روش‌های ابتکاری جدید برای مسایل تعیین اندازه انباشته پویای تک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت ، همراه با امکان انتقال راه‌اندازی‌ها به پریودهای آتی

بهروز کریمی
استادیار دانشکده مهندسی - صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر
سید محمد تقی فاطمی قمی
استاد دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(تاریخ دریافت ۸۰/۲/۲۲، تاریخ تصویب ۸۱/۷/۲۰)

چکیده

در ایـن مقالـه مسـاله تعییـن انـدازه انباشـته پویای تک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت همراه با امکان انتقال راه‌اندازی‌ها به پـریود بعـد، کـه بطـور خلاصـه از آن تحت عنوان CLSPSC[1] نام برده می‌شود مورد نظر می‌باشد ابتدا فرموله‌بندی مساله CLSPSC در قالب یک مـدل بـرنامه‌ریـزی مخلـوط بـا اعـداد صـحیح[2] ارائـه شـده و سپس الگوریتم‌های ابتکاری برای حل این مساله که از سه بخش اصلی تعیین اندازه انباشـته، تامیـن شـرط موجـه بـودن جـواب و روش انـتخاب محصول برای انتقال راه‌اندازی به پریود بعد تشکیل می‌شود، تشریح شده است. برای الگوریـتم‌هـای ابـتکاری پیشـنهادی نـرم افـزاری با زبان برنامه‌نویسی ++C نوشته شده است. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسایل نمونه کارایی چشـمگیر روش را در بـه دسـت آوردن جـواب‌هـای مناسب و با سرعت بالا نشان می‌دهد، به گونه‌ای که به راحتی امکان حل مسایل واقعی بزرگ توسط کامپیوترهای شخصی وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی تولید، تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت، انتقال راه‌اندازی

مقدمه

در بسـیاری از محـیط‌های تولیدی از منبع محدودی بـرای تولـید چندیـن محصـول اسـتفاده مـی‌شـود. چنین مـواردی را مـی‌تـوان در بسیاری از صنایع از جمله صنایع فرایـندی مشاهده کـرد، صـنایعی کـه در آنهـا تعـدادی محصـول از یـک نـوع ماده اولیه و یا توسط یک ماشین یا خـط تولـید (کـه بـتوان آنـرا به‌صورت یک مرحلهٔ تولیدی واحـد فـرض کـرد) تولـید مـی‌شوند. تعیین اندازه انباشتهٔ تولـید یکـی از تصـمیمات اساسـی در مرحله برنامه ریزی تاکتیکـی فرایـندهای تولـیدی است. تعیین اندازه انباشته یعنـی تعییـن مقـدار و زمـان تولـید هر یک از محصولات بطـوری کـه تقاضای آنها در طول افق برنامه ریزی برآورده شـود. در ایـن مقالـه مسـاله تعییـن انـدازه انباشته پویای تـک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکـان انتقال راه‌اندازی‌ها به پریودهای آتی (CLSPSC) مـورد بررسـی قـرار مـی‌گـیرد. تقاضـای محصـولات در پریودهای مختلف قطعی ولی متغیر با زمان است. برای هر بـار راه‌انـدازی تولید هر یک از محصولات یک هزینهٔ ثابت راه‌انـدازی در نظـر گرفـته مـی‌شـود. در ایـن مساله امکان انـتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی نیز وجود دارد. منظور از انـتقال راه‌انـدازی، ادامه تولید یک محصول از یک پریود بـه پـریود بعدی است، بدون اینکه نیاز به راه‌اندازی مجدد وسیله تولیدی باشد. بدین ترتیب که اگر محصول i آخرین محصـول تولـیدی در پـریود $t-1$ باشـد و اولیـن محصول تولـیدی در پـریود t ، در این صورت منطقی‌تر و مقرون به صـرفه‌تر خواهد بود که راه‌اندازی یا تنظیم انجام شده برای محصـول i در پـریود قبلـی، بـرای پـریود t نـیز بـه همان صورت باقی بماند تا هزینه و زمان راه‌اندازی کاهش یابد.

تـابع هدف این مساله عبارت از حداقل کردن مجموع هزیـنه‌های تولید، راه‌اندازی و نگهداری موجودی است (در صـورتی کـه هزیـنه تولید هر واحد محصول در پریودهای مخـتلف یکسـان باشـد، مجمـوع هزینه‌های تولید مقداری ثابـت خواهـد بـود و مـی‌تواند در تابع هدف در نظر گرفته

نشود). مدل‌بندی مساله را می‌توان در قالب یک مساله برنامه ریزی مخلوط با اعداد صحیح (MIP) به صورت زیر ارایه کرد:

$$Min \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(S_i y_{it} + C_{it}x_{it} + h_i I_{it}) \quad (1)$$

$s.t.$

$$I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} = d_{it} \qquad \forall i,t \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(a_i x_{it} + b_i y_{it}) \le R_t \qquad \forall t \quad (3)$$

$$x_{it} \le M_{it}(y_{it} + e_{it}) \qquad \forall i,t \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_{it} = 1 \qquad \forall t \ge 2 \quad (5)$$

$$e_{it} - y_{i,t-1} - e_{i,t-1} \le 0 \qquad \forall i,t \ge 2 \quad (6)$$

$$e_{it} + e_{i,t-1} - y_{i,t-1} + y_{j,t-1} \le 2 \quad \forall i,t \ge 2, j \ne i \quad (7)$$

$$x_{it}, I_{it} \ge 0 \qquad \forall i,t \quad (8)$$

$$y_{it}, e_{it} \in \{0,1\} \qquad \forall i,t \quad (9)$$

که در آن:

n = تعداد محصولات،

T = تعداد پریودهای افق برنامه‌ریزی،

S_i = هزینه راه‌اندازی محصول i

y_{it} = ۱، اگر تولید محصول i در پریود t راه‌اندازی شود و صفر است در غیر این صورت،

C_{it} = هزینه تولید هر واحد محصول i در پریود t

x_{it} = مقدار تولید محصول i در پریود t

h_i = هزینه نگهداری یک واحد محصول i به مدت یک پریود،

I_{it} = موجودی محصول i در انتهای پریود t

d_{it} = میزان تقاضای محصول i در پریود t

a_i = ظرفیت مورد استفاده برای تولید یک واحد محصول i بر حسب واحد زمان،

b_i = زمان راه‌اندازی تولید محصول i ،

R_t = میزان ظرفیت موجود در پریود t بر حسب واحد زمان،

$M_{it} = \sum_{k=t}^{T} d_{ik}$ = حد بالای تولید محصول i در پریود t ،

e_{it} = ۱، اگر تولید محصول i از پریود قبلی t-1 به پریود جاری t ادامه یابد و صفر، در غیر این صورت.

تابع هدف (۱) عبارت است از حداقل کردن مجموع هزینه‌های راه‌اندازی، تولید و نگهداری موجودی. محدودیت (۲) رابطه تعادل موجودی است و محدودیت (۳) تضمین می‌کند که کل تولید در هر پریود از ظرفیت موجود تجاوز نمی‌کند، و یا به عبارتی محدودیت ظرفیت در نظر گرفته شده است. محدودیت (۴) بیان می‌کند که هرگاه محصول i تولید می‌شود یا $y_{it} = 1$ و یا $e_{it} = 1$ ، یعنی اینکه راه‌اندازی تولید برای آن در نظر گرفته شده باشد. رابطه (۵) بدین خاطر است که دقیقاً راه‌اندازی تنها یک محصول از پریود t-1 به پریود t انتقال یابد. محدودیت (۶) نیز سبب می‌شود که اگر توأماً $e_{i,t-1} = 0$ و $y_{i,t-1} = 0$ شد، $e_{it} = 0$ باشد، یعنی اینکه محصول i در پریود t-1 تولید نشده است. ولی اگر $e_{it} = 1$ است در این صورت یا $y_{i,t-1} = 1$ و یا $e_{i,t-1} = 1$ (در ابتدا برای سادگی فرض می‌شود به ازای تمام i ها $e_{it} = 0$ است). محدودیت (۷) محدودیت هماهنگ کردن تولید محصولاتی است که در بیش از دو پریود متوالی تولید می‌شوند. اگر $e_{it} = e_{i,t-1} = 1$ در این صورت یا $y_{j,t-1} = 0$ به ازای تمامی $j \ne i$ ، و یا برای بعضی $j \ne i$ داریم $y_{j,t-1} = 1$ و $y_{i,t-1} = 1$. یعنی اینکه یا محصول i تنها محصول تولید شده در پریود t-1 است و یا محصول i در ابتدای پریود t-1 تولید شده، سپس محصول یا محصولات دیگری در همان پریود تولید شده‌اند و در نهایت در پایان پریود $t-1$ مجدداً وسیله تولیدی برای تولید محصول i راه‌اندازی شده است. محدودیت (۸) شرط غیر منفی بودن مقادیر تولید و موجودی‌ها است و محدودیت (۹) صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم مربوط به راه‌اندازی و انتقال راه‌اندازی است.

تاریخچه تحقیق

مساله CLSPSC توسعه‌ای است بر مدل کلاسیک تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت (CLSP)[۳] که در آن امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای آتی در نظر گرفته نمی‌شود. تحقیقات قبلی انجام شده در این زمینه بیشتر بر روی مساله کلاسیک CLSP متمرکز بوده است، پیچیدگی محاسباتی حل مساله CLSP حتی در حالت تک محصولی NP-hard است [۱و۲]. مائس و همکاران [۳] نشان داده‌اند که حتی پیدا کردن جواب موجه برای CLSP با زمان‌های راه‌اندازی نیز NP-hard است. بنابر این واضح است که CLSP چندمحصولی و به طریق اولی CLSPSC که هم حالت چندمحصولی و در نظر گرفتن زمان‌های راه‌اندازی را دربرداشته و هم متغیرهای صفر و یک بیشتری را به خاطر لحاظ کردن امکان انتقال راه‌اندازی از یک پریود به پریود بعدی دارد شدیداً NP-hard خواهد بود. از این رو بدست آوردن روش حلی که قادر باشد مسایل با اندازهٔ واقعی را در زمان قابل قبولی به‌صورت بهینه حل کند بعید است. به همین دلیل اغلب تلاش‌های انجام شده به صورت توسعه الگوریتم‌های ابتکاری برای حل این‌گونه مسایل است.

اخیراً کریمی و همکاران [۴] مدل‌ها و روش‌های حل مسایل تعیین اندازه انباشته تک‌مرحله ای، بخصوص مساله CLSP را مورد بررسی قرار داده، ضمن طبقه بندی کارهای انجام شده، آنها را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند. از آنجا که هدف مقالهٔ حاضر پرداختن به مساله CLSPSC می‌باشد، برای اجتناب از طولانی شدن بحث، جهت مرور ادبیات مساله CLSP و تحقیقات مرتبط انجام شده در این زمینه به مقالهٔ مروری مذکور و نیز به مقالات [۱۳-۵] ارجاع داده می‌شود و در ادامه تنها به آن دسته از کارهای تحقیقاتی که به نحوی امکان انتقال راه‌اندازی را در نظر گرفته‌اند می‌پردازیم.

دیلنبرگر و همکاران [۱۴] یک مساله بسیار کلی از نوع تعیین اندازه انباشته چند ماشینی، چند خانواده‌ای چندمحصولی را در نظر گرفته‌اند. این مدل که از نوع MIP است شامل اجزاء : انواع قطعات و خانواده‌های قطعات، گروه‌های ماشین آلات، منابع قابل ذخیره‌سازی و غیرقابل ذخیره‌سازی، محدودیت‌های تخصیص ماشین‌آلات به انواع قطعات و پریودهای تولید، محدودیت‌هایی روی تخصیص اندازه انباشته‌ها به ماشین‌آلات و پریودها، سفارش عقب افتاده و انواع مختلف راه‌اندازی‌ها می‌شود. همچنین انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی نیز در این مدل در نظر گرفته شده است. به‌خاطر پیچیدگی خیلی زیاد مدل یک روش ابتکاری بر اساس شمارش جزیی تثبیت و ساده‌سازی[۴] معرفی شده است.

گوپالاکریشنان و همکاران [۱۵] یک مدل MIP را برای تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی چندین خانواده از محصولات روی چندین ماشین یکسان ارائه داده‌اند. در این مدل از راه‌اندازی برای هر محصول صرف‌نظر شده و هزینه و زمان راه‌اندازی برای خانواده محصولات، به ازای هر خانواده روی تمامی پریودهای زمانی، ثابت فرض شده است. در این مدل ایدهٔ انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی نیز در نظر گرفته شده است. برای حالت CLSP تک ماشینی فرض شده که هم زمان‌های راه‌اندازی و هم هزینه‌های راه‌اندازی در طول تمامی پریودها ثابت است. در این تحقیق هیچ‌گونه نتایج محاسباتی برای مساله تک‌ماشینی گزارش نشده است.

هاس [۱۶] ، حالت انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی را برای مساله تک‌ماشینی بدون زمان‌های راه‌اندازی مدل‌بندی کرده است. در این مدل انتقال راه‌اندازی تنها برای یک پریود محدود شده است. یک روش ابتکاری رو به عقب[۵] نیز برای حل این مساله ارایه شده است. در این روش ابتکاری، یک قاعده تعیین اولویت متشکل از ترکیبات محدب هزینه‌های نگهداری و راه‌اندازی مورد استفاده قرار گرفته است. بخاطر وابستگی شدید بین کیفیت جواب و تحقق ترکیب محدب، برای هر مسالهٔ خاص، روش ابتکاری یک جستجوی محلی را روی فضای پارامتر انجام می‌دهد تا جواب‌های با هزینه پایین را بدست آورد. یعنی اینکه مقدار پارامتر وابسته به مساله خواهد بود.

ساکس و ژائو [۱۷] نیز مساله انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی را در حالت تک‌ماشینی مورد بحث قرار داده‌اند. در مدل آنها انتقال راه‌اندازی به هر تعداد پریود قابل اجرا است. در رویکرد ارائه شده، هم یک روش بهینه و هم یک روش ابتکاری معرفی شده است. در روش بهینه، مساله اصلی با استفاده از تکنیک تعریف مجدد متغیرها،

مشابه با کار اپن و مارتین [۱۸] در قالب یک مساله دیگر که شامل زیرمدل شبکه‌ای است فرموله شده است. سه فرموله‌بندی مجدد برای مساله ارایه شده است: یک مدل کوتاه‌ترین مسیر، یک مدل حمل‌ونقل و یک مدل کوتاه‌ترین مسیر توسعه یافته. همانطور که انتظار می‌رود، نتایج محاسباتی نشان می‌دهند با در نظر گرفتن امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای دیگر، کاهش قابل توجهی درکل هزینه‌ها رخ می‌دهد (که بیشتر به‌خاطر کاهش هزینه‌های راه‌اندازی است). بر اساس این مطالعه نتیجه گرفته شده که در نظر گرفتن امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای بعدی در مساله CLSP تنها به‌صورت تغییر در نحوه شمارش راه‌اندازی‌ها نیست، بلکه در یک تغییر اساسی در تعیین اندازه انباشته‌ها است. برای مسایل نسبتاً بزرگ یک روش ابتکاری برای حالتی که انتقال راه‌اندازی تنها برای یک پریود مجاز است توسعه داده شده است. روش ابتکاری مزبور متشکل از سه جزء است : یک روش جستجوی زیرشیب، یک روش برنامه‌ریزی پویای تک‌محصولی و یک روش برای کنترل موجه بودن. روش جستجوی زیرشیب، جستجو برای یافتن ضرایب لاگرانژ بهینه محدودیت‌های ظرفیت و محدودیت‌های انتقال راه‌اندازی در مسالهٔ ثانویه را انجام می‌دهد. با داشتن برداری از این ضرایب، روش برنامه‌ریزی پویای تک‌محصولی که روش اصلاح شده الگوریتم *واگنر- ویتین* [۱۹] بوده و قابلیت در نظر گرفتن امکان انتقال راه‌اندازی را نیز دارد، جواب بهینه برای اندازه انباشته تک‌محصولی بدون محدودیت ظرفیت را بدست می‌آورد. روش کنترل موجه بودن، جواب‌های تک‌محصولی مستقل از هم را به یک جواب موجه چندمحصولی که محدودیت‌های ظرفیت و انتقال راه‌اندازی را ارضا کند تبدیل می‌کند.

توسعه الگوریتم‌های ابتکاری

در بخش‌های پیشین تعریف مساله و مرور تحقیقات قبلی انجام شده در این زمینه تشریح گردید. در ادامه تشریح الگوریتم‌های ابتکاری توسعه داده شده در این مقاله ارائه می‌گردد. الگوریتم‌های پیشنهادی در این مقاله از سه جزء اصلی تشکیل می‌شوند: (۱) قواعد مورد استفاده برای تعیین اندازه انباشته، (۲) تامین موجه بودن جواب و (۳) روش انتخاب محصولی که راه‌اندازی آن به پریود بعدی انتقال می‌یابد.

الگوریتم ۱

در الگوریتم ۱ برای تعیین اندازه انباشته محصولات از الگوریتمی ترکیبی متشکل از معیار دیکسن- سیلور [۲۰] و معیاری مرکب از هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری موجودی استفاده می‌شود. جهت تضمین بدست آوردن جواب موجه از مکانیزم نگاه به جلو[۶] که ایده اولیه آن توسط دوقراماچی و همکاران [۲۱] ارائه شده است استفاده می‌شود. بخش سوم الگوریتم تعیین می‌کند که راه‌اندازی کدام محصول می‌بایست به پریود بعدی انتقال یابد. معیارمورد استفاده در این قسمت حصول حداکثر صرفه جویی در هزینه است.

تعیین اندازه انباشته

برای تعیین اندازه انباشته در ابتدا برای هر i و t قرار می‌دهیم $x_{it}=d_{it}$. با این کار دو حالت می‌تواند اتفاق بیافتد، *حالت اول* اینکه بعد از قراردادن $x_{it}=d_{it}$ و تعریف $\delta(x_{it})=1$ اگر $x_{it}>0$ و 0 در غیر این صورت، هنوز ظرفیت کافی $A(t)=R_t-\sum_{i=1}^{n}\left[a_i x_{it}+b_i\delta(x_{it})\right]$ وجود دارد، بطوریکه $A(t)$ می‌تواند جوابگوی تقاضای کامل آتی محصولی مثل i که $x_{it}>0$ است باشد. به این شیوه از بررسی، حالت تعیین اندازه انباشته کامل گفته و در الگوریتم ۱ از معیار دیکسن- سیلور[۲۰] برای تعیین اندازه انباشته‌های محصولات استفاده می‌کنیم. در این معیار با فرض تعریف متوسط هزینه در پریود برای محصول i برابر با:

$$TC_i(t)=\frac{S_i+h_i\sum_{j=1}^{t}(j-1)d_{ij}}{t}, \quad (2\le t\le T)$$

اندازه انباشته محصول i باجمع کردن تقاضای پریودهای بعدی (تقاضای تجمعی) تا جایی افزایش می‌یابد که برای اولین مرتبه $TC_i(t+1)>TC_i(t)$ شود. بدین ترتیب اندازه انباشته محصول i در پریود یک می‌بایست تقاضای آن را برای t پریود ارضا کند که $t=\min\{k:TC_i(k+1)>TC_i(k)\}$ (برای سادگی پریود جاری را همواره پریود یک اندیس‌گذاری می‌کنیم). ولی در

مساله ما که محدودیت ظرفیت وجود دارد، این محدودیت می‌تواند اندازه انباشته‌ها را محدود کند. برای انتخاب اینکه اندازه انباشته کدام محصول ابتدا باید افزایش یابد از ضریب کاهش هزینه زیر استفاده می‌کنیم:

$$U_i(t) = \frac{TC_i(t-1) - TC_i(t)}{a_i d_{it}} = \frac{S_i + h_i \sum_{j=1}^{t-1}(j-1)d_{ij} - h_i(t-1)^2 d_{it}}{t(t-1)a_i d_{it}}$$

مثبت بودن $U_i(t)$ بدین معنا است که گنجاندن d_{it} در اندازه انباشته پریود جاری برای کالای i، باعث کاهش هزینه‌ها خواهد شد و اگر $U_i(t)$ منفی باشد این کار افزایش هزینه‌ها را در پی خواهد داشت. با مقایسه $U_i(t)$ ها به ازای محصولات مختلف، تقاضای محصول با مثبت‌ترین $U_i(t)$ را به اندازه انباشته پریود جاری آن می‌افزاییم، تا جایی که شرط موجه بودن (که در ادامه توضیح داده می‌شود) نقض نگردد. *حالت دوم* وقتی است که با قرار دادن $x_{it} = d_{it}$ در ابتدای کار، و یا بعد از تعیین اندازه انباشته کامل که در حالت اول تشریح شد، هنوز لازم است که بخشی از تقاضاهای آتی در پریود t تولید شوند تا بتوان جواب موجه داشت، با این تفاوت که دیگر هیچیک از تقاضاهای آتی را نمی‌توان بطور کامل تولید کرد. حداقل مقدار تولید لازم برای اجتناب از غیر موجه بودن را $L(t)$ فرض کرده و این حالت را *تعیین اندازه انباشته جزیی* می‌نامیم. هدف از این مرحله تولید بخشی از تقاضای آتی محصولی است که بر اساس معیاری مرکب از هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری موجودی انتخاب شده و جوابی موجه را بدست می‌دهد. فرض کنید . $\Delta x = L(t)$ به ازای هر i که $x_{it} > 0$ است قرار می‌دهیم $t_i = \min\{k > t : d_{ik} > 0, x_{it} > 0\}$ یعنی t_i اولین پریودی بعد از پریود t است که محصول i مجدداً دارای تقاضای مثبت است، و $L_i = \min\{L(k) : k = t, \ldots, t_i - 1\}$ حداقل مقدار تولید لازم تا قبل از پریود t_i. تعریف می‌کنیم $S(t) = \{i : x_{it} > 0, A(t) \geq L(t) + \Delta x - L_i\}$ و کالای $i^* = \arg\max\{S_i - h_i(t_i - t)\Delta x / a_i : i \in S(t)\}$ را جهت تولید بخشی از تقاضای آتی آن در پریود t انتخاب می‌کنیم. قرار می‌دهیم $x_{i^*t} = x_{i^*t} + \Delta x / a_{i^*}$ و $d_{i^*t_{i^*}} = d_{i^*t_{i^*}} - \Delta x / a_{i^*}$. نکتهٔ دیگری که باید به آن اشاره کرد اینکه به ازای $t>1$ قبل از در نظر گرفتن اندازه انباشتهٔ سایر محصولات ابتدا اندازه انباشتهٔ محصولی که راه‌اندازی آن انتقال یافته است را در نظر می‌گیریم. تا جایی که ظرفیت موجود بتواند پاسخگوی تقاضای کامل آتی باشد، ضریب این محصول مثبت بوده و شرایط موجه بودن برقرار است. بدین ترتیب از مزیت انتقال راه‌اندازی به پریود بعدی استفاده حداکثر صورت می‌گیرد.

موجه بودن جواب

همان طور که پیشتر اشاره شد، موجه بودن جواب بر اساس ایدهٔ نگاه به جلو که اولین بار توسط دوقراماچی و همکاران [۲۱] ارائه شده است تامین می‌شود. در ابتدا $L(t)$ را با استفاده از رابطهٔ بازگشتی

$$L(t) = \max\left\{0, \sum_{i=1}^{n}\left[a_i d_{i,t+1} + b_i \delta(d_{i,t+1})\right] - R_{t+1} + L(t+1)\right\}$$

و $L(T)=0$ به ازای $t=T-1, \ldots, 1$ محاسبه می‌کنیم. در هر پریود مقدار تولید x_{it} می‌بایست شرط $\sum_{i=1}^{n}\left[a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})\right] \leq R_t$ را ارضا کند و

$$\sum_{i=1}^{n}\left[a_i x_{it} + b_i \delta(x_{it})\right] = \left(\sum_{i=1}^{n}\left[a_i \max\{d_{it} - I_{i,t-1}, 0\} + b_i \delta(\max\{d_{it} - I_{i,t-1}, 0\})\right]\right) + L(t)$$

چنانچه در حالت اول تشریح شده در بحث تعیین اندازه انباشته، یعنی حالت تعیین اندازه انباشته‌های کامل، بعد از تخصیص $x_{it} = d_{it}$ هنوز ظرفیت موجود $A(t) = R_t - \sum_{i=1}^{n}\left[a_i x_{it} + b\delta(x_{it})\right]$ بتواند تقاضای کامل محصولی با $x_{it} > 0$ را به ازای یکی از پریودهای آتی جوابگو باشد، به ازای هر چنین محصولی بعد از افزودن d_{it_i} به x_{it} می‌توان به راحتی مشاهده کرد که شرط $A(t) \geq L(t) + a_i d_{it_i} - L_i$ می‌بایست برقرار باشد. در حالت دوم یا حالت تعیین اندازه انباشته جزیی، که $L(t)>0$ است ولی $A(t)$ نمی‌تواند تقاضای کامل هیچ یک از پریودهای آتی را برآورده کند، تنها آن مقداری از تقاضای آتی محصول انتخاب شده در اندازه انباشته جاری آن تولید می‌شود که برای جلوگیری از غیرموجه بودن

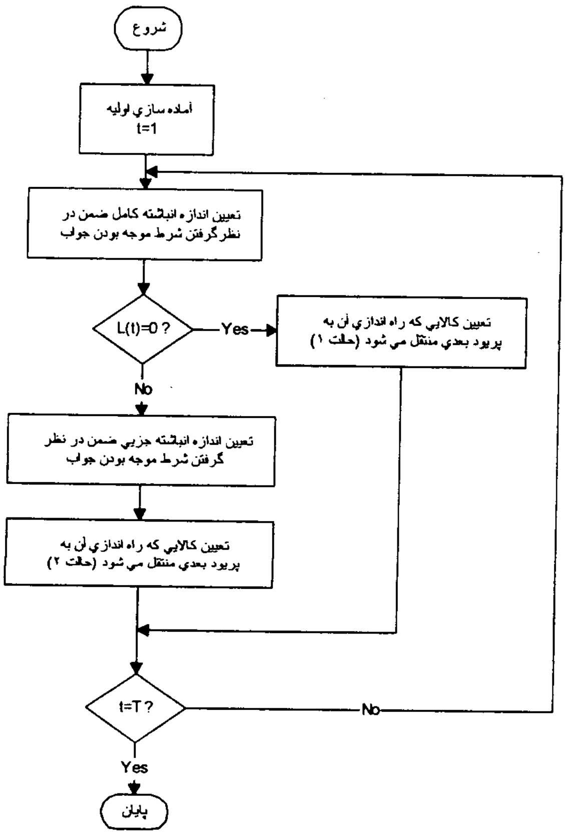
لازم است. با قرار دادن $\Delta x = L(t)$ و استفاده از تعاریف ارائه شده برای t_i و L_i به ازای محصولات با $x_{it} > 0$، اگر $\Delta x / a_i$ را به اندازه انباشته x_{it} اضافه کنیم به‌راحتی دیده می‌شود که شرط $A(t) \ge L(t) + \Delta x - L_i$ می‌بایست ارضا شود.

انتقال راه‌اندازی

در این قسمت از الگوریتم تعیین می‌شود که راه‌اندازی کدام محصول می‌بایست به پریود بعدی انتقال یابد. حالت اول، حالتی است که در پایان مرحله تعیین اندازه انباشته کامل $L(t)=0$ شده است. در این حالت مجموعه محصولات کاندید برای انتقال راه‌اندازی به پریود بعدی را بصورت $S_1(t) = \{i : x_{it} > 0, d_{i,t+1} > 0\}$ تعریف کرده و قرار می‌دهیم $i^* = \arg\max\{S_i : i \in S_1(t)\}$ و راه‌اندازی محصول i^* به پریود $t+1$ منتقل می‌شود. حال اگر حالت اول رخ نداده باشد که طبیعتاً از مرحله تعیین اندازه انباشته جزیی حاصل شده است، داریم $L(t)>0$. در این حالت قرار می‌دهیم $\Delta x = L(t)$. با تعاریف ارائه شده برای t_i و L_i مجموعه محصولات کاندید برای انتقال راه‌اندازی به پریود بعدی را این بار به‌صورت $S_2(t) = \{i : x_{it} > 0, A(t) \ge L(t) + \Delta x - L_i\}$ تعریف می‌کنیم و راه‌اندازی محصول $i^* = \arg\max\{S_i - h_i(t_i - t)\Delta x / a_i : i \in S_2(t)\}$ را به پریود $t+1$ منتقل می‌کنیم.

الگوریتم ۲

تفاوت این الگوریتم با روش قبلی تنها در محاسبه ضرایب $U_i(t)$ در مرحله تعیین اندازه انباشته کامل است. در این جا به جای استفاده از معیار دیکسن- سیلور، برای بدست آوردن $U_i(t)$ از معیار هزینه گروف[۲۲] استفاده می‌کنیم. براساس معیار گروف افزایش اندازه انباشته یک محصول تا آنجا صورت می‌گیرد که کاهش حاشیه‌ای در هزینه راه‌اندازی بیش از افزایش حاشیه‌ای در هزینه نگهداری موجودی باشد، یعنی $\frac{S_i}{t(t-1)} \ge \frac{1}{2} h_i d_{it}$. بر این اساس می‌توانیم معیاری را جهت تعیین اندازه انباشته به صورت صرفه جویی هزینه حاشیه‌ای به ازای هر واحد ظرفیت به شکل $U_i(t) = \left(\frac{2S_i}{h_i} - t(t-1)d_{it}\right) \Big/ a_i d_{it}$ تعریف کنیم. مراحل تامین موجه بودن و انتقال راه‌اندازی مشابه الگوریتم ۱ است. شکل (۱) شمای کلی الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱: نمودار جریان الگوریتم‌ها.

نتایج محاسباتی

تعداد ۲۰ مساله نمونه در این قسمت مورد استفاده قرار گرفته است. به دلیل دراختیار نداشتن مسایل نمونه واقعی ویا مسایل نمونه‌ای که جواب بهینه آنها در دسترس باشد، در انجام مقایسات از مسایلی که به صورت تصادفی ایجاد شده‌اند استفاده شده است. از طرف دیگر به دلیل NP-hard بودن نوع مسأله عملاً نمی‌توان مگر برای مسایل نسبتاً کوچک جواب بهینه را به دست آورد، بنابراین امکان آزمایش دامنه وسیعی از مسایل با ابعاد گوناگون میسر نیست. جدول (۱) نتایج بدست آمده از مقایسات را که توسط یک کامپیوتر Pentium III, 500MHz اجرا شده است نشان می‌دهد. نتایج درج شده

در زیـر سـتون اصـلی MIP مـربوط به مقدار تابع هدف و مـان حل مسایل توسط نرم افزار LINGO Industrial/PC Release3,(1995) اســـت. لازم بـــه ذكـــر اســـت الگوریـتم‌هایابـتکاری دیگـری که دقیقاً برای مسالهٔ مطرح شـده در ایـن مقاله طراحی شده باشند و نتایج محاسباتی آنهـا قـابل استفاده باشد در دسترس نبوده است. بنابر این بـرای ایـنکه مـلاک روشـنی در ارزیابی الگوریتم‌های ارائه شـده در ایـن مقالـه وجـود داشـته باشد، جواب حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری با جواب بهینه مقایسه شده‌اند. در به دست آوردن نـتایج حاصـل از حـل مسایل با LINGO، محاسبات وقتی متوقف شده‌اند که یا جواب بهینه به دست آمـده اسـت و یـا ایـنکه بعد از صرف زمان زیاد و به دلیل زمان‌بر بودن بیش از حد مسأله و محدودیت کامپیوتر، حل مسـأله خـود بـه خـود توسط کامپیوتر متوقف شده است. بـرای حـل مسـایل بـا الگوریـتم‌هـای ابتکاری یک برنامه کامپیوتری به زبان ++C نوشته شده است و برای هر یک از الگوریـتم‌های ابتکاری ۱و ۲، مقدار تابع هدف، زمان حل و انحـراف از جـواب بهیـنه در هر مساله ذکر شده است. از آنجـا کـه در تمامـی مـوارد زمـان حـل مسـأله توسـط الگوریـتم‌هـای ابـتکاری کمـتر از یـک ثانـیه است، لذا در سـتون‌های مربوط به زمان، مقدار صفر درج شده است که نشـان دهـنده سرعت بسیار بالای الگوریتم‌های پیشنهادی اسـت. مـیزان انحرافـی کـه در سـتون انحـراف بـرای الگوریـتم‌های ابتـکاری ذکر شـده است از حاصل تقسیم تفاضـل مقدار تابع هدف بهینه و مقدار تابع هدف الگوریتم ابـتکاری بـر مقدار تابع هدف بهینه محاسبه شده است. در مـواردی‌که به دلیل بیش از حد زمان‌بر بودن مسأله جواب بهیـنه بدسـت نـیامده و جـواب حاصـل از الگوریـتم‌هـای ابتکاری بهتر از جواب حاصل از حل مسأله توسط نرم افزار LINGO بـوده است این نسبت محاسبه نشده است. لازم بـه ذکر است از آنجا که با فرض یکسان بودن هزینهٔ تولید در پـریودهای مخـتلف، مجمـوع هزیـنهٔ تولـید که یکی از اجـزاء هزیـنه تـابع هـدف را تشکیل می‌دهد مقداری ثابت خواهـد شـد، لـذا در ایـن محاسـبات هزیـنه تولید در نظر گرفـته نشـده است و تابع هدف تنها متشکل از هزینه‌های نگهـداری موجـودی و راه‌انـدازی تولید است. بدیهی است چنانچه هزینه تولید نیز در نظر گرفته شود، درصد انحراف بیـن جـواب‌هـای حاصـل از الگوریتم‌های ابتکاری و جواب بهیـنه بـه مراتـب کمتر از مقادیر مندرج در جدول خواهد شد.

بطورخلاصـه با توجه به مقایسات انجام شده نتایج زیر را می‌توان برشمرد:

۱- کارایـی محاسـباتی الگوریـتم‌هـای ابـتکاری پیشـنهادی به خصوص از نظر زمان حل بسیار چشمگیر و در خـور توجـه اسـت، بطـوری‌که در تمام موارد زمان حل مسـأله کمـتر از یـک ثانـیه بـه طـول انجامیده است. این موضـوع وقتـی برجسـته‌تـر خواهـد شـد که بخاطر داشته باشـیم بـا افـزایش بعد مسأله (همانطور که در بخش مرور ادبـیات نـیز بـدان اشاره شد) حتی یافتن جواب موجه نیز برای این گونه مسایل NP-hard است. این در حالی است کـه بـا اسـتفاده از الگوریـتم‌هـای ابـتکاری پیشنهاد شده، بدسـت آوردن جـواب‌های خوب برای مسایل با ابعاد بزرگ به راحتی انجام می‌گیرد.

۲- از نظـر کیفیـت ونزدیکـی جـواب‌های حاصل از الگوریـتم‌های ابتکاری به جواب بهینه، مشاهده می‌شود که در مـواردی جواب حاصل از هر دو الگوریتم ابتکاری همان جواب بهینه است (مسایل ۲و۴). صرف‌نظر از این موارد در پـنج مـورد از مسایل حل شده جواب حاصل از الگوریتم ۱ کمـتر از ۵٪ ، درپـنج مورد دیگربین ۵٪ تا کمتر از ۱۰٪ ، درسه مورد بین ۱۰٪ تا ۱۵٪ و درسه مورد هم بین ۱۵٪ تا ۲۰٪ بـا جـواب بهینه فاصله دارد. در رابطه با الگوریتم ۲ بـه جـز یک مورد که فاصلهٔ جواب الگوریتم تا جواب بهینه بـیش از ۲۰٪ اسـت، در پـنج مورد این فاصله کمتر از ۵٪، در شش مورد بین ۵٪ تا ۱۰٪، در دو مورد بین ۱۰٪ تا ۱۵ ٪ و در یـک مورد بین ۱۵٪ تا ۲۰٪ است. از طرف دیگر در ۲۰ مسألهٔ نمونهٔ حل شده، در۱۲ مورد هر دو الگوریتم ۱ و ۲ جواب‌های یکسان، در دو مورد الگوریتم ۱ جواب بهتری نسبت به الگوریتم ۲ و درچهار مورد الگوریتم ۲ نسبت به الگوریتم ۱ جواب‌های نزدیکتر به بهینه‌ای را داده است.

۳- بـا افـزایش بعـد مسأله زمان حل مدل MIP به صـورت غـیر خطـی افـزایش مـی‌یـابد، در صورتی که این موضـوع تاثیری در زمـان حل مسایل توسط الگوریتم‌های ابـتکاری نـدارد. همچنیـن در مقایسـه بیـن مسـایل ۱۰ محصولی ۴ پریودی با مسایل ۴ محـــصولی ۱۰ پریودی

جدول ۱ : خلاصه نتایج مقایسات .

شماره مسأله	تعداد اقلام	تعداد پریودها	MIP مقدار تابع هدف	MIP زمان حل(ثانیه)	الگوریتم ۱ مقدار تابع هدف	الگوریتم ۱ زمان حل (ثانیه)	الگوریتم ۱ انحراف(٪)	الگوریتم ۲ مقدار تابع هدف	الگوریتم ۲ زمان حل (ثانیه)	الگوریتم ۲ انحراف(٪)
۱	۴	۴	۵۴۵	۳	۵۶۵	-	۳/۷	۵۶۵	-	۳.۷
۲	۴	۴	۵۲۰	۴	۵۲۰	-	-	۵۲۰	-	-
۳	۴	۴	۸۴۰	۳	۸۸۰	-	۴/۸	۸۸۰	-	۴/۸
۴	۴	۴	۲۴۶۰	۱	۲۴۶۰	-	-	۲۴۶۰	-	-
۵	۴	۶	۲۵۶۵	۳۵	۲۸۸۵	-	۱۲/۵	۲۸۸۵	-	۱۲/۵
۶	۴	۶	۲۷۲۰	۹	۲۹۹۰	-	۹/۹	۲۹۹۰	-	۹/۹
۷	۴	۶	۲۳۸۰	۱۵	۲۷۹۰	-	۱۷/۲	۳۱۴۰	-	۳۱/۹
۸	۴	۶	۲۳۶۰	۱۹	۲۷۵۰	-	۱۶/۵	۲۷۵۰	-	۱۶/۵
۹	۶	۶	۴۵۷۰	۳۰۱۱	۵۰۱۰	-	۹/۶	۵۰۱۰	-	۹/۶
۱۰	۶	۶	۴۶۵۰	۸۷۴	۵۲۵۰	-	۱۲/۹	۵۳۴۰	-	۱۴/۸
۱۱	۶	۶	۶۰۰۵	۱۰۱۳	۶۱۹۰	-	۳	۶۱۹۰	-	۳
۱۲	۶	۶	۴۷۵۰	۹۲۲	۵۱۴۰	-	۸/۲	۵۱۴۰	-	۸/۲
۱۳	۱۰	۴	۴۷۹۰	۹۲	۵۲۶۰	-	۹/۸	۵۲۶۰	-	۹/۸
۱۴	۱۰	۴	۴۲۱۰	۳۷	۴۹۷۰	-	۱۸	۴۴۹۰	-	۶/۷
۱۵	۱۰	۴	۵۰۵۰	۵۸	۵۱۰۰	-	۱	۵۱۰۰	-	۱
۱۶	۱۰	۴	۴۶۸۰	۴۹۴	۴۹۹۰	-	۶/۶	۴۸۳۰	-	۳/۲
۱۷	۴	۱۰	۶۶۸۰(غیربهینه)	۱۳۰۵۱	۵۶۵۰	-	×	۵۶۵۰	-	×
۱۸	۴	۱۰	۵۷۹۰(غیربهینه)	۱۵۱۷۴	۵۳۲۰	-	×	۵۳۲۰	-	×
۱۹	۴	۱۰	۵۶۷۰(غیربهینه)	۱۳۶۱۸	۶۴۵۰	-	۱۳/۸	۶۰۲۰	-	۶/۲
۲۰	۴	۱۰	۵۹۵۰(غیربهینه)	۱۴۰۰۴	۵۹۹۰	-	۰/۷	۵۸۵۰	-	۸

مشاهده می‌شود که حل مدل MIP برای مسایل با تعداد محصولات بیشتر به مراتب راحت‌تر از مسایل با همان تعداد متغیردرمدل ریاضی ولی با تعداد محصولات کمتر صورت می‌گیرد. یکی از دلایل این موضوع می‌تواند به دلیل این واقعیت باشد که با افزایش تعداد محصولات مسأله به سمت خطی شدن پیش می‌رود.

در مقایسه بین دو الگوریتم ابتکاری مطرح شده از نظر زمان حل، هر دو الگوریتم بسیار سریع عمل کرده و وضعیت یکسانی دارند. از نظر کیفیت جواب و نزدیکی جواب حاصل از الگوریتم‌ها به جواب بهینه، در بیشتر موارد هر دو الگوریتم جواب‌های یکسان ارایه داده‌اند. از آنجاکه در مواردی هر یک از دو الگوریتم جواب‌های بهتری نسبت به الگوریتم دیگر ارایه کرده است، نمی‌توان قضاوت صریحی نسبت به برتری الگوریتم‌های ابتکاری نسبت به یکدیگر داشت.

نتیجه گیری و تحقیقات آتی

در این مقاله مسأله NP-hard تعیین اندازه انباشتهٔ پویای تک‌مرحله‌ای چندمحصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکان انتقال راه‌اندازی به پریودهای آتی (CLSPSC) مورد بررسی قرار گرفت. از نظر عملی حل مسایل با ابعاد بزرگ بسیار سخت بوده و بدون استفاده از کامپیوترهای بزرگ و بسیار قوی بدست آوردن جواب بهینه مقدور نخواهد بود. حتی بدست آوردن جواب موجه برای این‌گونه مسایل نیز بسیار دشوار است. موارد مذکور انگیزه اصلی در تلاش برای یافتن الگوریتم‌های ابتکاری برای این مسایل شده است، و در این تحقیق دو الگوریتم ابتکاری برای حل این نوع مسایل ارایه شده است.

الگوریتم‌های ابتکاری ارایه شده با آزمایش روی ۲۰ مساله نمونه با حل مدل MIP مورد مقایسه قرار گرفته و کارایی چشمگیر محاسباتی آنها از نظر زمان حل و نیز کیفیت خوب جواب‌ها از نظر نزدیکی به جواب بهینه نشان داده شده است. ارزش الگوریتم‌های پیشنهادی وقتی برجسته‌تر می‌شود که به خاطر داشته باشیم در مورد مسایل با ابعاد نسبتاً بزرگ حتی بدست آوردن جواب موجه نیز NP-hard است.

تحقیقات آتی

از جمله مواردی‌که می‌توان به عنوان کارهای تحقیقاتی تکمیلی برشمرد، بهبود الگوریتم‌ها در جهت

بدست آوردن جـواب‌هـای با کیفیت بهتر و نیز استفاده از ایـده‌هـای مطرح در این الگوریتم‌های ابتکاری برای توسعه روش‌هـای ابـتکاری جدیـد بـرای مسـایل مشابه می‌باشد. عـلاوه بـر ایـن، تعیین شرایطی که هر یک از الگوریتم‌های ابـتکاری مطرح شده بتوانند جواب‌های بهتری را نسبت به الگوریـتم دیگـر ارایـه دهـند نیز می‌تواند از موارد تحقیقی تکمیلی باشد. همچنین استفاده از جواب‌های حاصل از این الگوریـتم‌هـا در الگوریـتم‌هـای جستجوی ابتکاری از قبیل جسـتجوی تـابو، آنیلیـنگ شـبیه سـازی شـده و یـا الگوریـتم‌هـای ژنتـیک بـرای بدسـت آوردن جـواب‌های با انحـراف هـرچه کمـتر از جـواب بهینه موضوعات تحقیقی مطرحـی هسـتند کـه مؤلفیـن مقاله در کارهای آتی خود سعی دارند تا بدانها بپردازند.

مراجع

1 - Florian, M., Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G. (1980). "Deterministic production planning algorithms and complexity." *Management Science*, Vol. 26, PP. 669-679.

2 - Bitran, G. R. and Yanasse, H. H. (1982). "Computational complexity of the capacitated lot size problem." *Management Science*, Vol. 28, PP. 1174-1186.

3 - Maes, J., McClain, J. O. and Van Wassenhove, L. N. (1991). "Multilevel capacitated lot sizing complexity and LP-based heuristics." *European Journal of Operational Research*, Vol. 53, PP. 131-148.

۴ - کریمـی، ب. و فاطمـی قمی، س. م. ت. "طبقه بندی مدل‌ها و روش‌های حل مسایل تعیین اندازه انباشته تک مرحله ای." پذیرفته شده برای چاپ در مجله بین المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۸۱).

5 - Gelders, L. F. and Van Wassenhove, L. N. (1981) "Production planning: a review." *European Journal of Operational Research*, Vol. 7, PP. 101-110.

6 - Debodt, M., Gelders, L. and Van Wassenhove, L. N. (1984). "Lot-sizing under dynamic demand conditions: A review." *Engineering Costs and Production Economics*, Vol. 8, PP. 165-187.

7 - Axsater, S. (1986). "Evaluation of lot-sizing techniques." *International Journal of Production Research*, Vol. 24, PP. 51-57.

8 - Maes, J. and Van Wassenhove, L. N. (1986). "Multi item single level capacitated dynamic lotsizing heuristics: A computational comparison-Part I: static case, and part II: Rolling horizon." *IIE Transactions*, Vol. 18, PP. 114-129.

9 - Ritchie, E. (1986). "A review of lot-sizing techniques for deterministic time-varying demand." *Production and Inventory Management Journal*, Vol. 27, PP. 65-79.

10 - Bahl, H. C., Ritzman, L. P. and Gupta, J. N D. (1987). "Determining lot sizes and resource requirements: a review." *Operations Research*, Vol. 35, PP. 329-345.

11 - Maes, J. and Van Wassenhove, L. N. (1988). "Multi-item single-level capacitated dynamic lot-sizing heuristics: a general review." *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 39, PP. 991-1004.

12 - Baker, K. R. (1990). "Lot-sizing procedures and a standard data set: a reconciliation of the literature." *Journal of Manufacturing and Operations Management*, Vol. 2, PP. 199-221.

13 - Drexl, A. and Kimms, A. (1997). "Lot sizing and scheduling- survey and extensions." *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, PP. 221-235.

14 - Dillenberger, C., Escudero, L. F., Wollensak, A. and Zhang, W. (1994). "On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups." *European Journal of Operational Research*, Vol. 75, PP. 275-286.

15 - Gopalakrishnan, M., Miller, D. M. and Schmidt, C. P. (1995). "A framework for modeling setup carryover in the capacitated lot sizing problem." *International Journal of Production Research*, Vol. 33, PP. 1973-1988.

16 - Haase, K. (1996). "Capacitated lot-sizing with linked production quantities of adjacent periods." *Working paper No. 334, Christian-Albrechts University*.

17 - Sox, C. R. and Gao, Y. (1999). "The capacitated lot sizing problem with setup carry-over." *IIE Transactions*, Vol. 31, PP. 173-181.

18 - Eppen, G. D. and Martin, R. K. (1987). "Solving multi-item capacitated lot sizing problems using variable redefinition." *Operations Research*, Vol. 35, PP. 832-848.

19 - Wagner, H. M. and Whitin, T. M. (1958). "A dynamic version of the economic lot size model." *Management Science*, Vol. 5, PP.89-96.

20 - Dixon, P. S. and Silver, E. A. (1981). "A heuristic solution procedure for the multi-item, single level, limited capacity, lot sizing problem." *Journal of Operations Management*, Vol. 21, PP.23-40.

21 - Dogramaci, A., Panayiotopoulos, J. C. and Adam, N. R. (1981). "The dynamic lot-sizing problem for the multiple items under limited capacity." *AIIE Transactions*, Vol. 13, PP. 294-303.

22 - Groff, G. K. (1979). "A lot sizing rule for time-phased component demand." *Production and Inventory Management*, Vol. 20, PP. 47-53.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1 – Capacitated Lot Sizing Problem With Setup Carry-Over

2 – Mixed Integer Programming Model

3 - Capacitated Lot Sizing Problem

4 – Fix-And Relax Partial Enumeration

5 – Backward Oriented Heuristic

6 – Look-Ahead Mechanism