_r \kappa_r ds r d\theta \quad (17)$$

$$\Rightarrow \dot{W}_p^{Mr}(t) = 2\pi \int_0^R M_r (\dot{\kappa}_r ds + \kappa_r \dot{ds}) r$$

که مقادیر  $ds$ ،  $d\dot{s}$ ،  $\kappa_r$  و  $\dot{\kappa}_r$  به ترتیب عبارتند با:

$$ds = (1 + u_0^2 \phi'^2)^{1/2} dr \quad (18)$$

$$d\dot{s} = u_0 \dot{u}_0 \frac{\phi'^2}{(1 + u_0^2 \phi'^2)^{1/2}} dr \quad (19)$$

$$\kappa_r = -\frac{\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2\right]^{3/2}} = -\frac{u_0 \phi''}{(1 + u_0^2 \phi'^2)^{3/2}} \quad (20)$$

$$\dot{\kappa}_r = \frac{3u_0^2 \phi'^2 \phi''}{(1 + u_0^2 \phi'^2)^{5/2}} - \frac{\dot{u}_0 \phi''}{(1 + u_0^2 \phi'^2)^{3/2}} \quad (21)$$

به طور مشابه، کار ناشی از ممان محیطی  $M_\theta$  مطابق با شکل (۲) برابر است با:

$$dW_p^{Mt} = M_\theta d\varphi_\theta dr = M_\theta \left(\frac{rd\theta}{\rho_\theta}\right) dr = M_r \kappa_\theta r dr d\theta \quad (22)$$

$$\Rightarrow W_p^{Mt} = 2\pi \int_0^R M_r \kappa_\theta r dr$$

که زاویه المان تغییر شکل یافته در صفحه  $\theta$

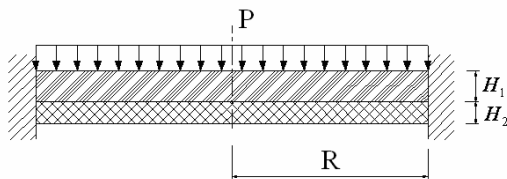
رابطه کوپر - زیموند می توان اثرات فوق را اعمال نمود. با استفاده از رابطه مذکور می توان تنش تسلیم ماده را در هر لحظه، متناسب با مقدار نرخ کرنش تغییر داد [۸]:

$$\sigma_d = \sigma_y \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1/n} \right] \quad (34)$$

که  $\sigma_d$  تنش تسلیم دینامیک ماده،  $\dot{\epsilon}$  نرخ کرنش متوسط در ورق،  $n$  و  $\dot{\epsilon}_0$  ثابت ماده هستند. برای مساله مورد نظر مقدار پارامتر  $\dot{\epsilon}$  برابر با متوسط نرخ کرنش شعاعی صفحه میانی ورق  $\dot{\epsilon}_r$  در نظر گرفته می شود [۱]. پس برای محاسبه مقادیر  $M_p$  و  $N_p$  بجای  $\sigma_y$  از  $\sigma_d$  استفاده شده، اثرات "نرخ کرنش بالا" اعمال می شوند.

### تعمیم معادلات حاکم بر ورق های ساده به ورق های دولایه

مطابق شکل (۳) یک ورق دو لایه دوجنسی تحت اثر بارگذاری انفجاری قرار گرفته است. روند مورد نیاز به منظور تحلیل مساله مزبور، مشابه روند طی شده در بخش (۲) برای ورق ساده خواهد بود. برای این کار کافی است با ایجاد تغییراتی در روابط بکاررفته، از نتایج بدست آمده استفاده شود. اما این تغییرات بایستی صرفاً در ترم های وابسته به خواص مکانیکی - موادی ورق صورت گیرد. به عبارت دیگر سایر ترم های مرتبط با مشخصات هندسی و حرکتی که تنها تابعی از هندسه ورق تغییر شکل یافته، شرایط مرزی و بارگذاری هستند، ثابت باقی خواهند ماند.



شکل ۴: ورق دو لایه دو جنسی تحت بارگذاری انفجاری.

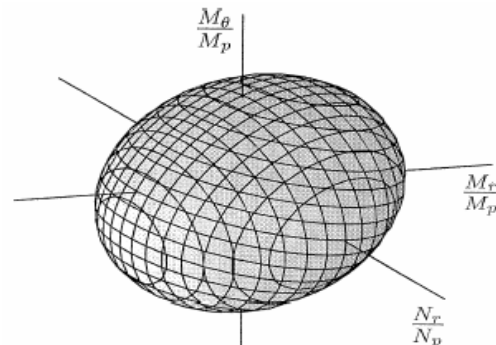
با توجه به توضیحات ارائه شده، کافی است تا ممان پلاستیک ( $M_p$ ) و نیروی پلاستیک ( $N_p$ ) سطح مقطع ورق دولایه محاسبه شوند. ضمن آنکه لازم است مجدداً ترم مربوط به انرژی جنبشی ورق دولایه بازنویسی گردد. اما محاسبه ممان پلاستیک یک ورق دولایه دو جنسی نیازمند تعیین موقعیت صفحه بدون کرنش است. همچنین بایستی توجه داشت که روابط استخراج شده در بخش (۲) با توجه به موقعیت صفحه میانی ورق که در واقع صفحه بدون کرنش آن است، استخراج شده اند. تعیین موقعیت صفحه

تنش های وارده در امتداد ضخامت ورق به تنش تسلیم می رسد. مقادیر پارامترهای فوق برای یک ورق ساده با تنش تسلیم  $\sigma_y$  برابر است با [۱]:

$$N_p = \sigma_y H \quad M_p = \frac{\sigma_y H^2}{4} \quad (30)$$

رابطه (۲۹) علاوه بر آنکه نشان دهنده یک رویه سه بعدی پیوسته است (شکل ۳)، شرط تحدب سطوح تسلیم را نیز بر طبق اصل پایداری دراکر<sup>۶</sup> داراست [۱] و [۸]. ضمن آن که نزدیکی رابطه فوق با معیار تسلیم فون مایز رضایت بخش است [۱]. لازم به ذکر است به واسطه تاثیر متقابل تنش های ناشی از  $N_r$  و  $M_r$  بر یکدیگر، امکان استخراج یک رابطه مطلوب از معیار تسلیم فون مایز وجود ندارد. بنابراین استفاده از روابطی نظیر معادله (۳۰) به جای معیار فون مایز در مراجع مختلف مدنظر قرار گرفته است [۶].

با استفاده از اصل عمود بودن بردارهای نرخ کرنش بر سطوح تسلیم [۸]، می توان مقادیر نیروها و ممان های وارد بر ورق را بر حسب مقادیر نرخ کرنش بازنویسی نمود [۱].



شکل ۳: رویه تسلیم معادله (۲۹) در دستگاه  $N_r$ ،  $M_r$  و  $M_\theta$ .

$$N_r = \sqrt{3} \frac{N_p^2 \dot{\epsilon}_r}{[3N_p^2 \dot{\epsilon}_r^2 + 4M_p^2 (\dot{\kappa}_r^2 + \dot{\kappa}_\theta^2 + \dot{\kappa}_r \dot{\kappa}_\theta)]^{1/2}} \quad (31)$$

$$M_r = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{M_p^2 (2\dot{\kappa}_r + \dot{\kappa}_\theta)}{[3N_p^2 \dot{\epsilon}_r^2 + 4M_p^2 (\dot{\kappa}_r^2 + \dot{\kappa}_\theta^2 + \dot{\kappa}_r \dot{\kappa}_\theta)]^{1/2}} \quad (32)$$

$$M_\theta = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{M_p^2 (\dot{\kappa}_r + 2\dot{\kappa}_\theta)}{[3N_p^2 \dot{\epsilon}_r^2 + 4M_p^2 (\dot{\kappa}_r^2 + \dot{\kappa}_\theta^2 + \dot{\kappa}_r \dot{\kappa}_\theta)]^{1/2}} \quad (33)$$

### اعمال اثرات نرخ کرنش بالا

واضح است که نرخ کرنش در فرآیند شکل دهی انفجاری ورق ها بسیار بالاست. با توجه به مدل بکار رفته برای رفتار ماده (صلب - پلاستیک کامل) تنها با بکارگیری

بنابراین مقادیر مولفه‌های تنش عبارت خواهند شد با [۱۰]:

$$\sigma_x = \frac{E_i}{1-\nu_i^2} (\varepsilon_x + \nu_i \varepsilon_y)$$

$$= \begin{cases} -\frac{E_1 z}{1-\nu_1^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) & z_1 \leq z \leq z_2 \\ -\frac{E_2 z}{1-\nu_2^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) & z_2 \leq z \leq z_3 \end{cases} \quad (36)$$

$$\sigma_y = \frac{E_i}{1-\nu_i^2} (\varepsilon_y + \nu_i \varepsilon_x) \quad (37)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E_i \gamma_{xy}}{2 + 2\nu_i} \quad (38)$$

که  $E_1$  و  $E_2$  به ترتیب مدول الاستیسیته‌ی لایه اول و دوم ورق دولایه‌اند.  $\nu_1$  و  $\nu_2$  نیز به ترتیب ضرایب پواسون لایه اول و دوم هستند. حال با توجه به آنکه برآیند تنش‌های عمودی و برشی وارد بر سطح مقطع ورق در جهت‌های  $x$  و  $y$  صفر اند [۱۰]، می‌توان محل صفحه بدون کرنش را یافت.

$$N_x = \int_{z_1}^{z_3} \sigma_x dz$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} -\frac{E_1 z}{1-\nu_1^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz + \int_{z_2}^{z_3} -\frac{E_2 z}{1-\nu_2^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz = 0 \quad (39)$$

$$N_y = \int_{z_1}^{z_3} \sigma_y dz = 0 \quad (40)$$

$$N_{xy} = \int_{z_1}^{z_3} \tau_{xy} dz = \int_{z_1}^{z_2} -\frac{E_1 z}{1-\nu_1^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dz + \int_{z_2}^{z_3} -\frac{E_2 z}{1-\nu_2^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dz = 0 \quad (41)$$

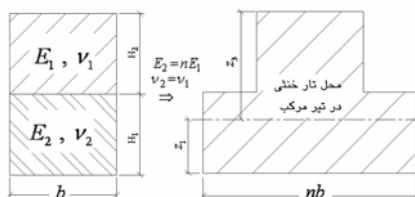
که متغیرهای  $z_1$  تا  $z_3$  در شکل (۵-الف) نشان داده شده‌اند. با بکارگیری یکی از معادلات فوق (به عنوان مثال  $N_{xy}=0$ ) مقادیر  $z_1$  تا  $z_3$  تعیین خواهند شد.

$$\begin{cases} N_{xy}=0 \\ z_2 - z_1 = H_1 \\ z_3 - z_2 = H_2 \end{cases}$$

$$z_1 = -\frac{1}{2} \frac{E_1 H_1^2 (1+\nu_2) + (E_2 H_2^2 + 2E_2 H_1 H_2)(1+\nu_1)}{E_1 H_1 (1+\nu_2) + E_2 H_2 (1+\nu_1)} \quad (42)$$

$$\Rightarrow z_2 = \frac{1}{2} \frac{E_1 H_1^2 (1+\nu_2) - (E_2 H_2^2)(1+\nu_1)}{E_1 H_1 (1+\nu_2) + E_2 H_2 (1+\nu_1)}$$

$$z_3 = -\frac{1}{2} \frac{(E_1 H_1^2 + 2E_1 H_1 H_2)(1+\nu_2) + E_2 H_2^2 (1+\nu_1)}{E_1 H_1 (1+\nu_2) + E_2 H_2 (1+\nu_1)}$$



شکل ۶: استفاده از تحلیل تیر مرکب برای یافتن محل صفحه میانی بدون کرنش در ورق دولایه به شرط یکسان بودن ضرایب پواسون.

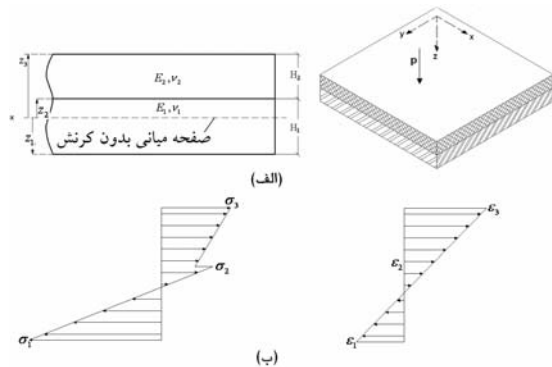
بدون کرنش در یک ورق دولایه مستلزم بررسی خواص الاستیک آن است. در ادامه، با بررسی معادلات مقدماتی حاکم بر رفتار الاستیک ورق‌ها، روابط لازم برای تعیین موقعیت صفحه بدون تنش در ورق دولایه دو جنسی استخراج می‌شود.

### تعیین صفحه بدون کرنش در ورق دولایه

یک ورق دولایه دوجنسی نازک، مطابق شکل (۵) تحت بارگذاری جانبی قرار گرفته است. با فرض صحت نظریه کلاسیک ورق‌ها (نظریه خیز کوچک خمشی)، برای ورق‌های فوق می‌توان گفت [۱۰]:

۱- صفحه‌ای در بین ورق دولایه قرار دارد که بعد از خمش بدون کرنش باقی می‌ماند.

۲- مقادیر کرنش‌های عمودی ( $\varepsilon_z$ ) و کرنش‌های برشی ( $\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ ) عمودی قابل صرف نظر کردن می‌باشند.



شکل ۵: (الف) ورق دولایه تحت بارگذاری جانبی (ب) توزیع کرنش و تنش در امتداد ضخامت ورق دولایه.

بدین ترتیب رابطه بین مولفه‌های کرنش با تابع تغییر مکان به صورت زیر خواهد بود [۱۰]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -z \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \varepsilon_z &= 0 \\ \varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} & \gamma_{xz} &= 0 \\ \gamma_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} & \gamma_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

که  $u$  تابع تغییر مکان در راستای محور  $Z$  بوده، مقدار  $Z$  بیانگر فاصله از صفحه میانی کرنش نیافته (یا بدون تنش) در داخل ورق می‌باشد. از عبارات (۳۵) می‌توان نتیجه گرفت که توزیع کرنش در امتداد ضخامت ورق دولایه، تابعی خطی از مختصه  $Z$  می‌باشد (شکل ۵ ب). از طرف دیگر توزیع تنش در لایه‌های ورق دو لایه متناسب با کرنش و خواص الاستیک آن خواهند بود.

که  $\bar{z}$  موقعیت مرکز جرم المان ورق دولایه نسبت به محل اتصال لایه اول و دوم ورق می‌باشد:

$$\bar{z} = \frac{\rho_1 H_1^2 - \rho_2 H_2^2}{2(\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2)} \quad (48)$$

پس با استفاده از معادلات (۳۳) تا (۳۶) و جایگذاری آنها در روابط بخش (۲) می‌توان به سادگی رفتار یک ورق دولایه را در برابر بارگذاری انفجاری بررسی کرد.

### بررسی نتایج

به‌منظور بررسی نتایج، از داده‌های تجربی [۴-۵] و [۱۲] برای یک ورق مدور و ساده فولادی و یک ورق مدور فولادی-آلومینیومی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار استفاده می‌شود. از آنجا که داده‌های تجربی بر اساس مقدار موج ضربه ناشی از انفجار ارائه شده‌اند، تابع فشار و مدت زمان بارگذاری به طور مستقیم قابل دستیابی نیستند. اما با توجه به چیدمان مواد منفجره می‌توان فرض نمود فشار ناشی از انفجار به صورت یک نواخت بر روی سطح ورق گسترده شده است. با فرض آنکه تابع فشار- زمان به صورت یک موج مربعی باشد، آنگاه:

$$p(r,t) = p_2(t) = \begin{cases} p_0 & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \quad (49)$$

که  $p_0$  مقدار فشار اولیه وارد بر ورق و  $\tau$  مدت زمان بارگذاری است. معمولاً زمان بارگذاری ناشی از انفجار در حدود چند میکروثانیه (۱۰-۳) است [۱] و [۶]. با توجه به اندازه ضربه موج انفجار، تابع فشار و مدت زمان بارگذاری، مقدار فشار اولیه برابر خواهد شد با:

$$I = \int_0^\tau p A dt \Rightarrow p_0 = I / (\pi R^2 \tau) \quad (50)$$

لازم به ذکر است که می‌توان نشان داد تاثیر تابع فشار- زمان یا متغیر  $\tau$  بر نتایج نهایی و به خصوص مقدار تغییر مکان مرکز ورق ناچیز است. بنابراین آنچه اهمیت به سزایی دارد اندازه ضربه ناشی از موج انفجار است.

در نمودار شکل (۸) نسبت خیز مرکز ورق مدور به ضخامت آن، برحسب مقدار ضربه موج انفجار رسم شده است و نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی مختلف با داده‌های تجربی مقایسه شده است. همان طوری که دیده می‌شود با وجود به کارگیری روش ساده و تقریبی انرژی، تطابق نتایج حاصل از تحلیل ارائه شده در این مقاله، با نتایج تجربی برای یک ورق مدور ساده فولادی رضایت‌بخش است. باید خاطر نشان گردد که نزدیکی نتایج

نگاهی به معادلات بالا نشان می‌دهد، برای پیدا کردن محل صفحه بدون کرنش، از تحلیل‌های حاکم بر تیر مرکب تنها زمانی می‌توان استفاده نمود که ضرایب پواسون هر دو لایه ورق یکسان باشند (شکل ۶).

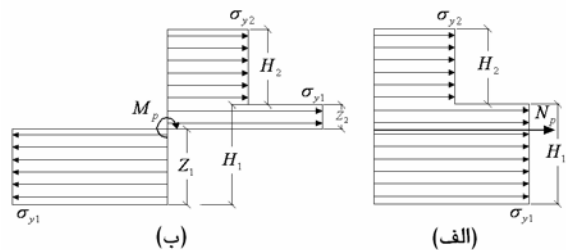
### بازنویسی معادلات

با مشخص شدن موقعیت صفحه بدون کرنش در ورق دولایه امکان تعیین ممان و نیروی پلاستیک آن فراهم می‌شود. مطابق شکل (۷) مقادیر فوق برابرند با:

$$M_p = \frac{\sigma_{y1} z_1^2}{2} + \frac{\sigma_{y1} z_2^2}{2} + \frac{\sigma_{y2} H_2^2}{2} + \sigma_{y2} H_2 z_2 \quad (43)$$

$$N_p = \sigma_{y1} H + \sigma_{y2} H_2 \quad (44)$$

که  $\sigma_{y1}$  و  $\sigma_{y2}$  به ترتیب تنش تسلیم لایه اول و لایه دوم هستند. برای در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش بالا بر ماده در روابط فوق می‌توان از تنش تسلیم دینامیک (رابطه ۳۳) بهره برد.



شکل ۷: (الف) نیروی پلاستیک (ب) ممان پلاستیک سطح مقطع ورق دولایه .

همان طور که قبلاً ذکر شد باید ترم انرژی جنبشی برای ورق دولایه مجدداً بازنویسی شود. انرژی جنبشی ناشی از حرکت انتقالی در ورق دو لایه برابر است با:

$$E_c^t(t) = \pi(\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2) \dot{u}_0^2 \int_0^R \phi^2 r dr \quad (45)$$

که  $\rho_1$  و  $\rho_2$  به ترتیب چگالی لایه اول و لایه دوم هستند. به همین ترتیب مجموع انرژی جنبشی ناشی از حرکت دورانی المانهای ورق دولایه برابر می‌شود با:

$$E_c^r(t) = \int_0^R \left( \frac{\dot{u}_0 \phi'}{1 + u_0^2 \phi'^2} \right) dI r dr \quad (46)$$

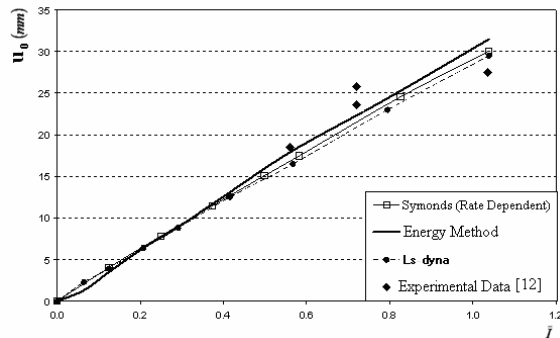
که  $dI$  ممان اینرسی المانی از ورق در امتداد محیطی و گذرنده از مرکز جرم آن می‌باشد. برای المانی از ورق دولایه برابر است با:

$$dI = \frac{\rho_1 H_1^3}{12} + \rho_1 H_1 \left( \frac{H_1}{2} - \bar{z} \right)^2 + \frac{\rho_2 H_2^3}{12} + \rho_2 H_2 \left( \frac{H_2}{2} + \bar{z} \right) \quad (47)$$

در شکل (۱۰) نمودار زمان پاسخ به صورت تابعی از اندازه موج ضربه برای یک ورق مدور فولادی رسم شده است. نزدیکی نتایج حاصل با طیف داده‌های تجربی مطلوب است. باید خاطر نشان شود که به علت محدودیت اندازه‌گیری زمان پاسخ در آزمایش‌های تجربی، نتایج برای ایمپالس‌های مختلف به صورت طیفی ارائه شده‌اند [۴].

ارائه نتایج پیشین به منظور نشان دادن کارایی بالای روش بکار رفته در این مقاله، در تحلیل فرآیند شکل دهی انفجاری ورق‌های مدور ساده صورت گرفت. از دیگر سو مقایسه نتایج تحلیلی برای تغییر مکان مرکز یک ورق مدور و دولایه فولادی-آلومینیومی با نتایج تجربی [۱۲] و نیز نتایج حاصل از شبیه سازی فرآیند شکل دهی انفجاری توسط نرم افزار ANSYS-Ls Dyna، در شکل (۱۱) به تصویر درآمده است. همچنین نتایج حاصل از تحلیل زیموند نیز که با در نظر گرفتن ورق به صورت یک غشا ارائه شده است نیز در نمودار شکل زیر رسم شده است. لازم به ذکر است پارامتر  $\bar{I}$  با سایر متغیرها رابطه زیر را دارد:

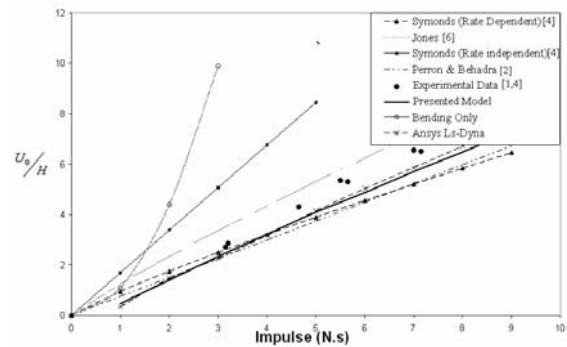
$$\bar{I} = \frac{I}{\pi R^2} \sqrt{\frac{\sigma_{y1} H_1 + \sigma_{y2} H_2}{\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2}} \quad (51)$$



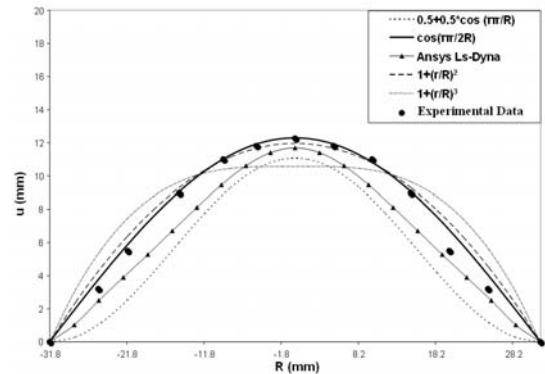
شکل ۱۱: نمودار تغییر مکان - اندازه ضربه برای یک ورق مدور و دولایه فولادی-آلومینیومی با لبه گیردار.

در شکل (۱۲) برای یک ورق دولایه فولادی-آلومینیومی، تابع تغییر مکان مرکز ورق نسبت به زمان، رسم شده و با نتایج نرم افزار ANSYS-Ls Dyna مقایسه شده است. اگرچه در تحلیل به کار رفته از روش انرژی که یک روش تقریبی است، استفاده شده، اما تطابق نسبتاً مطلوبی بین دو منحنی وجود دارد. به عبارت دیگر نتایج مدل انرژی، علاوه بر آنکه در زمان نهایی یا زمان اتمام فرآیند، از دقت خوبی برخوردارند، در طی مدت زمان فرآیند

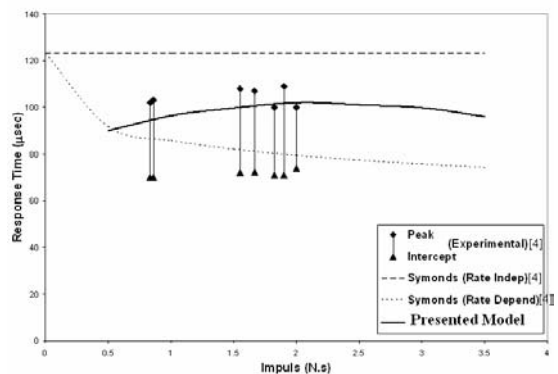
حاصل از مدل ارائه شده در مرجع [۶] با نتایج تجربی، با به کارگیری یک مدل تحلیلی بسیار پیچیده میسر شده است. در شکل (۹) پروفیل تغییر شکل برای یک ورق مدور فولادی که تحت اثر یک موج انفجار با اندازه ضربه  $I = 7 N.s$  قرار گرفته است، نشان داده شده است. طبق شکل واضح است که استفاده از تابع شکل  $\phi(r) = \cos(\pi r/2R)$  نتایج بهتری را برای یک دیسک گیردار در بردارد که با نتایج بدست آمده در [۵] منطبق است.



شکل ۸: نمودار تغییر مکان - اندازه ضربه برای یک ورق مدور فولادی با لبه گیردار.



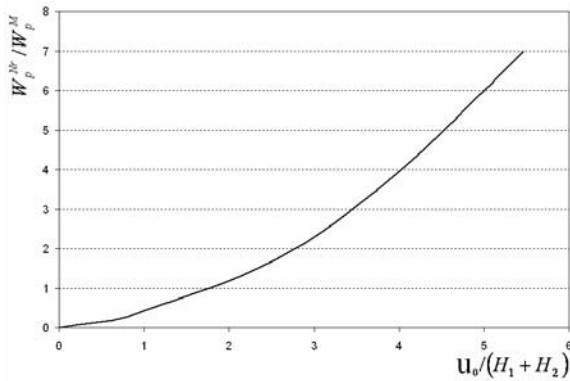
شکل ۹: پروفیل تغییر شکل ورق مدور فولادی به ازای توابع شکل مختلف به همراه نتایج تجربی [۵] و نتایج نرم افزار Ls-Dyna.



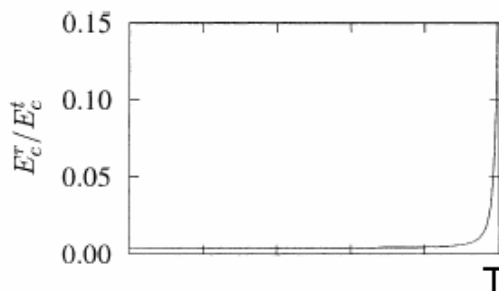
شکل ۱۰: مقایسه زمان پاسخ برای ورق فولادی با لبه گیردار.



همچنین در شکل (۱۵) نسبت انرژی جنبشی ناشی از اینرسی دورانی المان‌های ورق به انرژی جنبشی ناشی از حرکت انتقالی المان‌های ورق رسم شده است. همانطور که مشخص است، سهم انرژی جنبشی ناشی از اینرسی دورانی ورق در طول فرآیند شکل‌دهی بسیار ناچیز است که این مطلب در مراجع مختلف نیز تاکید شده است [۱].



شکل ۱۴: افزایش نسبت کار داخلی ناشی از نیروی غشایی شعاعی به مجموع کار ناشی از ممان‌های خمشی با ازدیاد خیز ورق برای یک ورق دولایه فولادی-آلومینیومی با لبه گیردار.

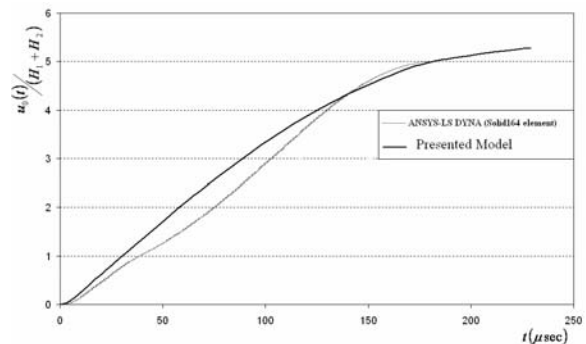


شکل ۱۵: سهم اندک انرژی جنبشی ناشی از اینرسی دورانی المان‌های ورق دولایه به کل انرژی جنبشی در فرآیند شکل‌دهی انفجاری ورق دولایه فولادی-آلومینیومی.

## نتیجه گیری

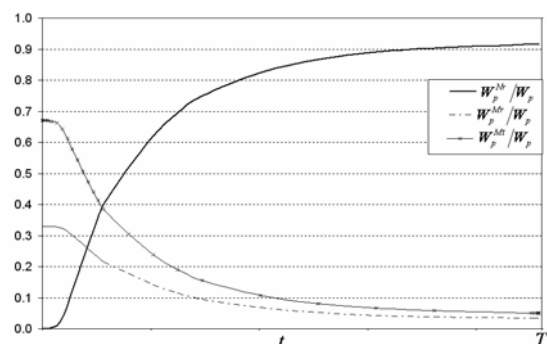
در مقاله فوق با ارائه یک روش تحلیلی که مبتنی بر اصل پایستاری انرژی بود، فرآیند شکل‌دهی انفجاری یک ورق مدور دولایه مورد ارزیابی قرار گرفت. مهمترین ویژگی روش ارائه شده سادگی آن است، در حالیکه اثرات پارامترهای مختلف نیز به خوبی در آن لحاظ شده است. محاسبه اثرات ممان‌های و نیروهای داخلی وارد بر ورق به طور همزمان، امکان بررسی اثرات نرخ کرنش بالا بر رفتار ماده، محاسبه اثر اینرسی دورانی المان‌های ورق، امکان بررسی اثرات شرایط تکیه گاهی (با استفاده از تابع شکل  $(\phi(r))$  و نیز چگونگی بارگذاری تابع  $(p(r,t))$  از آن

شکل‌دهی نیز دارای دقت قابل قبولی هستند از دیگر قابلیت‌های مدل تحلیلی ارائه شده، امکان تعیین کار ناشی از نیروها و ممان‌های داخلی وارد بر ورق در طی زمان شکل‌گیری است. در شکل (۱۳) تغییرات کار ناشی از ممان‌های خمشی  $M_r$  و  $M_\theta$  و نیز نیروی غشایی  $N_r$  رسم شده است. همانطور که از شکل پیداست در ابتدای فرآیند شکل‌دهی، اثرات ممان‌های خمشی بر رفتار ورق غالب است. زیرا نسبت خیز ورق به ضخامت آن ناچیز است. اما با گذشت زمان و افزایش مقدار تغییر مکان ورق، اثرات نیروهای غشایی کاملاً بر اثرات خمشی ورق فائق می‌آیند. این مطلب به‌طور واضح‌تری در شکل (۱۴) به نمایش در آمده است.



شکل ۱۶: تغییر مکان مرکز ورق دولایه در طی مدت زمان فرآیند شکل‌دهی انفجاری.

بر طبق نمودار شکل (۱۴)، با افزایش نسبت تغییر مکان ورق به ضخامت آن، نسبت کار ناشی از نیروی غشایی  $(W_p^{Nr})$  به مجموع کار ناشی از ممان‌های خمشی  $(W_p^M)$  افزایش می‌یابد. پس می‌توان گفت، تحلیل مبتنی بر رفتار غشایی که در بسیاری از مراجع از آن به منظور بررسی فرآیند شکل‌دهی انفجاری ورق‌ها استفاده می‌شود، واقع‌بینانه است.



∴

بهره برد. نزدیکی نتایج حاصل از مدل تحلیلی ارائه شده با نتایج تجربی و نیز نتایج شبیه سازی در نرم افزار Ansys-Ls Dyna برای ورق های مدور ساده و دولایه نشان دهنده صحت و دقت نتایج تحلیلی بود.

جمله بود هم چنین نشان داده شد که می توان با انجام تغییراتی ساده که مهمترین آن محاسبه مجدد ممان و نیروی پلاستیک سطح مقطع ورق دولایه بود، می توان به سادگی از روابط حاکم بر رفتار پلاستو - دینامیک ورق های ساده

## مراجع

- 1 - Zaera, R., Arias, A. and Navarro, C. (2002). "Analytical Modeling of Metallic Circular Plates to Impulsive Loads." *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 39, PP 659-672.
- 2 - Nurick, G. N. and Martin, J. B. (1989). "Deformation of Thin Plates Subjected to Impulsive Loading- A Review." *Int. J. Impact Engineering*, Vol. 8, No. 2, PP. 159-170.
- 3 - Wen, H. M. (1998). "Deformation and Tearing of Clamped Work-Hardening plates under Impulsive loading." *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, PP. 67-73.
- 4 - Symonds, P. S. Wierzbicki, T. (1979). "Membrane mode solutions for impulsive circular plates." *J. Applied Mechanics*, Vol. 46, PP. 58-64.
- 5 - Nurick, G. N., Pearce, H. T. and Martin, J. B. (1990). "The Deformation and Tearing of Thin Circular Plates Subjected to an Impulsive Loads." *Int. J. Impact Engineering*, Vol. 11, No. 1, PP. 77-91.
- 6 - Shen, W. Q. and Jones, N. (1993). "Dynamic Response and Failure of Fully Clamped Circular Plates Under Impulsive Loading." *Int. J. Impact Engineering*, Vol. 13, No. 2, PP. 259-278.
- 7 - Florence, A. L. (1977). "Response of Circular Plates to Central Pulse Loading." *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 13, PP. 1091-1102.
- 8 - Jones, N. (1997). *Structural Impact, 2nd Edition*, Cambridge University Press.
- 9 - Liaghat, G. H., Darvizeh, A. and Javabvar, D. (2002). *Analysis and simulating of explosive forming of cone and comparison with experimental results*, Amarkabir University Journal, 13th year, Vol. 50, Spring.
- 10 - Ugural, A.C (1996). *Stresses in Plates and shells*, Translated by G.H Rahimi, Tarbiat Modares University Publisher, Tehran, 1d Edition.
- 11 - Javabvar, D. (2001). *Theoretical and Experimental Investigation of Cone Explosive Forming*, Phd Thesis, Tarbiat Modares University.
- 12 - Zargar Azad, S. (2005). *Analysis of Explosive Forming of Bimetallic circular plate and simulating it*, M.S Thesis, Tarbiat Modares University.

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                      |                          |                                   |
|----------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| 1 - Rotatory Inertia | 2 - Shape Function       | 3 - Rectangular Impulse           |
| 4 - Triangular Pulse | 5 - Circumferential Axis | 6 - Drucker's Stability Postulate |