

بررسی اثر کجی پیش ترک در نمونه آزمایشگاهی DCB در تعیین مود ۱ انرژی شکست ترک های بین لایه‌ای در مواد مرکب تک جهته

فرهاد جاوید راد

استادیار دانشکده مهندسی هوا فضا - دانشگاه هوایی شهید ستاری

محمود موسوی مشهدی

دانشیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۷۶/۱۰/۱۰، تاریخ تصویب ۷۷/۱۰/۵)

چکیده

در این مقاله هدف بررسی اثر کجی پیش ترک در نمونه آزمایشگاهی DCB در تعیین انرژی شکست بین لایه‌ای در مواد مرکب تک جهته است. برای نیل به این مقصود، رشد ترک در این نمونه با استفاده از روش اجرای محدود مدل سازی شده و با در نظر گرفتن شکل پروفیل ترک در عرض نمونه، مقادیر نیرو - تغییر مکان - طول ترک برای یک مقدار پیش فرض انرژی شکست بطور عددی محاسبه شده‌اند. سپس روش های استاندارد پردازش اطلاعات به این مقادیر عددی اعمال شده و انرژی شکست استخراج گردیده است. مشاهده شده است که به علت کجی پیش ترک، طول ترک محاسبه شده در دو لبه نمونه در چند میلیمتر اول رشد با یکدیگر اختلاف داشته و این امر خطای قابل توجهی در تعیین انرژی شکست از داده‌ها ایجاد می‌نماید به نحوی که یک منحنی R بدست می‌آید که نمی‌تواند صحت داشته باشد. همچنین نشان داده شده است که پس از چند میلیمتر رشد اثر کجی مرتفع می‌گردد. بنابراین با حذف داده‌ها در چند میلیمتر اول رشد ترک می‌توان با استفاده از هر یک از روش های پردازش اطلاعات انرژی شکست را با دقت تعیین نمود.

کلیدواژه‌ها: پروفیل ترک بین لایه‌ای کج، اجزای محدود، رشد ترک بین لایه‌ای، ترک مود ۱، نمونه DCB، انرژی شکست، پردازش اطلاعات استاندارد

مقدمه

و برخی از انواع فرم‌های گسیختگی مانند جدایش لایه‌ها^(۳) و جدایی اتصالات چسبی^(۴) قطعات را بطور کامل در نظر نمی‌گیرند. پر واضح است که به دلیل استحکام نسبتاً کم چسب (رزین^(۵)) این دو فرم گسیختگی می‌توانند مهم باشند. در کاوشهای زیادی که در این ارتباط صورت گرفته است می‌توان به مرجع [۱] اشاره نمود که در آن از جدایی لایه‌ها به عنوان مهمترین عامل محدود کننده عمر قطعات ساخته شده از مواد مرکب لایه‌ای یاد شده است. داخل نمودن این فرم گسیختگی در دستورالعمل‌های طراحی کاری دشوار است. مهمترین مشکل در این راه عدم وجود یک معیار جامع برای توصیف شروع و گسترش جدایی لایه‌ها است. جدایی لایه‌ها در قطعات با

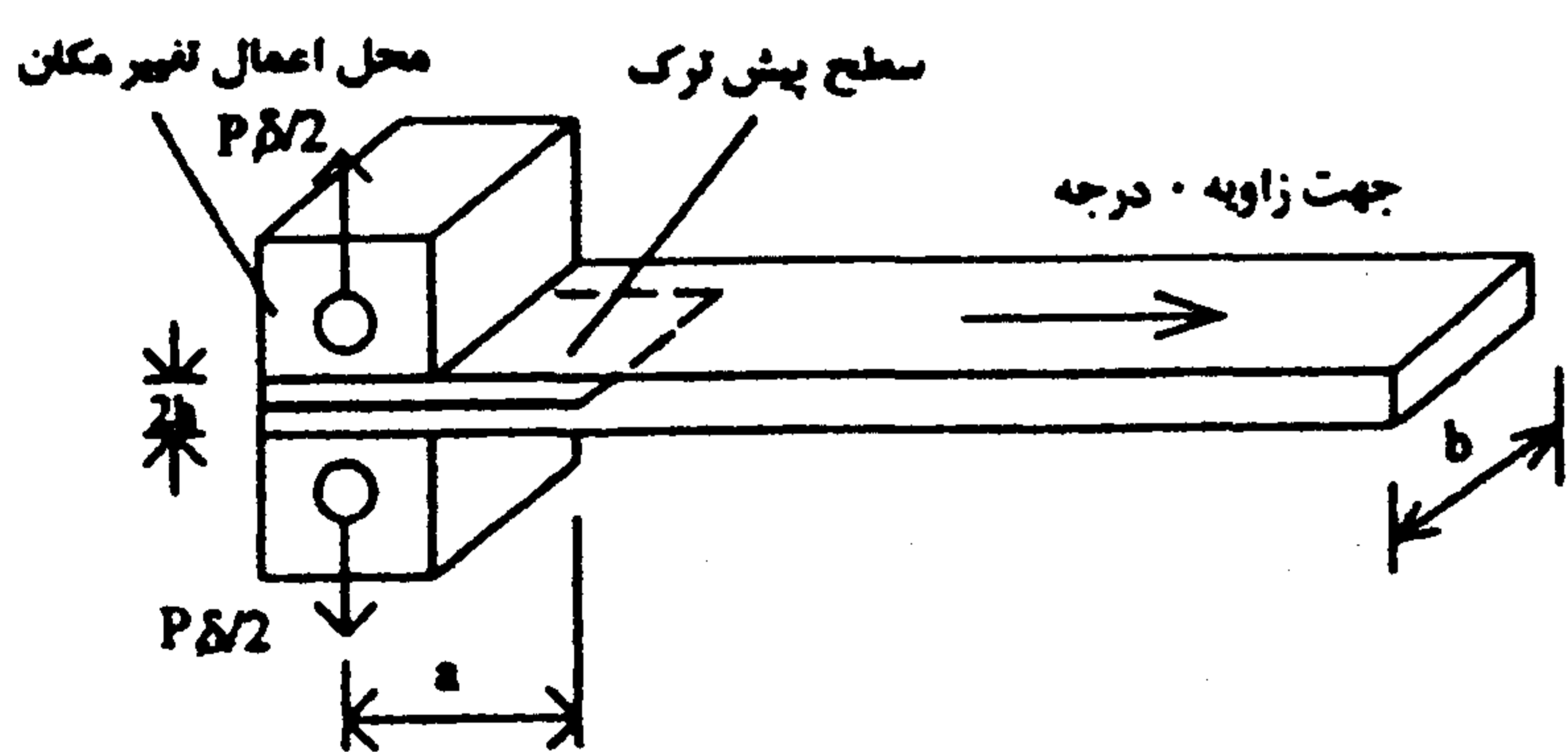
استفاده از مواد مرکب لایه‌ای^(۱) در صنایع مختلف با سرعت چشمگیری روبه فزونی است. علت عمده این امر گسترده‌گی این دسته از مواد و همچنین امکان طراحی بهینه برای کاربرد خاصی است. بطوری که با انتخاب مناسب تعداد و زوایای لایه‌ها، می‌توان نسبت استحکام و صلابت^(۲) سازه به وزن را در مقایسه با مواد فلزی تا حدودی افزایش داد که این از اهداف طراحی خصوصاً در کاربردهای هوا فضایی است.

تاکنون پیشرفت زیادی در تبیین دستورالعمل‌ها و استانداردهای طراحی قطعات ساخته شده از مواد مرکب حاصل شده است. این دستورالعمل‌ها عمدتاً بر اساس خواسته‌های صلابت و استحکام (از نظر تنش) بنا شده‌اند

شکست یکی از مراحل مهم طراحی سازه‌های ساخته شده از مواد مرکب است. مقالات و گزارشات زیادی در مورد روش آزمایش و استخراج G_{Ic} از نتایج آزمایش به چاپ رسیده است (به عنوان مثال مراجع [۷ - ۸] را ببینید). در سال‌های اخیر برای انجام این آزمایش دو استاندارد معرفی شده است که در هر دو آنها از نمونه آزمایش DCB^(۳) استفاده شده است. در این مقاله هدف بررسی حساسیت G_{Ic} به دقت در کاشت پیش ترک^(۴) است. بدین معنا که یک کجی اولیه در پیش ترک فرض شده و با انجام مدل سازی رشد ترک اثر آن در محاسبه G_{Ic} مورد بررسی قرار گرفته است.

روش‌های استاندارد آزمایش کشش DCB

نمونه آزمایشگاهی DCB در شکل (۱) نشان داده شده است. در این آزمایش دو گیره موجود برای اعمال بار را به یک دستگاه کشش متصل نموده و سپس با اعمال تغییر مکان به فک‌های دستگاه، موجبات رشد پیش ترک را فراهم می‌آوریم. پیش ترک ناحیه‌ای است که در آن با قرار دادن یک فیلم نازک (معمولاً از جنس تفلون) در بین لایه‌ها در هنگام چیدن، از چسبیدن آنها جلوگیری بعمل می‌آید.



شکل ۱: نمونه آزمایش DCB.

این نمونه در شرایط اعمال تغییر مکان بصورت ایستایی یک گسترش ترک پایدار از خود نشان می‌دهد. بدین معنا که برای ادامه گسترش ترک دائماً احتیاج به اعمال تغییر مکان بیشتر است. در هر تغییر مکان اعمالی می‌توان نیروی وارد شده از طرف دستگاه و همچنین طول

هندسه و بارگذاری پیچیده می‌تواند رخ دهد. این مسئله ایجاب می‌کند که معیار مورد نظر برای اینکه از جنبه طراحی بتواند کاربرد داشته باشد مستقل از هندسه، بارگذاری و اندازه ناحیه جدا شده باشد.

یکی از روش‌هایی که بطور گسترده در تحلیل جدایی لایه‌ها استفاده می‌شود استفاده از علم مکانیک شکست^(۱) است (برای مثال مرجع [۲] را ببینید). در این علم فرض می‌شود که بطور طبیعی ترک‌های ریزی درون قطعه موجود بوده که تحت شرایطی بهم پیوسته و تشکیل ترکی اصلی را می‌دهند. گسترش این ترک و رفتار قطعه در مقابل ترک هدف اصلی این علم است. در این ارتباط، دو معیار یکی بر اساس تنش و دیگری بر اساس انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در مواد مرکب لایه‌ای می‌توان ناحیه جدایی لایه‌ها را بعنوان ترکی در نظر گرفت که در اثر گسترش آن مقداری انرژی رها می‌گردد. میزان رهایی این انرژی کرنشی^(۲) که با نماد G نشان داده می‌شود را می‌توان بعنوان معیار گسترش جدایی لایه‌ها در نظر گرفت [۳ - ۶]. همانند تعدد فرم‌های تغییر شکل یک ترک، جدایی لایه‌ها نیز می‌تواند شامل فرم‌های مختلف تغییر مکان مانند بازشدگی (مود ۱)، برشی (مود ۲) و پارگی (مود ۳) و یا ترکیبی از آنها باشد.

در مورد مود ۱ تغییر مکان که موضوع این مقاله است می‌توان مقدار بحرانی G (که از این پس G_{Ic} خوانده می‌شود) را از روش‌های آزمایشگاهی تعیین نموده و سپس از مقایسه بین G محاسبه شده برای قطعه مورد نظر با این مقدار بحرانی به رفتار ترک پی برد. این معیار عنوان می‌نماید که هر گاه شرایط بارگذاری و هندسی بگونه‌ای باشد که مقدار انرژی موجود در ترک برابر با مقداری معین (که یکی از خاصیت‌های ماده می‌تواند باشد) گردد، آنگاه رشد ترک آغاز می‌شود. نحوه گسترش ترک از نظر پایداری نیز به چگونگی تغییرات این مقدار انرژی در اثر گسترش ترک دارد. بطوری که اگر در اثر گسترش ترک به میزان کوچکی، مقدار G برای بار ثابت افت نماید رشد ترک پایدار خواهد بود. در غیر این صورت رشد ترک ناپایدار بوده و ترک با سرعت زیادی پیشرفت می‌نماید. که این می‌تواند منجر به شکست نهایی سازه گردد.

از مطالب عنوان شده می‌توان دریافت که تعیین انرژی

برای پردازش داده‌ها و محاسبه انرژی شکست بین لایه‌ای پیشنهاد می‌نمایند. این سه روش عبارتند از:

(۱) تئوری تیر تصحیح شده^(۴)

(۲) روش کالیبراسیون نرمی^(۵)

(۳) روش کالیبراسیون نرمی تصحیح شده^(۶)

هر یک از این روش‌ها در زیر به اختصار بیان گردیده‌اند.

روش تئوری تیر تصحیح شده

روش تئوری تیر در مراجع [۱۱ - ۱۲] معرفی گردیده

است. در این روش هر بازوی نمونه DCB بصورت یک تیر یک سرگیردار در نظر گرفته می‌شود که انتهای گیرداری آن درست در محل ترک واقع شده است. و بر این مبنا می‌توان انرژی کرنشی موجود در تیر را محاسبه و با مشتق‌گیری از آن G_I را بصورت زیر بدست آورد:

$$G_I = \frac{3p\delta}{2ba} \quad (1)$$

که در آن P نیروی اعمال شده در بازو، δ میزان بازشدگی بازوها، b عرض نمونه و a طول ترک می‌باشد (شکل (۱) را ببینید). در این روش از تغییر شکل برشی نمونه در نوک ترک صرف‌نظر شده است که این امر سبب کم شدن دقت این روش می‌گردد. در برخی شرایط تا ۲۰٪ خطا نیز در استفاده از این روش مشاهده شده است. در روش تصحیح شده تیر، مقداری به طول ترک افزوده می‌شود تا اثر تغییر شکل برشی نوک ترک را داخل رابطه (۱) نماید. در این روش یک خط بر منحنی $C^{1/3}$ (که در آن $C = \delta/P$ نرمی نمونه است) بر حسب a خورانده می‌شود و قدر مطلق عرض از مبدا این خط به طول ترک افزوده می‌شود. اگر این قدر مطلق Δ نامیده می‌شود، معادله (۱) بصورت زیر در می‌آید:

$$G_I = \frac{3p\delta}{2b(a+\Delta)} \quad (2)$$

روش کالیبراسیون نرمی

این روش بطور مستقیم با رابطه تعادل انرژی در قطعه ترک دار مرتبط بوده و فرضیات تئوری تیرها و یا یک بعدی بودن قطعه در آن وجود ندارد. برای حالت تغییر مکان کنترل شده می‌توان بسادگی انرژی شکست را به نرمی قطعه مورد نظر به صورت زیر مرتبط ساخت [۱۳]:

ترک را اندازه‌گیری نمود. نیرو توسط یک اندازه‌گیر نیرو^(۱) توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود. نحوه اندازه‌گیری طول ترک نیز بدین صورت است که لبه‌های نمونه با یک رنگ ترد (مانند لاک غلط‌گیر) پوشانده می‌شود و روی این رنگ یک خط کش نواری چسبانده می‌شود که با باز شدن ترک می‌توان با استفاده از یک تلسکوپ طول ترک را قرائت نمود. با اطلاعات نیرو، تغییر مکان و طول ترک می‌توان مقدار انرژی شکست در هر طول ترک را بسادگی محاسبه کرد.

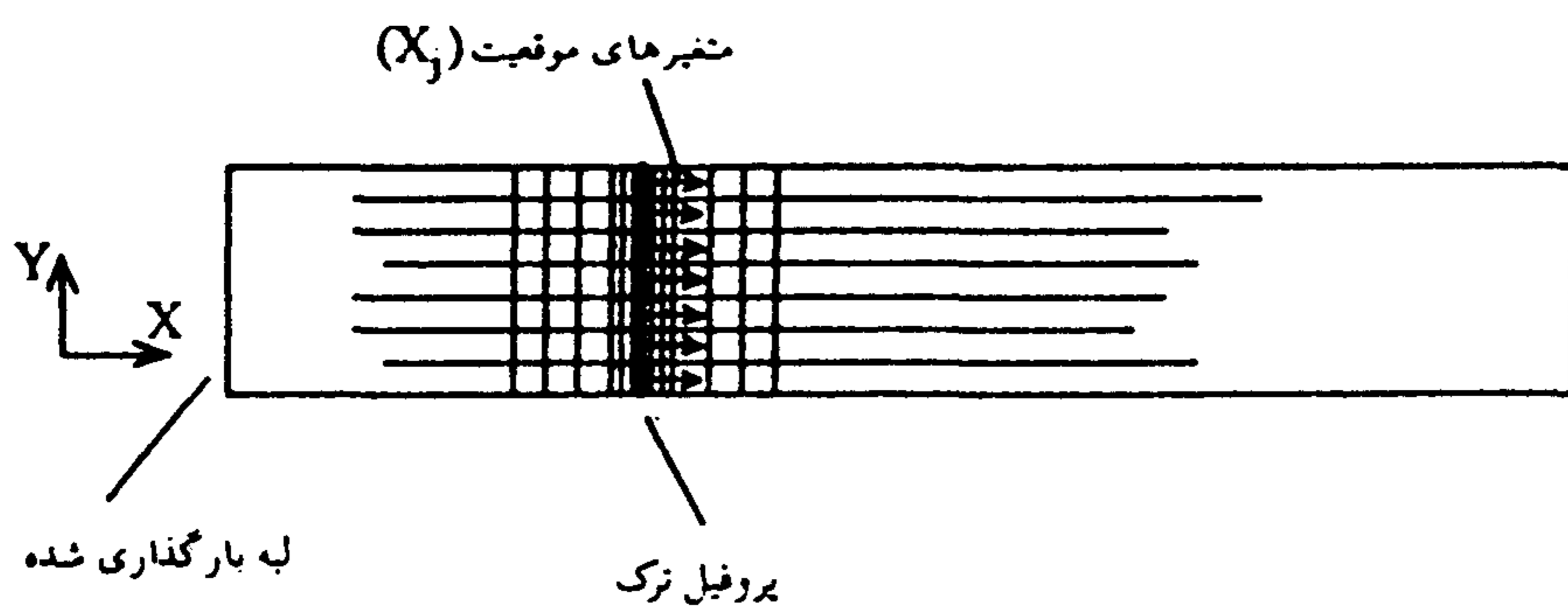
همانطور که در مقدمه این مقاله اشاره شد دو استاندارد عمده برای این آزمایش گسترده داده شده است که یکی استاندارد آمریکایی ASTM [۹] و دیگری استاندارد انگلیسی [۱۰] می‌باشد. این دو استاندارد بسیار شبیه یکدیگر بوده و نحوه توصیه شده برای تهیه نمونه‌ها و انجام آزمایش و همچنین تحلیل داده‌ها در هر دو استاندارد تقریباً مشابه است. در هر دو استاندارد عنوان شده است که برای محاسبه منحنی R ^(۲) در شروع ترک می‌بایست تعداد بیشتری داده ثبت نمود. بطوری که در ۵ میلیمتر اولیه رشد ترک ۱ میلیمتر به ۱ میلیمتر داده برداری صورت گیرد و بعد از آن برای هر ۵ میلیمتر رشد ترک یک داده ثبت شود. نکته قابل اهمیت این است که داده برداری در شروع رشد ترک بدلائل مختلف ممکن است با خطا توأم باشد که یکی از عوامل حائز اهمیت کجی فیلم تفلون قرار داده شده بعنوان ترک اولیه است که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که استاندارد انگلیسی به این مورد اشاره نموده و عنوان کرده است که محاسبه انرژی شکست در ۵ میلیمتر اول رشد پیش ترک ممکن است غیر دقیق باشد بنابراین بهتر است برای اهداف مقایسه مورد استفاده قرار گیرد. نکته دیگر این است که چون برای پردازش داده‌های آزمایش و استخراج انرژی شکست، از خوراندن یک تابع بر داده‌ها^(۳) استفاده می‌شود پس منطقی است که انتظار داشته باشیم خطا در ثبت اطلاعات (خصوصاً در چند میلیمتر اول رشد ترک) در محاسبه انرژی شکست اثر داشته باشد.

پردازش داده‌ها

استانداردهای یاد شده در قسمت قبل، سه روش را

بارگذاری مشخص توزیع میزان رهایی انرژی کرنشی روی پروفیل ترک تابعی از موقعیت و شکل پروفیل است، می توان معیار رشد ترک را توسط یک سیستم معادلات غیر خطی بر حسب متغیرهای موقعیت بصورت زیر بیان نمود.

$$G_I(X_j) - G_{ic} = 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, \bar{n} \quad (6)$$



شکل ۲: نمونه‌ای از المان بندی در حوالی پروفیل پیش ترک و متغیرهای موقعیت در نمونه DCB (فقط یکی از بازوها بصورت صفحه مدل شده است).

که در آن i بیانگر تعداد المان‌ها روی پروفیل ترک، j شاخص تعداد متغیرهای موقعیت و \bar{n} تعداد کل المان‌ها روی بخش متحرک پروفیل ترک است.

حل این سیستم معادلات غیر خطی توسط یکی از روش‌های تصحیح ژاکوبین^(۳) میسر است. که در مرجع [۱۴] از رابطه تصحیح مستقیم مرتبه اول Broyden استفاده گردیده است. بنابراین برای یک بارگذاری (تغییر مکان اعمالی) معین، می توان با حل سیستم معادلات (۶) برداری از متغیرهای موقعیت را به گونه‌ای یافت که معیار گسترش ترک روی کلیه نقاط روی پروفیل ترک اثناء گردد. اکنون با این بردار متغیرهای موقعیت می توان شکل و مکان پروفیل ترک را برای آن بارگذاری اعمال شده یافت.

در نتیجه برای یک مقدار تغییر مکان اعمالی، طول ترک و نیروی متناظر با تغییر مکان بازوها در دسترس خواهند بود. روند محاسباتی این روش بصورت دیاگرام جریان در شکل (۳) نشان داده شده است. در زیر مراحل اساسی این روش به اختصار بیان گردیده است.

$$G_I = \frac{p^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (3)$$

به منظور راحتی در محاسبات می توان یک خط بر منحنی نمایش مقادیر $\log(C)$ بر حسب $\log(a)$ مرور داد و شیب این خط n را محاسبه نمود و سپس جمله $n\delta/P$ را به جای جمله dC/da در رابطه (۳) قرار داد. در این حالت خواهیم داشت:

$$G_I = \frac{nP\delta}{2ba} \quad (4)$$

لازم به ذکر است که بر اساس استانداردهای ذکر شده در قسمت ۲، شیب خط مرور کننده بر روی تغییرات لگاریتم نرمی بر حسب لگاریتم طول ترک، باید از روش حداقل مربعات^(۱) برای کل داده‌های آزمایش (۵ میلی‌متر اول رشد و سایر داده‌ها) محاسبه شود.

روش کالیبراسیون نرمی تصحیح شده

این روش بسیار شبیه به روش کالیبراسیون نرمی است با این تفاوت که یک خط (محاسبه شده از روش حداقل مربعات) بر منحنی نمایش مقادیر a/h بر حسب $C^{1/3}$ مرور داده می شود و سپس شیب این خط m محاسبه می گردد [۹]. انرژی شکست را اکنون میتوان با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود:

$$G_I = \frac{3p^2 C^{2/3}}{2mbh} \quad (5)$$

روش مدل سازی رشد ترک

مدل سازی رشد ترک با استفاده از روش اجزای محدود در مراجع [۱۴ و ۱۵] به تفصیل تشریح گردیده است. هدف اصلی از این مدل سازی برآورد منحنی های نیرو - طول ترک بصورت عددی برای یک معیار رشد ترک مشخص است. در منابع ذکر شده بالا روشی کارا و اقتصادی برای مدل سازی سه بعدی ترک گسترش داده شده است. در این روش یک سری متغیرهای موقعیت به المان های روی پروفیل ترک^(۲) منتصب می گردد که این متغیرها، شکل و موقعیت پروفیل ترک را نسبت به یک سیستم مختصات از پیش تعریف شده مشخص می نماید (شکل (۲) را ببینید). اکنون با توجه به اینکه تحت یک

محاسبه میزان رهایی انرژی کرنشی

محاسبه میزان رهایی انرژی کرنشی یکی از مهمترین بخش های مدل سازی رشد ترک می باشد. دقت روش مورد استفاده باید بگونه ای باشد که بتواند برای انواع اشکال پروفیل ترک مقدار دقیق G را در نقاط روی پروفیل تعیین نماید. همچنین بدلیل تکراری بودن روش مدل سازی، می بایست تعیین G با حداقل عملیات محاسباتی همراه باشد تا این روش مدل سازی اقتصادی نیز باشد. روش بسته بودن مجازی ترک تصحیح شده^(۱) که در مرجع [۱۶] معرفی گردیده و در مرجع [۱۷] صحت و دقت آن در تحلیل مدل های صفحه ای به ثبوت رسیده است در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است.

تصحیح ماتریس ژاکوبین

برای حل سیستم معادلات (۶) به روش ژاکوبین، ابتدا سیستم معادلات مذکور را به فرم ماتریسی و تکراری تبدیل می کنیم که می تواند به صورت زیر باشد:

$$X_j^{k+1} = X_j^k - (J_{ji}^{-1})^k F_i \quad (V)$$

که در آن ماتریس J ماتریس ژاکوبین، F بردار اختلاف (برابر سمت چپ معادله (۶)) و K بیانگر تکرار است. در روش مورد استفاده، تکرار از یک ماتریس ژاکوبین پیش فرض (مثلا ماتریس واحد) شروع شده و با استفاده از رابطه تکراری Broyden (معادله (۸)) در هر تکرار تصحیح می گردد. این عمل تا هنگام همگرایی یعنی $F_i = e$ (که در آن e تolerانس همگرایی است) ادامه می یابد. تolerانس همگرایی نیز بسته به دقت مورد نیاز در مدل سازی می تواند بین ۱ الی ۳ درصد G_{Ic} باشد.

$$B_{ij}^{k+1} = B_{ij}^k + \frac{(\delta F_i^k - B_{il}^k \delta X_l^k) \delta X_j^k}{\delta X_i^k \delta X_j^k} \quad i, j, l = 1, 2, \dots, \bar{n}$$

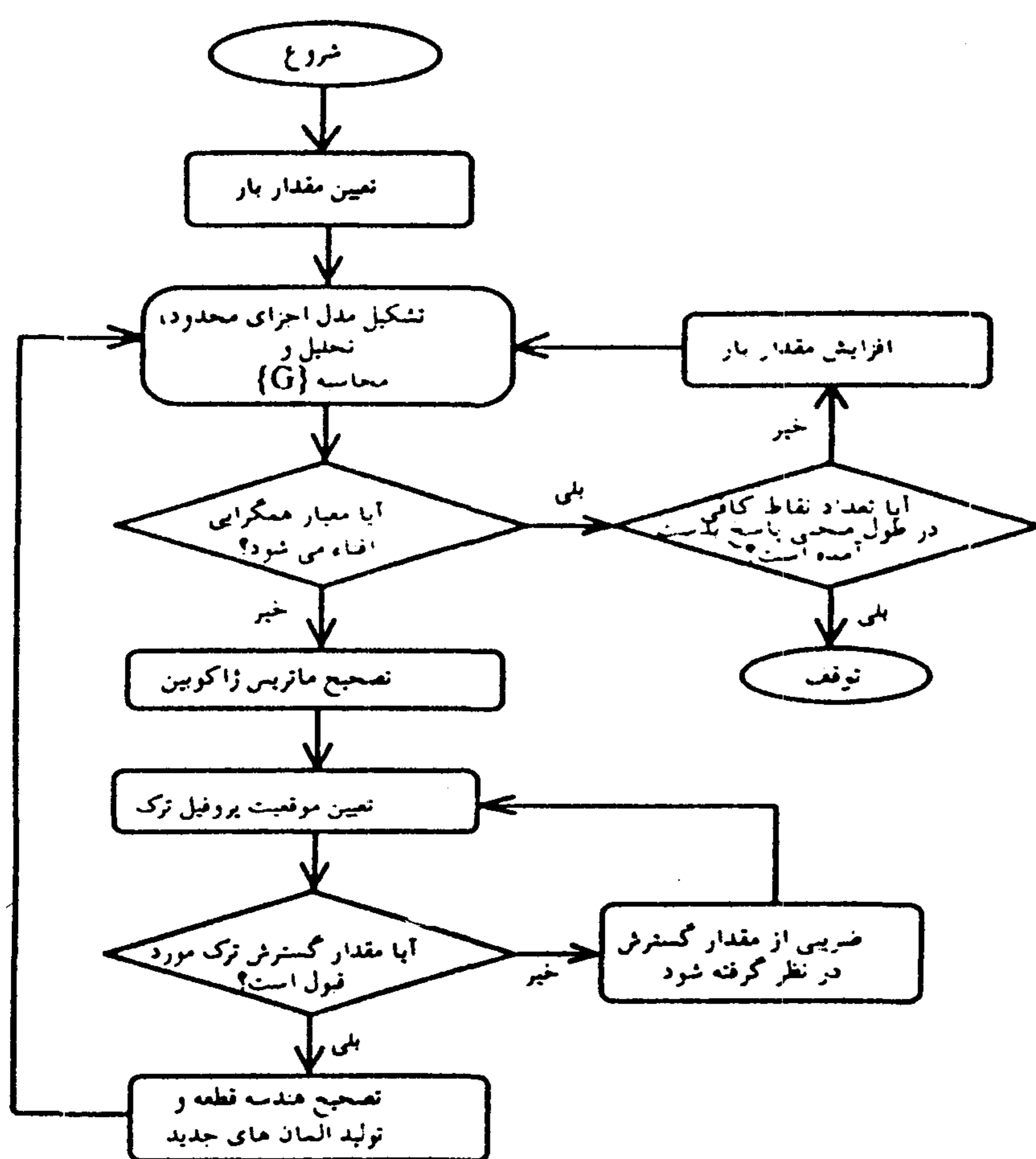
$$\delta X_j^k = X_j^{k+1} - X_j^k$$

$$\delta F_j^k = F_j^{k+1} - F_j^k \quad (A)$$

که در آن B تقریب ماتریس ژاکوبین J و n تعداد معادلات است.

محاسبه متغیرهای موقعیت و تولید المان

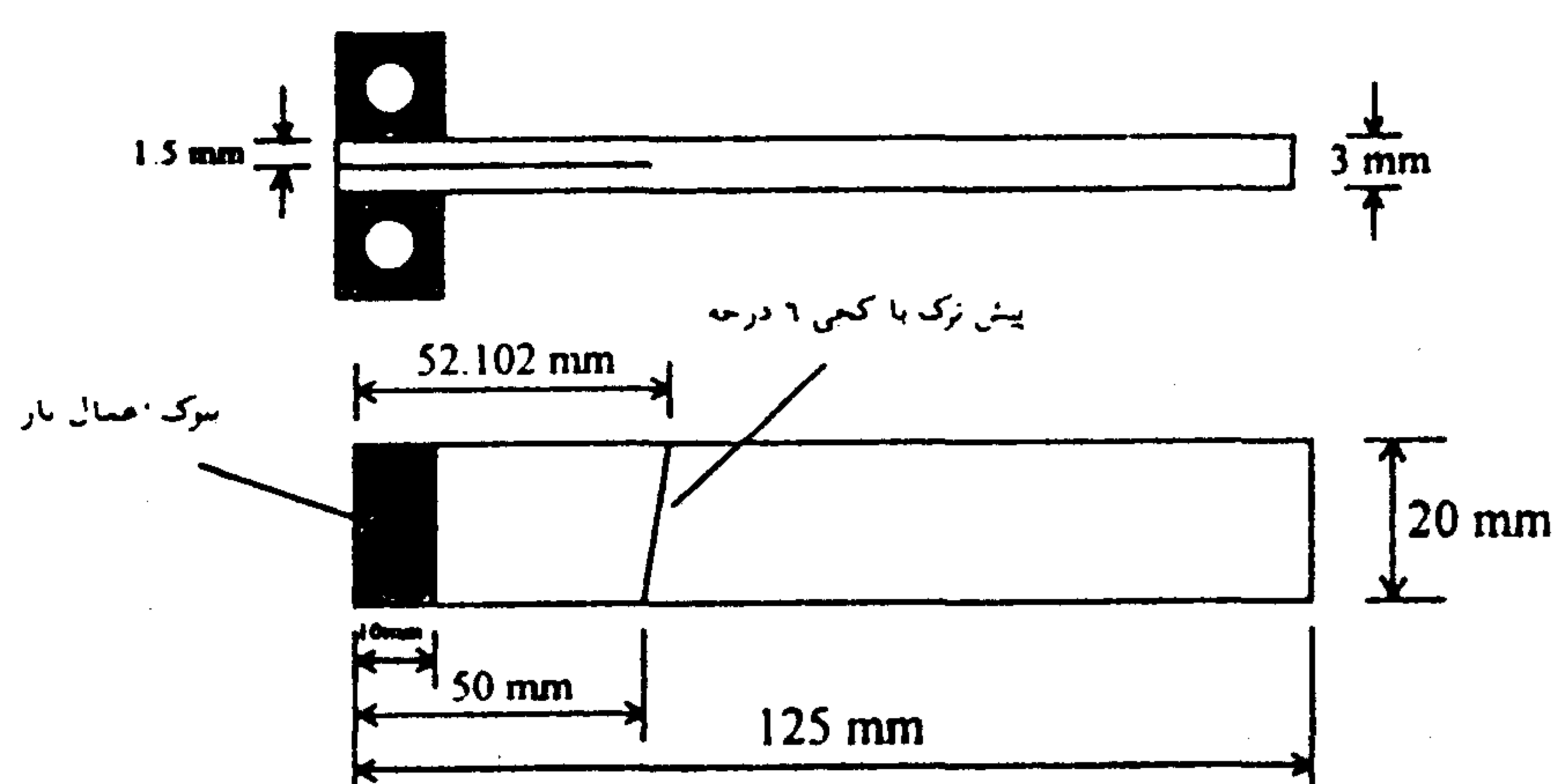
برای هر تقریب ماتریس ژاکوبین، می توان بردار متغیرهای موقعیت را از معادله (۷) بدست آورد. اکنون می بایست برای تعیین توزیع G و تعیین تقریب بعدی ماتریس ژاکوبین، پروفیل ترک را بر اساس این متغیرهای موقعیت تصحیح نمود. این امر با تعریف منحنی پروفیل ترک با استفاده از یک تابع هموار^(۲) و تولید المان های مناسب بطور هماهنگ با این منحنی پروفیل ترک صورت می گیرد. در مرجع [۱۴] روشی خودکار بدین منظور گسترش داده شده که برای انواع مدل های دو بعدی و سه بعدی اجزای محدود مناسب ترین المان برای مقادیری از متغیرهای موقعیت را ایجاد نماید.



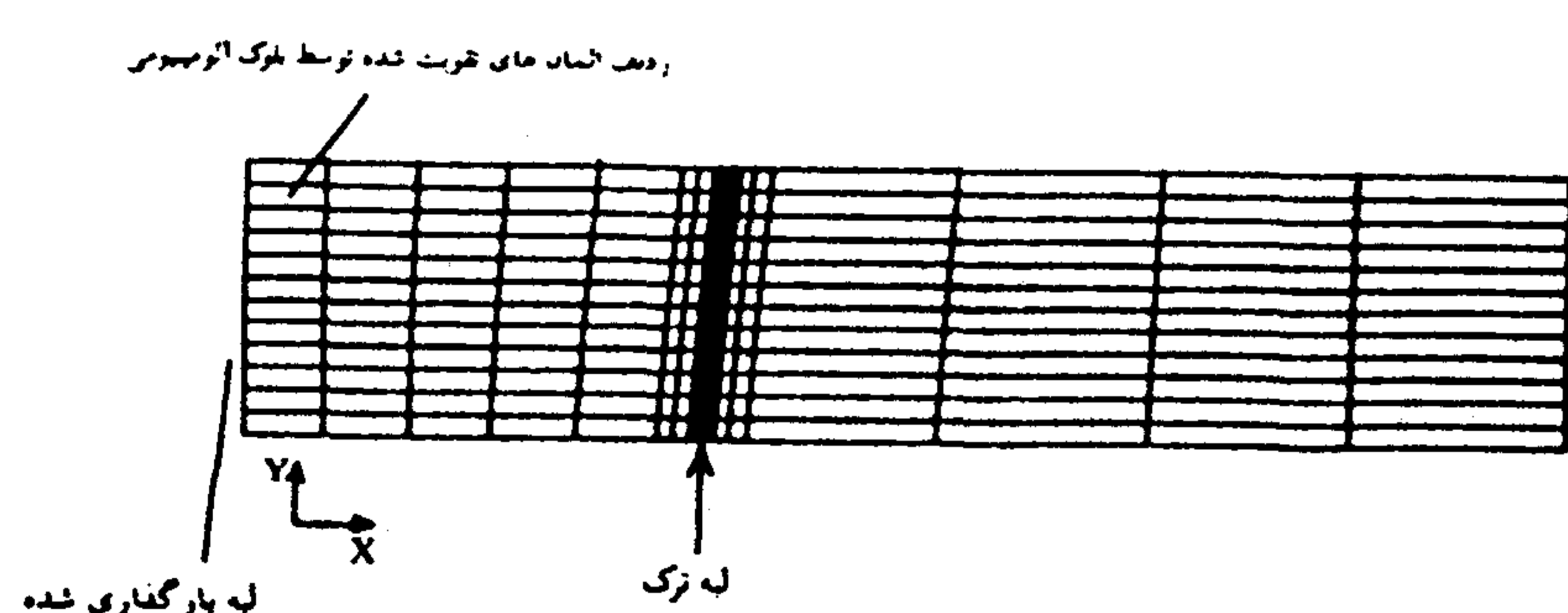
شکل ۳: روند محاسباتی مدل رشد ترک.

مدل سازی رشد ترک در نمونه DCB

در مراجع [۱۴ و ۱۵] نمونه آزمایش DCB با استفاده از مدل اجزای محدود مورد بررسی دقیق قرار گرفته است. در این مراجع نشان داده شده است که مدل رشد ترک



شکل ۴: نمونه DCB با کجی پیش ترک.



شکل ۵: مدل اجزای محدود استفاده شده برای عملیات مدل سازی رشد ترک.

میان صفحه مورد نظر تقریب نماید. جهت مدل سازی از برنامه عمومی اجزای محدود FE77 [۱۹] استفاده شده است. برنامه ای گسترش داده شده که با دریافت نتایج تحلیل اجزای محدود از برنامه FE77، عملیات مدل سازی رشد ترک را بطور کاملاً خودکار انجام داده و نتایج نیرو - تغییر مکان - طول ترک به همراه شکل پروفیل ترک برای یک مقدار معین انرژی شکست را محاسبه می نماید. قسمتی از برنامه نوشته شده که به محاسبه G اختصاص داده شده در مرجع [۱۷] مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج بسیار خوبی برای مسائل مختلف از جمله نمونه DCB از آن دریافت گردیده است.

مدل مذکور برای مدل سازی رشد ترک در طول نمونه مورد استفاده قرار گرفته است. فرض شده که ماده دارای یک مقدار معین انرژی شکست برابر ۲۷ N/mm باشد. در اوایل شروع رشد ترک (در ۵ میلیمتر اول) مقدار افزایش تغییر مکان اعمالی $۰/۰۵$ میلیمتر داده شده تا بتوان تغییر

بسیار کارا و اقتصادی بوده و نتایج بدست آمده تقریب بسیار خوبی از نتایج آزمایشگاهی می باشد. همچنین مشاهده گردید که پیش ترک اولیه که دارای پروفیل خطی و عمود بر لبه های نمونه بوده است در هنگام رشد بصورت یک منحنی محدب در آمده بطوری که میزان رشد در وسط نمونه بیشتر از لبه های آن است. این موضوع کاملاً با مشاهدات آزمایشگاهی مرجع [۱۸] هماهنگی دارد. در این قسمت نمونه DCB با فرض کج بودن پیش ترک اولیه مورد تحلیل قرار گرفته و اثر این کجی پیش ترک در محاسبه انرژی شکست مورد بررسی و تجزیه و تحلیل واقع شده است.

هندسه و خواص مواد در نظر گرفته شده

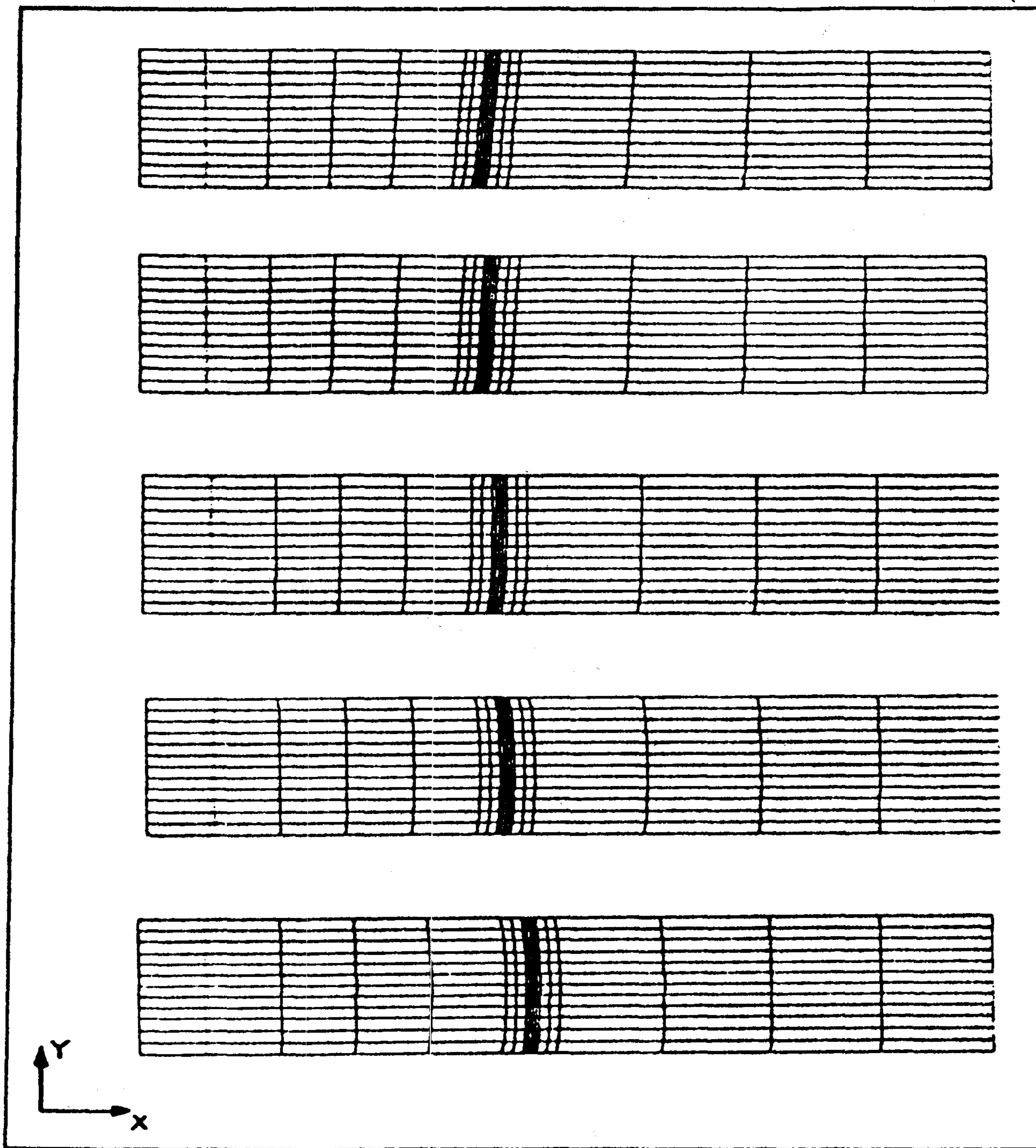
نمونه آزمایشگاهی مورد تحلیل از ماده مرکب تک جهته با رزین اپوکسی و الیاف کربن در نظر گرفته شده است. ابعاد نمونه در شکل (۴) داده شده است که یک کجی اولیه با زاویه ۶ درجه در پیش ترک در نظر گرفته شده است. خواص ماده استفاده شده نیز به صورت ماده مرکب تک جهته رزین اپوکسی تقویت شده با الیاف کربن مطابق با جدول (۱) منظور گردیده است. ماده بلوک های اعمال بار نیز از آلومینیوم با ضریب ارتجاعی $۷۴/۴ \text{ GPa}$ و ضریب پواسون $۰/۳$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: خواص ماده کامپوزیت تک جهته استفاده شده.

$E_{xx} = 155 \text{ GPa}$	$\nu_{xy} = 0.27$	$G_{xy} = 4.6 \text{ GPa}$
$E_{yy} = 9.5 \text{ GPa}$	$\nu_{xz} = 0.27$	$G_{xz} = 4.6 \text{ GPa}$
$E_{zz} = 9.5 \text{ GPa}$	$\nu_{zy} = 0.60$	$G_{zy} = 4.6 \text{ GPa}$

مدل اجزای محدود و نحوه رشد ترک

مدل اجزای محدود برای یک بازوی نمونه DCB با استفاده از المان های صفحه مطابق شکل (۵) بوجود آمده است. مدل مذکور دارای ۲۰۴ المان ۸ گره ای بوده و فرض تغییر شکل برشی Mindlin بر آن حاکم می باشد. در این فرض ضریب $۰/۸$ در مدول های برشی ضرب شده تا توزیع منحنی درجه دوم برش را در جهت عمود بر صفحه



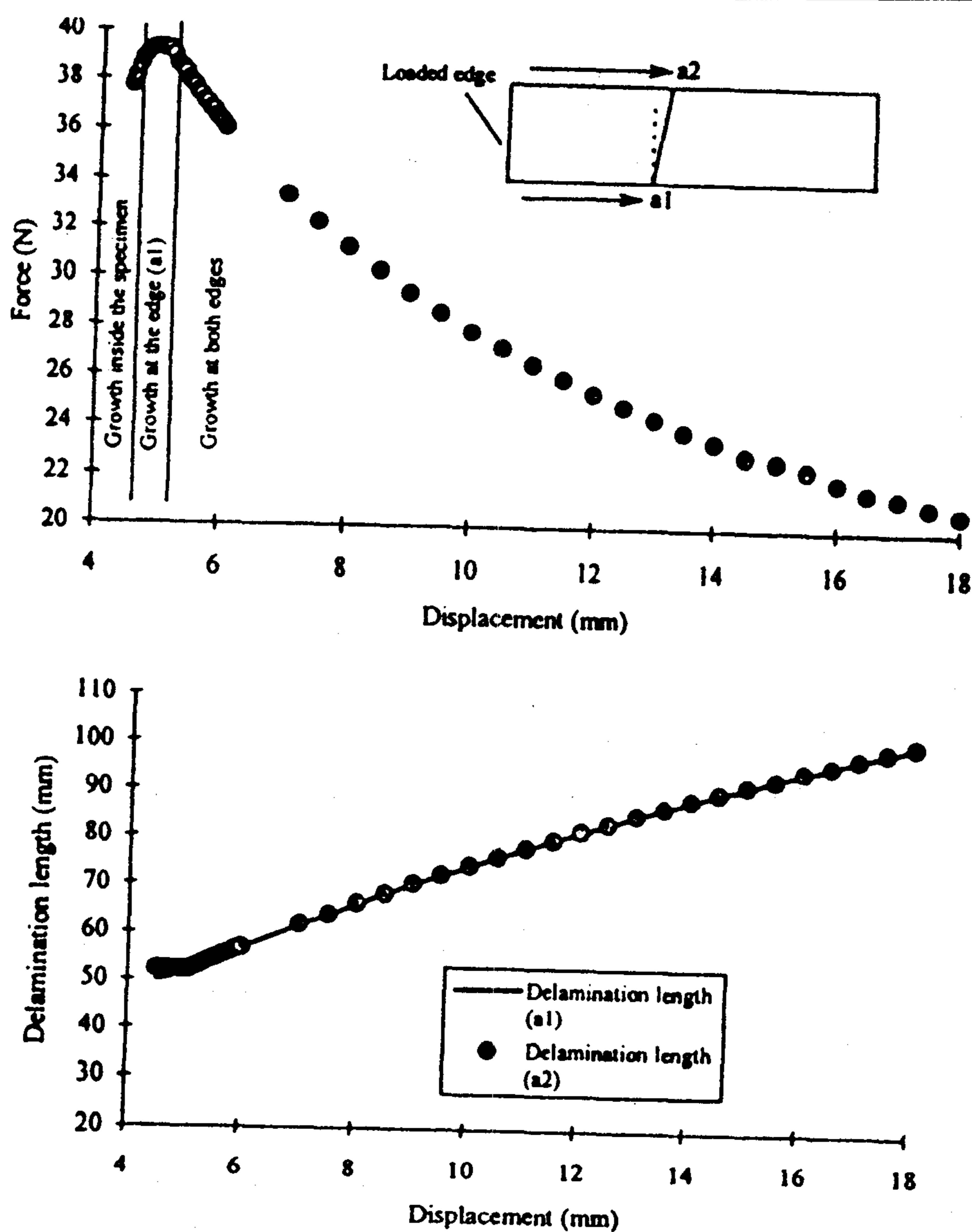
شکل ۶: نحوه تغییر پروفیل ترک در شروع رشد.

رشد ترک در این نمونه است. همانگونه که دیده می شود در اوایل شروع رشد ترک میزان گسترش در هر دو لبه نمونه یکسان نیست که این امر به دلیل کجی موجود در پیش ترک است. جهت روشن شدن هر چه بیشتر نحوه تغییرات نیرو - تغییر مکان - طول ترک در هنگام شروع پیشرفت ترک این منحنی ها با بزرگ نمایی بیشتر در شکل (۸) ترسیم شده اند.

ارزیابی روش های استخراج انرژی شکست اکنون می توان روش های استخراج انرژی شکست را برای نتایج عددی بدست آمده آزمود. در اینجا نتایج عددی داده شده در قسمت ۲ - ۴ را همانند داده های آزمایشگاهی در نظر گرفته و با اعمال روش های تئوری تیر تصحیح شده و روش کالیبراسیون نرمی، انرژی شکست را

شکل پروفیل ترک را کاملاً بررسی نمود. این امر با استاندارد آزمایش که در آن عنوان شده که بهتر است در ۵ میلیمتر اول شروع رشد ترک تعداد ثبت اطلاعات حداکثر باشد، منطبق است. پس از حدود ۵ میلیمتر رشد ترک، مقدار افزایش تغییر مکان اعمالی در هر تکرار ۰/۵ میلیمتر اختیار شده است. نحوه تغییر شکل پروفیل ترک در ۵ مقدار مختلف تغییر مکان اعمالی در شکل (۶) نمایش داده شده است.

منحنی های نیرو - تغییر مکان و طول ترک - تغییر مکان محاسبه شده در شکل (۷) نشان داده شده است. مشاهده می شود که منحنی نیرو - تغییر مکان نزولی بوده که معرف کم شدن ظرفیت باربری قطعه در اثر رشد ترک می باشد. همچنین منحنی طول ترک - تغییر مکان نیز با شیبی نسبتاً ملایم صعودی است که مبین میزان پایداری



شکل ۷: تغییرات نیرو - تغییر مکان - طول ترک در اثر رشد ترک در طول نمونه DCB.

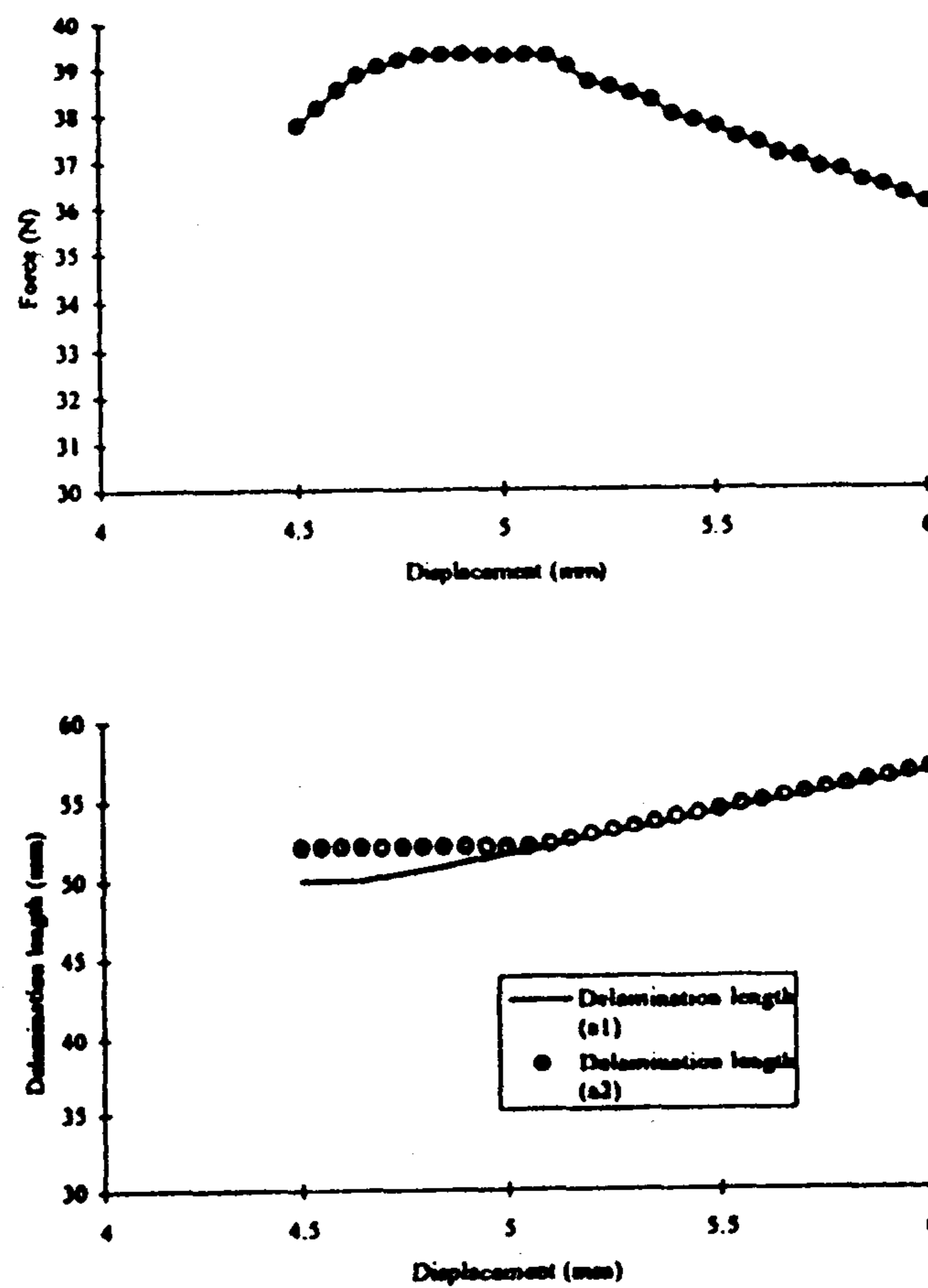
۲۷/۰ برای هر طول ترک منجر گردد. این ارزیابی در سه مرحله بصورت زیر انجام می شود.

۱) همانند روند گفته شده در استانداردهای آزمایش در ۵ میلیمتر اول رشد در هر ۱ میلیمتر یک داده خوانده و برای مابقی طول نمونه در ۵ میلیمتر رشد ترک یک داده ثبت می نماییم. این کار را برای هر دو طول ترک a_1 و a_2 (شکل ۷) را ببینید) انجام می دهیم. داده ها را از روی منحنی های شکل (۷) و (۸) بدست آورده و سپس هر دو روش تیر تصحیح شده و کالیبراسیون نرمی را اعمال می نماییم.

۲) عملیات قسمت ۱ را فقط برای ۵ میلیمتر اول رشد ترک با در نظر گرفتن داده های موجود در این محدوده (برای هر یک میلیمتر رشد ترک یک داده) انجام می دهیم.

۳) داده های موجود در ۵ میلیمتر اول رشد ترک را حذف نموده و عملیات قسمت ۱ را برای سایر اطلاعات انجام می دهیم.

مرحله ۱) در این مرحله از دو جهت دید a_1 و a_2 داده ها را



شکل ۸: تغییرات نیرو - تغییر مکان - طول ترک در شروع رشد ترک.

محاسبه می نماییم. یک روش مناسب برای استخراج انرژی شکست می بایست به مقدار ثابت N/mm

جدول ۲: معادلات خوراندن خط به کل داده‌ها (مرحله ۱).

	دید از جهت a_1	دید از جهت a_2
روش تئوری تیر تصحیح شده	$C^{1/3}=0.02914+0.0091811(a_1)$ $(r^2=1.00)^*$ $\Delta=3.1739$	$C^{1/3}=0.030441+0.0091695(a_2)$ $(r^2=1.00)^*$ $\Delta=3.3198$
روش کالیبراسیون نرمی	$+2.8672\log(a_1)\text{Log}(C)=5.8069$ $\log(C)=-5.8069+2.8672 \text{Log}(a_1)$ $(r^2=1.00)^*$ $n=2.8672$	$\log(C)=-5.863+2.895 2\text{Log}(a_1)$ $r^2(=1.00)^*$ $n=2.8952$

r^* مبین میانگین مجذور خطا است

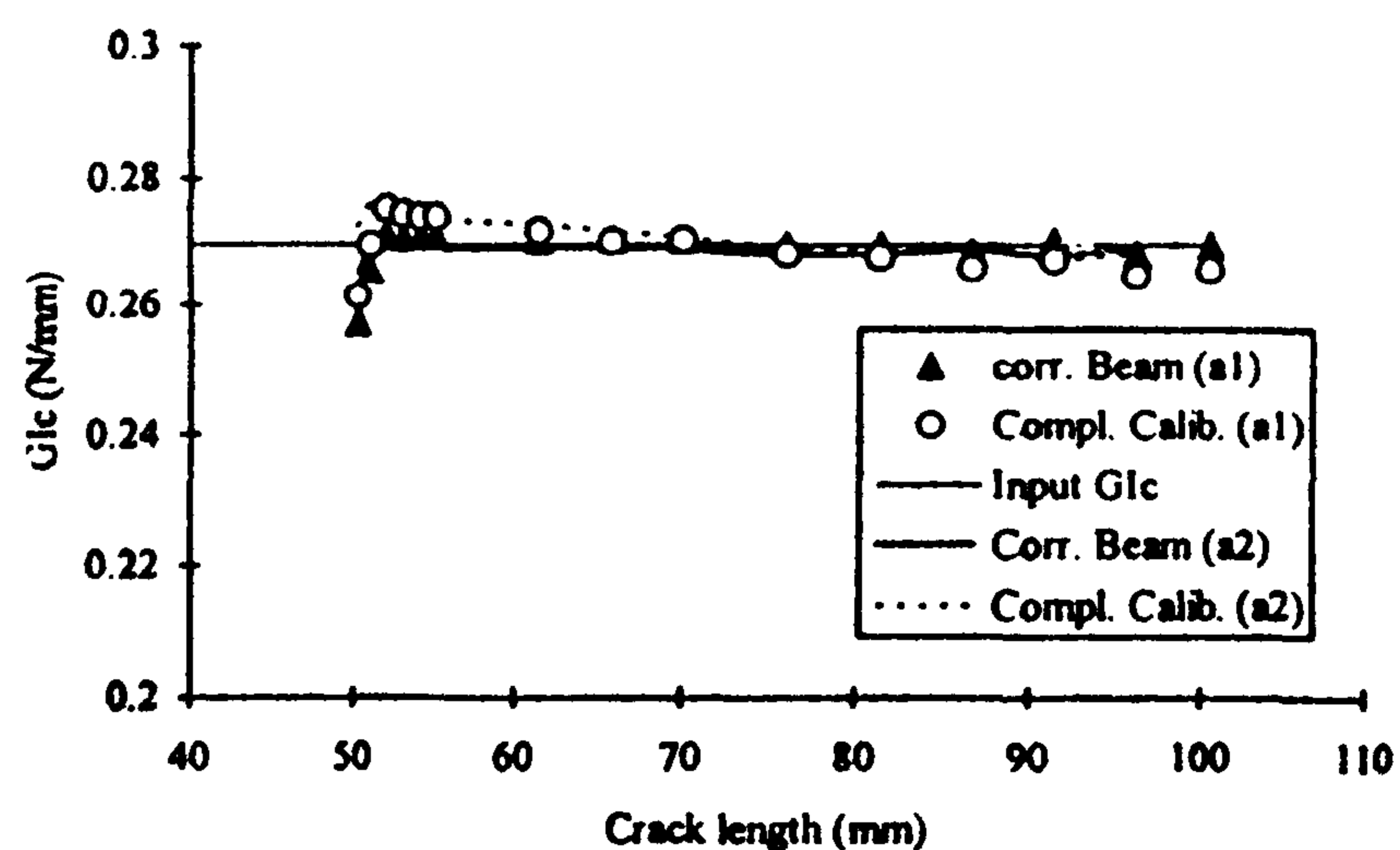
جدول ۳: معادلات خوراندن خط به داده‌ها در ۵ میلی‌متر اول رشد پیش ترک (مرحله ۲).

	دید از جهت a_1	دید از جهت a_2
روش تئوری تیر تصحیح شده	$C^{1/3}=0.114988+0.00757786(a_1)$ $(r^2=0.9527)^*$ $\Delta=15.15$	$C^{1/3}=0.037155+0.0095976(a_2)$ $(r^2=0.9986)^*$ $\Delta = 0.566$
روش کالیبراسیون نرمی	$-\text{Log}(C)=4.8544+2.316 \text{Log}(a_1)$ $(r^2=0.9621)^*$ $n=2.316$	$\text{Log}(C)=-6.013+2.9819 \text{Log}(a_2)$ $(r^2=0.9986)^*$ $n=2.9819$

r^* مبین میانگین مجذور خطا است

که نتایج آن در جدول (۲) داده شده است. اکنون می‌توان انرژی شکست را برای توابع بالا از دو روش تئوری تیر تصحیح شده و روش کالیبراسیون نرمی محاسبه نمود. مقادیر بدست آمده از این روش برای هر دو طول‌های ترک a_1 و a_2 در شکل (۹) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که وقتی طول ترک a_1 مورد نظر قرار می‌گیرد یک منحنی R نسبتاً ضعیف بدست می‌آید که این امر مغایر با G_{Ic} ثابت داده شده و معیار گسترش استفاده شده است. در حالی که وقتی طول ترک a_2 مورد استفاده قرار می‌گیرد انرژی شکست بدست آمده بر حسب طول ترک نسبتاً ثابت باقی می‌ماند.

مرحله ۲) در این مرحله فقط داده‌ها در ۵ میلی‌متر اول را در نظر می‌گیریم. همانند مرحله ۱ از روش حداقل مجذور مربعات خطوط مناسب را بر مقادیر $C^{1/3}$ بر حسب a_1 و a_2 $\log(C)$ بر حسب $\log(a_1)$ و $\log(a_2)$ مرور می‌دهیم. نتایج در جدول (۳) خلاصه شده است. مقادیر G_{Ic} محاسبه



شکل ۹: انرژی شکست بر حسب طول ترک وقتی که داده‌ها در کل طول نمونه مورد استفاده قرار می‌گیرند (مرحله ۱).

بصورت عنوان شده بالا بدست آورده و سپس عملیات خوراندن بهترین خط به مقادیر $C^{1/3}$ بر حسب a_1 و a_2 $\log(C)$ بر حسب $\log(a_1)$ و $\log(a_2)$ را انجام می‌دهیم

می‌نماید. در حالی که استفاده از طول ترک a_2 منجر به جوابهای بهتری می‌گردد. علت این امر این است که اثر کجی در پیش ترک عمدتاً در طول a_1 بوده و نتیجتاً خطای زیادی در خوراندن منحنی‌های لازم بر داده‌ها ایجاد می‌گردد.

مرحله ۳) در این مرحله داده‌ها بعد از ۵ میلیمتر اول مورد توجه قرار گرفته‌اند. با توجه به تقارن پروفیل ترک بعد از ۵ میلیمتر رشد، a_1 و a_2 کاملاً یکسان می‌باشند. بنابراین فقط a_1 را در نظر گرفته و همانند قسمتهای قبل عملیات خوراندن خط بر داده‌ها را انجام می‌دهیم. نتایج در جدول (۴) و شکل (۱۱) داده شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که هر دو روش تئوری تیر تصحیح شده و کالیبراسیون نرمی جوابهای بسیار دقیقی می‌دهند. در این حالت اثر کجی بطور کلی از بین رفته و هیچگونه خطایی در خوراندن خط به داده‌ها از این بابت ایجاد نمی‌گردد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از مدل سازی عددی رشد ترک در نمونه آزمایشگاهی DCB، اثر کجی پیش ترک در تعیین انرژی شکست مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا دو روش استاندارد تئوری تیر تصحیح شد و کالیبراسیون نرمی به داده‌های عددی، که در آنها طول ترک از هر دو لبه نمونه اندازه‌گیری شده است، اعمال گردیده و دقت انرژی شکست محاسبه شده مورد تجزیه و تحلیل واقع شده است. بر اساس نتایج حاصله می‌توان موارد زیر را بیان نمود:

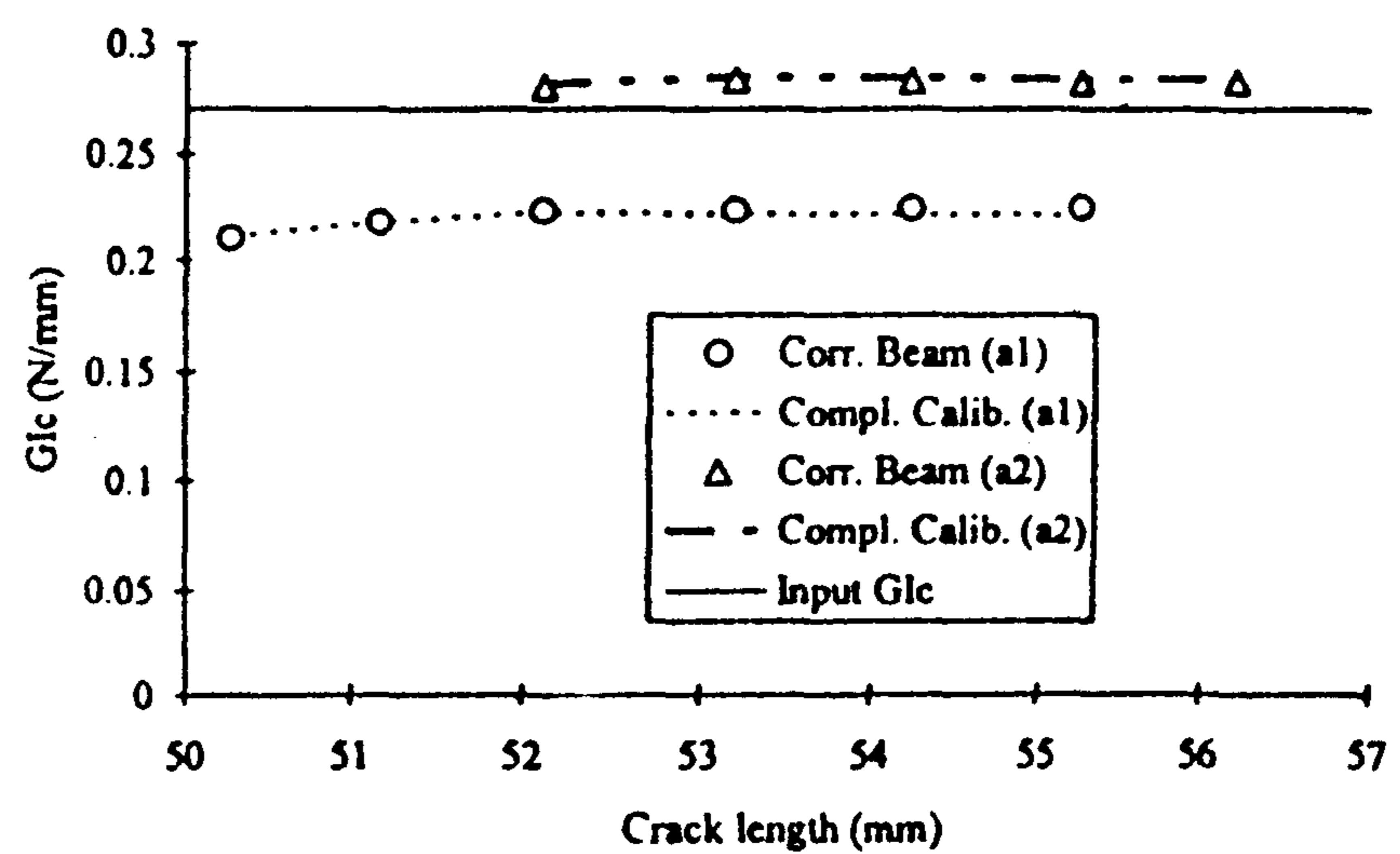
الف) اگر بر اساس روش استاندارد آزمایش که در مراجع [۱۰ و ۱۱] عنوان شده است تعداد داده‌ها در ۵ میلیمتر اول رشد زیاد باشد می‌بایست دقت زیادی در تولید نمونه‌های آزمایش و همچنین خواندن داده‌ها مبذول داشت. در غیر این صورت اثر خطای حاصله در خوراندن خط به داده‌ها تشدید شده و یک منحنی R بدست می‌آید که ممکن است واقعی نباشند.

ب) داده‌های آزمایش برای تعیین انرژی شکست در شروع رشد ترک می‌بایست دقت بالایی داشته باشند که در اغلب موارد بدلیل انحنای پروفیل ترک در لحظه شروع

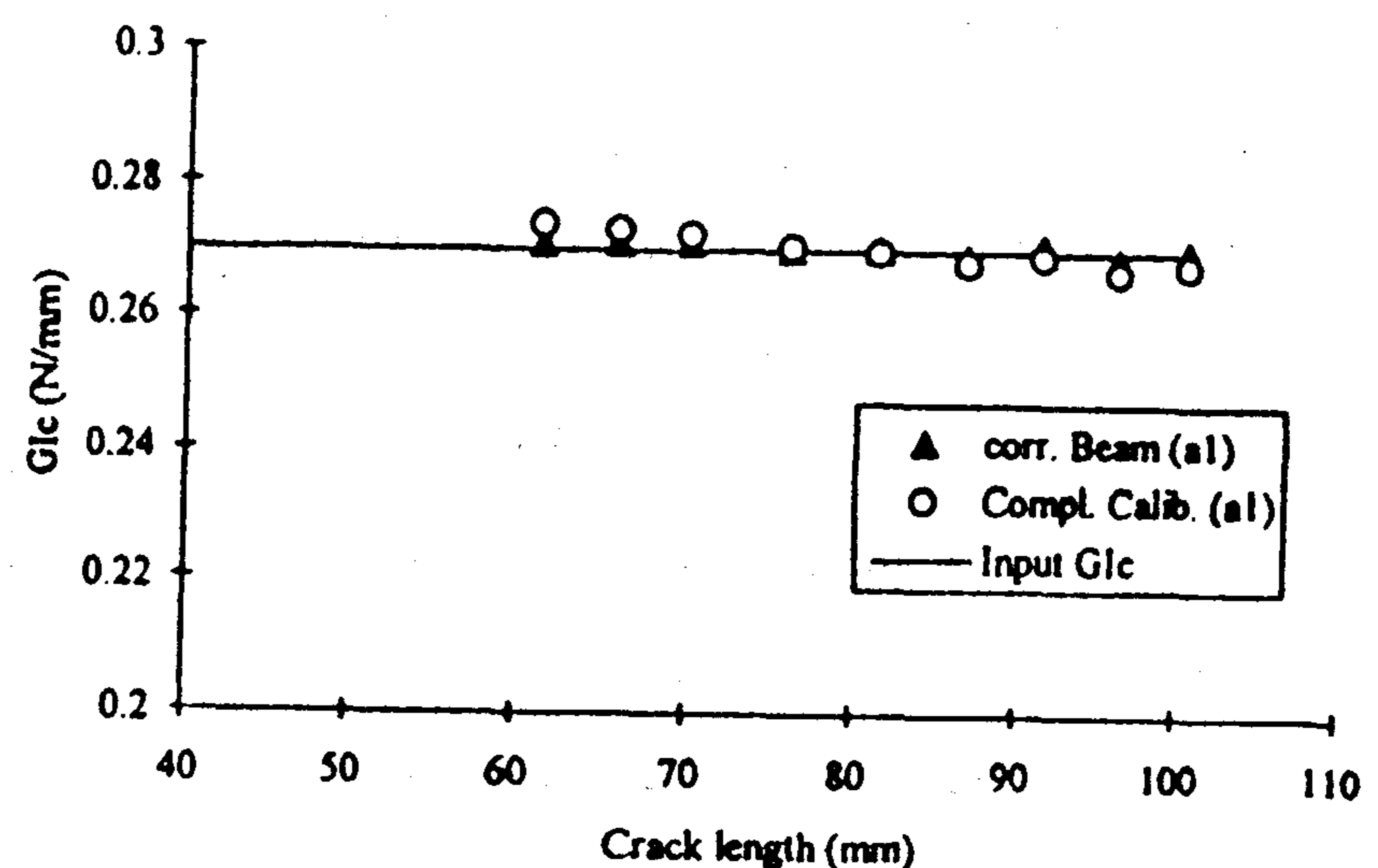
جدول (۴) معادلات خوراندن خط به داده‌ها بعد از ۵ میلیمتر اول رشد پیش ترک (مرحله ۳).

دید از جهت a_1 یا a_2	
روش تئوری تیر تصحیح شده	$C^{1/3} = 0.0283998 + 0.00918999(a_1)$ $(r^2 = 0.9999)^*$ $\Delta = 3.0903$
روش کالیبراسیون نرمی	$\text{Log}(C) = -5.8448976 + 2.886944 \text{Log}(a_1)$ $(r^2 = 0.9999)^*$ $n = 2.886944$

* I میانگین مجذور خطا است



شکل ۱۰: انرژی شکست برحسب طول ترک وقتی که داده‌ها در ۵ میلیمتر اول رشد مورد استفاده قرار می‌گیرند (مرحله ۲).



شکل ۱۱: انرژی شکست برحسب طول ترک وقتی که داده‌ها بعد از ۵ میلیمتر اول رشد مورد استفاده قرار می‌گیرند (مرحله ۳).

شده از هر دو روش تئوری تیر تصحیح شده و کالیبراسیون نرمی (همانند مرحله ۱) برای داده‌های بالا در شکل (۱۰) ترسیم شده‌اند. مشاهده می‌شود که استفاده از طول ترک a_1 خطای قابل ملاحظه‌ای در مقادیر G_{Ic} محاسبه شده اعمال

وجود اختلاف زیاد در طول ترک از دو لبه نمونه (در چند میلیمتر اول شروع رشد)، نتایج حاصله از طول ترک بزرگتر مورد نظر قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

این مقاله بخشی از یک طرح تحقیقاتی در گروه مهندسی مکانیک دانشکده فنی دانشگاه تهران است. بدین وسیله از حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه تشکر می شود.

رشد، تعیین دقیق داده‌ها ممکن نیست. همانطوری که در این مقاله نشان داده شده است اثر کجی در پیش ترک در ۵ میلیمتر اول رشد اثر زیادی در انرژی شکست محاسبه شده دارد.

ج) استفاده از داده‌های آزمایش در طول نمونه بعد از ۵ میلیمتر اول رشد کاملاً مجاز بوده و دقت خوبی را می‌توان از انرژی شکست محاسبه شده توسط این داده‌ها انتظار داشت.

د) توصیه می‌شود که در هنگام انجام آزمایش طول ترک از هر دو طرف نمونه بطور همزمان خوانده شده و محاسبه انرژی شکست با هر دو طول ترک انجام گیرد. در صورت

مراجع

- 1 - Wikins, D. J., Eisenmann, J. R., Camin, R. A., Margolis, W. S. and Benson, R.A. (1982). "Characterizing delamination growth in graphite/epoxy." *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, K.L. Reifsnider, Ed., American Society for Testing and Materials, 168-183.
- 2 - Friedrich, K. (1989). "Application of fracture mechanics to composite materials." Elsevier Science Publishers, B.V.
- 3 - Sun, C.T. and Manoharan, M. G. (1990). "Growth of delamination cracks due to bending in a [90₅/0₅/90₅] laminate." *Composite Science and Technology*, 34, 365-377.
- 4 - O'Brien, T. K. (1982). "Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate." *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, K.L. Reifsnider, Ed., American Society for Testing and Materials. 140-167.
- 5 - Kim, R. Y. and Soni, S. R. (1984). "Experimental and analytical studies on the onset of delamination in laminated composites." *Journal of Composite Materials*, 18, 70-80.
- 6 - Charalambides, M., Kinloch, A. J., Wang, Y. and Williams, J.G. (1992). "On the analysis of mixed - mode failure." *International Journal of Fracture*, 54, 269-291.
- 7 - Ramkumar, R. L. and Whitcomb, J. D. (1985). "Characterization of mode I and mixed - mode delamination growth in T300/5208 graphite/epoxy." *Delamination and Debonding of Materials, ASTM STP 876*, W.S. Johnson, Ed., American Society for Testing Materials. 315-355.
- 8 - Keary, P. E., Ilcewicz, L. B., Shaar, C. and Trostle, J. (1984). "Mode - I interlaminar fracture toughness of composites using slender double cantilever beam specimen." *Journal of Composite Materials*, 18, 70-80.
- 9 - "Standard test method for mode - I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber - reinforced polymer matrix composites." *ASTM Designation D5528 - 94a*, 1994.
- 10 - "Determination of the mode - I delamination resistance of unidirectional fiber reinforced polymer laminates using double cantilever beam specimen (DCB)." (1995). *B. S.*, 02-03.
- 11 - Williams, J. G. (1988). "On the calculation of energy release rates for cracked laminates." *International Journal of Fracture*, 36, 101-119.
- 12 - Hashemi, S., Kinloch, A. J. and Williams, J. G. (1990). "The effects geometry, rate and temperature on the mode

- I, mode II and mixed - mode I/II interlaminar fracture on the fibre / poly (ether - ether ketone) composites." *Journal of Composite Materials*, 24, 948-956.
- 13 - "Elementary engineering fracture mechanics, fourth revised edition." D. Broek, Kulwer Academic Publishers, Dordrecht, 1986.
- 14 - Hitchings, D., Robinson, P. and Javidrad, F. (1996). "A finite element model for delamination propagation in composites." *Computers and structures*, 60(6), 1093-1104.
- 15 - Robinson, P. Javidrad, F. and Hitching, D. (1995). "Finite element modelling of delamination growth in the DCB and edge delaminated DCB specimens." *Composites Structures*, 32, 275-285.
- 16 - Rybicki, E. F. and Kanninen, M. F. (1977). "A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral." *Engineering Fracture Mechanics*, 9, 931-938.
- ۱۷ - جاوید راد، ف. "ارزیابی روش بسته شدن مجازی ترک در محاسبه میزان رهایی انرژی کرنشی در ترک های بین لایه ای در مواد کامپوزیت." مجموعه مقالات اولین کنفرانس سراسری هوا فضا، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تهران (۱۳۷۵).
- 18 - Robinsin. P. and Song, D. Q. "A modified DCB specimen for mode - I testing of multidirectional Laminates." *Journal of Composite Materials*, 26(11), 1554-1577.
- 19 - Hitchings, D. (1992). "FE77 user manual, Ver.2.30." *Department of Aeronautics, Imperial College of Science, Technology and Medicine*, London, UK.

واژه نامه

1 - Laminated composite materials	مواد مرکب لایه ای
2 - Siffness	صلابت
3 - Delamination	جدایش لایه ها
4 - Debonding	اتصالات چسبی
5 - Crack initiator	کاشت پیش ترک
6 - Load cell	اندازه گیر نیرو
7 - Compliance calibration method	روش کالیبراسیون نرمی
8 - Modified compliance calibration method	روش کالیبراسیون نرمی تصحیح شده
9 - Modifide virtual crack closure method	روش بسته شدن مجازی ترک تصحیح شده
10 - Spline function	تابع هموار