

تخمین همزمان ضریب انتقال حرارت جابجایی و دمای گازهای داخل یک نازل موشک با استفاده از روش هدایت حرارتی معکوس

فرشاد کوثری

استادیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

محمود خداداد سریزدی

استادیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

اسدا... روشنایی ده

دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

در این مقاله تأثیر پارامترهای مهم در تخمین دمای آدیاباتیک دیواره گازهای داخل نازل یک موشک و ضریب انتقال حرارت با استفاده از روش هدایت حرارت معکوس IHCP مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پارامترها با استفاده از دمای اندازه‌گیری شده سطح خارجی نازل در یک تست استاتیک فرضی بدست می‌آیند. دماهای اندازه‌گیری شده فرضی با حل مستقیم مسئله هدایت در پوسته، با در نظر گرفتن پارامترهای فیزیکی نازل و اعمال خطاهای تصادفی (Random Errors) به دماهای محاسبه شده تعیین می‌گردند. انتقال حرارت هدایتی در پوسته نازل یک بعدی و در جهت شعاع در نظر گرفته می‌شود و برای تعیین توزیع درجه حرارت در پوسته از روش حجم کنترل محدود پتانکار (Patankar's Finite Control Volume Method) با فرمولاسیون ضمنی (Implicit Formulation) استفاده می‌گردد.

مقدمه

پارامترها که نهایتاً جهت محاسبات تنش حرارتی پوسته نازل مورد نیاز می‌باشند باید معمولاً با اندازه‌گیری تعیین شوند. نصب دماسنج در سطح داخلی نازل همراه با مشکلات عدیده‌ای می‌باشند: از جمله اینکه با سوراخ کردن پوسته نازل جهت نصب ترموکوپل امکان صدمه خوردن به ساختار نازل وجود دارد و معمولاً ترموکوپل تاب و توان تحمل درجه حرارت‌های بالا و فرسایش ناشی از حرکت گازهای داخل نازل را ندارد. برای اجتناب از این مشکلات میتوان ترموکوپل‌ها را در پوسته خارجی نازل نصب کرد و با استفاده از روش هدایت حرارت معکوس پارامترهای مورد نظر را تخمین زد.

در این مقاله یک امکان سنجی از تخمین ضریب انتقال حرارتی جابجایی گازهای داخل یک نازل موشک با استفاده از روش هدایت حرارت معکوس

تعیین توزیع دما در پوسته نازل موشک مستلزم علم و آگاهی به حرارت انتقال یافته از گازهای ناشی از احتراق به سطح درونی نازل می‌باشد. قسمت عمده این حرارت از طریق جابجایی و بر طبق فرمول سرمایش نیوتن $q = h(T_s - T_{iw})$ ، به سطح انتقال می‌آید. پارامترهای مهم در فرمول فوق ضریب انتقال حرارت جابجایی h و دمای دیواره آدیاباتیک T_{iw} می‌باشند. هرچند روابط نیمه تجربی متعددی جهت تخمین پارامترها پیشنهاد گردیده است (برای مثال مرجع ۱)، لیکن پیچیدگیهای ذاتی جریان گاز در داخل نازل موشک (از قبیل ترکیب ذرات شیمیایی در مجاورت سطح نازل، دوباره آرام شدن جریان، جدایی، تشعشع و غیره)، (مرجع ۲) در این روابط ملحوظ نشده‌اند و بنابراین از دید کلی این روابط از دقت مناسبی برخوردار نمی‌باشند. بدین ترتیب این

مطابق با متوسط ابعاد هر قسمت مخروطی شکل نازل تقریب زد (شکل ۱). برای این استوانه های توخالی معادله توصیف کننده انتقال حرارت در جهت شعاعی بصورت زیر است:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (۱)$$

شرایط مرزی و اولیه حاکم بر مسئله عبارتند از

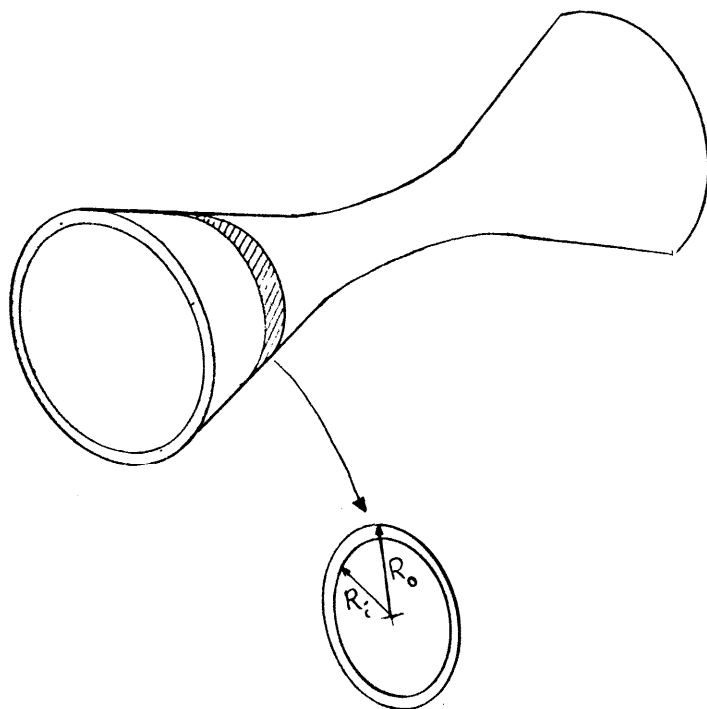
- a) $h (T_{aw} - T) = -k \frac{\partial T}{\partial r} \dots r = R_i$
- b) $\varepsilon \sigma (T^4 - T_{sky}^4) = -k \frac{\partial T}{\partial r} \dots r = R_o$ (۲)
- c) $T = T_o \dots t = 0$

در معادلات فوق α ضریب نشر و k ضریب هدایت حرارتی میباشند و T_{sky} دمای آسمان است. در حال حاضر یک حل دقیق و آنالیتیک برای سیستم معادلات (۱) و (۲) موجود نمی باشد و بنابراین برای حل معادلات میتوان از روشهای عددی اجزاء محدود یا اختلاف محدود استفاده کرد.

انجام پذیرفته است. از بین روشهای معمول هدایت حرارت معکوس روش 'تعیین تابع به طور قدم به قدم' یا Sequential Function Specification Method (مرجع ۳) جهت انجام محاسبات معکوس انتخاب شده است. این روش نسبت به روش تکرار (Mehta) (مراجع ۴ و ۵) از لحاظ پایداری و زمان کامپیوتری کارایی بهتری را دارا میباشد.

تخمین پارامترها با روش تعیین تابع بطور قدم به قدم

در این قسمت فرمولبندی روش 'تعیین تابع بطور قدم به قدم' برای حل مسایل هدایت حرارت معکوس که برای اولین بار توسط Beck (مرجع ۳) معرفی گردیده است ارائه میشود. در این روش ابتدا نیاز به یک مدل فیزیکی مناسب جهت حل مستقیم انتقال حرارت هدایتی گذرا در پوسته نازل داریم. بطور کلی در پوسته نازل انتقال حرارت را میتوان در جهت شعاعی در نظر گرفت و از مولفه جهت طولی صرفنظر نمود (مرجع ۴). همچنین نازل را میتوان به وسیله تعدادی استوانه های توخالی ایزوله شده با ابعادی



$$\begin{aligned} T_{aw} &= 2000 \text{ K} \\ h &= 1000 \text{ W/m.K} \\ T_{sky} &= 293 \text{ K} \\ R_i &= 0.16 \text{ m} \\ R_o &= 0.175 \text{ m} \\ k &= 15 \text{ W/m.K} \\ \alpha &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec} \\ \varepsilon &= 0.9 \end{aligned}$$

شکل ۱: مدل سازی یک بعدی هدایت حرارت در دیواره یک نازل خنک نشده.

$$\{\beta\} = \begin{Bmatrix} T_{aw,m} \\ h_m \end{Bmatrix}$$

تابع مجموع مربعات خطاها S با استفاده از نماد ماتریسی به صورت زیر تعریف میشود:

$$S = \{ \{Y\} - \{T\} \}^T \{ \{T\} - \{Y\} \} \quad (5)$$

در معادله فوق نماد T نشان دهنده ماتریس جابجاشده است و {T} تابعی از {β} میباشد. برای بدست آوردن بهترین تخمین پارامترهای مجهول مشتق تابع S نسبت به {β} را مساوی صفر قرار می دهیم. مشتق S نسبت به {β} به صورت زیر نوشته میشود.

$$\{\partial_{\beta}\} S = -2 \{ \{\partial_{\beta}\} \{T\}^T \} \{ \{Y\} - \{T\} \} = 0 \quad (6)$$

در معادله فوق {∂β} ماتریس عملگر مشتق میباشد.

$$\{\partial_{\beta}\} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial T_{aw}} \\ \frac{\partial}{\partial h} \end{vmatrix}$$

حال ماتریس [X]_{r×2} به صورت زیر تعریف میگردد.

$$[X]_{r \times 2} = [\{ \partial_{\beta} \} \{T\}^T]^T \quad (7)$$

این ماتریس، ماتریس حساسیت نامیده میشود (مرجع ۸). مولفه های این ماتریس را ضرایب حساسیت مینامند. با جایگزین کردن ماتریس حساسیت در معادله (۶) رابطه ماتریسی زیر بدست میآید.

$$[X]^T \{ \{Y\} - \{T\} \} = 0 \quad (8)$$

از معادله فوق مولفه های {β} که S را به حداقل میرساند بدست میآیند.

از دید کلی معادله (۸) نسبت به {β} غیرخطی میباشد. معادله فوق از روش گوس (Gauss linearization method) خطی می شود. در این روش ماتریس {T} با دو جمله اول بسط تیلور آن

حول تخمین {β} یعنی {β̃} جایگزین میگردد. بدین ترتیب معادله (۸) به صورت زیر نوشته میشود:

$$[\tilde{X}]^T \{ \{Y\} - \{T\} - \tilde{X} \} \{ \{\beta\} - \{\tilde{\beta}\} \} = 0 \quad (9)$$

در معادله فوق {T} با استفاده از پارامترهای

تخمین {β̃} بدست میآیند. حال با توجه به اینکه معادله

در مسئله معکوس یک یا چند پارامتر برای مثال خواص ترموفیزیکی ماده و یا شرایط مرزی مجهول میباشد و با استفاده از درجه حرارت های اندازه گیری شده در یک یا چند نقطه از دامنه مسئله معلوم میگردد. پارامترهای مجهول در مسئله فعلی ضریب انتقال حرارت جابجایی h(t) و دمای دیواره آدیباتیک T_{aw}(t) میباشد. این پارامترها به صورت زمان گسسته با بردارهای زیر تعریف میگرددند.

$$h(t) = [h_1, h_2, \dots, h_{m-1}, h_m, h_{m+1}, \dots, h_M] \\ T_{aw} = [T_{aw1}, T_{aw2}, \dots, T_{awm-1}, T_{awm}, T_{awm+1}, \dots, T_{awM}] \quad (3)$$

هدف مسئله معکوس تعیین مولفه های این بردارها میباشد. فرض بر این است که تا مولفه های (m-1) این بردارها تعیین شده اند و اکنون با استفاده از معیار حداقل مربعات مولفه m بدست میآید. بدین منظور از r دمای اندازه گیری شده آتی بعد از قدم زمانی m-1 یعنی Y_m, Y_{m+1}, ..., Y_{m+r-1} استفاده میگردد. در این مرحله فرض میشود که در طول r قدم زمانی بعد از m توابع λ و T_{aw} ثابت هستند بدین صورت که

$$h_{m+i-1} = h_m \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3a)$$

$$T_{aw, m+i-1} = T_{aw, m} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3b)$$

مقادیر h_m و T_{aw} طوری تخمین زده میشوند که تابع مربعات خطاها که بصورت زیر تعریف میشود

$$S^{(r)}_m(h_m) = \sum_{i=1}^r [Y_{m+i-1} - T_{m+i-1}]^2 \quad (4)$$

به حداقل ممکن برسد. در این تابع Y_{m+i-1} اطلاعات اندازه گیری T_{m+i-1} درجه حرارت های محاسبه شده از معادلات (۲) و با استفاده از h_m و T_{aw, m} که در معادله (۲) تعریف شده اند، بدست میآیند.

فرمولاسیون مسئله معکوس به وسیله نماد ماتریسی به صورت زیر است (مرجع ۷): ابتدا ماتریسهای ستونی زیر تعریف میگرددند:

ماتریس ستونی حاوی دماهای محاسبه شده = {T} ماتریس ستونی حاوی دماهای اندازه گیری شده = {Y}

ماتریس ستونی حاوی پارامترهای مجهول

$$Y = T_c(1 + A R_n) \quad (13)$$

که در فرمول فوق:

Y: دمای اندازه گیری

T_c: دمای محاسبه شده

A: 0 < P < 1 دامنه خطا

R_n: -1 < R_n < 1 عدد تصادفی

بررسی نتایج

شکل ۲ حساسیت دمای سطح خارجی را به پارامترهای موردنظر نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود ضریب حساسیت پارامتر T_{aw} در تمامی مدت اندازه گیری بیشتر از ضریب حساسیت h میباشد. این بدان معنی است که برای تخمین مناسب h باید تعداد داده‌های بیشتری را نسبت به T_{aw} بکار گرفت یا به عبارت دیگر اگر پارامترهای روش معکوس طوری انتخاب شوند که h به خوبی تخمین زده شود، دمای دیواره آدیاباتیک T_{aw} نیز خودبخود به خوبی تخمین زده خواهد شد. به همین دلیل در تعیین پارامترهای روش معکوس رفتار ضریب انتقال حرارت جابجایی h مدنظر گرفته شده است.

شکل ۳ تاثیر تعداد دماهای آتی جهت تخمین ضریب انتقال حرارت را نشان میدهد. همچنانکه از شکل مشاهده میشود با افزایش تعداد درجه حرارت‌های آتی تخمین بهتری از این پارامتر را میتوان بدست آورد. باتوجه به شکل، استفاده از ۵ دمای آتی تخمین نسبتاً پایداری را نتیجه میدهد. تاثیر خطاهای تصادفی در شکل ۴ نشان داده شده است. تاثیر اینگونه خطاها در ابتدا ناچیز و سپس با افزایش زمان افزایش میابد. این روند با مراجعه به منحنی ضرایب حساسیت قابل توجیه میباشد.

در جدول ۱ تاثیر مقدار قدم زمانی Δt در محاسبات معکوس را نشان میدهد. در این بررسی اطلاعات با سه دمای آتی و یک درصد خطای تصادفی محاسبه شده‌اند. همانطور که از جدول مشاهده میشود Δt بزرگتر باعث پایداری تخمین بدست آمده میگردد. البته در Δt بزرگتر جواب پایداری همراه با

فوق نسبت به {β} خطی میباشد یک روش تکراری را میتوان جهت تخمین {β} به صورت زیر تعریف کرد.

$$\left\{ \begin{matrix} T_{aw} \\ h \end{matrix} \right\}^{(n+1)} = \left\{ \begin{matrix} T_{aw} \\ h \end{matrix} \right\}^{(n)} + [P]^{-1} \left[\tilde{X}^{(n)} \{ \tilde{Y} - \tilde{T}^{(n)} \} \right] \quad (10)$$

در معادله فوق ماتریس [P] به صورت زیر تعریف میشود.

$$[P] = \left[[X]^T \tilde{X} \right]^{(n)} \quad (11)$$

تا زمانی که معیار همگرایی که به صورت زیر تعریف شده است برقرار نگردد تکرار ادامه میابد.

$$\frac{|\tilde{\beta}_j^{(n+1)} - \tilde{\beta}_j^{(n)}|}{|\beta_j^{(n)}| + \delta_1} < \delta \quad j = 1, \dots, 4$$

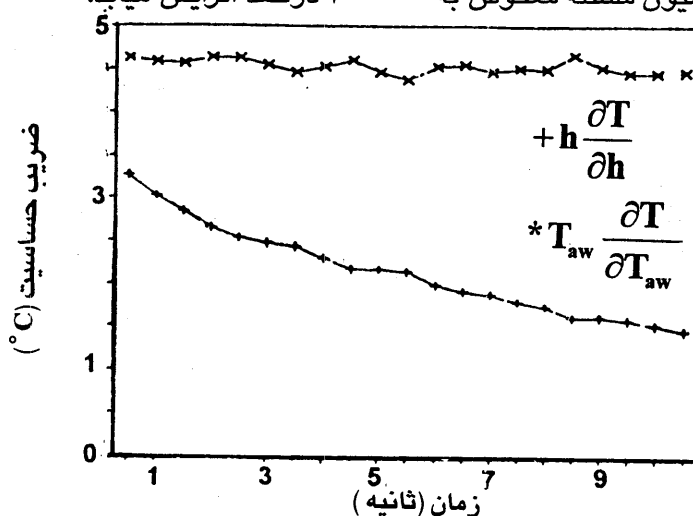
مقادیر δ و δ₁ در مربع ۸ به ترتیب ۱۰^{-۴} و ۱۰^{-۱۰} در نظر گرفته شده‌اند.

شبیه سازی اندازه گیری درجه حرارت پوسته خارجی نازل موشک در هنگام تست استاتیک به صورت زیر انجام پذیرفت. ابتدا معادله هدایت حرارتی (۱) در یک استوانه توخالی با ابعاد و خواص فیزیکی شکل ۱ با روش عددی حجم کنترل محدود پتانکار و با فرمولاسیون ضمنی حل گردید. برای خطی نمودن شرط مرزی سطح بیرونی از روش نیوتن رافسون استفاده شد. بدین صورت توزیع دمای گاز در داخل پوسته نازل و به ویژه دمای سطح خارجی محاسبه گردید. این درجه حرارتها به عنوان اطلاعات اندازه گیری برای حل مسئله معکوس مورد استفاده قرار گرفت. بدیهی است که در یک تست واقعی دماهای اندازه گیری با این دقت را نمیتوان بدست آورد. البته بسیاری از خطاهای اندازه گیری را میتوان به حداقل رسانید. تنها خطاهای تصادفی که ناشی از عواملی از قبیل گرد شدن اطلاعات یا پارازیت‌های الکتریکی و غیره هستند را نمیتوان از بین برد. این عوامل که باعث خطاهای تصادفی هستند را میتوان با استفاده از اعداد تصادفی و فرمول زیر شبیه سازی کرد:

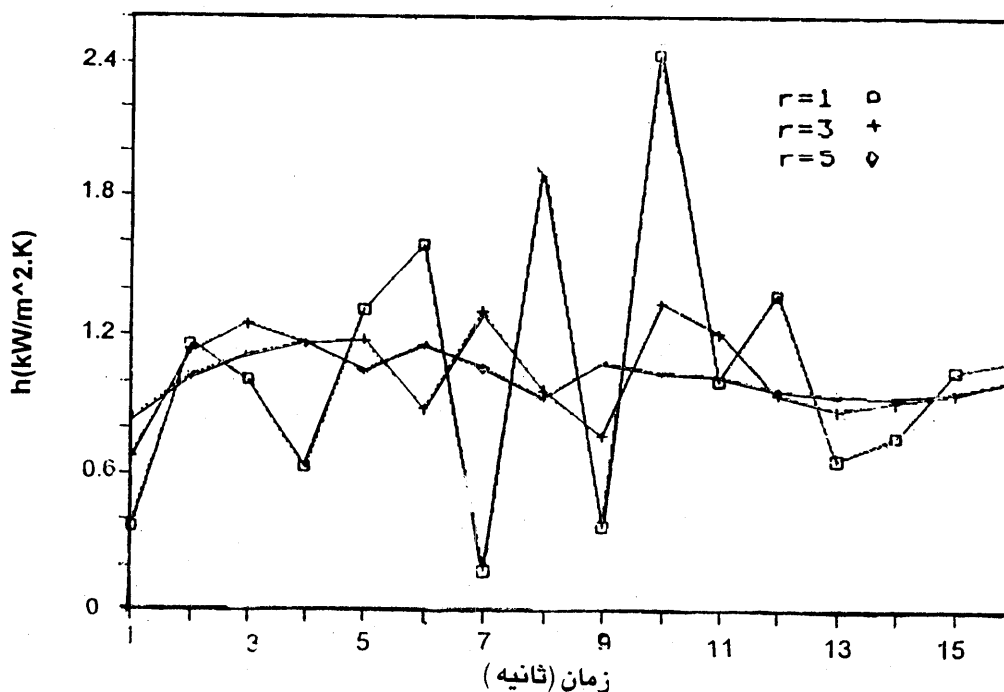
جای شرط مرزی تشعشعی شرط آدیاباتیک در نظر گرفته شده است این انتظار می‌رود که پارامترهای تخمین زده شده در مراجع ۴ و ۵ با خطا همراه می‌باشد. در شکل ۵ مقایسه جوابهای به دست آمده برای انتقال حرارت به سطح داخلی با شرط مرزی تشعشعی و آدیاباتیک را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود جایگزین کردن شرط مرزی تشعشعی با شرط آدیاباتیک باعث خطا در تخمین انتقال حرارت به سطح داخلی می‌گردد که این خطا در زمانهای اولیه حدود ۳ درصد بوده و بطور پیوسته تا ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

یک خطای انحرافی (Bias Error) حدود دو درصد در $\Delta t = 0.5 \text{ Sec}$ و حدود ۵٪ در $\Delta t = 1.0 \text{ Sec}$ میشود. تاثیر اندازه Δt در محاسبات معکوس دقیقاً برعکس محاسبات مستقیم میباشد بدین ترتیب که در محاسبات عددی مستقیم هرچه از Δt کوچکتر استفاده شود باعث پایدارتر شدن جواب میشود در حالیکه در محاسبات معکوس Δt کوچک باعث ناپایداری و واگرا شدن جواب میشود.

در مراجع ۴ و ۵، با روش تکرار، محاسبات معکوس برای تخمین پارامترهای مورد نظر انجام گرفته است و لیکن در فرمولاسیون مسئله معکوس به



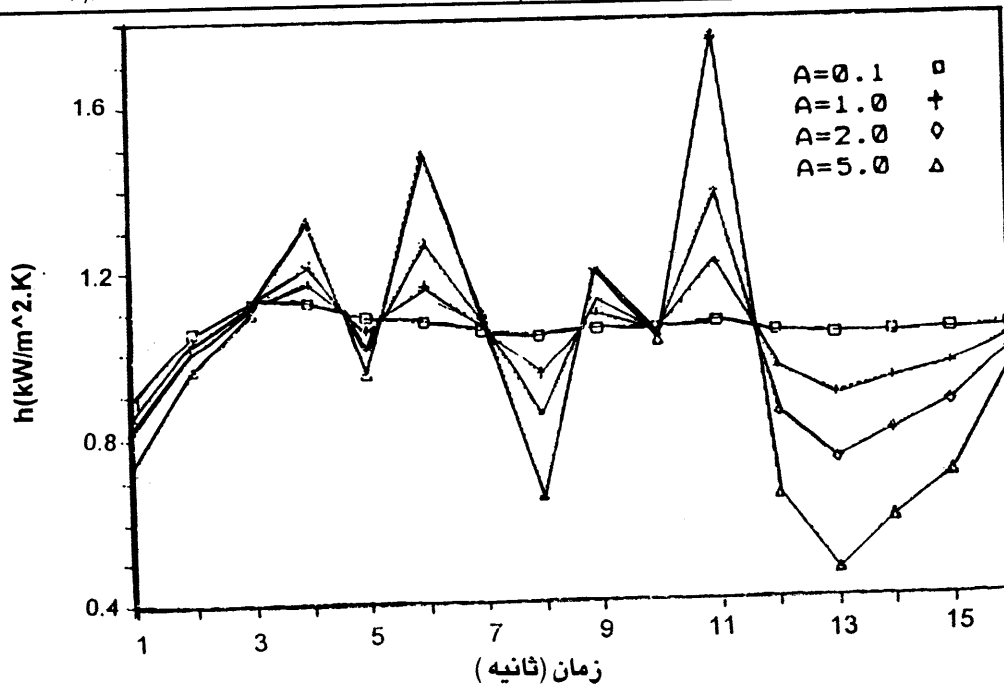
شکل ۲: ضرایب حساسیت دماهای سطح خارجی نسبت به ضریب انتقال حرارت جابجایی و دمای دیواره آدیاباتیک.



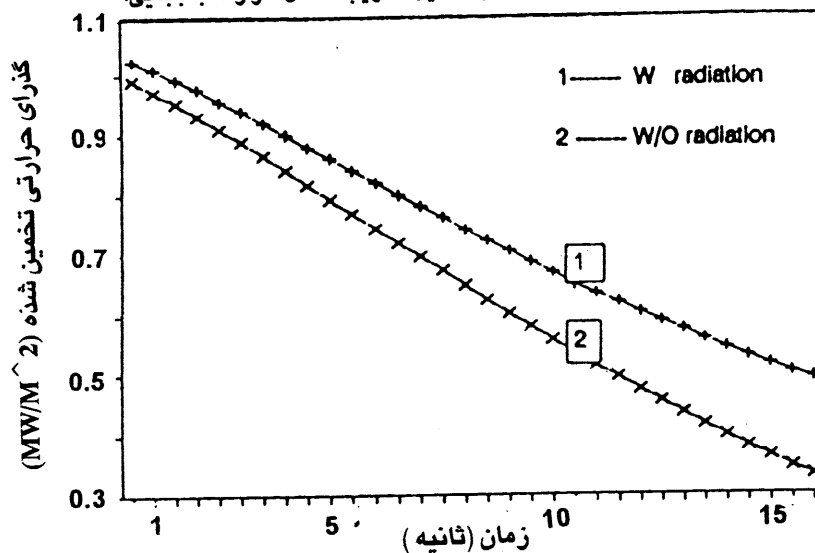
شکل ۳: تاثیر تعداد دماهای آتی اندازه گیری شده در تخمین ضریب انتقال حرارت جابجایی.

جدول ۱: تأثیر بزرگی قدم زمانی در تخمین ضریب انتقال حرارت جابجایی.

t	Dt=۰/۱	Dt=۰/۵	Dt=۱/۰	t	Dt=۰/۱	Dt=۰/۵	Dt=۱/۰
(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)	(ثانیه)
۱/۰۰	۱۱۵۹/۲	۹۶۳/۴	۸۸۸/۳	۹/۰۰	۳۳۹/۸	۱۰۱۹/۶	۱۰۴۷/۳
۲/۰۰	۱۳۶۲/۴	۱۱۹۴/۲	۱۰۵۵/۸	۱۰/۰۰	۱۳۶۷/۵	۱۰۲۶/۲	۱۰۴۸/۱
۳/۰۰	۱۶۰/۶	۱۰۰۳/۶	۱۱۲۵/۲	۱۱/۰۰	۹۵۲/۲	۱۰۲۷/۱	۱۰۵۰/۸
۴/۰۰	۱۲۱۰/۰	۱۰۱۱/۳	۱۱۱۹/۶	۱۲/۰۰	۶۹۹/۵	۱۰۱۲/۷	۱۰۴۸/۷
۵/۰۰	۱۵۸۷/۵	۱۰۱۴/۷	۱۰۰۸/۹	۱۳/۰۰	۱۲۱۶/۰	۱۰۲۲/۲	۱۰۴۷/۸
۶/۰۰	-۶/۵	۱۰۲۰/۱	۱۰۶۵/۴	۱۴/۰۰	-۳۳۶/۸	۱۰۲۸/۱	۱۰۴۷/۴
۷/۰۰	۱۳۹۸/۸	۱۰۲۱/۴	۱۰۵۱/۴	۱۵/۰۰	-۱۲۱۰/۹	۱۰۱۱/۲	۱۰۴۷/۲
۸/۰۰	-۶/۶	۱۰۲۶/۸	۱۰۴۵/۹	۱۶/۰۰	۳۲۸۶/۵	۹۹۸۸/۱	۱۰۴۷/۰



شکل ۴: تأثیر خطاهای تصادفی در تخمین ضریب انتقال حرارت جابجایی.



شکل ۵: تأثیر منظور کردن شرط مرزی تشعشعی در تخمین شار حرارتی.

مراجع

- 1 - Bartz, D. R.(1967). "A simple equation for rapid estimation of rocket nozzle convective heat transfer coefficient." *Jet Propulsion*, 27(1), 49-51.
 - 2 - Bartz, D. R.(1986). "Survey of relationships between theory and experiment for convective heat transfer in rocket combustion gases." *Advances in rocket propulsion*, S. S. Penner (Ed.), AGARD Technivision Services, Manchester, England.
 - 3 - Beck, J. V., Blackwell, B., and Clair, C.R. St.(Jr.).(1985). *Inverse heat conduction*, Wiley Intersciences, New York.
 - 4 - Mehta, R. C.(1977). "Solution of the inverse conduction problem." *ALAA Journal*, 15(9), Sep., 1355-1356.
 - 5 - Mehta, R. C.(1981). "Estimation of heat - transfer coefficient in a rocket nozzle." *ALAA Journal*, 19(8), Aug., 1085-1086.
 - 6 - Schoyer, H. F. R.(1980). "Comparison of methods for rocket nozzle temperature calculations." *ALAA Journal*, 18(7), Jul.
 - 7 - Khodadad, M. K., and Altiero, N. J.(1992). "Characterization of the interior of an inhomogeneous body using surface temperature and/or heat flux measurments." *Personal communications*
 - 8 - Beck, J. V., and Arnold, K. J.(1977). *Parameter estimation in engineering and science*, Wiley, New York.
-