

## بهینه سازی ورقهای کامپوزیت با استفاده از الگوریتم ژنتیک

محمد رضا قاسمی\*

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده مهندسی - دانشگاه سیستان و بلوچستان

خسرو پیلهوریان

عضو هیات علمی گروه مهندسی عمران - دانشگاه آزاد اسلامی واحد ملایر

(تاریخ دریافت ۸۳/۴/۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۱۱/۱۲، تاریخ تصویب ۸۵/۲/۲۳)

### چکیده

بهینه‌سازی سازه‌ها یعنی طراحی آنها به صورتی که هم مسائل فنی رعایت شوند و هم کمترین وزن و هزینه اجرایی را داشته باشد. در سالهای اخیر استفاده از مواد مرکب چندلایه در ساخت سازه‌های مکانیکی، فضایی، دریایی و خودروسازی افزایش یافته است. یکی از دلایل عمده استفاده از این مواد، مقاومت بسیار زیاد به همراه وزن کم آنها می‌باشد. از اهداف این تحقیق طراحی بهینه یک ورق مرکب چندلایه با کمترین وزن و هزینه ممکنه است، بطوریکه صفحه بیشترین بار ممکن را تحمل نماید تا به مرحله گسیختگی نهایی برسد. معیار گسیختگی در این تحقیق معیار تسای-هیل می‌باشد. تابع برازندگی که به صورت چند هدفه است، ترکیبی از وزن، هزینه و بار گسیختگی نهایی می‌باشد. بنابراین مسئله در اینجا یک مسئله کمینه سازی و بیشینه‌سازی بطور همزمان می‌باشد-کمینه‌سازی وزن و هزینه و بیشینه‌سازی بار گسیختگی نهایی. متغیرهای طراحی در این مسئله متشکل از ضخامت، زاویه الیاف و جنس برای هر لایه می‌باشند که می‌توانند به صورت پیوسته یا گسسته در نظر گرفته شوند. تغییرات ضخامت به صورت پیوسته و تغییرات زاویه الیاف و جنس به صورت گسسته می‌باشند. تعداد لایه‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود و برای تحلیل ورق از روش تئوری کلاسیک چندلایه‌ها استفاده می‌گردد. از اهداف اصلی این تحقیق چگونگی تلفیق توابع کمینه‌سازی و بیشینه‌سازی چندهدفه بطور همزمان و نیز بدست آوردن بار گسیختگی نهایی صفحه-باری که تحت آن بار همه لایه‌ها و نه فقط اولین لایه گسیخته شود. اغلب برنامه‌های بهینه‌ساز با دو اشکال عمده همگرایی موضعی و عملکرد با متغیرهای گسسته مواجه هستند. لذا دستیابی به ابزاری که بر مشکل مذکور غلبه کند، ضروری به نظر می‌رسد. الگوریتم وراثتی که یکی از روشهای بهینه سازی الهام گرفته از طبیعت است، بر این مشکل فائق آمده است. به منظور نیل به اهداف فوق اقدام به تهیه نرم افزاری گردیده که کلیه مراحل تحلیل، طراحی و بهینه سازی صفحات کامپوزیت را با در نظر گرفتن شرایط اخیر بوسیله الگوریتم وراثتی انجام می‌دهد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با یک ترکیب قابل قبول از لحاظ وزن و هزینه، یک صفحه کامپوزیت قادر به تحمل بارهای بسیار بزرگی از نظر مقدار می‌باشد.

**واژه های کلیدی:** الگوریتم ژنتیک - ورقهای کامپوزیت - تابع چند هدفه - کمینه‌سازی و بیشینه‌سازی همزمان

### مقدمه

الیاف از جنسهای مختلف در راستای طول خود، قویتر از همان مواد بصورت انباشته شده می‌باشند. که این امر بدلیل ابعاد کوچک سطح مقطع الیاف بوده و در نتیجه باعث به حداقل رساندن حضور نواقص ملکولی در مکانهای مختلف می‌گردد. رایج ترین الیاف مصنوعی که برای کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند، عبارتند از: شیشه؛ کربن(گرافیت) و کولار (آرامید). نوع مواد مرکبی که ما در جستجوی آن خواهیم بود، مواد مرکب الیافی بصورت چندلایه می‌باشد. بنابراین بایستی ابزار قدرتمندی در دست داشت که با آن بتوان صفحه‌ای با جهات لایه‌های مختلف و جنس‌های مختلف طراحی کرد بطوریکه با وجود وزن و هزینه پایین قادر به تحمل بارهای بزرگ نیز باشد.

از آنجا که عموماً یک ماده به تنهایی دشوار میتواند با توجه به جنبه های اقتصادی ویا کارایی و عملکرد، پاسخگوی مجموعه خواص مورد نیاز برای طراحی باشد، لذا در جهان امروز شاهد نیاز روزافزون به استفاده از ترکیبی از مواد برای دستیابی به خواصی مطلوب هستیم. معمولاً یک ماده کامپوزیت را به صورت یک مخلوط فیزیکی در مقیاس میکروسکوپی از دو یا چند ماده مختلف تعریف میکنند، که این مواد خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خود را حفظ کرده و مرز مشخصی را با یکدیگر تشکیل می‌دهند. در یک کامپوزیت به طور کلی الیاف، عضو بارپذیر اصلی سازه هستند. در حالیکه فاز ماتریس آنها را در محل و آرایش مطلوب نگه داشته و به عنوان یک محیط منتقل کننده بار بین الیاف عمل می‌کند.

حقیقت بعد از کمانش صفحه، سختی آن کاهش می‌یابد. اما با استفاده از مقاومت بعد از کمانش صفحه می‌توان بار بیشتری به صفحه وارد نمود [۴].

### محاسبه تنشهای هر لایه در مختصات محلی

همانطور که گفته شد، تحلیل ورق بر مبنای تئوری کلاسیک لایه ای می‌باشد. طبق آنچه در مرجع [۴] آمده، داریم:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (1)$$

که در رابطه بالا :

$$N = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}, \quad M = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

براهای وارد بر ورق هستند و  $\varepsilon^0$  و  $\kappa$  به ترتیب کرنش و انحنای صفحه میانی می‌باشند. و  $[A]$  و  $[B]$  و  $[D]$  ماتریسهای سختی لایه ها هستند که با استفاده از ضرایب مهندسی بدست می‌آیند. می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A'] & [B'] \\ [C'] & [D'] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (3)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [A'] &= [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*] \\ [B'] &= [B^*][D^*]^{-1} \\ [C'] &= -[D^*]^{-1}[C^*] \\ [D'] &= [D^*]^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

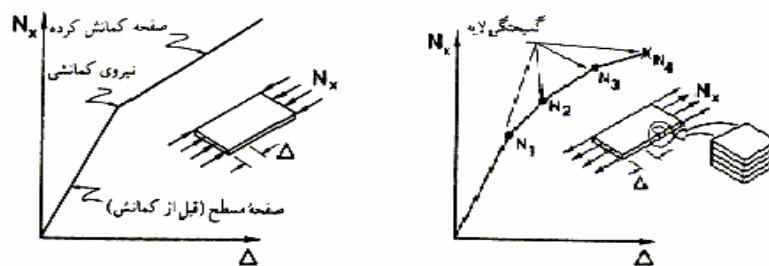
الگوریتم ژنتیک با یک جمعیت ابتدایی، یک جستجوی سراسری را آغاز می‌کند. اندازه جمعیت به ویژگیهای مسئله بهینه‌سازی بستگی دارد [۱]. معمولاً جمعیت آغازین را از رشته‌های صفر و یک می‌سازند. رشته‌ها اندازه‌های کدگذاری شده متغیرهای طراحی هستند. جمعیت آغازین را به شکل تصادفی می‌سازیم. هر رشته از جمعیت مانند یک کروموزوم و هر جزء دودویی از هر رشته مانند یک ژن است. اکنون باید از تکامل جمعیت آغازین، یک جمعیت جدیدی بسازیم که برای آن سه کار اساسی را شبیه‌سازی می‌کنیم که عبارتند از انتخاب، پیوند و جهش [۲]. در انتخاب یک دسته از کروموزوم‌ها بر اساس برازندگی خود از جمعیت پیشین خود برگزیده می‌شوند. برازنده‌ترین کروموزوم بخت بیشتری برای گزینش در نسل آینده دارد.

در پیوند برخی از ژنها به جای هم می‌نشینند. پیوند روشهای گوناگونی دارد، مانند رخدادیک نقطه پیوند یا رخداد چند نقطه پیوند، که این نقاط نیز به صورت تصادفی بدست می‌آید. با بکار بردن این روند، از جمعیت پایه یا والدین، نسل نوینی بنام فرزندان بدست می‌آید. در جهش نیز که مانند پیوند انواع یک نقطه‌ای تا چند نقطه‌ای دارد، در نقطه یا نقاطی که تصادفی مشخص می‌شود، صفرها به یک و یکها به صفر تبدیل می‌شوند [۳].

## روش آنالیز

### مقاومت صفحات مرکب چند لایه

محاسبه مقاومت مواد مرکب چند لایه بسیار پیچیده می‌باشد. مطابق با آنچه در شکل (۱) دیده می‌شود، اگر یکی از لایه‌ها گسیخته شود سیستم هنوز تحمل بار بیشتر را تا زمانیکه سختی صفحه بطور چشمگیری کاهش یابد، و در نهایت تمامی لایه‌ها گسیخته شوند، دارا می‌باشد. این حالت را میتوان با ایجاد کمانش در صفحات مقایسه کرد. در



شکل ۱: مقایسه رفتار صفحه کمانش کرده با صفحات مرکب چند لایه.

مقدار معیار تسای-هیل، گسیخته میشوند و مساله با لایه های باقیمانده که هنوز گسیخته نشده اند ادامه پیدا میکند.

### تئوری گسیختگی تسای-هیل<sup>۱</sup>

عبارتست از گسترش تئوری «ون میسز»<sup>۲</sup> که در مورد مواد غیر ایزوتروپ بدست آمده است. با استفاده از تئوری هیل برای مواد ارتوتروپ خواهیم داشت:

$$R = \left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{X \cdot X} + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \leq 1 \quad (8)$$

در این رابطه نسبت به علامت  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  به جای  $X$ ،  $X_t$  یا  $X_c$  و نیز بجای  $Y$ ،  $Y_t$  یا  $Y_c$  قرار می گیرد.

### بهینه سازی

یک مدل ریاضی در انجام فرآیند بهینه سازی دارای سه بخش کلی است. تابع هدف، متغیرهای طراحی و قیود مسئله. در اینجا به تشریح هر یک بصورت مجزا می پردازیم.

#### تابع هدف

در این تحقیق برای بهینه سازی صفحات کامپوزیت، سه هدف دنبال می شود. بهینه سازی وزن، هزینه و بار نهایی، بطوری که وزن و هزینه کمینه و همزمان بار نهایی بیشینه شود. ابتدا هر کدام از این توابع را بطور جداگانه تشریح کرده، سپس توسط یکی از روشهای ترکیب توابع چند هدفی آنها را با هم ترکیب میکنیم [۵]. از آنجاکه فرآیند بهینه سازی صفحات کامپوزیت با توجه به ماهیت مسئله دارای ترکیبی از چندین نوع متغیرهای طراحی گسسته و پیوسته می باشد، از بسته نرم افزاری مبتنی بر روش الگوریتم ژنتیکی استفاده می کنیم [۱].

#### وزن

برای بدست آوردن وزن ورق رابطه زیر را در نظر می گیریم:

$$M = a.b.(\rho_1.t_1 + \rho_2.t_2 + \dots + \rho_n.t_n) \quad (9)$$

#### هزینه

برای محاسبه هزینه ورق با دو عامل طراحی مواجهیم. یکی هزینه ای که مربوط به جنس هر تک لایه است. و دیگری هزینه ای که مربوط به زاویه الیاف است. زیرا کارخانه

### محاسبه تنشهای هر لایه در مختصات کلی

با استفاده از رابطه (۳) مقادیر  $\varepsilon^\circ$  و  $K$  در سطح میانی محاسبه می شوند. حال برای بدست آوردن کرنش و تنش در لایه  $K$  ام، در مختصات  $xy$  بر اساس کرنش و تنش سطح میانی داریم:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} \varepsilon^\circ_x \\ \varepsilon^\circ_y \\ \gamma^\circ_{xy} \end{Bmatrix} + Z_K \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_K = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_K \quad (5)$$

$Z_K$  ارتفاع وسط لایه  $K$  ام از سطح میانی می باشد. ماتریس  $[\bar{Q}]_K$  بصورت زیر بدست می آید:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [T]^T$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta \cdot \cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta \cdot \cos\theta \\ -\sin\theta \cdot \cos\theta & \sin\theta \cdot \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

حال برای محاسبه تنش در مختصات محلی یا در واقع مختصات اصلی هر لایه داریم:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_K = [T]_K \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_K \quad (7)$$

### روش طراحی برای دستیابی به بار نهایی صفحات

روش محاسبه با اعمال نیرو و ممان شروع می شود که در نتیجه آن، تنشها و کرنشهای هر لایه محاسبه می گردد. تنش لایهها با معیار گسیختگی تسای-هیل کنترل و لایههای گسیخته شده از مجموع لایهها خارج می شوند. خروج لایهها باعث کم شدن سختیها شده و مشخصه های لایهها بر اساس لایههای باقیمانده محاسبه می شود و آنالیز تا رسیدن به بار نهایی صفحه تکرار می شود. لازم به توضیح است که مدل گسیختگی تسلی-هیل یک تحلیل الاستو پلاستیک است و به منظور بهنگام سازی تنش مورد استفاده قرار میگیرد. به اینصورت که تنش لایه ها پس از رسیدن به

در رابطه بالا مقدار  $R$  عبارتست از تعداد نیروهای مختلف که در هر مسئله ممکن است متفاوت باشد. مثلا در حالتی که فقط نیروهای  $N_x$  و  $N_y$  بکار رفته باشند، مقدار  $R$  برابر ۲ میشود. این رابطه برای یک حالت کلی بیان شده و در صورتی که بعضی از این بارها اعمال نشده باشند، بسته به مورد جمله متناظر آن بار در این رابطه صفر منظور می شود.

### متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی مسئله یعنی مقادیر مجهولی که باید به گونه‌ای بدست آیند که به ازای آنها تابع هدف بهینه شود. این متغیرها عبارتند از: ضخامت، زاویه الیاف و جنس هر لایه. این مقادیر می‌توانند برای هر لایه متفاوت باشند. پس به ازای هر لایه سه مجهول داریم و چون ورق باید به صورت متقارن طراحی شود، به ازای  $k$  لایه،  $3k/2$  مجهول داریم. مثلا اگر ورق از ۱۰ لایه تشکیل شده باشد، آنگاه تعداد متغیرهای طراحی برابر ۱۵ خواهد بود.

- کرانه‌های پایین و بالا برای ضخامت لایه‌ها از رابطه (۱۴) و (۱۵) تبعیت می‌کند.

$$t_{low} \leq t_i \leq t_{up} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (13)$$

$$\begin{cases} t_{low} = 0.025(in) \\ t_{up} = 0.125(in) \end{cases} \quad (14)$$

- همچنین کرانه‌های پایین و بالا برای زاویه الیاف از رابطه (۹) تبعیت می‌کند.

$$\theta_{low} \leq \theta_i \leq \theta_{up} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (15)$$

اما نکته‌ای که وجود دارد این است که زاویه الیاف هر مقداری نمی‌تواند باشد. چون در صنعت لایه‌ها را با زوایای استاندارد می‌سازند که معمولا از صفر تا ۹۰ درجه با افزایش ۱۵ درجه است. بنابراین محدودیت دیگری که مسئله پیدا می‌کند عبارت است از:

$$\begin{cases} 0 \leq \theta_i \leq \pm 90 \\ \theta_i \in \{0, \pm 15, \pm 30, \pm 45, \pm 60, \pm 75, 90\}; \quad i = 1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (16)$$

- هر لایه می‌تواند جنس مخصوص به خود را داشته باشد، که در نهایت ورق به صورت یک چند لایه هیبریدی درمی‌آید. برای این منظور دو ماده کولار-اپوکسی و گرافیت-اپوکسی

سازنده برای هر جهتی که الیاف را قرار دهد قیمت خاص خود را تعیین می‌کند [۶]. مقادیر این هزینه‌ها در جدول (۱) مشاهده می‌شود. در اینجا دیده می‌شود که بعنوان مثال زاویه صفر درجه کمترین قیمت و زاویه ۴۵ درجه بیشترین قیمت را به خود اختصاص داده‌اند. با این ترتیب ملاحظه میکنیم که برای محاسبه تابع ارزش هزینه بایستی اثر هر دو عامل طراحی را با هم ترکیب کنیم. اگر هزینه مربوط به جنس را با  $c_m$  نشان دهیم، داریم:

$$c_m = \sum_{k=1}^n c_{f_k} \quad (10)$$

$$c_t = c_m + c_l \quad (11)$$

که در اینجا  $c_f$  هزینه هر تک‌لایه است.

### بار نهایی

مقدار بار گسیختگی نهایی از برنامه آنالیز بدست می‌آید. در واقع باری که تحت آن بار آخرین لایه گسیخته شده است، برای ما ملاک عمل خواهد بود. مشکلی که در تعیین این بار وجود دارد اینست که این بار ممکن است  $M_{xy}$  یا  $M_y$ ،  $M_x$ ،  $N_{xy}$ ،  $N_y$ ،  $N_x$  تعدادی از این بارها یا شامل همه آنها باشد. این امر ما را وامیدارد که این بارها را به نحوی ترکیب کنیم که تاثیر آنها به صورت مطلوبی خود را نشان دهد. ملاحظه می‌شود که بدست آوردن بار نهایی خود یک تابع چند هدفی است. برای ترکیب توابع از روش معیار سراسری استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} a = \left(2 \frac{N_x}{N_x^*}\right)^2; b = \left(2 \frac{N_y}{N_y^*}\right)^2; c = \left(2 \frac{N_{xy}}{N_{xy}^*}\right)^2 \\ d = \left(2 \frac{M_x}{M_x^*}\right)^2; e = \left(2 \frac{M_y}{M_y^*}\right)^2; f = \left(2 \frac{M_{xy}}{M_{xy}^*}\right)^2 \end{cases} \quad (12)$$

که در این روابط  $N_x^*$  و... و  $M_{xy}^*$  مقادیر ماکزیمم بارها هستند که قبلا محاسبه می‌شود و برای تمام طرح‌ها یک مقدار ثابت است. ملاحظه می‌شود که هر چه بار افزایش یابد مقادیر  $a$  و... و  $f$  کاهش می‌یابند. تابع هدف برای بار گسیختگی نهایی از مجموع روابط بالا بدست می‌آید.

$$\phi_3 = (a + b + c + d + e + f) / R \quad (13)$$

جدول ۱: مقادیر هزینه به ازای زوایای مختلف.

$\theta =$	0	$\pm 15$	$\pm 30$	$\pm 45$	$\pm 60$	$\pm 75$	90
$C_l =$	0.035	0.0375	0.0395	0.04	0.039	0.036	0.0355

از مقدار مجاز بار گسیختگی، وزن و هزینه را بیابیم. برای این منظور ابتدا بیشترین باری که صفحه کامپوزیت می‌توانست تحمل کند، محاسبه گردید. که برای این مقصود:

(الف) زاویه الیاف هر لایه در راستای بار وارده قرار می‌گیرد.

(ب) بیشترین ضخامت برای هر لایه در نظر گرفته می‌شود.

(ج) مقاومترین نوع جنس برای هر لایه انتخاب می‌شود.

پس از آنکه مقدار ماکزیمم بار قابل تحمل صفحه بدست آمد، مقدار  $1/10$  این بار به عنوان حداقل بار مجاز اختیار گردید.

به منظور بدست آوردن مقدار حداکثر وزن ممکنه برای صفحه:

(الف) سنگین‌ترین جنس برای هر لایه در نظر گرفته شد.

(ب) بیشترین ضخامت برای هر لایه انتخاب شد.

در نتیجه حداکثر وزن ممکن برای تعداد لایه‌های مشخص محاسبه شد و مقدار  $1/3$  این وزن به عنوان حداکثر وزن مجاز هر صفحه در نظر گرفته شد.

برای محاسبه حداکثر هزینه هر طرح:

(الف) گرانترین زاویه برای جهت الیاف هر لایه انتخاب شد.

(ب) سنگینترین جنس برای هر لایه انتخاب گردید.

(ج) یکبار گرانترین جنس و بار دیگر سنگینترین جنس برای هر لایه انتخاب شد. از میان ایندو طرح، گرانترین آنها با توجه به دو مورد فوق انتخاب گردید.

پس از آنکه حداکثر هزینه ممکن برای تعداد لایه‌های مشخص بدست آمد، مقدار  $1/3$  این هزینه به عنوان حداکثر هزینه ممکن در نظر گرفته شد.

مقدار جریمه هر پارامتری که از میزان قید تجاوز کند، برابر توان دوم میزان تجاوز در  $10$  است.

در روش تابع جریمه خارجی تابع  $\rho$  معمولاً به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$\varphi(x, r_k) = f(x) + r_k \cdot \sum_{i=1}^p [g_j(x)]^q \quad (19)$$

که  $r_k$  یک پارامتر جریمه مثبت، توان  $q$  یک ثابت نامنفی، و تابع  $(g_j(x))$  به صورت زیر معرفی می‌شود:

در نظر گرفته شده است که مشخصات آنها در جدول آمده است. بنابراین انتخاب جنس هر لایه باید از بین دو جنس فوق صورت گیرد.

$$\begin{cases} 1 \leq p_i \leq 2 \\ p_i \in \{1, 2\} \end{cases} ; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (17)$$

در رابطه فوق  $1$  و  $2$  کدهایی هستند که برای دو ماده معرفی شده در نظر می‌گیریم.

### تشکیل تابع هدف مرکب

همانطور که در بخش (۴-۱-۳) اشاره شد برای ترکیب توابع از روش معیار سراسری استفاده می‌کنیم. حسن استفاده از این روش این است که با توجه به اینکه مقدار عددی وزن، هزینه و بار با یکدیگر سازگار نیستند، (ممکن است وزن در حد  $10^1$  و هزینه در حد  $10^3$  و بار در حد  $10^6$  باشد). این نوع فرمولبندی توابع را همسنگ می‌کند و به این ترتیب پارامترها از تأثیری در یک محدوده برخوردار می‌شوند. ابتدا لازم است که توابع  $\phi_1$  و  $\phi_2$  را تعریف کنیم:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \left(1 + \frac{M}{M^*}\right)^2 \\ \phi_2 &= \left(1 + \frac{C}{C^*}\right)^2 \end{aligned} \quad (18)$$

در روابط فوق  $M$  و  $C$  به ترتیب وزن و هزینه هر طرح و  $M^*$  و  $C^*$  نیز مقادیر ماکزیمم وزن و هزینه هستند که برای تمام طرحها برابر یک مقدار ثابتند. ملاحظه می‌شود که با کاهش وزن و هزینه مقادیر  $\phi_1$  و  $\phi_2$  کاهش می‌یابند که مطابق با خواسته این تحقیق می‌باشد.

### قیود مسئله

از آنجا که تحقیق حاضر که در آن تلفیقی از جنس، زاویه الیاف و ضخامت هر لایه می‌باشد، و فرآیند طراحی تا مرحله گسیختگی آخرین لایه جریان دارد، میبایست بگونه‌ای مقادیر مجاز برای هریک از قیود مسئله که عبارتند

$$a = (load)_i - \max(load) / 10$$

$$b = (Cost)_i - \max(Cost) / 3$$

(۲۴)

$$g_j(x) = \max(g_j(x), 0) = \begin{cases} g_j(x) & \text{if } g_j(x) > 0 \\ 0 & \text{if } g_j(x) \leq 0 \end{cases}$$

(۲۰)

مقدار  $q$  در رابطه (۱۹) در اینجا ۲ گذاشته می‌شود.

$$f_3 = \phi_3$$

(۲۵)

تابع  $f_3$  نیز مانند  $f_2$  یک تابع هدف مقید با قیود نامساوی است. با این تفاوت که این تابع بار نهایی را بهینه می‌کند. و قیود مسئله هزینه و وزن هستند. تابع  $g_j(x)$  در اینجا شامل دو تابع وزن و هزینه است. که در زیر به آن اشاره می‌شود.

$$g_j(x) = \max(g_j(x), 0) = \begin{cases} g_j(x) = a + b & \text{if } a < 0, b < 0 \\ g_j(x) = a & \text{if } a < 0, b > 0 \\ g_j(x) = b & \text{if } a > 0, b < 0 \\ 0 & \text{if } a > 0, b > 0 \end{cases}$$

(۲۶)

که در روابط بالا  $a$  و  $b$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$a = (weight)_i - \max(weight) / 3$$

$$b = (Cost)_i - \max(Cost) / 3$$

(۲۷)

مقدار  $q$  در رابطه (۱۹) در اینجا نیز ۲ گذاشته می‌شود.

توابع هدف مختلفی می‌تواند در اینجا بیان شود که در زیر به آنها اشاره می‌شود.

$$f_1 = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

(۲۱)

تابع  $f_1$  یک تابع چند هدفه نامقید است. که برای بهینه کردن وزن، هزینه و بار نهایی استفاده می‌شود.

$$f_2 = \phi_1$$

(۲۲)

تابع هدف  $f_2$  یک تابع هدف مقید است، که به منظور بهینه کردن وزن استفاده شده و تحت قیدهای نامساوی بار و هزینه قرار دارد. مقدار  $r_k$  برای این روابط ۱۰ در نظر گرفته شده و تابع  $g_j(x)$  در واقع شامل دو تابع بار و هزینه است. که در زیر به آن اشاره می‌شود.

$$g_j(x) = \max(g_j(x), 0) = \begin{cases} g_j(x) = a + b & \text{if } a < 0, b < 0 \\ g_j(x) = a & \text{if } a < 0, b > 0 \\ g_j(x) = b & \text{if } a > 0, b < 0 \\ 0 & \text{if } a > 0, b > 0 \end{cases}$$

(۲۳)

که در روابط بالا  $a$  و  $b$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

جدول ۲: مقادیر ماکزیمم جهت محاسبه قیود.

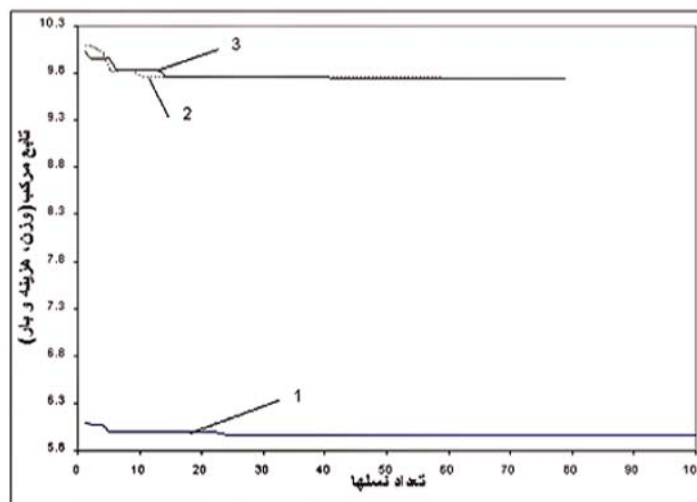
تعداد لایه ها	بار ماکزیمم $N_x$	هزینه ماکزیمم (پوند)	وزن ماکزیمم (پوند)
7	$N_x = 179000 lb/in$	58.77	7.31

جدول ۳: تعدادی از پارامترهای مربوط به فایل ورودی برنامه بهینه‌ساز.

تابع	شماره طرح	$NDV$	$N_{POP}$	$N_{GEN}$	$N_{MUT}$	$i_{CROS}$	$i_{BEST}$
$f_1$	۱	12	100	150	2	1	6
	۲		90	80	3	1	8
	۳		90	80	3	1	9
$f_2$	۱	12	100	150	2	1	8
	۲		35	80	3	2	5
	۳		120	60	1	3	5
$f_3$	۱	12	100	150	2	1	8
	۲		35	90	3	1	3
	۳		120	70	3	3	6

جدول ۴: نتایج حاصل از بهینه سازی یک صفحه ۷ لایه تحت بار فشاری در راستای  $y$  (ضخامت پیوسته).

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$t(in)$	$[.82,.125,.111,.125]_s$	$[.125,.125,.025,.054]_s$	$[.125,.125,.025,.054]_s$
$\theta(^{\circ})$	$[-30 \ 15 \ 90 \ 15]_s$	$[15 \ 15 \ 0 \ 60]_s$	$[15 \ 15 \ 0 \ 60]_s$
$mat$	$[1 \ 1 \ 1 \ 1]_s$	$[1 \ 1 \ 2 \ 2]_s$	$[1 \ 1 \ 2 \ 2]_s$
$w(lb)$	0.526	1.211	1.211
$c(\pounds)$	1.071	7.656	7.656
$N_x(lb/in)$	10050	11000	11000



شکل ۲: تغییرات تابع مرکب ( $f_1$ ) نسبت به تعداد نسلها (ضخامت پیوسته).

از جدول (۴) مشاهده می شود. نمودار مربوط به چگونگی همگرایی تابع مرکب نسبت به تعداد نسلها در شکل (۲) آورده شده است.

**بهینه سازی وزن تحت قیود هزینه و بار نهایی**  
نتایج حاصل از این حالت از بهینه سازی در ستون دوم از جدول (۴) مشاهده می شود. نمودار همگرایی تابع وزن نسبت به تعداد نسلها در شکل (۳) آورده شده است.

**بهینه سازی بار تحت قیود وزن و هزینه**  
نمودار مربوط به چگونگی همگرایی تابع بار مقید نسبت به تعداد نسلها در شکل (۴) آورده شده است.

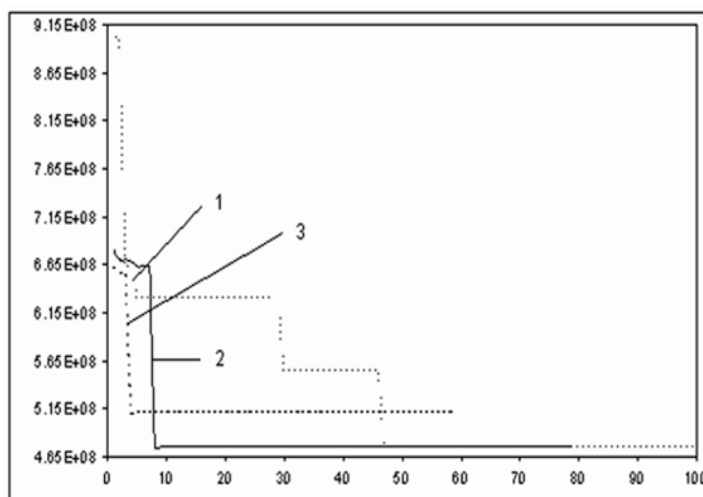
## ارائه مثالها

### صفحه متشکل از ۷ لایه تحت نیروی کششی در راستای محور $x$ .

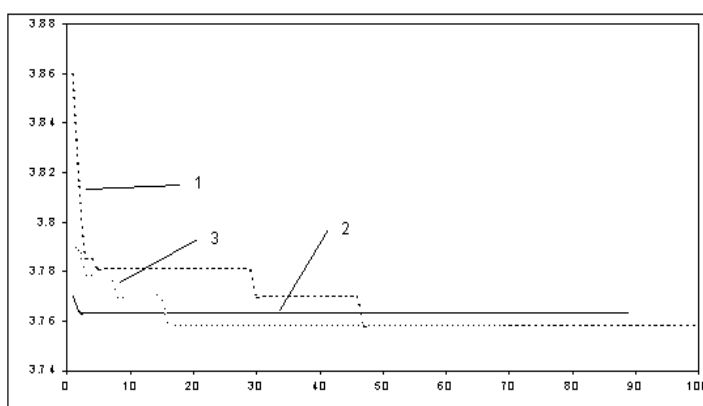
نتایج حاصل از عملیات بهینه سازی بروی این صفحه در جدول (۴) آورده شده است. در جدول (۲) مقادیر ماکزیمم بار، وزن و هزینه که به منظور تعیین مقدار قیود توسط نرم افزار محاسبه شده، آورده شده است. در جدول (۳) نیز پارامترهای مربوط به فایل ورودی برنامه بهینه ساز برای هر کدام از توابع آمده است. در این جدول برای نمونه تعدادی از طرح های مختلفی که اجرا شده اند تا بهترین ترکیب این پارامترها حاصل شود، آورده شده است.

### بهینه سازی همزمان وزن، هزینه و بار گسیختگی نهایی صفحه

نتایج حاصل از این حالت از بهینه سازی در ستون اول



شکل ۳: تغییرات تابع وزن ( $f_2$ ) نسبت به تعداد نسلها (ضخامت پیوسته).



شکل ۴: تغییرات تابع بار ( $f_3$ ) نسبت به تعداد نسلها (ضخامت پیوسته).

جدول ۵: مقادیر ماکزیمم جهت محاسبه قیود.

تعداد لایه ها	بار ماکزیمم $N_y$	هزینه ماکزیمم (پوند)	وزن ماکزیمم (پوند)
10	$N_y = -176500lb/in$	83.94	10.44

جدول ۶: تعدادی از پارامترهای مربوط به فایل ورودی برنامه بهینه‌ساز.

تابع	$NDV$	$N_{POP}$	$N_{GEN}$	$N_{MUT}$	$i_{CROS}$	$i_{BEST}$
$f_1$	15	60	150	3	1	6
$f_2$	15	35	150	1	1	8
$f_3$	15	60	150	3	1	6

کولار-اپوکسی استفاده شده است. در جدول (۵) مقادیر ماکزیمم بار، وزن و هزینه که به منظور تعیین مقدار قیود توسط نرم‌افزار محاسبه شده، آورده شده است. در جدول (۶) نیز پارامترهای مربوط به فایل ورودی برنامه بهینه‌ساز برای هر کدام از توابع آمده است.

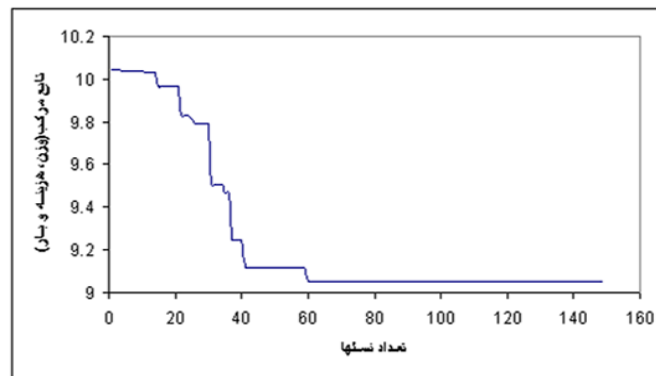
صفحه متشکل از ۱۰ لایه تحت نیروی فشاری در راستای محور  $y$

نتایج حاصل از عملیات بهینه سازی بروی این صفحه در جدول (۷) آورده شده است در این مثال نیز جنس متغیر در نظر گرفته شده است و از دو ماده گرافیت-اپوکسی و

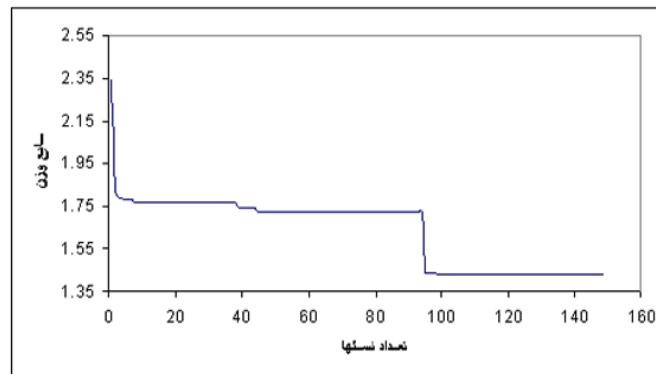


جدول ۷: نتایج حاصل از بهینه سازی یک صفحه ۱۰ لایه تحت بار فشاری در راستای  $y$  (ضخامت پیوسته).

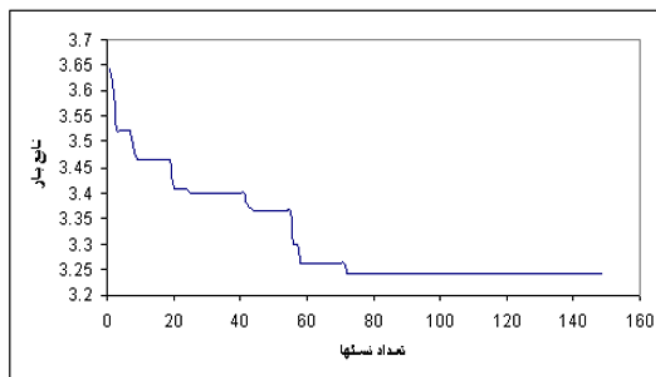
	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$t(in)$	$[.105,.073,.047,.102,.105]_s$	$[.038,.102,.07,.07,.064]_s$	$[.102,.035,.067,.102,.031]_s$
$\theta(^{\circ})$	$[90 \ -15 \ 45 \ 90 \ 90]_s$	$[30 \ 90 \ -15 \ -15 \ 90]_s$	$[90 \ 15 \ 90 \ 90 \ 15]_s$
$mat$	$[2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2]_s$	$[1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1]_s$	$[2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1]_s$
$w(lb)$	5.407	2.045	3.606
$c(\pounds)$	42.43	14.42	27.86
$N_y(lb/in)$	-128500	-26500	-62500



شکل ۵: تغییرات تابع مرکب ( $f_1$ ) نسبت به تعداد نسلهها (ضخامت پیوسته).



شکل ۶: تغییرات تابع وزن ( $f_2$ ) نسبت به تعداد نسلهها (ضخامت پیوسته).



شکل ۷: تغییرات تابع بار ( $f_3$ ) نسبت به تعداد نسلهها (ضخامت پیوسته).

طرحها با اعمال این دو عملگر ژنتیک به نسل بعد میروند. این پروسه به تعدادی که در فایل ورودی مشخص میشود (Ngen) ادامه میابد تا در نهایت با همگرایی جوابها به یک حد معین، کار نرم افزار به پایان رسیده و بهترین طرح بدست میاید.

### نتیجه گیری

اولین نکته‌ای که مورد بررسی قرار می‌گیرد، حل مسائل با توابع چندهدفه مختلف است. در این تحقیق از سه نوع تابع با اهداف مختلف استفاده گردید. تابع اول استفاده شده در این تحقیق یک تابع چندهدفه نامقید است که دو هدف کاملاً متضاد را پیگیری میکند. این تابع به منظور کمینه کردن وزن و هزینه و بیشینه کردن مقدار بار نهایی صفحه کامپوزیت استفاده شده است. به منظور سازگاری مقادیر ترمها پارامترهای تشکیل دهنده این تابع نرمال سازی شده‌اند. دو پارامتر وزن و هزینه، یک هدف مشترک یعنی سبک کردن صفحه را دنبال می‌کنند. از طرف دیگر پارامتر بار نهایی، سعی در ضخیم کردن لایه‌ها دارد تا صفحه بتواند بار بیشتری را تا مرحله گسیختگی تحمل کند.

نوع تابع اعمال شده بعدی، تابع هدف وزن است که توسط کسری از بار نهایی و هزینه ماکزیمم محدود گردیده است. جوابهایی که از این مرحله بدست آمده، نشانگر اینست که الگوریتم ژنتیک در راستای ارضای قیود عمل می‌کند. در اغلب موارد جوابهای بدست آمده توسط تابع مقید تقریباً همان طرحهای انتخابی نرم‌افزار با تابع چند هدفه است.

آخرین نوع تابع، تابع هدف بار است که توسط کسری از مقادیر ماکزیمم وزن و هزینه مقید شده است. عملکرد این تابع نیز مانند تابع هدف وزن مقید است و جوابهای بدست آمده توسط این تابع گاهی همان طرح انتخابی ژنتیک برای حالت وزن مقید است.

در مورد توابع هدف مختلفی که مورد استفاده قرار گرفته، نمی‌توان یک نظر کلی ارائه داد. زیرا استفاده از هر کدام از آنها خواص ویژه خود را دارد. و مقایسه این توابع بسته به نظر طراح و شرایط اجرای طرح است. و با در نظر گرفتن این شرایط می‌توان تعیین نمود که کدام تابع مورد استفاده کاربر باشد...

نکته دیگر ترکیب پارامترهای ژنتیک مانند احتمال جهش، نوع جهش، تعداد جمعیت و... است. نکته‌ای که باید به آن اشاره شود این است که الگوریتم ژنتیک با هر ترکیبی به

### بهینه سازی همزمان وزن، هزینه و بار گسیختگی نهایی صفحه

نتایج حاصل از این حالت از بهینه سازی در ستون اول از جدول (۷) مشاهده می‌شود نمودار همگرایی تابع مرکب نسبت به تعداد نسلها در شکل (۵) آورده شده است.

### بهینه سازی وزن تحت قیود هزینه و بار نهایی

نمودار مربوط به چگونگی همگرایی تابع وزن مقید نسبت به تعداد نسلها در شکل (۶) آورده شده است.

### بهینه سازی بار تحت قیود وزن و هزینه

همانطور که در ستون آخر جدول (۷) مشاهده می‌شود، با وجود اینکه بار بطور قابل توجهی نسبت به حالت قبل افزایش داشته ولی از طرف دیگر وزن و هزینه نیز نسبت به حالت قبل بیشتر شده‌اند. نمودار همگرایی تابع بار نهایی نسبت به تعداد نسلها در شکل (۷) آورده شده است.

### طرز عملکرد نرم افزار

طرز کار نرم افزار تهیه شده به منظور بهینه سازی صفحات مرکب بطور خلاصه در ذیل شرح داده میشود. ابتدا یک طرح اتفاقی مانند توسط کاربر بصورت اتفاقی انتخاب میشود (به عنوان مثال در مثال دوم ۱۰ لایه با حالات مختلف قرارگیری از قبیل مقادیر مختلف جنس، زاویه الیاف و ضخامت) انتخاب میشوند. سپس این نرم افزار به تعداد Npop که مقدار آن در فایل ورودی مشخص شده، طرحهای مختلفی با مشخصات رندوم تولید میکند. که البته این طرحها در محدوده حدود پایین و بالایی است که قبلاً در فایل ورودی مشخص شده است. اکنون هر کدام از این طرحها به برنامه آنالیز رفته و بارگذاری آنها تا حد گسیختگی آخرین لایه انجام میشود. و به این ترتیب بار نهایی گسیختگی هر طرح بدست میاید. اکنون در یک زیر برنامه برای هر کدام از این طرحها مقادیر وزن و هزینه بطور جداگانه محاسبه میشود. و این سه پارامتر (بار گسیختگی نهایی، وزن و هزینه) به تابع هدف رفته و مقادیر آنها نرمال سازی میشوند. این اعمال برای هر یک از تعداد طرحها (Npop) انجام میشود. اکنون از این تعداد طرح با توجه به توابع هدف تعریف شده تعدادی از بهترین طرحها که به بهترین جواب رسیده اند یعنی همان (Ibest) که در فایل ورودی مشخص شده بدون اعمال پیوند و جهش به نسل بعد منتقل میشوند و باقی

جواب بهینه نمی‌رسد بلکه بایستی چند حالت مختلف مورد بهینه‌سازی حاصل شود. بررسی قرار گیر د تا در نهایت بهترین ترکیب برای هر حالت

### مراجع

- 1 - Ghasemi, M. R. (1996). *Structural optimization of Trusses and Axis symmetric Shells Using Gradient based Methods and Genetic Algorithms*. Department of Civil Engineering University of Wales Swansea, November.
- 2 - Goldberg, D.E. (1989). *Genetic Algorithms in search optimization and Machine learning*. MA:Addison – Wesley 1989
- 3 - Hesser, J. and Manner, R. (1991). " Towards an optimal Mutation Probability For Genetic Algorithms." *In Proc. First Int. Workshop on Parallel Problem Solving for Nature*, Dortmund, paper A-XLL.
- 4 - Jons, R. M. (1975). *Mechanics of Composite Material* .
- 5 - Soremkeun, Gerand, A. E. (1997). *Genetic algorithm for composite laminate design and optimization*. Thesis Submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Engineering Mechanics, February 5.
- 6 - Karim, A. (2003). *Multi-objective optimization techniques*. Paper, [asim\\_karim@technologist.com](mailto:asim_karim@technologist.com)

### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Tsai-Hill
- 2 - Von Mises