تحليل مودال سدهاي بتني قوسي در محدوده‌ي زمان با در نظر گرفتن اندركنش سد و آبِ مخزن

بابک پورسرتيپ[۱] و وحيد لطفي[۲*]

[۱]دانش آموخته كارشناسي ارشد دانشكده مهندسي عمران و محيط زيست - دانشگاه صنعتي امير كبير

[۲]استاد دانشكده مهندسي عمران و محيط زيست - دانشگاه صنعتي امير كبير

(تاريخ دريافت ۸۴/۸/۲۸ ، تاريخ دريافت روايت اصلاح شده ۸۵/۵/۱۴ ، تاريخ تصويب ۸۵/۹/۱۱)

چكيده

پيش‌بيني رفتار سدهاي بتني در هنگام زلزله، يكي از مسائل مهم در ديناميک سازه‌هاست. يكي از روش‌هاي موجود براي اين منظور، روش مودال مي‌باشد كه به دليل كاهش درجات آزادي سيستم، از سرعت و كارايي بالايي برخوردار است. در اين مقاله، دو روش براي تحليل مودال سدهاي قوسي در محدوده‌ي زمان بررسي مي‌شود و نتايج آن با روش مستقيم، به عنوان روش دقيق مقايسه مي‌گردد؛ روش مودال غيروابسته، از مدهاي مستقل سد و آبِ مخزن استفاده مي‌كند و روش مودال وابسته كه بر اساس مدهاي سيستم وابسته‌ي سد و آبِ مخزن مي‌باشد. براي محاسبه‌ي مدهاي سيستم وابسته، لازم است يک مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي نامتقارن حل شود، كه احتياج به برنامه‌نويسي پيچيده‌اي دارد؛ ولي در روش مودال غيروابسته، با حل يک مسئله‌ي متقارن كه از حذف بخش‌هاي نامتقارن مسئله‌ي اوليه بدست آمده، شكل مدهايي بدست مي‌آيد كه مي‌توان براي تحليل از آن‌ها استفاده كرد. سد بتني قوسي شهيد رجايي به عنوان مثال كنترلي انتخاب شده و تعداد مدهاي لازم براي رسيدن به جواب دقيق براي اين دو روش مودال با هم مقايسه شده است.

واژه هاي كليدي: سد بتني قوسي - اندركنش آب و سازه - روش مودال وابسته - روش مودال غيروابسته - تحليل ديناميكي

مقدمه

تحليل لرزه‌اي سدهاي بتني، داراي مراحل زمان‌بر و پيچيده‌اي است. براي اين تحليل، بايد ويژگي‌هاي ديناميكي حاكم بر سيستم سد و مخزن را در نظر گرفت. به اين منظور روش‌هاي مختلفي توسطِ محققان ارائه شده است[۴،۵،۸،۹]. هر كدام از روش‌ها داراي مزايا و معايبي از نظر زمان اجرا، راحتي برنامه‌نويسي و دقت در محاسبات مي‌باشند.

يكي از روش‌هاي رايج در محاسبه‌ي پاسخ ديناميكي سازه‌ها، تحليل مودال مي‌باشد. در اين روش، از حل يک مسئله‌ي مقدار ويژه، شكل مدها و فركانس‌هاي طبيعي سازه بدست مي‌آيد و با تركيب خطي آن‌ها، پاسخ سيستم محاسبه مي‌گردد. تعداد مجهولات در اين تحليل برابر با تعداد مدهايي است كه براي سازه در نظر گرفته مي‌شود. بنابراين، در مقايسه با روش مستقيم، كه تعداد معادلات برابر با درجات آزادي گرهي سيستم است، حجم عمليات رياضي و حافظه‌ي مورد نياز كمتر است. در عمل، براي بدست آوردن جواب‌هاي با دقت مورد قبول، تعداد مدهايي كه استفاده مي‌شود، بسيار كم‌تر از تعداد درجاتِ آزادي گرهي مي‌باشد؛ به همين دليل، تحليل مودال يک روش سريع و كارآمد محسوب مي‌شود. ولي، نكته‌ي مهم در مورد اين روش، حل مسئله‌ي مقدار ويژه است. ماتريس‌هاي مربوط به سيستم سد و آبِ مخزن، نامتقارن هستند و حل آن‌ها با روش‌هاي سريع و معمول امكان پذير نمي‌باشد.

هدف از اين مقاله، محاسبه‌ي عكس‌العمل سد در محدوده‌ي زمان مي‌باشد. روش نخست مورد مطالعه، روش مودال غيروابسته مي‌باشد. در اين روش، شكل مدهاي جداگانه‌ي سد با مخزن خالي و مخزن با ديواره‌هاي صلب در محاسبات وارد مي‌شود. علاوه بر روش فوق، روش مودال وابسته نيز، كه از شكل مدهاي سيستم سد - آبِ مخزن استفاده مي‌كند، بررسي شده است. اين روش منجر به يک مسئله‌ي مقدارويژه با ماتريس‌هاي نامتقارن مي‌شود كه براي حل آن از تكنيک خاصي بهره گرفته شده است. به منظورِ ارزيابي و مقايسه‌ي پاسخ‌هاي ياد شده، از يک

* نويسنده مسئول : تلفن : ۶۴۵۴۳۰۱۷ ، فاكس : ۶۶۴۱۴۲۱۳ ، Email: vahlotfi@aut.ac.ir

روش مستقيم به نام روش شبه متقارن استفاده شده است[٧]. به كمک يک برنامه كامپيوتري نوشته شده، تعداد مدهاي لازم‌در هر روش براي رسيدن به دقت مناسب بدست آمده و مقايسه شده است.

روش تحليل

در اين بخش، ابتدا معادلاتِ حاكم بر سيستم سد و مخزن بحث مي‌شود. در ادامه، روش‌هاي مستقيم، مدي غير وابسته و روش مدي وابسته، تشريح مي‌گردد.

معادله‌ي حاكم بر سيستم سد - آب مخزن

چنانچه بدنه‌ي سد و آب مخزن با اجزا محدود مدل شوند و از فرمولاسيون لاگرانژ – اويلر استفاده شود، معادلات حاكم بر سيستم سد و مخزن را مي‌توان به شكل زير نوشت[٧] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ \mathbf{B} & \frac{1}{\rho c^2}\mathbf{G} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho}\mathbf{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{B}^T \\ 0 & \frac{1}{\rho}\mathbf{H} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\mathbf{M}\,\mathbf{J}\,\mathbf{a}_g \\ -\mathbf{B}\,\mathbf{J}\,\mathbf{a}_g \end{bmatrix} \quad (١)$$

در اين رابطه، $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ به ترتيب ماتريس‌هاي جرم، ميرايي و سختي سد مي‌باشند. $\mathbf{G}$، $\mathbf{L}$ و $\mathbf{H}$ نيز ماتريس‌هاي مربوط به مخزن هستند. بردار مقادير مجهول از دو قسمت تشكيل شده است، $\mathbf{r}$ تغييرمكان‌هاي نسبي گرهي مربوط به بدنه‌ي سد و $\mathbf{p}$ فشار گرهي مخزن را شامل مي‌شود. $\mathbf{a}_g$ و $\mathbf{J}$ به ترتيب بردار در بر گيرنده‌ي مولفه‌هاي شتاب زمين و ماتريس مربوط به ايجاد حركات صلب زمين مي‌باشند:

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3*3} \\ \mathbf{I}_{3*3} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{a}_g=\begin{bmatrix} a_g^x \\ a_g^y \\ a_g^z \end{bmatrix}$$

ماتريس $\mathbf{B}$ نيز اغلب با عنوان ماتريس‌اندركنش ناميده مي‌شود.

روش شبه متقارن(روش مستقيم)

براي حل مستقيم معادله‌ی(١)، مي‌توان از روش حل نامتقارن استفاده كرد. براي پرهيز از اين روش (به دليل مشكلاتي كه برنامه‌نويسي آن به همراه دارد)، از روش شبه‌متقارن استفاده شده است كه برمبناي ماتريس‌هاي متقارن مي‌باشد. اين روش، با اصلاح رابطه‌ي(١) آغاز مي‌شود؛ به طوري كه سطرِ پايينِ ماتريسِ معادلات، در فاكتور $-a_0^{-1}$ ضرب مي‌شود. پارامتر a_0 يكي از ضرايبي است كه در الگوريتم نيومارك بدست مي‌آيد. صورت خلاصه‌ي رابطه‌ي(١) پس از ضرب به شكل زير است:

$$\overline{\widetilde{\mathbf{M}}}\,\ddot{\bar{\mathbf{r}}}+\overline{\widetilde{\mathbf{C}}}\,\dot{\bar{\mathbf{r}}}+\overline{\widetilde{\mathbf{K}}}\,\bar{\mathbf{r}}=-\overline{\widetilde{\mathbf{M}}}\,\bar{\mathbf{J}}\,\mathbf{a}_g \quad (٢)$$

در رابطه‌ي بالا $\bar{\mathbf{r}}$ و $\bar{\mathbf{J}}$ به صورت زير تعريف مي‌شوند:

$$\bar{\mathbf{J}}=\begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{\mathbf{r}}=\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$$

علاوه بر آن، شكل دقيق $\overline{\widetilde{\mathbf{M}}}$، $\overline{\widetilde{\mathbf{C}}}$ و $\overline{\widetilde{\mathbf{K}}}$ از مقايسه روابط (١) و (٢) بدست مي‌آيد. اين ماتريس‌ها را مي‌توان به شكل مجموع ماتريس‌هاي متقارن و نامتقارن نوشت:

$$\overline{\widetilde{\mathbf{M}}}=\widetilde{\mathbf{M}}_S+\widetilde{\mathbf{M}}_U \quad (٣\text{- الف})$$

$$\overline{\widetilde{\mathbf{C}}}=\widetilde{\mathbf{C}}_S \quad (٣\text{- ب})$$

$$\overline{\widetilde{\mathbf{K}}}=\widetilde{\mathbf{K}}_S+\widetilde{\mathbf{K}}_U \quad (٣\text{- ج})$$

براي ماتريس‌هاي سمت راست رابطه (٣) تعاريف زير را داريم:

$$\widetilde{\mathbf{M}}_S=\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\rho a_0 c^2}\mathbf{G} \end{bmatrix},\widetilde{\mathbf{M}}_U=\begin{bmatrix} & 0 \\ -\frac{1}{a_0}\mathbf{B} & \end{bmatrix} \quad (٤\text{-الف})$$

$$\widetilde{\mathbf{C}}_S=\begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\rho a_0}\mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (٤\text{- ب})$$

$$\widetilde{\mathbf{K}}_S=\begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\rho a_0}\mathbf{H} \end{bmatrix},\widetilde{\mathbf{K}}_U=\begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{B}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (٤\text{- ج})$$

رابطه‌ي زير نيز بين $\widetilde{\mathbf{K}}_U$ و $\widetilde{\mathbf{M}}_U$ وجود دارد:

$$\widetilde{\mathbf{K}}_U=a_0\,\widetilde{\mathbf{M}}_U^T \quad (٥)$$

با كمک الگوريتم‌نيومارك و درنظر داشتن رابطه‌ي(٥)، ماتريس سختي موثر $\hat{\mathbf{K}}$ و بردار نيرو درلحظه $n+1$، $\hat{\mathbf{R}}_{n+1}$ خواهد شد:

$$\hat{\mathbf{K}}=a_0\,(\widetilde{\mathbf{M}}_S+\widetilde{\mathbf{M}}_U+\widetilde{\mathbf{M}}_U^T)+a_1\,\widetilde{\mathbf{C}}_S+\widetilde{\mathbf{K}}_S \quad (٦\text{-الف})$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{n+1} = \overline{\mathbf{R}}_{n+1} + (\widetilde{\mathbf{M}}_S + \widetilde{\mathbf{M}}_U)(a_0\overline{\mathbf{r}}_n + a_2\dot{\overline{\mathbf{r}}}_n + a_3\ddot{\overline{\mathbf{r}}}_n) + \widetilde{\mathbf{C}}_S(a_1\overline{\mathbf{r}}_n + a_4\dot{\overline{\mathbf{r}}}_n + a_5\ddot{\overline{\mathbf{r}}}_n) \quad (۶\text{- ب})$$

در رابطه‌ي فوق ضرايب روش نيومارک عبارتند از:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha\,\Delta t^2} \ , \ a_1 = \frac{\delta}{\alpha\,\Delta t} \ , \ a_2 = \frac{1}{\alpha\,\Delta t}$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \ , \ a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \ , \ a_5 = \Delta t\left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1\right)$$

از رابطه‌ی(۶) مشخص است که ماتريس سختي موثر، متقارن مي‌باشد. بنابراين نيازي به حل ماتريس‌هاي نامتقارن نيست. علت نامتقارن بودن ماتريس‌هاي جرم و سختي کل، مربوط به ماتريس $\mathbf{B}$ يا ترانهاده آن است. اين ماتريس، معمولاً از اسمبل کردن زيرماتريس‌هاي المان‌هاي واسط که در محل تماس سيال- جامد قراردارند، يا هر سطحي که المان‌هاي سيال مجاور مرز صلب باشد، بدست مي‌آيد. با وجود اين، براي اين‌که از نظر برنامه‌نويسي راندمان کار افزايش يابد، مي‌توان اين المان‌هاي واسط را حذف کرد و اثر آن‌هارا به‌عنوان بخشي از ماتريس‌هاي المان‌هاي سيال در نظر گرفت. اين بدان معناست که ماتريس المان‌هاي سيال، با انتقال بخش نامتقارن ماتريس سختي به ماتريس‌جرم، در حاليکه در فاکتور a_0^{-1} ضرب مي‌شوند، متقارن خواهندشد. بنابراين، هنگامي که ماتريس‌هاي جرم، سختي و ميرايي کل سيستم تشکيل مي‌شوند، خواهيم‌داشت:

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}} = \widetilde{\mathbf{M}}_S + \widetilde{\mathbf{M}}_U + \widetilde{\mathbf{M}}_U^T \quad (۷\text{-الف})$$

$$\overline{\overline{\mathbf{C}}} = \widetilde{\mathbf{C}}_S \quad (۷\text{- ب})$$

$$\overline{\overline{\mathbf{K}}} = \widetilde{\mathbf{K}}_S \quad (۷\text{- ج})$$

در اين حالت تمام ماتريس‌ها متقارن هستند. ماتريس سختي موثر که با به کارگيري روش نيومارك بدست مي‌آيد، بدين شکل نتيجه خواهد شد:

$$\hat{\mathbf{K}} = a_0(\widetilde{\mathbf{M}}_S + \widetilde{\mathbf{M}}_U + \widetilde{\mathbf{M}}_U^T) + a_1\widetilde{\mathbf{C}}_S + \widetilde{\mathbf{K}}_S \quad (۸\text{-الف})$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{n+1} = \overline{\mathbf{R}}_{n+1} + (\widetilde{\mathbf{M}}_S + \widetilde{\mathbf{M}}_U + \widetilde{\mathbf{M}}_U^T)\hat{*}(a_0\overline{\mathbf{r}}_n + a_2\dot{\overline{\mathbf{r}}}_n + a_3\ddot{\overline{\mathbf{r}}}_n) + \widetilde{\mathbf{C}}_S(a_1\overline{\mathbf{r}}_n + a_4\dot{\overline{\mathbf{r}}}_n + a_5\ddot{\overline{\mathbf{r}}}_n) \quad (۸\text{- ب})$$

دراين رابطه، عملگر ويژه $\hat{*}$ تعريف شده است که تاکيد مي‌کند دراين ضرب ماتريسي، ترم‌هاي ذخيره شده در آرايه‌هاي غير صفر ماتريس $\widetilde{\mathbf{M}}_U^T$ نبايد در نظر گرفته شوند. بنابراين، ماتريس سختي و بردار نيروي موثر، برابر با رابطه‌ي(۶) خواهد شد.

روش مودال غيروابسته

همانطور که ياد شد، دراين روش از مدهاي مستقل سيستم سد و آب مخزن استفاده مي‌شود. براي بدست آوردن مدها مي‌توان از روش زيرفضا که راندمان بالايي دارد، استفاده کرد. با اين کار، از حل مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي نامتقارن، مربوط به مدهاي وابسته پرهيز مي‌شود. به‌صورت خلاصه براي رابطه‌ي(۱) داريم:

$$\overline{\mathbf{M}}\,\ddot{\overline{\mathbf{r}}} + \overline{\mathbf{C}}\,\dot{\overline{\mathbf{r}}} + \overline{\mathbf{K}}\,\overline{\mathbf{r}} = -\overline{\mathbf{M}}\,\overline{\mathbf{J}}\,\mathbf{a}_g \quad (۹)$$

که در اين رابطه:

$$\overline{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_S + \mathbf{M}_U \quad (۱۰\text{-الف})$$

$$\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_S \quad (۱۰\text{- ب})$$

$$\overline{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_U \quad (۱۰\text{- ج})$$

که ماتريس‌هاي سمت راست به شکل زير تعريف مي‌شوند:

$$\mathbf{M}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho c^2}\mathbf{G} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۱\text{- الف})$$

$$\mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho}\mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (۱۱\text{- ب})$$

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho}\mathbf{H} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_U = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{B}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۱\text{- ج})$$

از رابطه‌ي (۱) مشخص است که ماتريس ميرايي به طور کلي متقارن است. علاوه بر آن رابطه‌ي زير نيز برقرار است:

$$\mathbf{K}_U = -\mathbf{M}_U^T \quad (۱۲)$$

دراين روش از مسئله مقدار ويژه به شکل زير استفاده مي‌شود:

$$\mathbf{K}_S\,\mathbf{X}_i = \lambda_i\,\mathbf{M}_S\,\mathbf{X}_i \qquad (۱۳)$$

هرچند بردارهاي ويژه‌اي که ازاين رابطه بدست مي‌آيد، مدهاي واقعي سيستم وابسته نيستند. با وجود اين، از آن‌ها مي‌توان به عنوان بردارهاي ريتز استفاده کرد تا جواب‌هاي واقعي سيستم را بدست آورد. با توجه به شرط تعامد مدها و نرماليزه کردن ماتريس شکل مد نسبت به ماتريس جرم خواهيم داشت:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_S\,\mathbf{X} = \mathbf{I} \qquad (\text{۱۴-الف})$$

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{K}_S\,\mathbf{X} = \Lambda \qquad (\text{۱۴- ب})$$

با توجه به روابط (۱۰)، (۱۲) و (۱۴) نيز داريم:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{M}}\,\mathbf{X} = \mathbf{I} + \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}\,\mathbf{X} \qquad (\text{۱۵-الف})$$

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{K}}\,\mathbf{X} = \Lambda - \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{X} \qquad (\text{۱۵- ب})$$

طبق معمول روش‌هاي مودال، جواب‌ها بر اساس ترکيب مدهاي مختلف نوشته مي‌شود:

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{X}\,\mathbf{Y} \qquad (۱۶)$$

بردار $\mathbf{Y}$ شامل ضرايب اشتراک مدها مي‌باشد. با جايگزيني اين رابطه در (۹)، و پيش ضرب کردن آن در $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}$، خواهيم داشت:

$$\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{M}}\,\mathbf{X}\right)\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}^*\,\dot{\mathbf{Y}} + \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{K}}\,\mathbf{X}\right)\mathbf{Y} = \mathbf{F}^*(t) \qquad (۱۷)$$

در اين رابطه داريم:

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{C}}\,\mathbf{X} \qquad (\text{۱۸-الف})$$

$$\mathbf{F}^*(t) = -\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\overline{\mathbf{M}}\,\bar{\mathbf{J}}\,\mathbf{a}_g(t) \qquad (\text{۱۸- ب})$$

به کمک معادله (۱۵)، معادله (۱۷) به صورت زير بازنويسي مي‌شود:

$$\left(\mathbf{I} + \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}\,\mathbf{X}\right)\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}^*\,\dot{\mathbf{Y}} + \left(\Lambda - \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{X}\right)\mathbf{Y} = \mathbf{F}^*(t) \qquad (۱۹)$$

با به‌کارگيري اين رابطه، مي‌توان پاسخ سيستم را بدون حل مسئله‌ي مقدارويژه‌ي نامتقارن حل کرد؛ ولي ماتريس سختي موثر بدست آمده از روش نيومارک، نامتقارن خواهد بود. البته بايد متذکر شد که مي‌توان با انجام تمهيداتي اين ماتريس را به فرم متقارن تبديل کرد. در ادامه اثبات اين نکته بيان مي‌شود.

براي اين منظور بدون اين‌که از کليت کاسته شود، فرض مي‌شود در ماتريس شکل مد، ابتدا شکل مدهاي سد قرار گيرد و سپس مدهاي مخزن آورده شود:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \qquad (۲۰)$$

و به طور مشابه براي مقادير ويژه در ماتريس قطري Λ داريم:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_2 \end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

با توجه به تعاريف فوق، روابط زير برقرار است:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}\,\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X}_2^{\mathrm{T}}\,\mathrm{B}\,\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad (\text{۲۲-الف})$$

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{M}_{\mathrm{U}}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X}_1^{\mathrm{T}}\,\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{X}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad (\text{۲۲- ب})$$

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dfrac{1}{\rho}\mathbf{X}_2^{\mathrm{T}}\,\mathbf{L}\,\mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \qquad (\text{۲۲- ج})$$

در تحليل مودال در محدوده‌ي زمان معمولاً ميرايي ويسکوز مفروض است. بنابراين براي ماتريس $\mathbf{C}_1^*$ خواهيم داشت:

$$\mathbf{C}_1^* = 2\,\beta_{\mathrm{d}}\,\Lambda_1^{1/2} \qquad (۲۳)$$

β_{d} ضريب ميرايي معادل است که در اين تحقيق براي همه‌ي مدها ثابت فرض مي‌شود.

حال براي متقارن کردن ماتريس سختي موثر بايد سطر پايين معادلات را در $-\mathrm{a}_0^{-1}$ ضرب کرد. بنابراين ماتريس سختي نهايي به شکل زير خواهد بود:

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathrm{a}_0\mathbf{I}_1 & 0 \\ -\mathbf{X}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{X}_1 & -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} + \mathrm{a}_1\begin{bmatrix} 2\beta_{\mathrm{d}}\Lambda_1^{1/2} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{\rho\,\mathrm{a}_0}\mathbf{X}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{L}\mathbf{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_1 & -\mathbf{X}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{B} \cdots \\ 0 & -\dfrac{1}{\mathrm{a}_0} \cdots \end{bmatrix} \qquad (۲۴)$$

به همين صورت مي‌توان بردار نيروی موثر را بدست آورد:

$$\hat{\mathbf{F}}_{n+1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_1^T \mathbf{M J a}_g \\ -\frac{1}{a_0} \mathbf{X}_2^T \mathbf{B J a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & 0 \\ -\frac{1}{a_0} \mathbf{X}_2^T \mathbf{B X}_1 & -\frac{1}{a_0} \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \left(a_0 \mathbf{Y}_n + a_2 \dot{\mathbf{Y}}_n + a_3 \ddot{\mathbf{Y}} \right. \begin{bmatrix} 2\beta_d \Lambda_1^{1/2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\rho a_0} \mathbf{X}_2^T \mathbf{L X}_2 \end{bmatrix} \left(a_1 \mathbf{Y}_n + a_4 \dot{\mathbf{Y}}_n + a \right.$$

(۲۵)

بدين ترتيب فرم متقارن رابطه به صورت زير حاصل مي‌شود:

$$\begin{bmatrix} a_0 \mathbf{I}_1 + a_1 \mathbf{C}_1^* + \Lambda_1 & -\mathbf{X}_1^T \mathbf{B}^T \mathbf{X}_2 \\ -\mathbf{X}_2^T \mathbf{B X}_1 & -\mathbf{I}_2 - \frac{a_1}{\rho a_0} \mathbf{X}_2^T \mathbf{L X}_2 - \frac{1}{a_0} \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_1 \\ \hat{\mathbf{F}}_2 \end{bmatrix}_{n+1}$$

(۲۶)

در اين رابطه، بردار ضرايب اشتراک مودال به دو بخش تقسيم شده است؛ انديس 1 مربوط به مدهاي بدنه‌ي سد و 2 مربوط به مدهاي مخزن است. در نهايت، با استفاده از (۲۶) مي‌توان ضرايب اشتراک مودال را درهر گام بدست آورد. بردار مجهول واقعي نيز توسط (۱۶) بدست مي‌آيد[۶].

روش مودال وابسته

مطابق رابطه‌ي (۱)، براي محاسبه‌ي فرکانس‌هاي طبيعي و شکل مدهاي سيستم سد - آب مخزن، بايد مسئله‌ي مقدار ويژه زير را حل کنيم:

$$\overline{\mathbf{K}}\, \mathbf{X}_i^R = \overline{\lambda}_i\, \overline{\mathbf{M}}\, \mathbf{X}_i^R$$

(۲۶)

ماتريس‌هاي $\overline{\mathbf{M}}$ و $\overline{\mathbf{K}}$ ماتريس‌هاي نامتقارني هستند که به صورت زير تعريف مي‌شوند:

$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{B}^T \\ \mathbf{0} & \frac{1}{\rho} \mathbf{H} \end{bmatrix}$$

(۲۷-الف)

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \frac{1}{\rho c^2} \mathbf{G} \end{bmatrix}$$

(۲۸- ب)

در ضمن، بردار $\mathbf{X}_i^R$ به عنوان بردار ويژه‌ي سمت راست اين مسئله مطرح است. مشاهده مي‌گردد که مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي فوق داراي ماتريس‌هاي نامتقارن است. بنابراين براي استفاده از مزيت‌هاي خاصيت تعامد مدها نسبت به ماتريس‌هاي $\overline{\mathbf{M}}$ و $\overline{\mathbf{K}}$، لازم است بردارهاي ويژه‌ي سمت چپ مسئله‌ي نامتقارن فوق نيز بدست آيد:

$$\overline{\mathbf{K}}^T\, \mathbf{X}_i^L = \overline{\lambda}_i\, \overline{\mathbf{M}}^T\, \mathbf{X}_i^L$$

(۲۸)

ماتريس ضرايب مسئله‌ي فوق در حقيقت ترانهاده‌ي ماتريس ضرايب مسئله‌ي (۲۷) مي‌باشد. به همين دليل مقادير ويژه‌ي آن‌ها با هم برابر خواهند بود ولي لزومي ندارد که بردارهاي ويژه‌ي آن‌ها نيز برابر باشد. بدين صورت، ماتريس شکل مدها به صورت زير خواهد بود:

$$\mathbf{X}^R = \left[\mathbf{X}_1^R \quad \mathbf{X}_2^R \quad \cdots \quad \mathbf{X}_m^R \right]$$

(۲۹-الف)

$$\mathbf{X}^L = \left[\mathbf{X}_1^L \quad \mathbf{X}_2^L \quad \cdots \quad \mathbf{X}_m^L \right]$$

(۳۰- ب)

m تعداد مدهاي به کار رفته در تحليل مي‌باشد. چنانچه بردارهاي ويژه‌ي بدست آمده نسبت به ماتريس $\overline{\mathbf{M}}$ واحد شده باشند، خاصيت تعامد مدها به صورت زير نوشته مي‌شود:

$$\left(\mathbf{X}^L \right)^T \overline{\mathbf{M}}\, \mathbf{X}^R = \mathbf{I}$$

(۳۰-الف)

$$\left(\mathbf{X}^L \right)^T \overline{\mathbf{K}}\, \mathbf{X}^R = \overline{\Lambda}$$

(۳۱- ب)

براي حل مسئله‌ي مقدار ويژه فوق نمي‌توان از روش‌هاي حل متقارن (مانند زيرفضا) کمک گرفت. در اين تحقيق از روش تکرار معکوس براي اين منظور استفاده شده است. اين روش سرعت عمل خوبي ندارد؛ ولي ازآنجايي که قادر به حل مسئله‌ي مقدار ويژه با ماتريس‌هاي نامتقارن است، کاربرد پيدا مي‌کند. الگوريتمي که براي برنامه‌هاي کامپيوتري استفاده مي‌شود، به اين شرح است:

براي پيدا کردن هر شکل مد راست، در ابتدا با فرض بردار اوليه $\mathbf{V}_1$ خواهيم داشت:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{M}\, \mathbf{V}_1$$

(۳۱)

سپس براي $k = 1,2,\ldots$، داريم:

$$\mathbf{K}\, \overline{\mathbf{X}}_{k+1}^R = \mathbf{Y}_k$$

(۳۲-الف)

$$\overline{\mathbf{Y}}_{k+1} = \mathbf{M}\, \overline{\mathbf{X}}_{k+1}^R$$

(۳۳- ب)

$$\rho\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)=\frac{\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)^{T}\mathbf{Y}_{k}}{\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)^{T}\overline{\mathbf{Y}}_{k+1}} \quad \text{(۳۳- ج)}$$

$$\mathbf{Y}_{k+1}=\frac{\overline{\mathbf{Y}}_{k+1}}{\left(\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)^{T}\overline{\mathbf{Y}}_{k+1}\right)^{1/2}} \quad \text{(۳۳- د)}$$

پس از تعداد كافي تكرار خواهيم داشت:

$$\rho\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)=\lambda_{i} \quad \text{(۳۳-الف)}$$

$$\mathbf{X}_{i}=\frac{\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}}{\left(\left(\overline{\mathbf{X}}_{k+1}^{R}\right)^{T}\overline{\mathbf{Y}}_{k+1}\right)^{1/2}} \quad \text{(۳۴- ب)}$$

يكي از نكات مهم در اين روش، پيدا كردن بردار اوليه است. براي اولين تكرار، از يک بردار ستوني $\mathbf{V}_1$ كه همه‌ي اعضاي آن يک است، استفاده مي‌شود. علت اين انتخاب آن است كه اين بردار، شامل تمام شكل مدهاي يک سيستم است. به عبارت ديگر، $\mathbf{V}_1$ تركيب خطي مدهاي مختلف است. بعد از محاسبه‌ي مد اول، براي مد دوم بايد سهم مد اول از بردار $\mathbf{V}_1$ كم شود تا تكرار به مد دوم همگرا شود. اما، از آنجايي كه شكل مد بدست آمده كاملا دقيق نيست، در هر مرحله سهم كوچكي از مدهاي قبلي وجود دارد كه به‌تدريج رشد مي‌كند و خطا ايجاد مي‌كند؛ به اين معني كه ممكن است تكرار، به مد مورد نظر همگرا نشود. پس بايد در هر گام، اين سهم كوچک را بدست آورد و آن را از بردار مربوطه كم كرد. اين روش، براي محاسبه‌ي چند مود اول سيستم مناسب است. با توجه به اصلاحاتي كه بايد در هر مد صورت بگيرد، با افزايش شماره‌ي مد، زمان اجراي برنامه به صورت چشمگيري زياد مي‌شود. به دلايل ياد شده، استفاده از روش تكرار معكوس به تنهايي مناسب به نظر نمي‌رسد. براي رفع اين مشكل، از تكنيک انتقال استفاده شد. با اين كار براي محاسبه‌ي هر مد تنها از همان بردار يكه‌ي اوليه، $\mathbf{V}_1$، استفاده مي‌شود. رابطه‌ي زير را در نظر بگيريد:

$$\mathbf{K}\,\mathbf{X}_{i}=\lambda_{i}\,\mathbf{M}\,\mathbf{X}_{i} \quad \text{(۳۴)}$$

چنانچه جمله‌ي $-\lambda_0\mathbf{M}\,\mathbf{X}_i$ به طرفين معادله‌ي فوق اضافه شود، خواهيم داشت:

$$\overline{\mathbf{K}}\,\mathbf{X}_{i}=\left(\lambda_{i}-\lambda_{0}\right)\mathbf{M}\,\mathbf{X}_{i} \quad \text{(۳۵)}$$

ماتريس $\overline{\mathbf{K}}$ به شكل زير تعريف مي‌شود:

$$\overline{\mathbf{K}}=\mathbf{K}-\lambda_{0}\,\mathbf{M} \quad \text{(۳۶)}$$

معادله‌ي (۳۶)، يک مسئله‌ي مقدار ويژه است كه بردارهاي ويژه‌ي آن با مسئله‌ي (۳۵) يكي است، ولي مقادير ويژه‌ي آن‌ها به اندازه‌ي λ_0 با هم اختلاف دارند. به اين ترتيب، مقادير ويژه انتقال پيدا كرده‌اند. با اين تكنيک مي‌توان هر كدام از مقادير ويژه را به عنوان نزديک‌ترين مقدار ويژه به صفر قرار داد. پس در روش تكراري معكوس كه نزديک‌ترين مقدار ويژه به صفر (كوچک‌ترين مقدار ويژه‌ي نزديک صفر) را محاسبه مي‌كند، مي‌توان براي بدست آوردن هر شكل مد، ابتدا آن را به حدود مقدار ويژه انتقال داد، سپس عمليات تكرار را انجام داد. با اين كار سرعت همگرايي زياد مي‌شود. بنابراين براي افزايش راندمان روش تكراري معكوس لازم است از قبل براي هر مد مقدار مناسب λ_0 پيدا شود. به اين منظور به طور همزمان از تكنيک نصف كردن و عدد استورم سيكوانس استفاده مي‌شود.

عدد استورم سيكوانس، تعداد مقادير ويژه‌ي يک مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي خطي را، كه كوچک‌تر از يک مقدار دلخواه هستند، بيان مي‌كند. به اين ترتيب كه با معرفي يک شيفت λ_0، ماتريس $\overline{\mathbf{K}}$ از رابطه(۳۷) محاسبه مي‌شود. سپس اين ماتريس به‌شكل $\mathbf{L}\,\mathbf{U}$ تجزيه مي‌گردد، كه $\mathbf{L}$ يک ماتريس پايين مثلثي و $\mathbf{U}$ يک ماتريس بالامثلثي است. تعداد درايه‌هاي منفي قطر اصلي ماتريس $\mathbf{U}$ برابر تعداد مقاديرويژه كوچک‌تر از λ_0 مي‌باشد[۳].

تكنيک نصف‌كردن، محدوده مقادير ويژه‌ي يک مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي خطي را، كه داراي ماتريس‌هاي حقيقي است، تعيين مي‌كند. به اين معني كه بازه‌هايي را تعيين مي‌كند كه در هر بازه، فقط يک مقدار ويژه محصور است. اندازه‌ي بازه‌ها را تا حد دلخواه مي‌توان كوچک‌كرد. اين روش، يک بازه به‌عنوان ورودي مي‌گيرد و همه‌ي مقادير ويژه‌ي موجود در آن بازه را حساب مي‌كند؛ به اين ترتيب كه ابتدا اعداد استورم‌سيكوانس را درابتدا و انتهاي بازه‌ي داده شده محاسبه مي‌كند. بنابراين مشخص مي‌شود چند مقدار ويژه در اين بازه وجود دارد. سپس بازه را به دو قسمت مساوي تقسيم مي‌كند و عدد استورم‌سيكوانس را در محل تقسيم محاسبه مي‌كند، تا تعيين شود در هر زيربازه به وجود آمده، چند مقدار ويژه وجود دارد. عمل تقسيم كردن زير بازه‌ها ادامه مي‌يابد تا در هر زيربازه فقط

يک مقداروِيژه محصور شده باشد. در حالت خاصي که يک مقداروِيژه‌ي مکرر (مرتبه‌ي دوم) وجود داشته باشد، پس از تقسيمات متوالي چنانچه با يک دقت از پيش تعيين شده، مقادير ويژه از هم قابل تفکيک نباشند، اعلام مي‌کند که يک مقدار ويژه‌ي مکرر وجود دارد.

درپايان، روش حل مسئله مقاديرويژه نامتقارن را به اين صورت مي‌توان خلاصه کرد: ابتدا به کمک تکنيک نصف کردن حدود هر مقداروِيژه بدست‌مي‌آيد. سپس، با استفاده از اين‌حدود، براي هر مد راست، به کمک روش انتقال ماتريس سختي را شيفت مي‌دهيم. نهايتاً هر شکل‌مد راست با روش تکرارمعکوس بدست مي‌آيد. بعد از محاسبه‌ي هر مد راست، بدست آوردن مدهاي چپ آسان است، زيرا مقادير ويژه آن‌ها معلوم است و با حل يک سيستم معادلات چند مجهولي مي‌توان آن را محاسبه‌کرد:

$$\left(\overline{\mathbf{K}}^{\mathbf{T}} - \lambda_i \overline{\mathbf{M}}^{\mathbf{T}}\right)\mathbf{X}^{\mathbf{L}} = 0 \qquad (۳۷)$$

پاسخ سيستم را نيز مي‌توان به صورت ترکيب خطي از شکل مدهاي سمت راست نوشت:

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{X}^{R}\,\overline{\mathbf{Y}} \qquad (۳۸)$$

با توجه به مطالب ياد شده، اکنون مي‌توان رابطه‌ي تحليل مودال وابسته‌ي سيستم سد - آبِ مخزن را مطرح کرد. با جايگذاري رابطه‌ي (۳۹) در (۹) و پيش ضرب کردن آن در $\left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}$، خواهيم داشت:

$$\left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\overline{\mathbf{M}}\mathbf{X}^{R}\ddot{\overline{\mathbf{Y}}} + \left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\overline{\mathbf{C}}\mathbf{X}^{R}\dot{\overline{\mathbf{Y}}} + \left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\overline{\mathbf{K}}\mathbf{X}^{R}\overline{\mathbf{Y}} = -\left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\overline{\mathbf{M}}\mathbf{J}a_{g} \qquad (۳۹)$$

به کمک روابط خاصيت تعامد مدها (۳۱)، داريم:

$$\mathbf{I}\,\ddot{\overline{\mathbf{Y}}} + \mathbf{C}^{*}\,\dot{\overline{\mathbf{Y}}} + \Lambda\,\overline{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}^{*} \qquad (۴۰)$$

که در اين رابطه از تعاريف زير استفاده شده است:

$$\mathbf{C}^{*} = \left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\,\overline{\mathbf{C}}\,\mathbf{X}^{R} \qquad (\text{۴۱-الف})$$

$$\mathbf{F}^{*}(t) = -\left(\mathbf{X}^{L}\right)^{T}\,\overline{\mathbf{M}}\,\overline{\mathbf{J}}\,\mathbf{a}_{g}(t) \qquad (\text{۴۲- ب})$$

$\overline{\mathbf{C}}$به صورت ماتريس استهلاک ريلي در نظر گرفته مي‌شود:

$$\overline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{1}{\rho}\mathbf{L} \end{bmatrix} \qquad (۴۲)$$

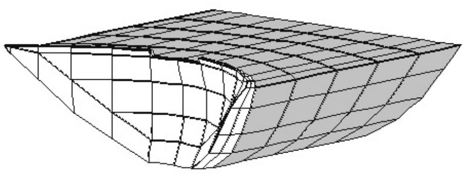
به کمک روش‌نيومارک و رابطه(۴۱)، مي‌توان مسئله را حل‌کرد.

مدل تحليل شده و پارامترهاي اصلي

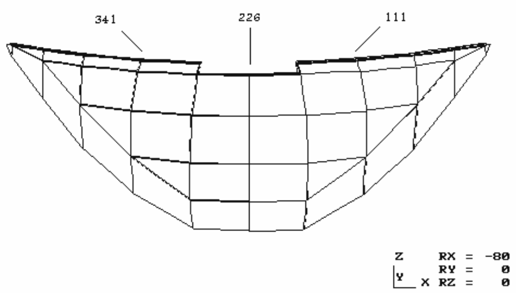
در اين مقاله، از مدل سد شهيد رجايي استفاده شده است. اين سد در جنوبِ شرقي شهرستان ساري در استان مازندران، بر روي رودخانه تجن احداث گرديده است و از نوع بتني قوسي با ارتفاع ۱۳۸متر از کف رودخانه و طول تاج ۴۲۰ متر مي‌باشد.

مدلسازي

مدل اجزا محدود سد و مخزن در شکل‌هاي (۱،۲) آمده است. براي مدل‌سازي بدنه‌ي سد و آبِ مخزن از المان‌هاي ۲۰ گرهي ايزوپارامتريک استفاده شده است. براي اين منظور، دو رديف المان در ضخامتِ سد به کار برده شده تا بتوان اثر تغيير تنش در ضخامت سد را به نحو مناسبي مدل کرد. در اين حالت، کل بدنه‌ي سد توسط ۷۶ المان مدل گرديد. محدوده‌ي آبِ مخزن



شکل ۱: مدل اجزا محدود سيستم سد و مخزن.



شکل ۲: مدل اجزا محدود بدنه‌ي سد.

نيز داراي ۱۳۰ المان مي‌باشد. تعداد کل گره‌ها ۱۱۷۹ و تعداد درجات آزادي ۱۷۳۴ مي‌باشد.

پارامترهاي اصلي

مصالح‌سد، ايزوتروپ، همگن و با رفتار الاستيک‌خطي است. پي سد صلب فرض شده است. ساير مشخصات

عبارتند از:

مدول الاستيسيته‌ي بتن $E_c = ۳۰\ GPa$

وزن حجمي بتن $\gamma_c = ۲۴\ kN/m^3$

ضريب پواسون بتن $\nu_c = ۰/۱۸$

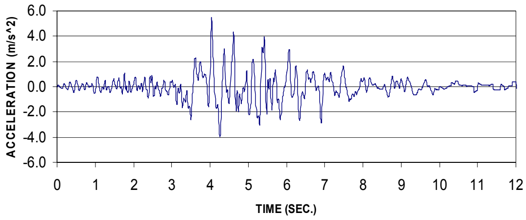
آبِ مخزن نيز غير چرخشي، غيرويسكوز و تراكم‌پذير فرض شده است. وزن حجمي آب $۱۰\ kN/m^3$ و سرعت امواج فشاري $۱۴۴۰\ m/s$ در نظر گرفته شده است. علاوه بر آن، از شرط مرزي سامرفيلد براي انتهاي مخزن استفاده شده است. هر چند برنامه‌اي كه براي اين منظور تهيه شده است قابليت در نظر گرفتن اثرات جذب انرژي امواج در كف مخزن را دارد، ولي در اين مقاله فرض شده است كه كف مخزن كاملا انعكاسي باشد. از اثر امواج سطحي نيز صرفنظر شده است.

براي‌روش مودال غيروابسته از ميرايي ويسكوز استفاده شده است. ضريب ميرايي براي تمام مدها ثابت فرض شده و مقدارآن برابر $\beta_d = ۰/۱۰$ در نظر گرفته شده است. بايد متذكر شد در روش مستقيم و مودال وابسته ازميرايي ريلي استفاده شده است و ضرايب ريلي به گونه‌اي تعيين شده كه در مودهاي اول و ششم ميرايي معادل ۰/۱۰ ميرايي بحراني را ايجاد كند.

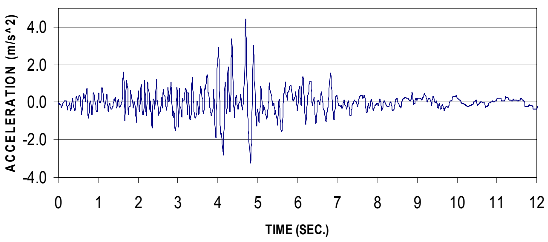
بارگذاري

بارهاي مورد نظر شامل وزن سد، فشار هيدروستاتيک و نيروهاي ديناميكي ناشي از زلزله مي‌باشد. اين بارها در گام‌هاي زماني مجزا به سد اعمال مي‌شوند. به طور مشابه، از گام زماني ۰/۰۱ ثانيه كه براي تحليل ديناميكي انتخاب شد، براي اعمال نيروي‌استاتيكي نيز استفاده مي‌شود. البته در تحليل استاتيكي، از اثرات اينرسي و ميرايي نيز صرفنظر مي‌شود. كليه‌ي بارهاي استاتيكي در زمان منفي به سد اعمال مي‌شود. بدين ترتيب، بار وزن در يک گام زماني و بار فشار آب در گام بعدي در زمان منفي اعمال مي‌شود. لذا در زمان صفر نتايج آناليز استاتيكي به عنوان شرايط اوليه آناليز ديناميكي مورد استفاده قرار مي‌گيرد.

براي تحليل لرزه‌اي سد شهيد رجايي، از مولفه‌هاي شتاب نگاشت زلزله‌ي Friuli - Tolmezzo استفاده شده است. شتاب نگاشت مورد استفاده، شامل دو مولفه از زلزله‌ي ياد شده است. اين مولفه‌ها شامل مولفه‌ي افقي در جهت رودخانه و مولفه‌ي قائم زلزله مي‌باشد. از مولفه‌ي ديگر (جهت عمود بر رودخانه) به دليل حفظ تقارن سيستم صرفنظر مي‌گردد. حداكثر شتاب (PGA) افقي در جهت رودخانه 0/56g و در جهت قائم 0/45g مي‌باشد. اين شتاب در مدت زمان ١٢ ثانيه به سيستم سد و مخزن اعمال شده است. شتاب نگاشت مربوط به مولفه‌هاي موردنظر، در شكل‌هاي (٣،٤) رسم شده است[١].



شكل ٣: مولفه‌ي افقي شتاب زلزله در جهت رودخانه.



شكل ٤: مولفه‌ي قائم شتاب زلزله.

نتايج

در اين بخش، نتايج حاصل مورد بررسي قرار مي‌گيرد. در هر قسمت، دو جدول ارائه شده است. در جدول اول، ماكزيمم تغييرمكان‌ها در سه جهتِ عمود بر راستاي رودخانه x، راستاي رودخانه y و قائم z براي هر تحليل آمده است. براي اين منظور سه نقطه در تاج سد در نظر گرفته شده است؛ اين نقطه‌ها شامل يک نقطه در وسط تاج سد و دو نقطه در ربع‌هاي چپ و راست مي‌باشد. تمامي اين نقاط در وجه بالادست قرار دارند(شكل(٢)). از آنجايي كه سد نسبت به صفحه‌ي yz متقارن است و شتاب نيز در جهت عمود بر راستاي رودخانه اعمال نشده است، جابه‌جايي‌هاي مربوط به نقطه‌هاي ربع چپ و راست با هم برابرند (در جهت x قرينه‌ي يكديگرند). به همين دليل، در جدول تغييرمكان، تنها جابه‌جايي‌هاي مربوط به نقطه‌ي مياني و ربع راست آورده شده است. جدول ديگر مربوط به تنش است. حداكثر تنش‌هاي كششي و فشاري در وجه بالادست و پايين‌دست در اين جدول آمده است و خطا نسبت به روش دقيق محاسبه شده است. علاوه بر جداول ياد شده، كانتور پوش تنش اصلي نيز ترسيم شده است؛ بدين معني كه

جدول ۱: حداكثر تغيير مكان تاج سد بر حسب mm.

مولفه‌ي تغيير مكان	تغيير مكان حداكثر تاج	
	نقطه‌ي ربع راست	نقطه‌ي مياني
عمود بر رودخانه	-۲۴/۱۴	۰/۰۰
راستاي رودخانه	۵۲/۰۴	۱۲۵/۰۳
قائم	۴/۸۳	-۱۰/۰۵

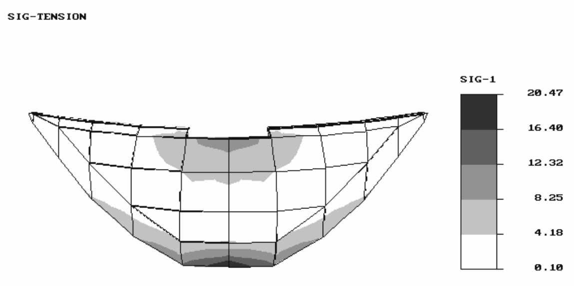
جدول ۲: مقادير حداكثر تنش‌هاي اصلي بر حسب MPa.

حداكثر تنش كششي σ_1		حداكثر تنش فشاري σ_3	
بالا دست	پايين دست	بالا دست	پايين دست
۲۰/۴۷	۷/۸۳	-۱۳/۹۴	-۱۲/۰۲

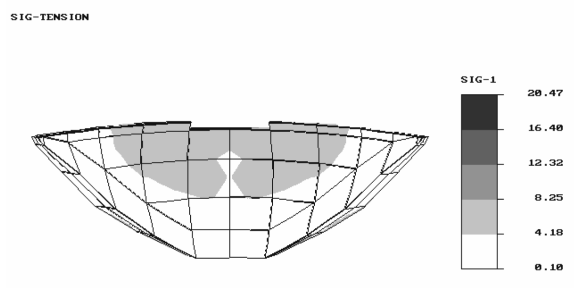
حداكثر مقدار تنش اصلي در هر گره در كل بازه‌ي زماني زلزله بدست آمده و رسم شده است.

روش مستقيم

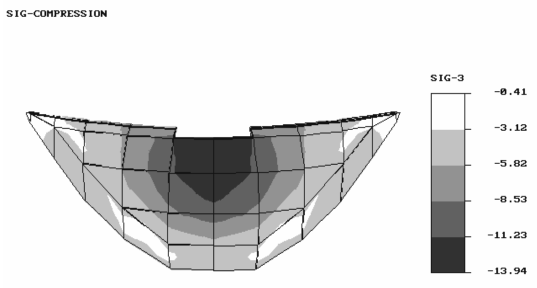
مقادير جابه‌جايي ماكزيمم در نقاط ياد شده‌ي تاج سد و تنش‌هاي اصلي حداكثر به ترتيب در جداول(۱) و (۲) آمده است. مقادير اين جداول معياري براي مقايسه با جواب‌هاي روش‌هاي مودال خواهد بود. پوش تنش مربوط به تنش‌هاي اصلي تحليل در شكل‌هاي (۵) تا (۸) آمده است.



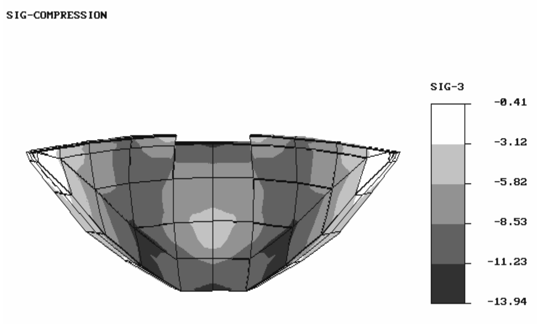
شكل ۵: پوش حداكثرتنش اصلي كششي(MPa) در وجه بالادست.



شكل ۶:پوش حداكثر تنش اصلي كششي(MPa) در وجه پايين‌دست.



شكل ۷:پوش حداكثر تنش اصلي فشاري(MPa) در وجه بالادست.



شكل ۸:پوش حداكثرتنش اصلي فشاري(MPa) در وجه پايين‌دست.

البته لازم به ذكر است كه نتايج فوق برمبناي مدل پي صلب است و از المان‌هايInterface استفاده نشده است؛ لذا، چون امكان آزاد شدن تنش‌هاي كششي وجود ندارد، مقدار تنش‌ها، به خصوص در قسمت‌هاي نزديك پي، افزايش مي‌يابد. در مرجع [۱]، همين سد با فرض پي صلب و با استفاده از جرم افزوده تقريبي مدل شده و تنش كششي ۱۶MPa در محل پي سد بدست آمده كه نزديك به تنش‌هاي محاسبه شده در مقاله است. در مرجع[۲] پي، انعطاف‌پذير مدل شده و تنش حداكثر كششي در محل پي سد به ۵MPa كاهش يافته است. اين مورد نيز

نشان مي دهد كه تنش بالاي ايجاد شده در حالت فوق ناشي از صلب در نظر گرفتن سنگ پي مي‌باشد.

روش مودال غيروابسته

در اين بخش نتايج حاصل از اين روش كه با استفاده از برنامه‌ي كامپيوتري نوشته شده بدست آمده، ارائه مي‌گردد؛ پاسخ‌هاي روش مودال، با پاسخ‌هاي دقيق (روش مستقيم)، مقايسه مي‌شود تا كارايي روش مودال غيروابسته سنجيده شود. در بخش‌هاي قبلي اشاره شد كه براي اين نوع تحليل، مسئله‌ي مقدار ويژه‌اي كه بايد حل شود، از دو مسئله‌ي مستقل تشكيل شده است. يكي از آن‌ها فركانس‌هاي طبيعي و شكل مدهاي سد با مخزن خالي است و ديگري مربوط به آبِ مخزن با جداره‌هاي صلب است. در شكل (٩) به ترتيب ٢ شكل مد مربوط به سد با مخزن خالي و مخزن با جداره‌هاي صلب نشان داده شده است. ۵ فركانس اول سد و مخزن در جدول (٣) آمده است. بررسي نشان مي‌دهد كه فركانس‌هاي طبيعي سد در مقايسه با آبِ مخزن، از نظر مقدار، در محـــدوده‌ي وسيع‌تري گسترده شده‌اند. اين بدان معناست كه براي اين نوع تحليل، تعداد مدهاي مخزن نسبت به مدهاي سد بايد بيشتر باشد تا دقت مطلوب حاصل گردد. علاوه بر آن فركانس ۴٠ام سد نزديک به فركانس ٨٠ام مخزن مي‌باشد. با توجه به مطالب ياد شده، براي تعداد مدهاي مختلف، تحليل انجام شده است. نتايج آن‌ها در جداول (۴) و (۵) خلاصه شـده است. اعداد جدول نشـان مي‌دهد با افزايش تعداد مـدهاي مورد استفاده در بدنه‌ي سـد و محدوده‌ي آبِ مخـزن، پاسخ اين روش به پاسخ دقيق همگرا مي‌شود. با در نظر گرفتن ۴٠ مد براي بدنه‌ي سد و ٨٠ مد براي آبِ مخزن، پاسخ‌هاي خوبي بدست مي‌آيد. براي اين تعداد مد، مقدار ماكزيمم تنش فشاري وكششي حدود ٠/۵٨ و ٩/٣٢ درصد كمتر از مقادير تنش مربوط به روش مستقيم است. هر چند معمولاً معيار طراحي تنش مي‌باشد، ولي با اين تعداد مد، ميزان خطاي جابه‌جايي نيز در حد قابل قبول است(كمتر از ١٠ درصد خطا). با در نظر گرفتن ٨٠ مد براي سد و ١۶٠ مد براي آبِ مخزن مي‌توان جواب‌هاي دقيق‌تري بدست آورد.

جدول ٣: فركانس‌هاي‌طبيعي‌سيستم‌غيروابسته‌ي‌سد-آبِ مخزن(Hz).

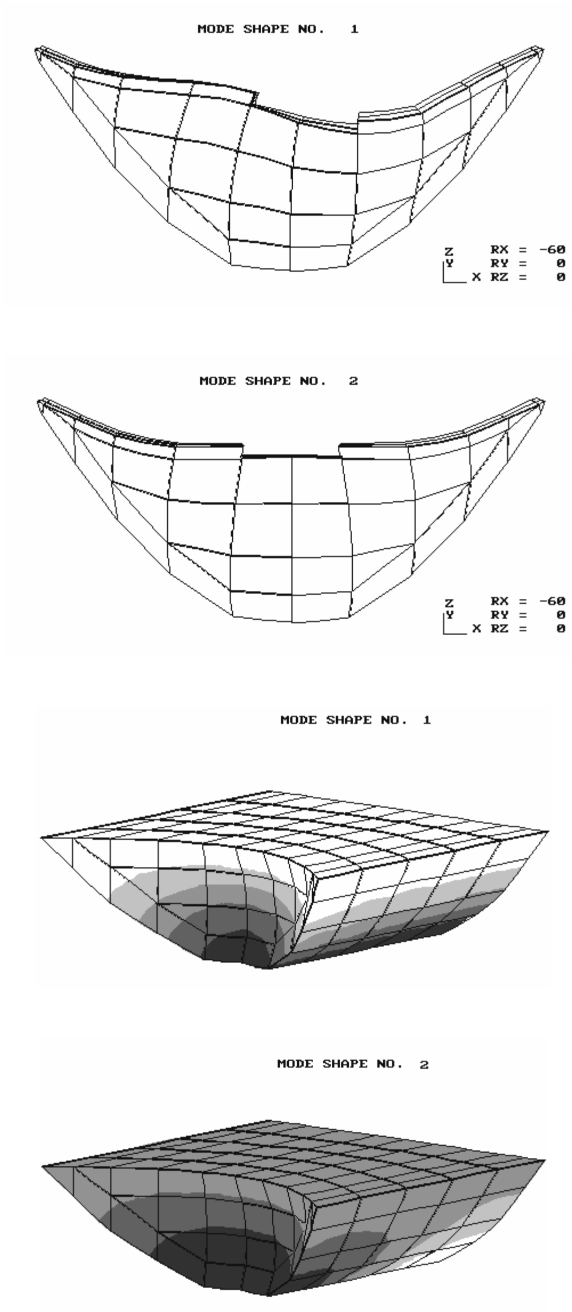
شماره‌ي مد	فركانس سد	فركانس مخزن
١	٢/۴٠۵٣٩	٣/۴۶۶٨٠
٢	٣/٠١١٨٠	۴/٣٨١٣٩
٣	٣/۴٨٢٧۴	۵/٢۶٩٢۴
۴	۴/٨٢۴۶٢	۵/٨٠٧٧٠
۵	۵/۴٧٣۵٩	۶/٢۵۵١٢

جدول ۴: حداكثر تغيير مكان تاج سد بر حسب mm.

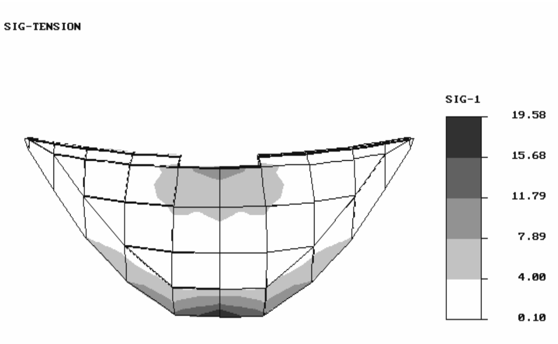
تعداد مد	مولفه تغييرمكان	تغيير مكان حداكثر تاج			
		نقطه‌ي ربع راست		نقطه‌ي مياني	
سد-مخزن		مقدار	خطا	مقدار	خطا
٢٠-۴٠	عمود بر رودخانه	-٢١/٣٣	١١/۶۴	٠/٠٠	٠/٠٠
	راستاي رودخانه	۵۵/٢٧	۶/١٩	١١٢/٠۴	١٠/٣٩
	قائم	-۴/۵۴	١٩۴/٠٠	-١٠/١١	٠/۶۵
۴٠-٨٠	عمود بر رودخانه	-٢٢/٩۶	۴/٨٩	٠/٠٠	٠/٠٠
	راستاي رودخانه	۵٣/٩١	٣/۵٩	١١٢/٧٧	٩/٨١
	قائم	۴/۴۶	٧/۶۶	-١٠/٠٩	٠/٣٧
۵٠-١٠٠	عمود بر رودخانه	-٢٣/۴١	٣/٠١	٠/٠٠	٠/٠٠
	راستاي رودخانه	۵١/٩٢	٠/٢۴	١١٢/۵٩	٩/٩۵
	قائم	۴/٣٨	٩/٣٧	-١٠/١٢	٠/٧٠
٨٠-١۶٠	عمود بر رودخانه	-٢۴/١٧	٠/١۴	٠/٠٠	٠/٠٠
	راستاي رودخانه	۵٠/٠١	٣/٩١	١١٧/٨١	۵/٧٧
	قائم	۴/۴٢	٨/٣٩	-١٠/٢٨	٢/٢٨

جدول ۵: مقادير حداكثر تنش‌هاي اصلي بر حسب MPa (تحليل مودال غيروابسته سد با مخزن پر).

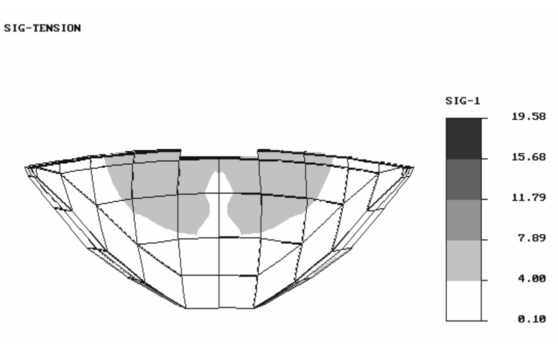
تعداد مد	حداکثر تنش کششي σ_1				حداکثر تنش فشاري σ_3			
	بالا دست		پايين دست		بالا دست		پايين دست	
سد-مخزن	مقدار	خطا	مقدار	خطا	مقدار	خطا	مقدار	خطا
۴۰-۲۰	۱۷/۴۳	۱٤/۸٦	۵/٦٦	۲۷/۷۲	-۱۳/۹۵	۰/۱۳	-۱۲/۵۵	۴/۴۱
۸۰-۴۰	۱۸/۵٦	۹/۳۲	٦/۱۷	۲۱/۱۹	-۱۴/۰۲	۰/۵۸	-۱۲/۵۹	۴/۷۳
۱۰۰-۵۰	۱۸/۸۷	۷/۸۲	٦/۱۵	۲۱/۴۱	-۱۳/۸۹	۰/۳٦	-۱۲/۱۹	۱/۴۴
۱٦۰-۸۰	۱۹/۵۸	۴/۳۳	٦/۵۱	۱٦/۸۲	-۱۳/۵۸	۲/۵۲	-۱۲/۱۵	۱/۱۳



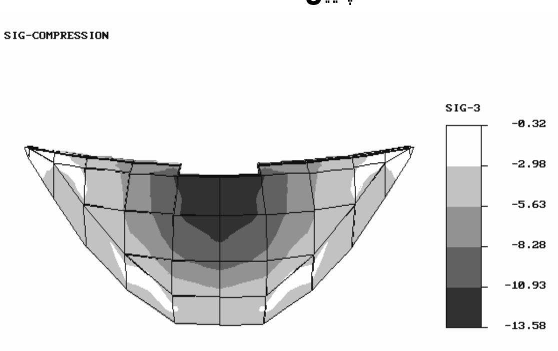
شکل۹: شكل مدهاي غيروابسته سد و آب مخزن.



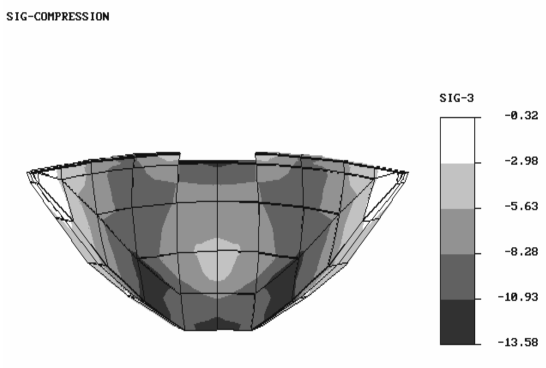
شكل ۱۰: پوش حداكثر تنش اصلي كششي(MPa) در وجه بالادست.



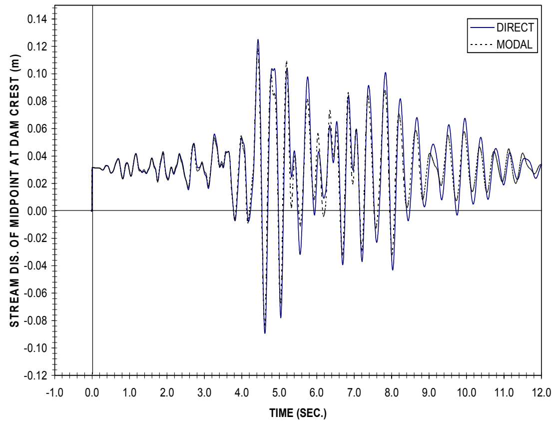
شكل ۱۱: پوش حداكثرتنش اصلي كششي(MPa)دروجه پايين‌دست.



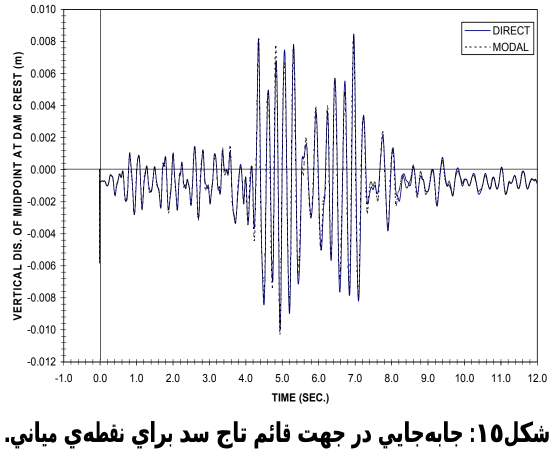
شكل ۱۲: پوش حداكثر تنش اصلي فشاري(MPa)در وجه بالادست.



شكل ۱۳: پوش حداكثرتنش اصلي فشاري(MPa) دروجه پايين‌دست.



شكل١٤: جابه‌جايي در جهت رودخانه‌ي تاج سد براي نقطه‌ي مياني.



شكل۱۵: جابه‌جايي در جهت قائم تاج سد براي نقطه‌ي مياني.

پوش تنش‌هاي اصلي نيز در شكل‌هاي (۱۰) تا (۱۳) آمده است. از مقايسه‌ي اين شكل‌ها با پوش تنش دقيق، (شكل‌هاي ۵ تا ۸) مشاهده مي‌شود كه براي زوج ۸۰ و ۱۶۰ مد، شكل پوش از تشابه خوبي برخوردار است؛ براي ارزيابي بهتر نتايج، نمودارهاي جابه‌جايي افقي و قائم نقطه‌ي مياني تاج سد براي زوج ۸۰ و ۱۶۰ در مقايسه با روش مستقيم در شكل‌هاي (۱۴) و (۱۵) رسم شده است.

انطباق اين نمودارها دليل ديگري بر مناسب بودن آن تعداد مد مي‌باشد.

روش مودال وابسته

در تحليل مودال وابسته، بايد دو گروه بردارويژه، كه شكل مدهاي راست و چپ ناميده مي‌شوند، محاسبه گردد. حل اين مسائل نامتقارن با مشكلاتي مواجه بود كه در بخش‌هاي قبلي مورد بحث قرار گرفت. ۵ فركانس طبيعي اول اين مدل در جدول(۶) آمده است. شكل مد اول راست و چپ نيز در شكل (۱۶) ارائه شده است.

جدول ۶: فركانس‌هاي طبيعي سيستم سد - آب مخزن (Hz).

شماره‌ي مد	فركانس سيستم
١	٢/٠٢٢٢٧٧
٢	٢/٣٥٨٨٧
٣	٣/٠٠١٩٩
٤	٣/٤٧٥٠٦
٥	٤/٠٧٩١٩

براي تعداد مدهاي وابسته‌ي مختلف، تحليل مودال انجام شده و نتايج آن‌ها در جداول(۷،۸) خلاصه شده است. مقاديرجدول نشان مي‌دهدبا افزايش تعداد مدهاي مورد استفاده از خطاي اين روش نسبت به پاسخ دقيق كاسته مي‌شود. با درنظر گرفتن ۱۵ مد براي سيستم، پاسخ‌هاي مناسبي بدست مي‌آيد (زير ۵% براي مقادير حداكثر تنش و جابه‌جايي)؛ اما از نظر عملي، با استفاده از ۱۰ مد نيز، پاسخ‌هاي با دقت قابل قبولي بدست مي‌آيد. در مقايسه با روش مودال غيروابسته، تعداد مدهاي مورد نياز براي اين تحليل بسيار كم‌تر مي‌باشد.

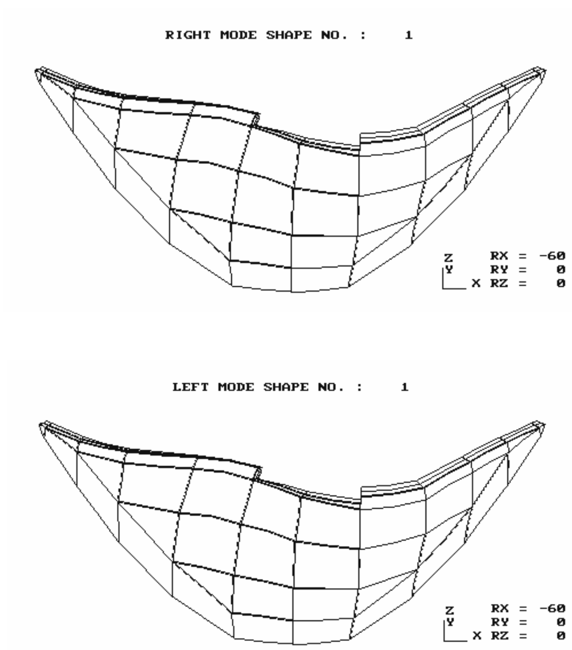
پوش تنش‌هاي اصلي مربوط به ۱۵ مد نيز در شكل‌هاي (۱۷) تا (۲۰) آمده است. مقايسه‌ي اين شكل‌ها با پوش تنش دقيق(شكل‌هاي ۵ تا ۸)، انطباق كامل آن‌ها را براي ۱۵ مد نشان مي‌دهد. نمودارهاي جابه‌جايي افقي و قائم نقطه‌ي مياني تاج‌سد براي اين تعداد مد در مقايسه با روش مستقيم در شكل‌هاي (۲۱) و (۲۲) رسم شده است. انطباق اين نمودارها، دليل ديگري بر مناسب بودن آن تعداد مد مي‌باشد.

جدول ۷:حداکثر تغییر مکان تاج سد بر حسب mm .

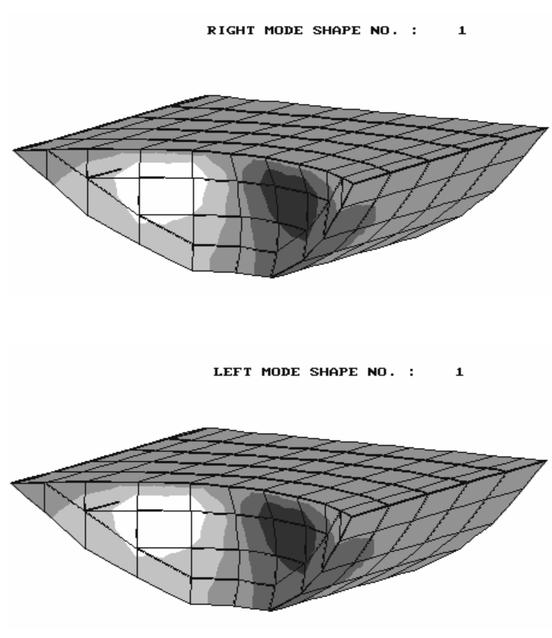
تعداد مد وابسته سد-مخزن	مولفه تغییرمکان	تغییر مکان حداکثر تاج			
		نقطهي ربع راست		نقطهي مياني	
		مقدار	خطا	مقدار	خطا
۳	عمود بر رودخانه	-۲۹/۵۳	۲۲/۳۳	۰/۰۰	۰/۰۰
	راستاي رودخانه	۷۰/۱۸	۳۴/۸۴	۱۲۷/۱۰	۱/۶۵
	قائم	-۲/۸۴	۱۵۸/۷۵	-۳/۵۲	۶۵/۰۲
۵	عمود بر رودخانه	-۲۲/۹۱	۵/۰۹	۰/۰۰	۰/۰۰
	راستاي رودخانه	۵۶/۳۳	۸/۲۴	۱۲۷/۷۰	۲/۱۴
	قائم	-۴/۶۵	۱۹۶/۳۱	-۹/۷۲	۳/۲۹
۱۰	عمود بر رودخانه	-۲۲/۷۶	۵/۷۰	۰/۰۰	۰/۰۰
	راستاي رودخانه	۵۲/۸۰	۱/۴۵	۱۲۸/۳۸	۲/۶۸
	قائم	۴/۹۲	۱/۹۷	-۱۱/۲۸	۱۲/۲۹
۱۵	عمود بر رودخانه	-۲۳/۳۶	۳/۲۰	۰/۰۰	۰/۰۰
	راستاي رودخانه	۵۰/۹۸	۲/۰۵	۱۲۵/۷۰	۰/۵۴
	قائم	۴/۵۱	۶/۶۶	-۹/۶۴	۴/۰۸

جدول ۸ : مقادیر حداکثر تنشهاي اصلي بر حسب MPa (تحلیل مودال وابسته سد با مخزن پر).

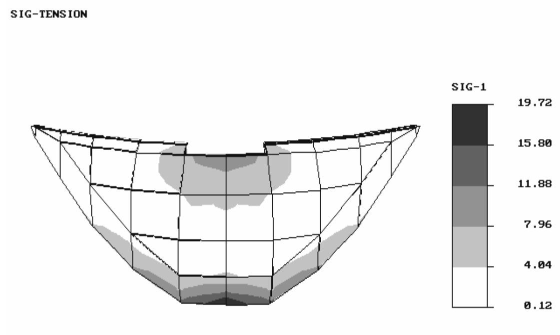
تعداد مد وابسته سد-مخزن	حداکثر تنش کششي σ_1				حداکثر تنش فشاري σ_3			
	بالا دست		پایین دست		بالا دست		پایین دست	
	مقدار	خطا	مقدار	خطا	مقدار	خطا	مقدار	خطا
۳	١٥/٠٩	٢٦/٢٦	٦/٨٠	١٣/٠٩	-١٤/٤٤	٣/٦٠	-١٤/٦٣	٢١/٧١
۵	١٧/٤٥	١٤/٧٤	٦/٤١	١٨/١٢	-١٤/٧١	٥/٥٩	-١٢/٤٧	٣/٧٥
۱۰	١٩/٠٠	٧/١٩	٧/٩٢	١/١٦	-١٤/٥١	٤/٠٩	-١٢/٤٧	٣/٧٤
۱۵	١٩/٧٢	٣/٦٣	٧/١٩	٨/١٣	-١٣/٩٢	٠/١٢	-١٢/٣١	٢/٣٩



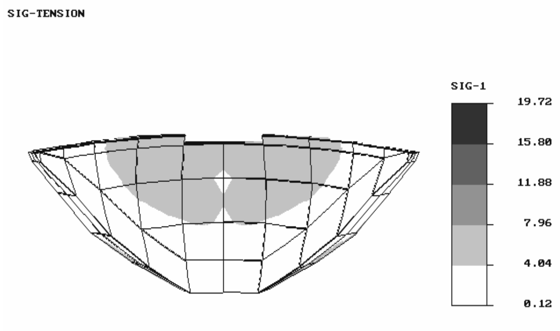
شکل ۱۶: شکل مد اول راست و چپ سیستم سد – آب مخزن.



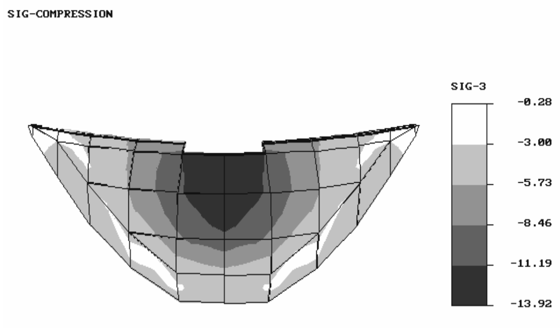
شکل ۱۷: شکل مد اول راست و چپ سیستم سد – آب مخزن.



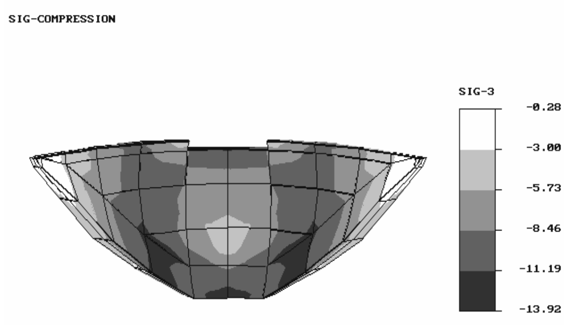
شكل ۱۸: **پوش حداكثر تنش اصلي كششي(MPa) در وجه بالادست.**



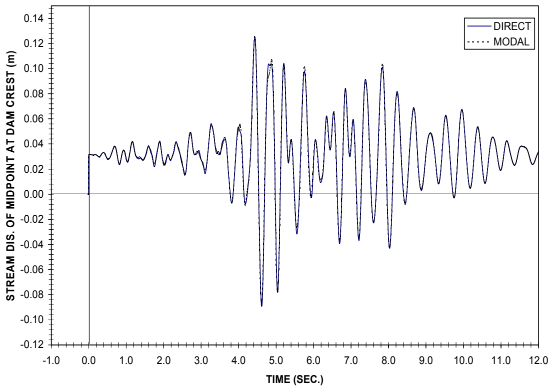
شكل ۱۹: **پوش حداكثرتنش اصلي كششي(MPa)در وجه پايين‌دست.**



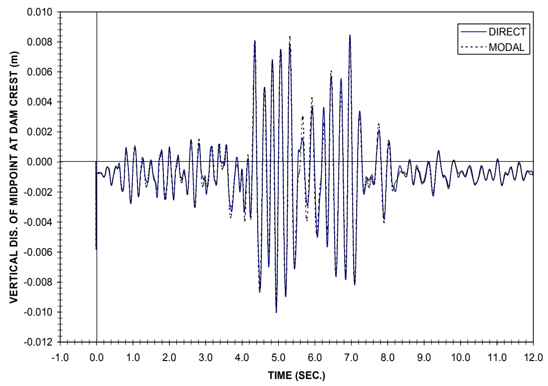
شكل ۲۰: **پوش حداكثرتنش اصلي فشاري(MPa) دروجه بالادست.**



شكل ۲۱: **پوش حداكثرتنش‌اصلي فشاري(MPa) دروجه پايين‌دست.**



شكل ۲۲: **جابه‌جايي در جهت رودخانه‌ي تاج سد براي نقطه‌ي مياني.**



شكل ۲۳: **جابه‌جايي در جهت قائم تاج سد براي نقطه‌ي مياني.**

نتيجه‌گيري

در اين مقاله، سعي بر اين بوده كه با استفاده از روش‌هاي مودال، براي تحليل سيستم سد و آب‌مخزن در محدوده‌ي زمان، پاسخ سيستم بدست آيد. پاسخ‌هاي دقيق سيستم براي سد با مخزن پر از روش مستقيم محاسبه شد. اين پاسخ‌ها، معيار مقايسه با جواب‌هاي مودال مي‌باشند. براي سد با مخزن پر، از دو روش مودال وابسته و غير وابسته كمک گرفته شده و كارايي آن‌ها مقايسه شده است. براي يک مثال كنترلي، سد قوسي شهيد رجايي مورد بررسي و ارزيابي قرار گرفته است. در اين قسمت نتايج مطالعات فوق خلاصه مي‌شود.

از تحليل مودال غيروابسته مشاهده مي‌شود كه با افزايش تعداد مدهاي غير وابسته، جواب‌ها به جواب‌هاي دقيق همگرا مي‌شود. در عين حال، محاسبه‌ي شكل مدهاي آن به سادگي و اطمينان با روش‌هاي سريع معمول امكان‌پذير است. براي سد قوسي در نظر گرفته شده، زوج ۸۰ و ۱۶۰ مد خطاي كمي را به همراه دارد.

روش مدي وابسته با تعداد مدهاي بسيار كم‌تر، جواب‌هاي بسيار خوبي براي پاسخ سيستم سد و آب مخزن نتيجه مي‌دهد. مشاهده شد كه با افزايش تعداد مدهاي مورد استفاده، پاسخ اين روش به پاسخ دقيق همگرا مي‌شود. در ضمن ملاحظه گرديد كه اين روش براي تحليل سيستم سد و آب مخزن روشي موثر و كارآمد مي‌باشد. در محاسبه‌ي شكل مدهاي سيستم سد و آب مخزن كه در اين روش استفاده مي‌شود، به دليل عدم تقارن ماتريس‌هاي مسئله‌ي مقدار ويژه‌ي مربوطه، حل آن به روش‌هاي سريع معمول امكان‌پذير نيست. روشي كه در اين مقاله استفاده شده است بر مبناي روش تكرار معكوس و با استفاده از روش‌هاي نصف كردن و خط آسمان (Skyline) متقارن مي‌باشد و مشاهده گرديد كه اين روش نسبت به روش تكرار معكوس معمول بسيار موثرتر است.

مراجع

1 - Espandar, Radin. (1379). "*Investigation of nonlinear dynamic behavior of arch dams*." PhD thesis, Amirkabir University of Tehran,[Persian].

2 - Lotfi, V. (1376). "*Analysis of Shahid Rajaee arch dam*." 3rd conference on large dams, Sep. 1376 [Persian].

3 - Bathe, K. J. (1996). *Finite element procedures*, Prentice – Hall, New Jersey.

4 - Chopra, A. K., Chakrabarti, P. and Gupta, S. (1985). *Earthquake response of concrete gravity dams including hydrodynamic and foundation interaction effects*. Report no.EERC-85/07, University of California, Berkeley US, July.

5 - Fok, K. L. and Chopra, A. K. (1986). "Earthquake analysis of arch dams including dam-water interaction, reservoir boundary absorption and foundation flexibility." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* Vol. 14, PP. 155-184.

6 - Lotfi, V. (2003). "Seismic analysis of concrete gravity dams by decoupled modal approach in time domain." *Electronic Journal of Structural Engineering,* Vol. 3.

7 - Lotfi, V. (2002). "Seismic analysis of concrete dams using the pseudo–symmetric technique." *Dam Engineering,* Vol. XIII, Issue 2, PP. 119-145.

8 - Maheri, M. R. (2002). "Solving structural fluid dynamic interaction using a modified added mass approach." *Dam Engineering*, Vol. XIII, Issue 1, PP. 25-49.

9 - Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2000). *The finite element method*, 5th Edition, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.