

# کنترل خازن متغییر در موتور القایی تکفاز به منظور تامین گشتاور زیاد با ضربان کم

صادق واعظ زاده

استادیار گروه مهندسی برق و کامپیوتر - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

حجت لنگری

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی برق و کامپیوتر - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۷۸/۹/۱۳، تاریخ تصویب ۷۹/۲/۲۴)

## چکیده

در این مقاله روش بهینه‌ای جهت راه‌اندازی و کار دائم موتورهای القایی تکفاز بدون خازن راه‌انداز و کلید گریز از مرکز ارائه می‌شود که موجب حداکثر شدن گشتاور متوسط راه‌اندازی و حداقل شدن نوسانات گشتاور (گشتاور نوسانی) می‌گردد. در این روش گشتاورهای متوسط و نوسانی را بر حسب ظرفیت خازن متغیر و سرعت موتور بدست آورده و سپس ظرفیت خازن (با مدت زمان کلید زنی) مطلوب در هر سرعتی با توجه به روش بهینه‌سازی محاسبه می‌گردد. برای تغییر مقدار ظرفیت خازن کلید الکترونیکی موازی با آن برای مدت زمان مورد نظر اتصال کوتاه می‌شود تا یک خازن متغیر فراهم گردد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی برتری رفتار موتور تحت این روش را در حالت راه‌اندازی و کار دائم نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** موتور القایی تکفاز، راه‌اندازی بهینه، گشتاور متوسط، گشتاور نوسانی

## مقدمه

استفاده از موتورهای تکفاز مزیت بزرگی به حساب می‌آید چرا که دستیابی به برق تکفاز در اکثر کاربردهای خانگی و صنعتی ساده تر و ارزانتر از برق سه فاز است. در این میان موتور القایی تکفاز بدلیل ساختار ساده و مستحکم و قیمت پایین بیشتر از هر نوع موتور تکفاز دیگر در منازل استفاده می‌شود. بطور نمونه از کاربردهای این موتور در کمپرسورها، پمپ‌ها، کندانسورها و وسایل دیگری که تحت بار راه‌اندازی می‌شوند می‌توان نام برد [۱ و ۲].

موتورهای القایی تکفاز دارای دو مشکل اساسی شامل پایین بودن گشتاور متوسط راه‌اندازی و بالابودن نوسانات گشتاور در سرعت‌های بالا و حالت کار دائم می‌باشند. بنابراین اکثراً از نوع دو خازنه این موتورها در صنعت استفاده می‌شود که یکی از خازنها در طول دوره راه‌اندازی برای افزایش گشتاور

راه‌اندازی و دیگری در شرایط کار دائم برای اصلاح بازده مورد استفاده قرار می‌گیرد. لیکن استفاده از دو خازن

دارای معایبی از قبیل افزایش قیمت سیستم و نیازمندی به کلید گریز از مرکز می‌باشد [۱]. روش‌های کنترلی مختلفی جهت اصلاح و بهبود عملکرد موتورهای القایی تکفاز ارائه شده‌است. لیکن این روش‌ها معمولاً به طراحی خاصی از موتور القایی تکفاز یا مدار درایو پیچیده نیاز دارند. استفاده از خازن الکترونیکی کنترل‌پذیر شامل یک خازن کوچک و کلید الکترونیکی موازی با آن نیز برای بهبود عملکرد موتور القایی تکفاز پیشنهاد شده‌است [۱-۳]. همچنین روش دستیابی به گشتاور حداکثر با استفاده از مولفه‌های متقارن ارائه گردیده‌است [۱]. لیکن تاکنون به کاهش نوسانات گشتاور همزمان با افزایش مقدار گشتاور متوسط پرداخته نشده‌است.

در این مقاله جهت حل معایب موتورهای القایی تکفاز روش بهینه‌ای براساس حداکثر شدن گشتاور متوسط و حداقل شدن نوسانات گشتاور بطور همزمان ارائه می‌شود. این روش با اندازه‌گیری سرعت موتور و ولتاژ خازن و

$$0 = \left(\frac{P}{\omega_s} x_{mq}\right) i_{qs} - \left(\frac{N_q \omega_r}{N_d \omega_s} x_{md}\right) i_{ds}^s +$$

$$\left(r'_{qr} + \left(\frac{P}{\omega_s} x'_{qr}\right) i'_{qr} - \left(\frac{N_q \omega_r}{N_d \omega_s} x'_{dr}\right) i'_{dr} \right) i'_{qr} \quad (3)$$

$$0 = \left(\frac{P}{\omega_s} x_{md}\right) i_{ds} - \left(\frac{N_d \omega_r}{N_q \omega_s} x_{mq}\right) i_{qs}^s +$$

$$\left(r'_{dr} + \frac{P}{\omega_s} x'_{dr}\right) i'_{dr} - \left(\frac{N_d \omega_r}{N_q \omega_s} x'_{qr}\right) i'_{qr} \quad (4)$$

که

$$x_{qs} = x_{lqs} + x_{mq} \quad (5)$$

$$x_{ds} = x_{lds} + x_{md} \quad (6)$$

$$x'_{qr} = x'_{lqr} + x_{mq} \quad (7)$$

$$x'_{dr} = x'_{ldr} + x_{md} \quad (8)$$

مدارهای معادل محورهای d و q بر اساس معادلات فوق در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

گشتاور الکترومغناطیسی لحظه‌ای بصورت:

$$T_{el} = \frac{P}{2} \frac{N_d}{N_q} \frac{x_{mq}}{\omega_s} (i_{qs}^s i'_{dr} - i_{ds}^s i'_{qr}) \quad (9)$$

تعریف می‌شود و معادله الکترومکانیکی ماشین بصورت زیر است:

$$P \cdot \omega_r = \frac{1}{J_m} (T_a - T_l) \quad (10)$$

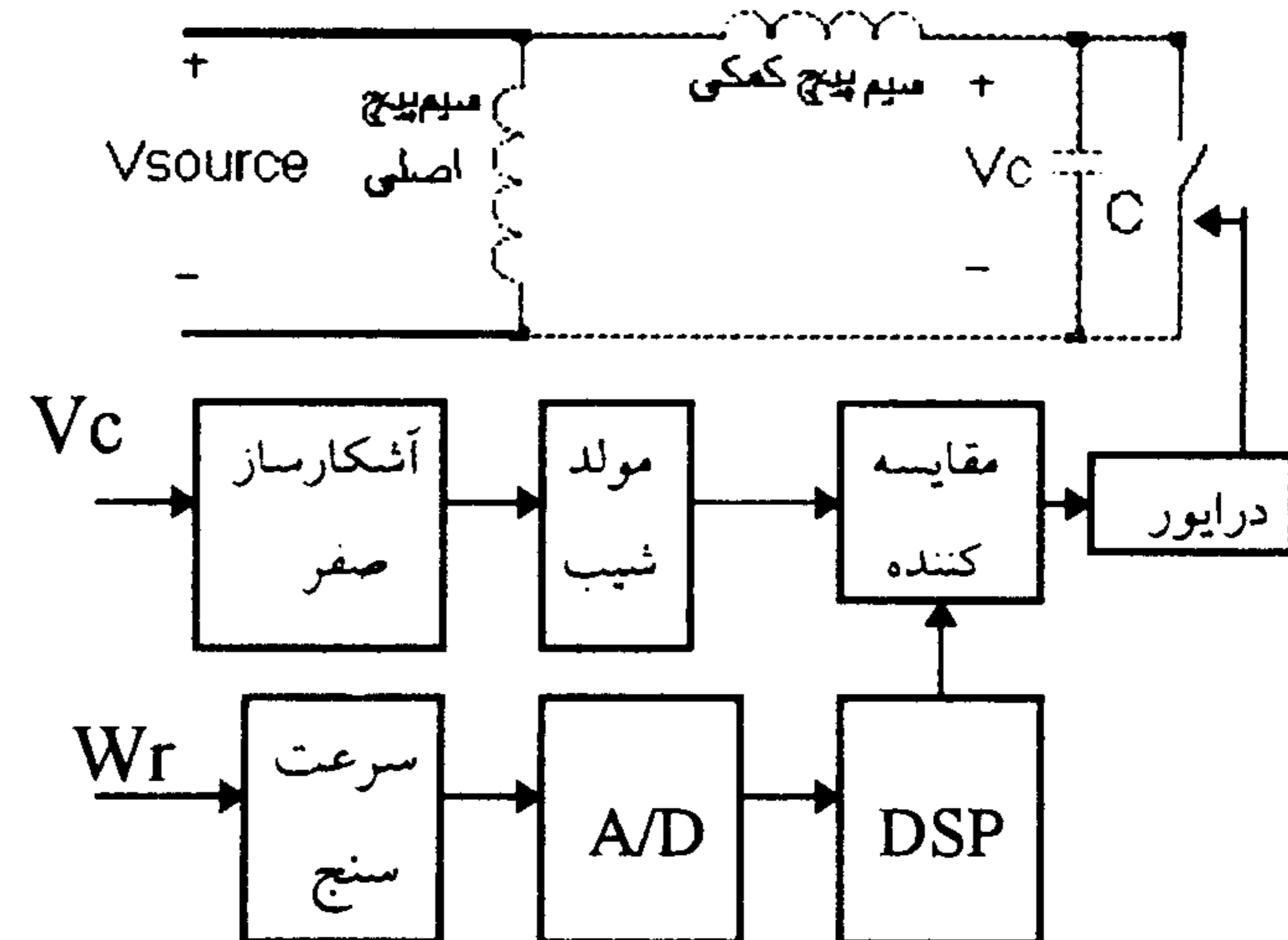
که  $J_m$  ثابت اینرسی موتور و بار و  $T_l$  گشتاور بار خارجی است.

در شکل (۲) سیم پیچی اصلی با محور q و سیم پیچی کمکی با محور d نشان داده شده‌اند. در مدار معادل محور d:

$$v_{ds}^s = v_{qs}^s - \frac{1}{C} \int i_{ds}^s dt \quad (11)$$

که C ظرفیت خازن سری شده با سیم پیچی کمکی می‌باشد.

با استفاده از کلید الکترونیکی موازی با خازن دائم بصورت شکل (۱) پیاده‌سازی می‌شود.



شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم جهت پیاده‌سازی.

در مقاله حاضر بعد از بررسی مدل ریاضی ماشین، راه‌اندازی و کاردائم موتور با سه هدف حداکثر شدن گشتاور متوسط، حداقل شدن نوسانات گشتاور و بهینه‌سازی همزمان گشتاور متوسط و گشتاور نوسانی بسته به ضریب اهمیت هر یک ارائه می‌گردد. در نهایت نتایج شبیه‌سازی موتور تحت شرایط مذکور با روش‌های مرسوم مقایسه می‌شود.

## مدل ریاضی موتور

در یک ماشین نامتقارن ضرایب متغیر با زمان در همه دستگاه‌های مرجع بجز دستگاه مرجع نامتقارن ظاهر خواهد شد. از آنجایی که سیم پیچ‌های استاتور موتور القایی تکفاز یکسان نیستند، بنابراین تنها دستگاه مرجع مناسب، که دسترسی به معادلات ولتاژ با پارامترهای ثابت را میسر می‌سازد دستگاه مرجع ساکن است [۵ و ۴]. معادلات ولتاژ بر حسب متغیرهای دستگاه مرجع ساکن به صورت زیر است:

$$v_{qs}^s = \left(r_{qs} + \frac{P}{\omega_s} x_{qs}\right) i_{qs}^s + \frac{P}{\omega_s} x_{mq} i'_{qr} \quad (1)$$

$$v_{ds}^s = \left(r_{ds} + \frac{P}{\omega_s} x_{ds}\right) i_{ds}^s + \frac{P}{\omega_s} x_{md} i'_{dr} \quad (2)$$

ثابت و متغیر با زمان تشکیل یافته است. جمله متغیر با زمان با فرکانسی دو برابر فرکانس شبکه نوسان می کند و جمله ثابت بعنوان گشتاور متوسط به صورت زیر می باشد:

$$T_{avg} = \frac{P.n.l}{2} \operatorname{Re}[I_{qs} \cdot I_{dr}'^* - I_{ds} \cdot I_{qr}'^*] \quad (17)$$

و مقدار پیک جمله متغیر با زمان بعنوان گشتاور نوسانی بصورت زیر تعریف می شود:

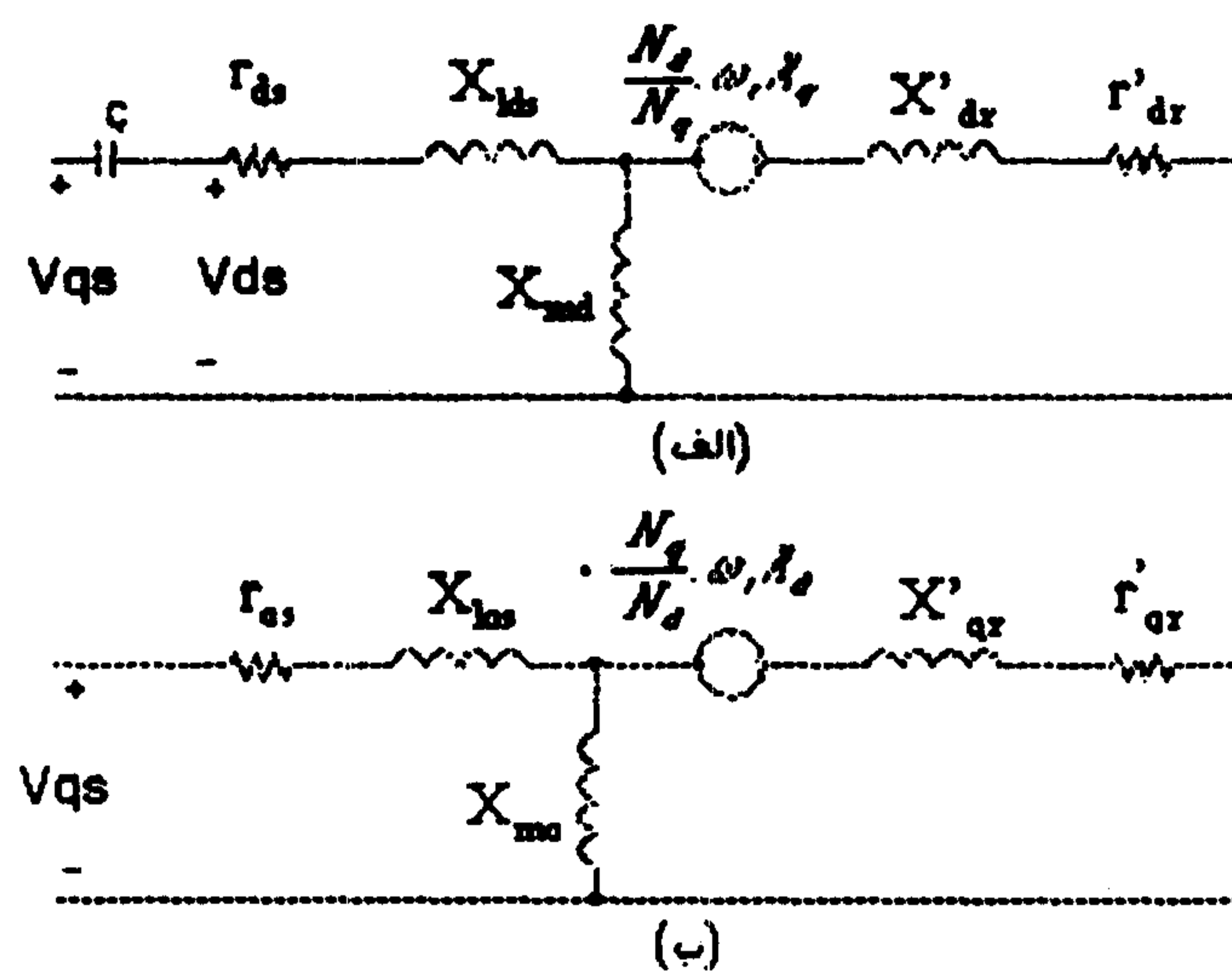
$$T_{pl} = \frac{P.n.l}{2} |I_{qs} \cdot I_{dr}' - I_{ds} \cdot I_{qr}'| \quad (18)$$

### راه اندازی بهینه موتور القایی تکفاز با خازن متغیر

حالت ایده آل برای یک موتور القایی تکفاز حذف کامل میدان چپگرد است که با برآورده شدن این شرط موتور القایی تکفاز به مانند یک موتور القایی دو فاز متعادل عمل خواهد کرد. اما برای رسیدن به حالت تعادل، با توجه به متغیر بودن امپدانس محور d به یک امپدانس متغیر (مقاومت و خازن) نیاز خواهد بود. و تنها با یک خازن متغیر دستیابی به حالت ایده آل (تعادل) غیر ممکن است. بنابراین باید کمیت های مهم برای بهینه سازی و اصلاح عملکرد موتور با استفاده از خازن مشخص و تعریف گردد.

بسته به کاربرد، هر یک از کمیت های: گشتاور متوسط گشتاور نوسانی، بازده، جریان سیم پیچی اصلی (یا منبع) و ضریب توان را می توان برای اصلاح عملکرد موتور در نظر گرفت. لیکن عموماً بهینه سازی گشتاور متوسط در مرحله راه اندازی معیار بهتری نسبت به بازده است. زیرا آنچه که در طول راه اندازی به موتور شتاب می دهد گشتاور است نه توان خروجی. در مورد بهینه سازی جریان ها باید گفت که در هنگام راه اندازی تقریباً مستقل از ظرفیت خازن می باشند و تغییرات چندانی ندارند. گشتاور نوسانی نیز در مراحل راه اندازی (تا حدود ۵۰ درصد سرعت نامی) تقریباً مستقل از ظرفیت خازن و ناچیز می باشد (شکل ۴ نیز خود گویای این مطلب می باشد) و مزاحمت چندانی ایجاد نمی کند [۶].

گشتاور نوسانی مستقیماً ناشی از وجود میدان مغناطیسی چپگرد است و بهینه سازی گشتاور نوسانی در



شکل ۲: مدار معادل ماشین.

الف) محور d ب) محور q.

حال با اتکا به روابط فوق، روابط گشتاور متوسط و گشتاور نوسانی را بر حسب فازور جریان های استاتور و روتور میتوان بیان کرد. در حالت دائمی سینوسی مقدار لحظه ای جریان های سیم پیچی ها بر حسب فازورهای آنها به شرح زیر است [۶]:

$$i_{qs}^s = \operatorname{Re}[\sqrt{2} I_{qs} e^{j\omega_s t}] \quad (12)$$

$$i_{ds}^s = \operatorname{Re}[\sqrt{2} I_{ds} e^{j\omega_s t}]. \quad (13)$$

$$i_{qr}'^s = \operatorname{Re}[\sqrt{2} I_{qr}' e^{j\omega_s t}] \quad (14)$$

$$i_{dr}'^s = \operatorname{Re}[\sqrt{2} I_{dr}' e^{j\omega_s t}] \quad (15)$$

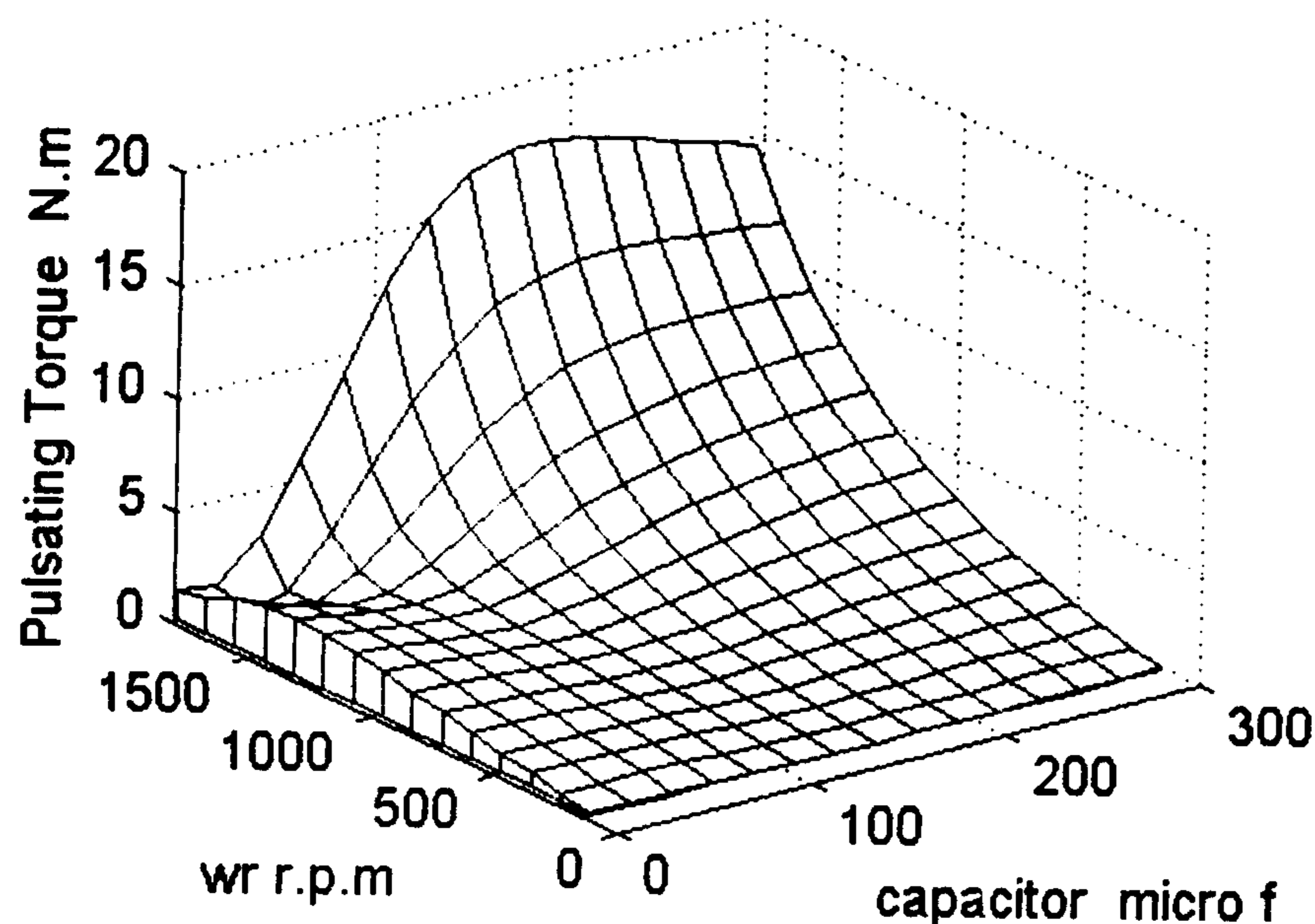
اگر در روابط فوق به جای  $e^{j\omega_s t}$  مقدار  $(\cos \omega_s t + j \sin \omega_s t)$  جایگزین شود سپس روابط جریان ها در معادله گشتاور قرار داده شوند، بعد از ساده سازی های ممکن گشتاور بصورت زیر خواهد شد:

$$T_{el}(t) = n \frac{P}{2} \frac{l}{mq} \operatorname{Re}[I_{qs} I_{dr}'^* - I_{ds} I_{qr}'^*] + n \frac{P}{2} \frac{l}{mq} \operatorname{Re}[(I_{qs} I_{dr}' - I_{ds} I_{qr}') e^{j2\omega_s t}] \quad (16)$$

که  $n = \frac{N_d}{N_q}$  و \* علامت مزدوج می باشد.

رابطه فوق نکته جالبی را در بردارد و آن اینکه گشتاور الکتریکی لحظه ای در حالت دائمی سینوسی از دو جمله

ملاحظه می‌شود که ظرفیت خازن به سرعت موتور وابسته است. زیرا اکثر ضرایب به سرعت موتور وابسته می‌باشند.



شکل ۴: منحنی گشتاور نوسانی - سرعت - ظرفیت خازن.

#### شرایط حداقل شدن گشتاور نوسانی

بدیهی است که کاهش گشتاور نوسانی نتیجه‌ای از حداقل شدن نامتعادلی جریان‌های استاتور و در نتیجه کاهش میدان چپگرد است. این امر موجب نرم کار کردن موتور و کاهش تلفات روتور خواهد شد [۴].

برای درک بهتر اهمیت حداقل شدن گشتاور نوسانی (پیک نوسانات گشتاور) با استفاده از معادلات (۱۸ و ۱۶-۱۶)، منحنی گشتاور نوسانی - ظرفیت خازن - سرعت موتور در شکل (۴) رسم شده است. شکل فوق نشان می‌دهد که اولاً در سرعت‌های بالا گشتاور نوسانی با افزایش ظرفیت خازن شدیداً افزایش می‌یابد. ثانیاً مسیر بهینه‌ای برای حداقل شدن گشتاور نوسانی وجود دارد. بنابراین برای رسیدن به شرایط حداقل شدن گشتاور نوسانی ابتدا تابع آن نسبت به ظرفیت خازن (امپدانس) محاسبه می‌شود\*:

$$T_{pl} = \frac{p \cdot n \cdot l_{mq} \cdot |Z_b| \cdot V_{qs}^2}{2} \times \frac{\sqrt{\frac{1}{n} X_c^4 - \frac{4\alpha_2}{n} X_c^3 + \zeta_1 X_c^2 + \zeta_2 X_c + 4\gamma_2^2 + \gamma_1^2}}{M \cdot X_c^2 + N \cdot X_c + Q}$$

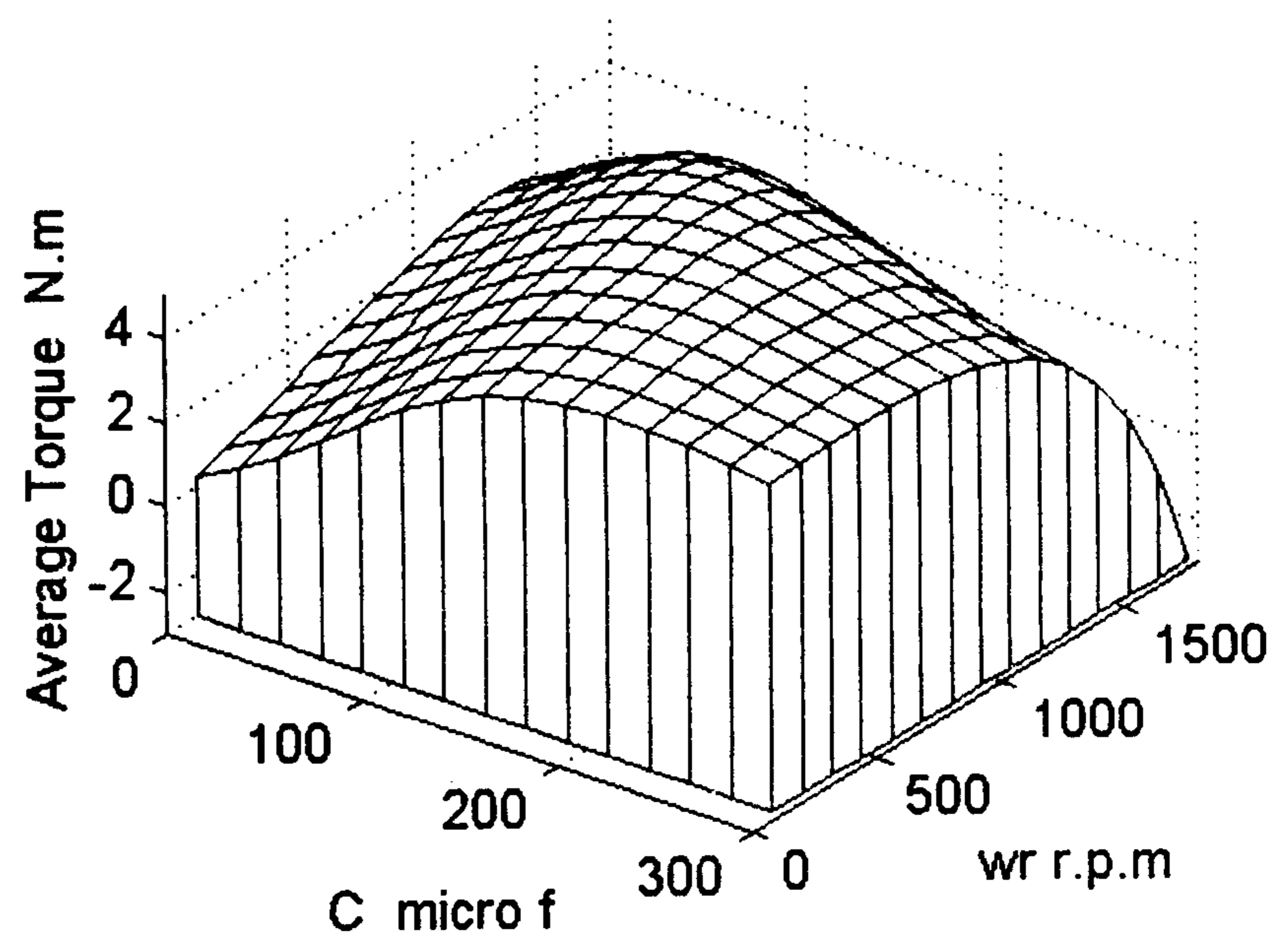
$$T_{pl} \cong \frac{p \cdot n \cdot l_{mq} \cdot V_{qs}^2}{2} \frac{E \cdot X_c^2 + F \cdot X_c + G}{M \cdot X_c^2 + N \cdot X_c + Q} \quad (21)$$

حالت کار دائم باعث نزدیک شدن موتور به حالت تعادل و کاهش تلفات روتور می‌شود [۴]. بنابراین در حالت کار دائم بهینه‌سازی گشتاور نوسانی معیار بهتری است [۳].

#### شرایط حداکثر شدن گشتاور متوسط

همانطور که اشاره شد یکی از کمیت‌های مهم در طراحی موتورهای القایی تکفاز تولید گشتاور متوسط راه‌انداز حداکثر می‌باشد. با استفاده از معادلات [۱۷-۱] موتور می‌توان منحنی گشتاور متوسط - ظرفیت خازن - سرعت موتور را به صورت شکل (۳) ترسیم کرد. شکل فوق نشان می‌دهد که وجود خازن ثابت در طول راه‌اندازی (به مانند موتور دو خازنه) باعث کاهش گشتاور متوسط می‌شود و گشتاور متوسط حداکثر تابعی از سرعت موتور و ظرفیت خازن است. لذا برای دسترسی به گشتاور حداکثر در هر سرعت، باید ظرفیت خازن در طول مدت راه‌اندازی تغییر یابد. برای همین منظور ابتدا گشتاور متوسط (معادله ۱۷) به صورت تابعی از ظرفیت خازن (امپدانس) محاسبه می‌شود\*:

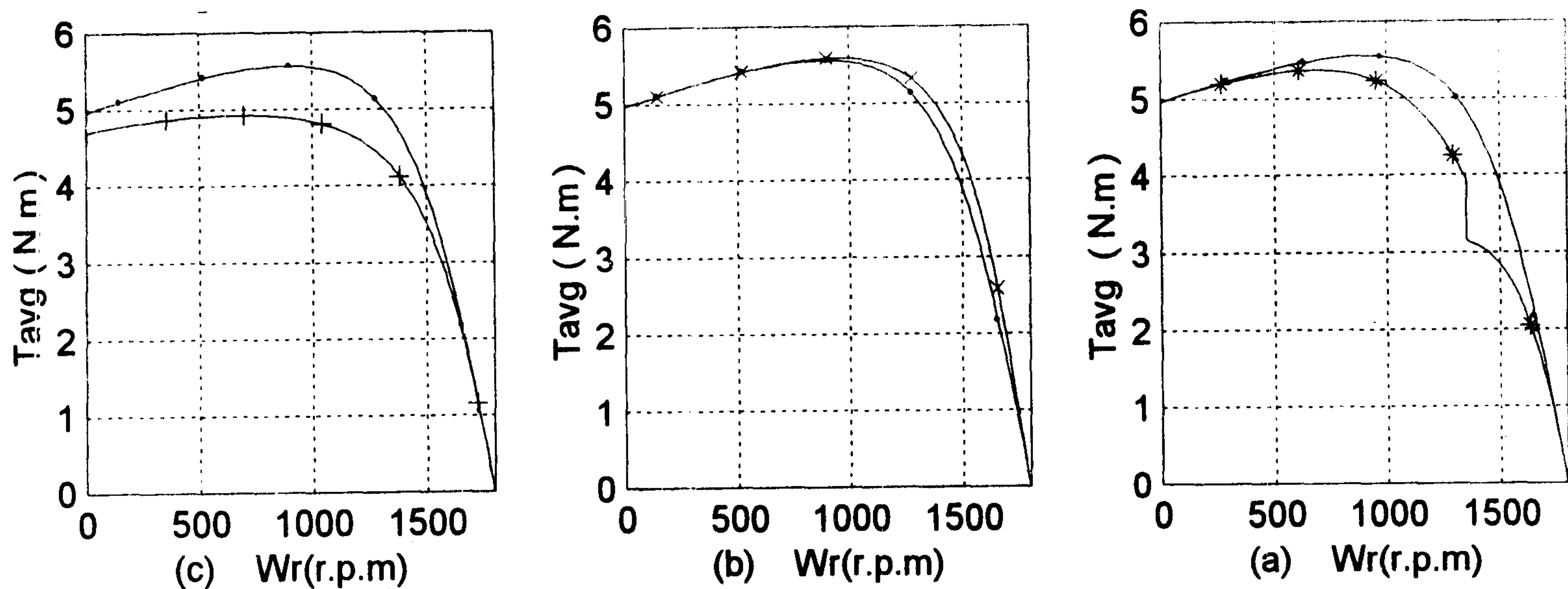
$$T_{avg} = \frac{p \cdot n \cdot l_{mq} \cdot V_{qs}^2}{2} \frac{A \cdot X_c^2 + B \cdot X_c + D}{M \cdot X_c^2 + N \cdot X_c + Q} \quad (19)$$



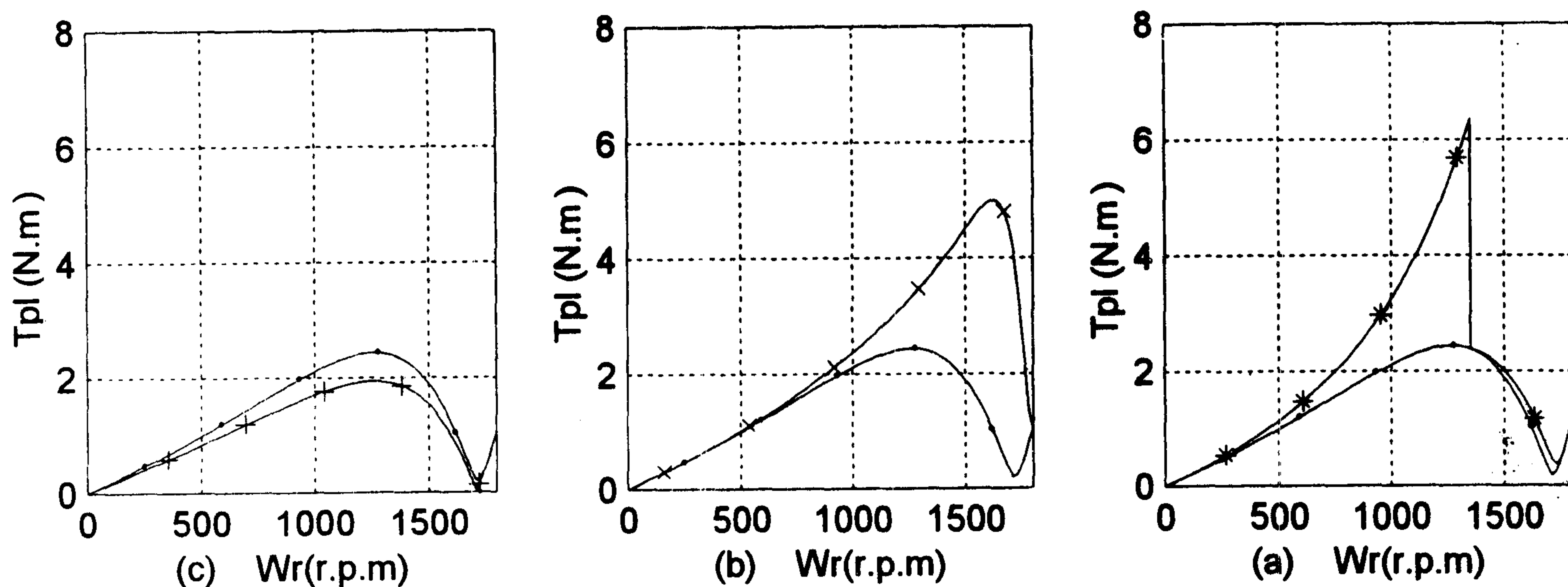
شکل ۳: منحنی گشتاور متوسط - سرعت - ظرفیت خازن.

حال برای دسترسی به شرایط حداکثر شدن گشتاور متوسط باید مشتق معادله فوق را نسبت به  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  حل کرد. در این صورت\*:

$$X_{c_{avg}} = \frac{M \cdot D - Q \cdot A - \Delta_1}{N \cdot A - M \cdot B} \quad (20)$$



شکل ۵: مقایسه منحنی گشتاور متوسط - سرعت روشن راه اندازی بهینه ( $\rho=0.5$ ) با روشن راه اندازی (a) دو خازنه (\*), (b) حداکثر شدن گشتاور متوسط (x), (c) حداقل شدن گشتاور نوسانی (+).



شکل ۶: مقایسه منحنی گشتاور متوسط - سرعت روشن راه اندازی بهینه ( $\rho=0.5$ ) با روشن راه اندازی (a) دو خازنه (\*), (b) حداکثر شدن گشتاور متوسط (x), (c) حداقل شدن گشتاور نوسانی (+).

متوسط در سرعت‌های بالا و حالت کار دائم به هنگام برقراری دو شرایط قبلی تفاوت چندانی ندارند، بنابراین شرایط بهینه‌ای که باعث برآورده شدن همزمان هر دو شرایط فوق گردد موجب بهبود کیفیت کار موتور خواهد شد. از اینرو با ترکیب شرایط دو گانه فوق تابع بهینه‌سازی بصورت زیر تعریف می‌شود\*:

$$T_{optimum} = \rho \cdot T_{avg} - (1-\rho) \cdot T_{pl} \quad (23)$$

که  $\rho$  به عنوان ضریب اهمیت گشتاور متوسط تعریف می‌شود و  $0 \leq \rho \leq 1$  که توسط کاربر قابل تنظیم می‌باشد.

با حداکثر شدن  $T_{optimum}$  هر دو شرایط (حداکثر شدن گشتاور متوسط و حداقل شدن گشتاور نوسانی) برآورده خواهد شد. بنابراین با مشتق‌گیری از رابطه

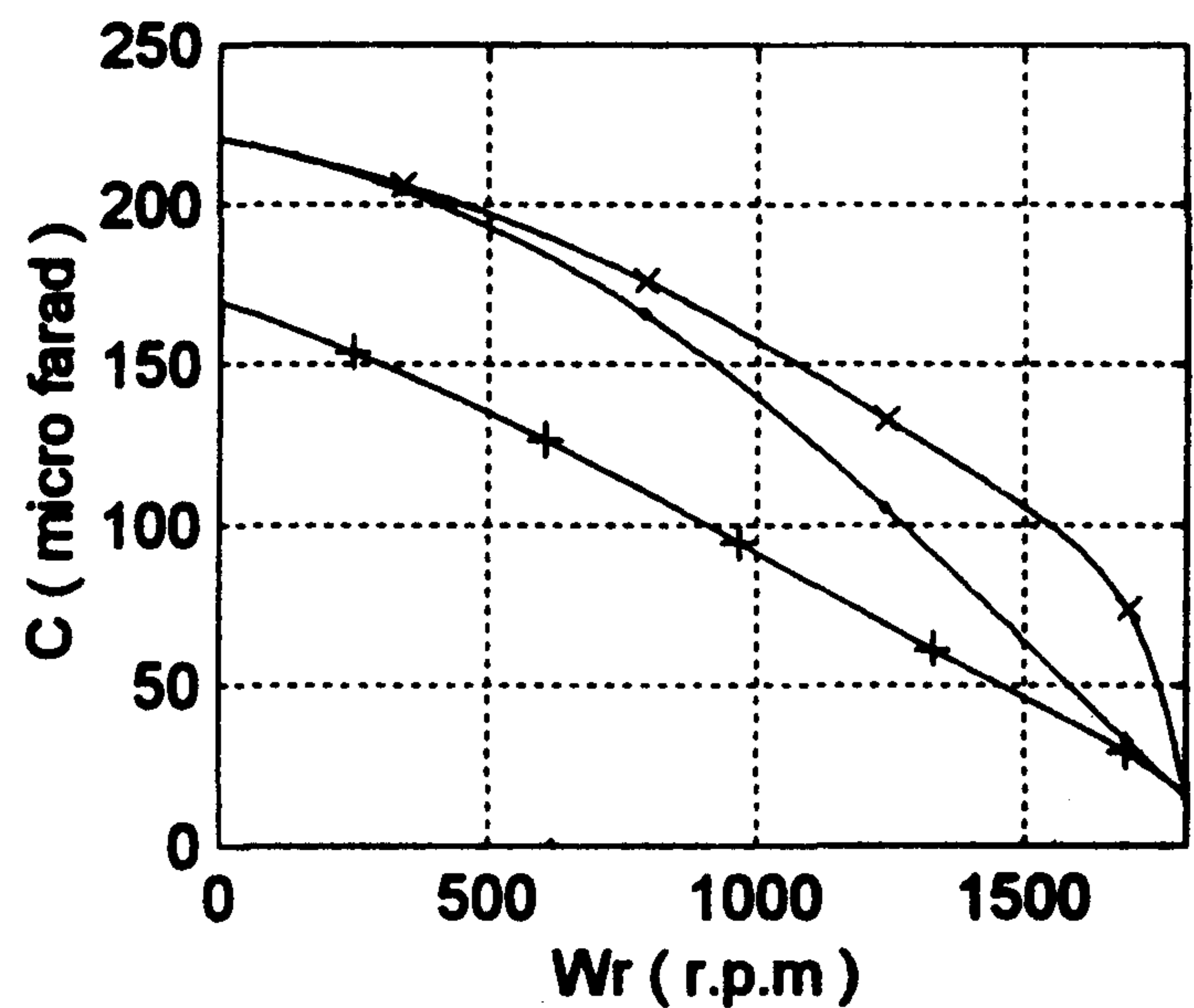
از حل مشتق رابطه فوق ظرفیت خازن برای برقراری شرایط حداقل شدن گشتاور نوسانی بصورت زیر بدست می‌آید\*:

$$X_c = \frac{M \cdot G - Q \cdot E - \Delta_2}{N \cdot E - M \cdot F} \quad (22)$$

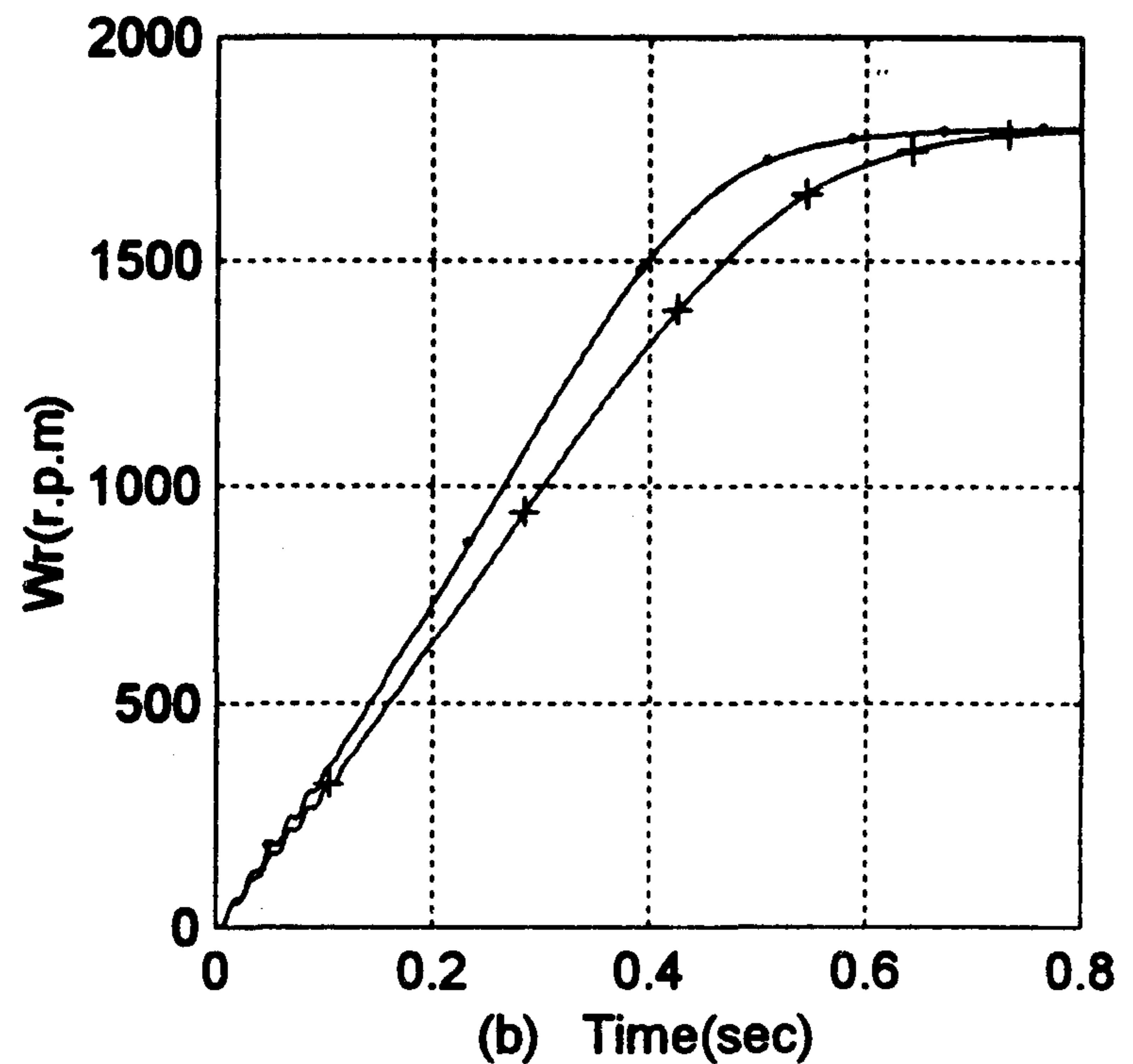
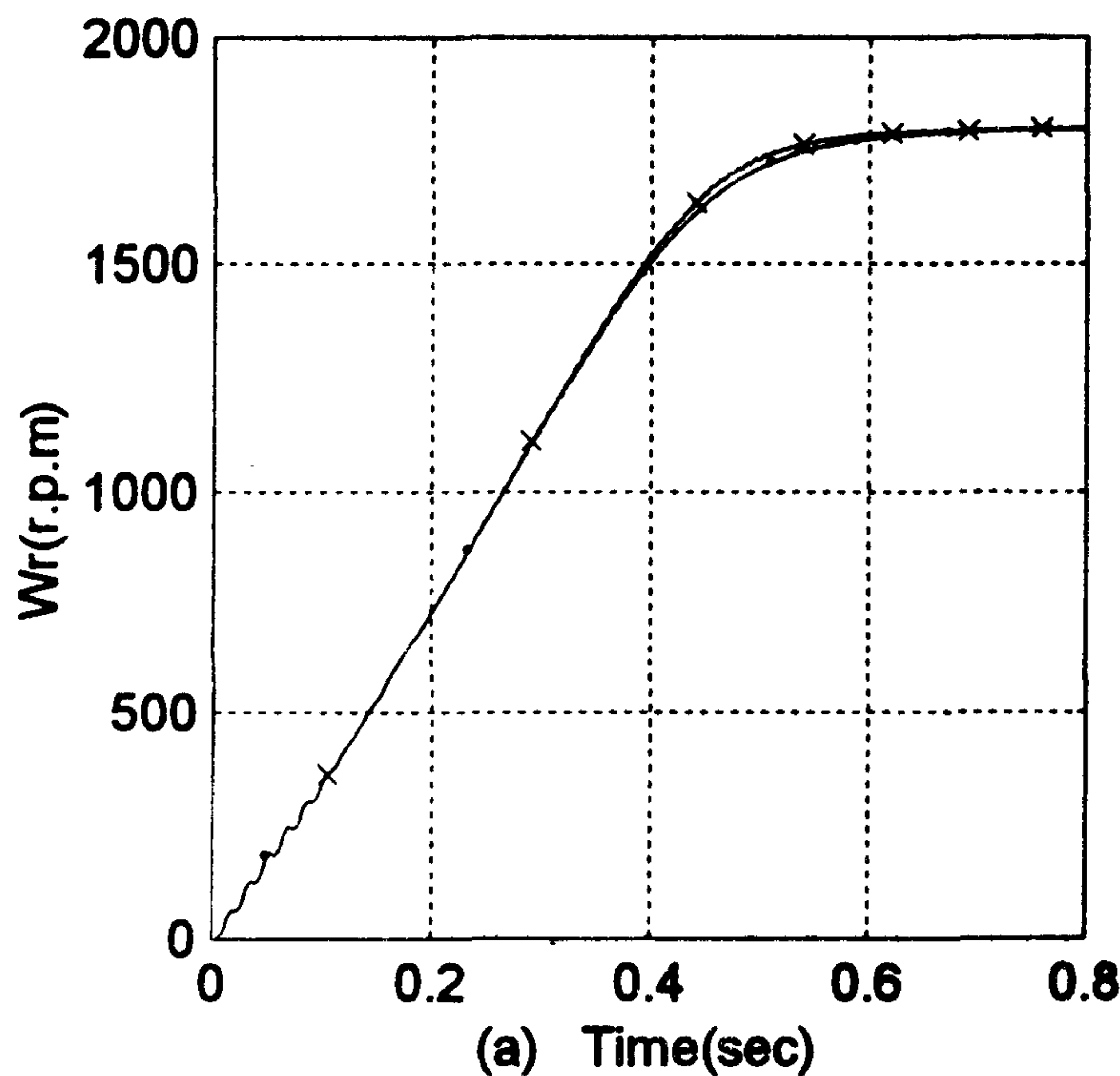
#### شرایط بهینه

در دو بخش گذشته بعد از بدست آوردن شرایط برقراری حداکثر شدن گشتاور متوسط و حداقل شدن گشتاور نوسانی اشاره شد که در سرعت‌های پایین (بخصوص سرعت صفر) آنچه اهمیت بیشتری دارد افزایش گشتاور متوسط می‌باشد و در سرعت‌های بالا (بخصوص حالت کار دائم) کاهش گشتاور نوسانی ترجیح داده می‌شود. چون گشتاور نوسانی در سرعت‌های پایین و گشتاور

- ۱ - راه اندازی با خازن راه انداز و دائم (دوخازنه) (\*)
- ۲ - راه اندازی براساس حداکثر شدن گشتاور متوسط (x)
- ۳ - راه اندازی براساس حداقل شدن گشتاور نوسانی (+)
- ۴ - راه اندازی بهینه ( $\rho=0.5$ )



شکل ۷: منحنی ظرفیت خازن .



شکل ۸: مقایسه منحنی سرعت - زمان روش راه اندازی بهینه ( $\rho=0.5$ ) با روش راه اندازی حداکثر شدن گشتاور متوسط (x) (a) حداقل شدن گشتاور نوسانی (+) . (b)

- ۳ - راه اندازی براساس گشتاور نوسانی حداقل
- ۴ - راه اندازی براساس شرایط بهینه<sup>۱</sup>

فوق و حل آن، ظرفیت مطلوب خازن در طول راه اندازی بصورت زیر خواهد شد\* :

$$X_{c_{op}} = \frac{M \cdot D_{op} - Q \cdot A_{op} - \Delta_{op}}{N \cdot A_{op} - M \cdot B_{op}} \quad (24)$$

برای  $\rho=0$  و  $\rho=1$  به ترتیب  $X_{op} = X_{c_{avg}}$  و  $X_{c_{op}} = X_{c_{pl}}$  می باشد.

جدول ۱: پارامترهای موتور القایی تکفاز.

$r_{qs}$	2.02 $\Omega$	$r'_{qr}$	4.12 $\Omega$
$r_{ds}$	7.14 $\Omega$	$r'_{dr}$	5.74 $\Omega$
$L_{lqs}$	.0074 H	$L'_{qr}$	.0056 H
$L_{lds}$	.0085 H	$L'_{dr}$	.0078 H
$L_{mq}$	.1772 H	$J_m$	.0146 kg-m <sup>2</sup>
$L_{md}$	.2464 H	$N_d/N_q$	1.18

شکل های (۵) و (۶) به ترتیب گشتاور متوسط و نوسانی روش راه اندازی بهینه را در مقایسه با سه روش دیگر نشان می دهند. ملاحظه می شود که در روش بهینه اهداف مطلوب، تولید گشتاور متوسط حداکثر و گشتاور نوسانی حداقل، برآورده شده است.

### بررسی رفتار موتور تحت شرایط مختلف

به منظور تحلیل رفتار موتور تحت شرایط مورد بررسی موتور القایی تکفاز با مشخصات مندرج در جدول (۱) در چهار حالت زیر شبیه سازی شده است:  
 ۱ - راه اندازی با خازن راه انداز و دائم (دو خازنه)  
 ۲ - راه اندازی براساس گشتاور متوسط حداکثر

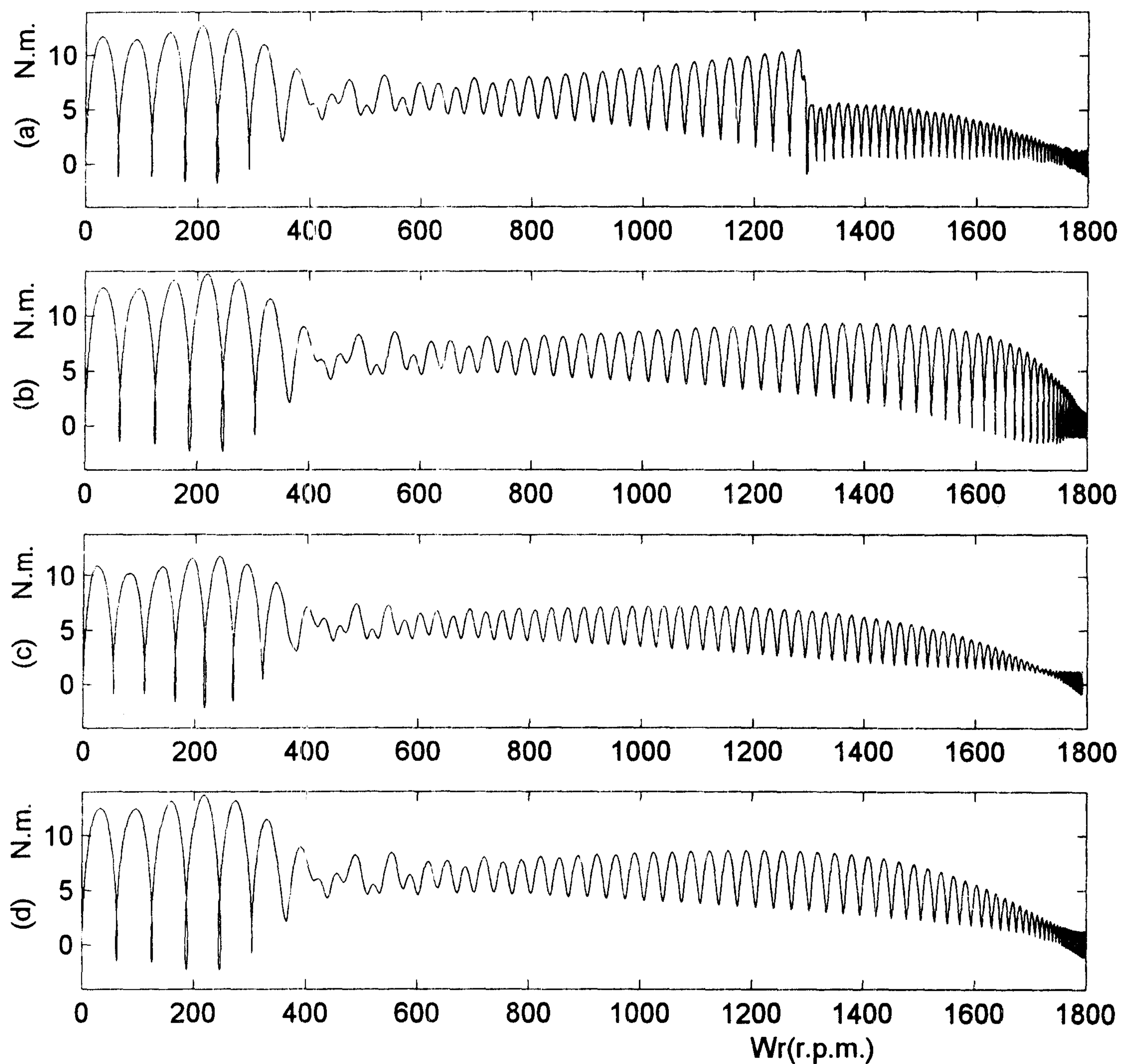
لحظه‌ای موتور را در هر یک از حالت‌ها نشان می‌دهد. نمودارهای مربوط حاکی از برتری عملکرد موتور در شرایط بهینه می‌باشد.

### نتیجه‌گیری

این مقاله روش بهینه‌سازی جدیدی برای بهبود رفتار موتور القایی تکفاز پیشنهاد می‌کند که بطور همزمان باعث حداکثر شدن گشتاور متوسط در سرعت‌های پایین و حداقل شدن گشتاور نوسانی در سرعت‌های بالا و حالت کار دائم می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی نیز نشان می‌دهد که روش بهینه ارائه شده بطور مطلوبی باعث بهبود کیفیت کار موتور در همه سرعت‌ها می‌شود. برای پیاده‌سازی این روش باید از ترکیب خازن دائم و کلید الکترونیکی استفاده شود.

شکل (۷) تغییرات ظرفیت خازن را در طول راه‌اندازی و کار دائم نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مقدار ظرفیت خازن در ابتدا از مسیر ظرفیت خازن در شرایط گشتاور متوسط حداکثر و در سرعت‌های بالا و حالت کار دائم از مسیر ظرفیت خازن در شرایط گشتاور نوسانی حداقل تبعیت می‌کند.

شکل (۸) سرعت‌گیری موتور را در سه حالت (۲ و ۳ و ۴) نشان می‌دهد. واضح است که سرعت موتور در حالت بهینه دارای دو خصوصیت سرعت‌گیری سریع (نسبت به حالت حداقل شدن گشتاور نوسانی) و نرم (نسبت به حالت حداکثر شدن گشتاور متوسط) می‌باشد. برای بررسی رفتار دینامیکی موتور در شرایط مختلف، موتور با استفاده از معادلات غیرخطی (۱-۱۱) به طور گسترده شبیه‌سازی شده است. شکل (۹) گشتاور



شکل ۹: مقایسه منحنی گشتاور - سرعت روش راه‌اندازی (a) دو خازنه (\*) (b) حداکثر شدن گشتاور متوسط (c) حداقل شدن گشتاور نوسانی بهینه (p=0.5).

## مراجع

- 1 - Liu, T. H. (1995). "A maximum torque control with a controlled capacitor for a single phase induction motor." *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 42, No. 1, PP. 17-24.
- 2 - Muljadi, E., Zhao, Y. and Lipo, T. A. (1993). "Adjustable ac capacitor for a single phase induction motor." *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 29, No. 3, PP. 479-485.
- 3 - Lettenmaier, Novotny, D. W. and Lipo, T. A. (1991). "Single phase induction motor with an electronically controlled capacitor." *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 27, No. 1, PP. 38-43.
- 4 - Walls, T. A. and Studhoff, S. D. (1996). "Analysis of a single phase induction machine with a shifted auxiliary winding." *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 11, No. 4.
- 5 - Krause, P. C. (1987). *Analysis of electrical machinery*. New York, McGraw Hill.

۶ - فیض، ج.، ثروتیان، آ. و معلم، م. "تجزیه و تحلیل موتورهای القایی تکفاز." انتشارات دانشگاه امام رضا (ع) مشهد، چاپ اول (۱۳۷۵).



## ضمیمه

$$Z_a = \frac{x_{mq}}{(r'_{qr} + jx'_{qr})^2 + (f_r x'_{qr})^2} [(f_r^2 - 1)x'_{qr} + jr'_{qr}] \underline{\underline{\Delta}} Z_{a1} + jZ_{a2} \quad (1)$$

$$Z_b = \frac{x_{mq} f_r r'_{qr}}{(r'_{qr} + jx'_{qr})^2 + (f_r x'_{qr})^2} \underline{\underline{\Delta}} Z_{b1} + jZ_{b2} \quad (2)$$

$$\underline{\underline{\Delta}} = (r_{qs} + jx_{qs} - jx_{mq} \cdot Z_a) \cdot (r_{as} + jx_{ds} - jXc - jn^2 \cdot x_{mq} Z_a) - (n \cdot x_{mq} Z_b)^2 \quad (3)$$

$$\underline{\underline{\Delta}} (\delta_{11} + \delta_{21} \cdot Xc) + j(\delta_{12} + \delta_{22} \cdot Xc)$$

$$\alpha_1 + j\alpha_2 \underline{\underline{\Delta}} r_{ds} + jx_{ds} - jn^2 \cdot x_{mq} Z_a - jn \cdot x_{mq} Z_b \quad (4)$$

$$\beta_1 + j\beta_2 \underline{\underline{\Delta}} r_{qs} + jx_{qs} - j \cdot x_{mq} Z_a + jn \cdot x_{mq} Z_b \quad (5)$$

$$A = -\frac{Z_{b1}}{n} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{1}{n} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + n(\beta_1^2 + \beta_2^2) \quad (7)$$

$$B = 2(Z_{a2} \cdot \beta_1 + \frac{Z_{b1} \cdot \alpha_2}{n}) \quad (8)$$

$$D = 2Z_{a2} (\alpha_1 \cdot \beta_2 - \alpha_2 \cdot \beta_1) - Z_{b1} \cdot \alpha \quad (9)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{n} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) + n(\beta_1^2 - \beta_2^2) \quad (10)$$

$$\gamma_2 = 2(\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{n} + n \cdot \beta_1 \beta_2) \quad (11)$$

$$\delta_{11} = (r_{qs} + x_{mq} \cdot Z_{a2})(r_{ds} + n^2 x_{mq} \cdot Z_{a2}) - (x_{qs} - x_{mq} Z_{a1})(x_{ds} - n^2 x_{mq} Z_{a1}) - n^2 x_{mq}^2 (Z_{b1}^2 - Z_{b2}^2) \quad (12)$$

$$\delta_{12} = (r_{qs} + x_{mq} \cdot Z_{a2})(x_{ds} - n^2 x_{mq} \cdot Z_{a1}) - (x_{qs} - x_{mq} Z_{a1})(r_{ds} + n^2 x_{mq} Z_{a2}) - 2n^2 x_{mq}^2 Z_{b1} Z_{b2} \quad (13)$$

$$\delta_{21} = x_{qs} - x_{mq} Z_{a1} \quad (14)$$

$$\delta_{22} = r_{qs} + x_{mq} Z_{a2} \quad (15)$$

$$f_r = \frac{w_r}{w_s} \quad (16)$$

$$M = \delta_{21}^2 + \delta_{12}^2 \quad (17)$$

$$N = 2(\delta_{11} \cdot \delta_{21} - \delta_{12} \delta_{22}) \quad (18)$$

$$Q = \delta_{11}^2 + \delta_{12}^2 \quad (19)$$

$$\zeta_1 = \frac{2}{n} \left( \frac{\alpha_2^2}{n} - \gamma_1 + 2\alpha_1^2 \right) \quad (20)$$

$$\zeta_2 = \frac{4}{n} (\gamma_1 \cdot \alpha_2 - 2\gamma_2 \cdot \alpha_1) \quad (21)$$

$$E = \frac{|Z_b|}{n} \quad (22)$$

$$G = |Z_b| (2.2\gamma_2^2 + \gamma_1^2) \quad (23)$$

$$F = \frac{|Z_b|}{12} \left( \frac{\zeta_2}{2G} - 9\sqrt{\frac{2G}{n}} \right) \quad (24)$$

$$A_{op} = \rho \cdot A + (1 - \rho) \cdot E \quad (25)$$

$$B_{op} = \rho \cdot B + (1 - \rho) \cdot F \quad (26)$$

$$D_{op} = \rho \cdot D + (1 - \rho) \cdot G \quad (27)$$

$$\Delta_1^2 = (M \cdot D - Q \cdot A)^2 - (Q \cdot B - N \cdot D)(N \cdot A - M \cdot B) \quad (28)$$

$$\Delta_2^2 = (M \cdot G - Q \cdot E)^2 - (Q \cdot F - N \cdot G)(N \cdot E - M \cdot F) \quad (29)$$

$$\Delta_{op}^2 = (M \cdot D_{op} - Q \cdot A_{op})^2 - (Q \cdot B_{op} - N \cdot D_{op})(N \cdot A_{op} - M \cdot B_{op}) \quad (30)$$