مدل سازی زمان‌بندی خدمه در راه آهن و حل ابتکاری با الگو سازی محدودیت ها

محمد مهدی سپهری

استادیار بخش مهندسی صنایع - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه تربیت مدرس

عباس حاجی فتحعلی ها

دانشجوی دکتر ی مهندسی صنایع - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت ۸۰/۴/۱۸ ، تاریخ تصویب ۸۰/۱۰/۱)

چکیده

در این مقاله مسأله زمان‌بندی خدمه راه‌آهن با مطالعه موردی راه‌آهن ایران مورد بررسی قرار گرفته و با اطلاعات واقعی مسأله زمان‌بندی رؤسای قطارهای مسافری حل شده‌اند. برای حل این مسأله نخست شبکه‌ای از تقدم و تأخر فعالیتها در قالب سویه‌های وظیفه و انتقال در حالت چندقرارگاهی طراحی شده است. سپس، روش جدیدی برای مدل سازی ریاضی بیان شده که می‌تواند پاسخگوی حل بهینه مسائل در اندازه‌های کوچک تا متوسط باشد. برای حل مسائل واقعی که در اندازه بزرگ هستند، یک الگوریتم ابتکاری که روش الگوسازی محدودیت‌ها نامیده شده، توسعه داده شده است. با اطلاعات برنامه حرکت قطارهای مسافری ایران و برآورد پارامترهای هزینه‌ای، تعدادی مسأله در اندازه‌های مختلف طرح شده که حل بهینه برخی از آنها با استفاده از روش انشعاب و تحدید بدست آمده‌اند. روش حل ساده سازی شده و حل از طریق الگوسازی محدودیت ها نیز ارائه گردیده‌اند که جوابهای بدست آمده از این دو روش با حل بهینه مقایسه شده‌اند. در پایان نشان داده شده است که در مقایسه با روش فعلی زمان‌بندی رؤسای قطارهای مسافری در راه‌آهن ایران بکارگیری روش الگوسازی محدودیت ها در حل مسأله واقعی توانسته است ضمن بهبود کیفیت جوابها، صرفه‌جویی قابل توجهی را ایجاد کند.

واژهای کلیدی : زمان بندی خدمه، مدل سازی ریاضی، راه آهن، روش ابتکاری، الگوسازی منطقی محدودیتها

شرح مسأله و تعاریف

تعیین زمان انجام خدمات توسط کارکنان یا زمان بندی خدمه در مدیریت شبکه های بزرگ حمل و نقل مانند راه آهن، اتوبوس رانی و خطوط هوایی بخشی از فعالیت های برنامه ریزی است که بین مراحل زمان بندی وسایل نقلیه و جدول نوبت کاری خدمه قرار دارد [۱ و ۲]. شرح جایگاه زمان بندی خدمه در برنامه‌ریزی حمل و نقل در مرجع [۳] آورده شده است که در این مقاله نیز مفاهیم و تعاریف شرح داده شده در همین مرجع مورد استفاده قرار گرفته است.

نخست، به بیان برخی از تعاریف و اصطلاحات پرداخته می‌شود. در نظر بگیرید که در یک دوره زمانی معین، زمان‌بندی حرکت قطارها داده شده است و در هر قطار تعدادی خدمه ارائه خدمت می‌نمایند. این ارائه خدمت خدمه به عنوان مأموریت آنها از ایستگاههای خاصی به نام قرارگاه در زمانی معین شروع شده، در یک توالی از قطعه مسیرهای معلومی ادامه یافته و سپس به همان قرارگاه ختم می‌شود. هر قطعه مسیر به وسیله فاصله زمانی و مکانی بین دو ایستگاه مشخص می‌شوند. خدمه می‌توانند در هر یک از این ایستگاههای خاص مشخص کننده ابتدا و انتهای یک قطعه مسیر سوار و یا پیاده شده و ارائه خدمت خودرا به عنوان یک وظیفه در قطعه مسیر آغاز کرده و یا پایان دهند. به عبارت دیگر، در چنین ایستگاههای خاص امکان تعویض خدمه وجود دارد که اصطلاحاً این نوع ایستگاهها را ایستگاهها یا نقاط ترخیص می‌نامند. ممکن است خدمه‌ای به منظور ارائه خدمت و انجام وظیفه در قطعه مسیر بعدی از مأموریتش، به وسیله قطار یا هر طریق دیگر از یک ایستگاه ترخیص یه یک ایستگاه ترخیص دیگر، بدون ارائه خدمت در طول

جابجایی، انتقال یابد. این جابجایی که عموماً با تحمل هزینه هایی همراه است، انتقال نامیده می‌شود.

با توجه به تعاریف فوق، زمان‌بندی خدمه در راه آهن تعیین برنامه زمانی مأموریت های خدمه راه آهن با حداقل هزینه است که ضمن پوشش دادن تمام وظیفه ها، همراه با رعایت زمان‌بندی حرکت قطارها، هر مأموریت از یک قرارگاه شروع شده و پس از طی زنجیره‌ای از وظیفه ها و انتقال ها به همان قرارگاه ختم شود. لذا، برنامه زمانی هر مأموریت در برگیرنده زمان ابتدا و انتهای هر وظیفه و هر انتقال تشکیل دهنده آن مأموریت است. شکل(۱) ساختار شماتیک یک مأموریت فرضی در زمان‌بندی خدمه راه‌آهن را نشان می‌دهد. در این شکل ملاحظه می‌شود که یک مأموریت از قرارگاه k شروع و پس از انتقال به ایستگاه ترخیص S_8 از طریق انجام وظیفه i به j به ایستگاه S_5 می‌رسد؛ مسیر مأموریت با انجام وظیفه‌ها و انتقال‌ها ادامه یافته تا سرانجام در قرارگاه k' که در واقع همان قرارگاه k است، خاتمه می‌یابد. هر ایستگاه ترخیص می‌تواند نقاط ترخیص چندین قطار باشد. به طور مثال، نقاط ترخیص l، n و p در شکل (۱)، همگی در ایستگاه ترخیص S_1 واقع شده‌اند. در بعضی مواقع یک انتقال می‌تواند در یک ایستگاه ترخیص انجام شود. یعنی انتقال مجازی انجام می شود که زمان انتقال و هزینه انتقال صفر دارد. ایستگاه ترخیص S_1 در شکل (۱) نشان دهنده چنین حالتی به وسیله نقاط ترخیص n و p می‌باشد.

یک نمودار برنامه ریزی حرکت قطارها که نمودار مسافت - زمان نامیده می شود، در شکل(۲) نشان داده شده است. برنامه ریزی حرکت قطارهای مسافربری با توجه به ظرفیت ترابری، مسیر ریلی و تقاضای بازار برای مدت زمان طولانی انجام می‌شود و معمولاً فصلی است؛ ولی برای ایام خاص نظیر تعطیلات سالانه، برنامه ریزی های جداگانه ای انجام می شود. در شکل(۲) فرض شده است در بین دو شهر مبدأ و مقصد ۶ ایستگاه وجود دارند که S_1 و S_8 به ترتیب شهرهای مبدأ ومقصد هستند. در این شکل سه قطار رفت از S_1 به S_8، قطارهای T_1 تا T_3 و سه قطار برگشت، قطارهای T'_1 تا T'_3، در طی مدت ۱۲ ساعت عبور کرده‌اند. شیب خطوط مورب نشان دهنده سرعت حرکت قطار و خطوط افقی نشان دهنده توقف ها در هر ایستگاه می باشد. برای توضیح بیشتر در مورد مسأله زمان‌بندی حرکت قطارها و حداقل کردن توقف‌های ناشی از تلاقی قطارها به مرجع [۴] مراجعه شود. نمودار مسافت - زمان به عنوان اطلاعات ورودی برای زمان‌بندی خدمه محسوب می‌شود. شکل(۲) را با در نظر گرفتن نقاط ترخیص می توان به صورت شکل(۳) نشان داد. این شکل هم یک نمودار مسافت - زمان است که در آن شیب خط های مورب نشان دهنده میانگین سرعت برای طی مسیر بین دو نقطه ترخیص است.

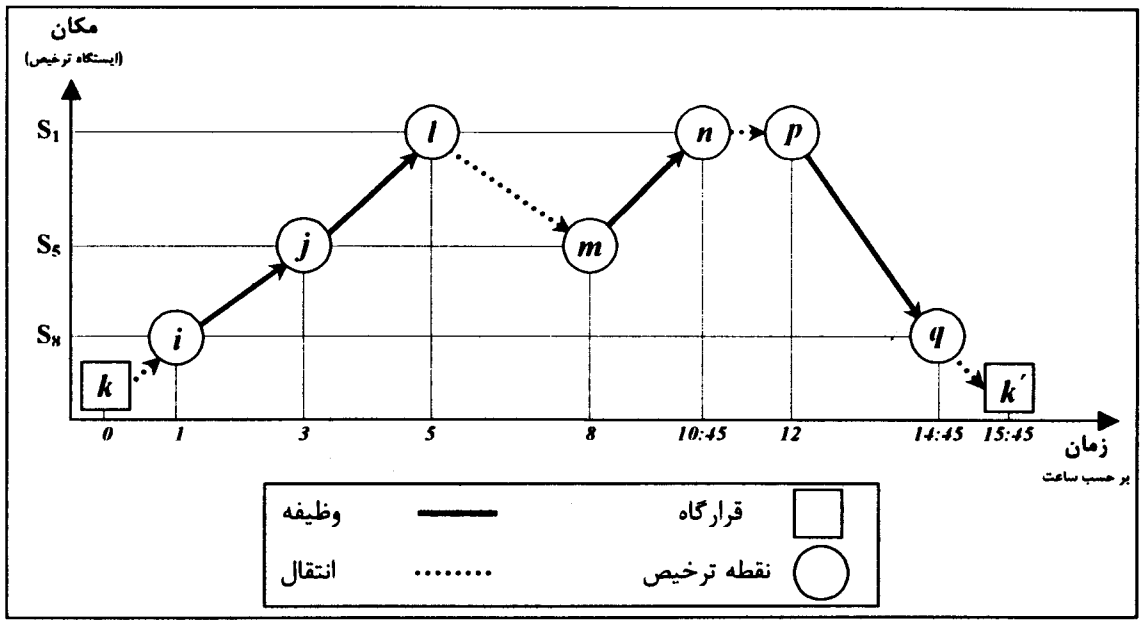
هر خط مورب نشان دهندهٔ یک وظیفه است که در مأموریت ها باید پوشش داده شود و نشان می‌دهد که یک وظیفه در چه زمانی و از چه ایستگاهی شروع و در چه ایستگاهی خاتمه می یابد. خطوط افقی نیز میزان زمان توقف یا انتظار یک قطار/خدمه را در ایستگاه‌های ترخیص نشان می دهد.

بررسی سوابق حل مسأله زمان‌بندی خدمه

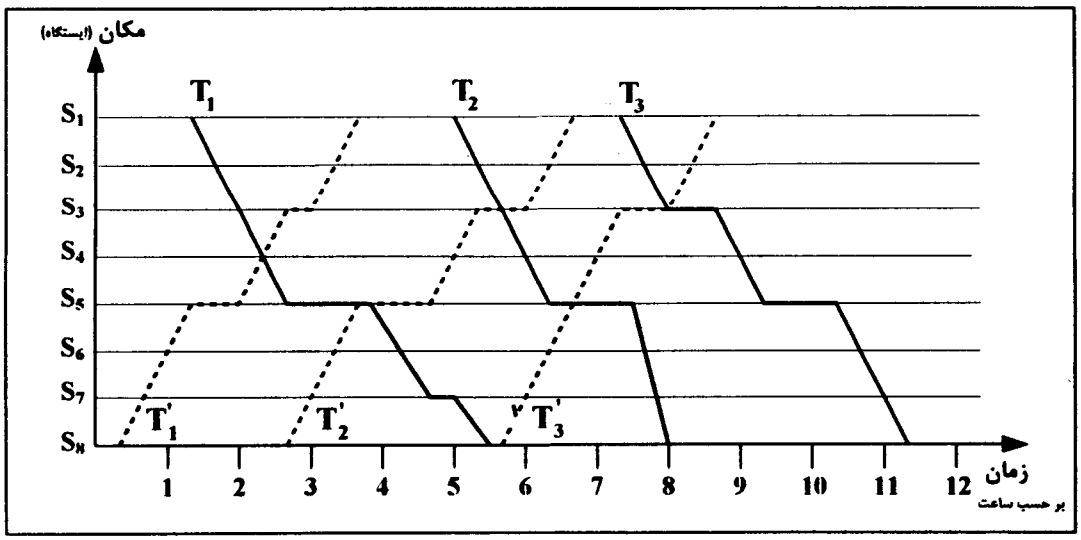
مسأله زمان‌بندی خدمه که به اختصار CSP نامیده می‌شود مانند عموم مسائل برنامه ریزی از نوع بهینه‌یابی ترکیبی هستند. یعنی حل کامل آنها به صورت جامع به دلایل متعددی به صرفه یا امکان پذیر نیست [۵]. از جمله مشخصات اصلی این مسائل عبارتند از:

- فضای جستجو یا ابعاد مسأله به صورت نمایی با توجه به اندازه مسأله بزرگ می‌شود.
- قواعد بسیاری در عمل وجود دارند که محدودیت ها را زیاد و پیچیده می کنند.
- تعداد حل های ممکن برای مسأله زیاد است که بر اساس معیارهای بهینه سازی باید بهترین آن را انتخاب نمود.

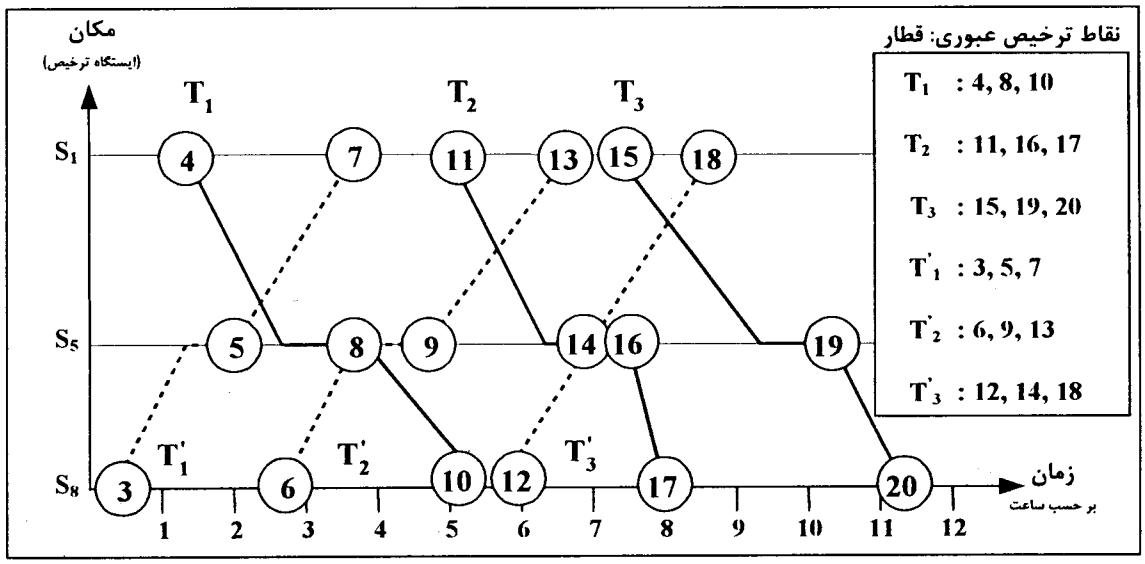
مسایل زمان‌بندی در حیطه‌های گوناگونی مطرح شده‌اند که از جمله می‌توان به زمان‌بندی کلاسها، زمان‌بندی امتحانات، زمان‌بندی کارهای نوبت‌کاری و همچنین زمان‌بندی تورها [۱۹ و ۲۵] و نیز زمان‌بندی پرستاران بیمارستان‌ها [۲۲] اشاره کرد. مقالات منتشره در زمینه زمان‌بندی خدمه عمدتاً به خطوط هوایی اختصاص دارد. احتمالاً این امر به علت اهمیت زمان‌بندی خدمه در خطوط هوایی، به دلیل گران بودن خدمه و جابجائی های



شکل ۱ : نمایش یک مأموریت فرضی در زمان بندی خدمه راه آهن.



شکل ۲ : نمونه نمودار مسافت - زمان بین دو ایستگاه S_1 و S_N.



شکل ۳ : مثالی از برنامه حرکت قطارها بین نقاط ترخیص.

خدمه و همچنین اهمیت رعایت استانداردهای بالاتر کیفیت زندگی کاری می باشد. در بعضی از این مقالات، مدل های ارائه شده با اطلاعات واقعی مورد سنجش قرار گرفته و اظهار شده که بکارگیری مدل های مزبور توانسته است صرفه‌جویی‌های کلانی را ایجاد کند. برای مثال در صنعت هوایی امریکا که متجاوز از ۱/۳ میلیار دلار در سال صرف هزینه خدمه پرواز می شود، انبیل و همکاران [۶] نشان داده‌اند که با بهبود مدل زمان‌بندی خدمه توانسته‌اند سالانه ۲۰ میلیون دلار صرفه جویی در این صنعت ایجاد کنند.

رویکرد های متفاوتی برای حل مسائل زمان‌بندی خدمه بکار گرفته شده است. از جمله روش‌های حل قطعی مانند برنامه ریزی عدد صحیح با روش تولید ستون در مقالات [۷ و ۸] و همچنین روش شاخه و برش در مقاله [۹] ارائه شده‌اند. فرایبرگ و هاسه [۷] توانسته‌اند با درنظر گرفتن تنها ۱۰سفر مسأله زمان‌بندی خدمه و وسیله نقلیه را با رویکرد تولید ستون حل کنند و برای ۳۰سفر لازم بوده است به ساده سازی مسأله پرداخته و سپس با روش شاخه و حد مسأله را حل نمایند. بیسلی و کائو [۱۰] با برنامه ریزی پویا مسائل زمان‌بندی خدمه را توضیح داده‌اند. آنها در مقاله خود ضمن ارائه مدل عمومی زمان‌بندی خدمه یک حد پایین برای مسأله پیدا کرده و سپس با روش شاخه و کران به حل مسأله پرداخته‌اند. با این روش ادعا شده است که مسائل با تعداد وظایف بزرگ می توانند جواب بهینه داشته باشند.

در بیشتر مقالاتی که روش حل قطعی ارائه کرده‌اند، از روش تولید ستون برای ساختن یک مجموعه اولیه از زمان‌بندی های شدنی استفاده کرده و سپس با فرموله کردن مسأله به صورت برنامه ریزی عدد صحیح به صورت افراز مجموعه ای یا پوشش مجموعه ای آن را حل کرده‌اند. روش های ابتکاری و فوق ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع برای حل مسائل زمان‌بندی خدمه نیز مطرح شده‌اند. لارنکو و همکاران [۲] CSP را برای زمان‌بندی رانندگان اتوبوس با داده های واقعی و با استفاده از روش‌های الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع حل کرده و آن را با روش برنامه ریزی خطی ساده سازی شده مقایسه کرده‌اند. لوین [۱۱] برای زمان‌بندی خدمه خطوط هوایی الگوریتم ژنتیک را بکار گرفته و با داده های ۴۰ مسأله واقعی، به نیمی از آنها به جواب رسیده است. وی در مقایسه الگوریتم های ژنتیک هیبرید، شاخه و برش، و شاخه وحد، نتیجه گرفته است که الگوریتم شاخه و برش بسیار بهتر و الگوریتم شاخه و حد بهتر از الگوریتم ژنتیک هیبرید در حل ۴۰ مسأله فوق عمل کرده‌اند.

در مقایسه با مقالاتی که برای زمان‌بندی خدمه پرواز در خطوط هوایی ارائه شده، برای زمان‌بندی خدمه قطار تحقیقات کمتری انجام شده است. یکی از دلایل موضوع

آن است که مدل های زمان‌بندی خدمه برای راه آهن در شرایط خاصی که خطوط ریلی در هر کشور دارند، متفاوت است و مدل های عمومی کمتر توسعه یافته‌اند؛ بنابراین مدل هایی که در مقالات ارائه می‌شوند برای شرایط خاص مناسب می باشند. ارنست و همکاران [۱۲] در مقاله خود این موضوع را شرح داده و توضیح داده‌اند که مقالات ارائه شده برای مسائل زمان‌بندی خدمه در راه آهن مدل های خود را بیشتر برای خطوط راه آهن اروپایی مطرح کرده‌اند. خطوط راه آهن اروپا به دلیل کوچک بودن این کشور ها عموماً مسیرهای کوتاه با شبکه هایی متصل به هم هستند، در حالیکه خطوط راه آهن کشورهایی مانند استرالیا و ایران دارای مسیرهای طولانی می باشد. تعدادی از مقالاتی که به صورت خاص به زمان‌بندی خدمه در راه آهن پرداخته‌اند با شرح مختصری از آنها در ادامه بررسی خواهند شد.

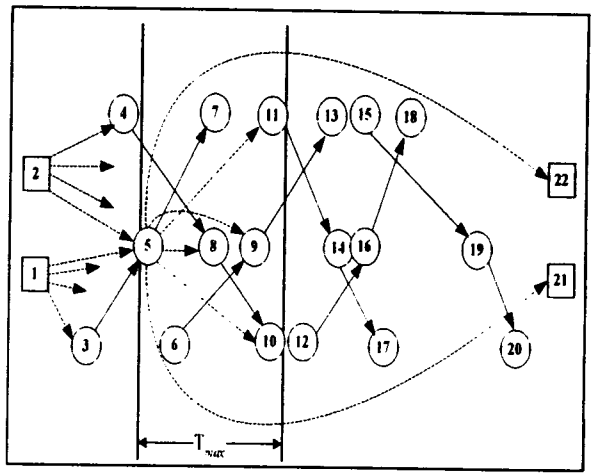
کاپرارا و همکاران [۱۳] مسأله زمان‌بندی خدمه و نوبت کاری را توأم مطرح کرده و با شرایطی که برای راه‌آهن ایتالیا وجود دارد مسأله را به صورت برنامه ریزی عدد صحیح مدل سازی ریاضی کرده‌اند. سپس، با ساده سازی این مدل و حل آن یک حد پایین برای مسأله پیدا کرده و بر اســـاس آن یک روش ابتکاری جستجو برای بهبـــود را بکار گرفته‌اند. روش ایشان برای تولید جدول نوبت کاری در ۳۶ مسأله که راه آهن ایتالیا به صورت مسابقه طرح کرده بود، حائز رتبه نخست بین شرکت کنندگان شده است.

چو و چن [۱۴] زمان‌بندی خدمه را برای خدمه خطوط ریلی مسافربری هنگ کنگ در نظر گرفته و مدعی شده‌اند یک زمان‌بندی امکان پذیر برای خدمه که بهتر از روش های دستی بکار گرفته شده قبلی در خطوط ریلی هنگ کنگ است، با در نظر گرفتن مسائل انسانی و امکان اعمال نظرات به صورت دستی به دست آورده‌اند. ارنست وهمکاران [۱۲] شبکه راه آهن استرالیا را که مشابهت زیادی با شبکه راه آهن ایران دارد، در نظر گرفته و با توجه به مقررات و استانداردهای کیفیت کاری، مسأله زمان‌بندی خدمه را به صورت یک مسأله برنامه ریزی عدد صحیح مدل سازی کرده‌اند. سپس، آنها تکنیک هایی چون صفحات برش وتولید ستون را در روش شاخه وحد بکاربرده و نتایج محاسبات آنها نشان داده است که هنوز نمی توان روش ارائه شده را برای مسائل با اندازه بزرگ بکار برد. در روش بکار گرفته شده نیاز به یک حل اولیه وجود داشته است که با استفاده از روش تنس زدایی شبیه سازی شده حل اولیه مناسب را تولید کرده‌اند. اســـتفاده از این روش را در مقاله ارنست و همکاران [۱۵] می‌توان ملاحظه کرد. آنها عنوان کرده‌اند یافتن هر مأموریت یا سفر گردشی (که خدمه آن از قرار گاهی که محل زندگی خدمه است شروع به انجام فعالیت کرده و به همان قرارگاه بازگردد) در سفرهای طولانی آنقدر زیاد نیست که نتوان به طور کامل آنها را شمارش و ذخیره نمود. لذا مجموعه کاملی از سفر های گردشی را با توجه به قوانین و مقررات تولید کرده، سپس با استفاده از این مجموعه و یک جواب اولیه تصادفی، به حذف و داخل کردن سفرهای گردشی و جابجایی آنها طبق الگوریتم تنش زدایی شبیه سازی شده پرداخته‌اند.

بررسی مقالاتی که به زمان‌بندی خدمه در راه آهن پرداخته، نشان می دهد که مدل سازی و روش های حل وابستگی زیادی به مقررات و مفروضات آنها داشته است. ساده سازی هایی که برای حل این مسائل صورت می‌گیرد نیز وابسته به شرایط خاص شبکه راه آهن مورد بررسی است. لذا، مناسب به نظر می‌رسد که زمان‌بندی خدمه در راه آهن ایران را باید با توجه به شرایط خاص خود بررسی کرد و روش حل ارائه نمود.

تعریف مسأله به صورت یک شبکه

بـرای حـل مسـأله زمـان‌بندی خدمه آن را به صورت یـک شـبکه سـاخته ایم که این شبکه مبنای مدل سازی و روش هـای حلـی خواهـد بـود کـه در این مقاله به آن می پـردازیم. در شـکل (۳) اگر نقاط شروع و ختم هر وظیفه را شـماره گـذاری کرده و هر یک از آنها را یک گره در شبکه در نظـر گرفـته شـود، سـویه (کمان) های وظیفه در شبکه سـاخته خواهـد شـد. بـه تعداد قرارگاهها نیز گره هایی در ابـتدای شـبکه در نظـر گرفـته و بـا فـرض ایـن کـه تعداد قـرارگاهها K عدد باشد، شماره گذاری گره ها را به ترتیب وقوع زمانی آنها انجام می دهیم. به تعداد K گـــره نیز در انـتهای شـبکه قـرار خواهـیم داد که آنها را قرارگاه متناظر



شکل ٤: نمونه ای از شبکه ساخته شده برای مسأله زمان‌بندی خدمه.

مـی نامـیم. ایـن قـرارگاهها یـک بـه یک نظیر قرارگاههای ابـتدای شـبکه هستند و اگر تعداد گره ها N باشد، متناظر با هر قرارگاه ابتدای شبکه به شماره k، یک قرارگاه متناظر k^* در انتهای شبکه با شماره $K + N + k$ خواهیم داشت.

از هـر گـره تعـریف شـده، سویه های انتقال به سایر گـره هـا می توانند تعریف شوند. این به مفهوم آن است که پس از رسیدن به هر گره، انتخاب های متعددی برای رفتن بـه یـک گره دیگر وجود دارد. با ترسیم این سویه‌ها، بنا به مفروضاتی منطقی، سویه های نا ممکن یا غیر قابل استفاده را جهـت سادگی کار با شـبکه خذف خواهیم کرد. در شکل (۴) نمونـه‌ای از شـبکه زمـان‌بـندی خدمـه کـه سویه های وظـیفه شـکل(۳) در آن وارد شده‌اند را با دو قرارگاه نشان داده ایـم و فقـط برای گره شماره 5 سویه های انتقال لازم ترسـیم شده‌اند. در شکل (۴) قرارگاه 21 متناظر قرارگاه 1 و قرارگاه 22 متناظر قرارگاه 2 است.

مشخصـه هـای سـویه هـا بـرای سویه های وظیفه و انـتقال کـه در شـکل (۴) بـه ترتیب با خطوط پر و خطوط خط‌چین نشان داده شده‌اند، به قرار زیر تعریف می‌شوند.

برای هر سویه وظیفه بین دو گره i و j در شکل(۵) یک زمان شروع، ST_{ij}، یک زمان ختم، ET_{ij}، و یک زمان توقف در ایستگاه j ، DT_{ij}، را خواهیم داشت. به این ترتیب زمان هر سویه (i, j)، T_{ij} ، قابل محاسبه خواهد شد.

$$T_{ij} = DT_{ij} + (ET_{ij} - ST_{ij})$$

(۱)

مشخصـه هـای سـویه های وظیفه از برنامه حرکت وسایل نقلـیه بـه دسـت می آید و جزو داده های ورودی هستند و اگـر شـماره ایسـتگاه و همچنین هزینه آن سویه نیز اضافه شود، مشخصه های هر سویه وظیفه کامل شده است.

همانند سویه های وظیفه، مشابه مشخصه های فوق نیز برای سویه های انتقال وجود دارند که لازم است محاسبه شوند. در صورت ممکن بودن انتقال بین ایستگاه‌های مختلف، یک زمان انتقال و یک هزینه انتقال وجود دارند. این زمان و هزینه را می توانیم برای انتقال بین گره‌هایی که بین آنها سویه انتقال تعریف می شوند نسبت دهیم که آنها را برای سویه انتقال (j, l) در شـکل (۵) به ترتیب TT_{jl} و CT_{jl} می نامیم. حال برای هر سویه انتقال می‌تواند مشخصه‌های زمانی محاسبه شود. برای سویه انتقال (j, l) زمان شروع آن برابر با زمان ختم سویه وظیفه قبلی است.

$$ST_{jl} = ET_{ij}$$

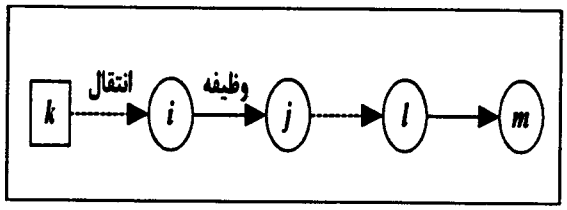
(۲)

اگر سویه وظیفه ماقبل وجود نداشته باشد، این سویه

انتقال از یکی از قرارگاهها شروع شده است؛ در این صورت زمان شروع این سویه، (k, i) در شکل(۵)، به صورت زیر محاسبه می شود.

$$ST_{ki} = ST_{ij} - TT_{ki}$$

(۳)



شکل ٥: تعریف مشخصه های سویه های انتقال و وظیفه.

زمـان خـتم هـر سویه انتقال نیز برابر زمان شروع به اضافه زمان انتقال بین دو گره آن سویه است.

$$ET_{jl} = ST_{jl} + TT_{jl}$$

(۴)

زمـان توقـف یـا انـتظار در گره انتهایی هر سویه انتقال نیز برابـر تفاوت زمان شروع سویه وظیفه بعد از سویه انتقال با زمان ختم سویه انتقال است.

$$DT_{jl} = ST_{lm} - ET_{jl} \quad (۵)$$

اگـر سـویه وظـیفه بعـدی وجود نداشته باشد به معنی این اسـت که سویه انتقال به قرارگاه متناظر ختم می شود؛ لذا، زمـان انـتظار برابر صفر خواهد بود. برای سویه های انتقال، T_{jl} نیز از رابطه (۱) قابل محاسبه است.

حـال به چگونگی کاهش سویه‌های انتقال می‌پردازیم. از آنجـا کـه ترسـیم و حـل مسـائل بر اساس این شبکه به دلـیل تعداد زیاد سویه های انتقال خصوصاً با مسائل بزرگ بسیار پیچیده خواهد بود، با تدوین قواعدی منطقی که بکار گرفـته ایـم تعداد سویه های انتقال کاهش داده شده است. این قواعد به شرح زیر هستند:

الف : هر سویه انتقال رو به عقب حذف می شود. چون ما ترتیب شماره گذاری گره‌ها را به ترتیب وقوع زمانی آنها انجام داده ایم، پس هر سـویه انتقال (i, j) که $i > j$ باشد حذف می‌شود.

ب : هـر سـویه انـتقال کـه از نظر عملیاتی و اجرایی امکان جابجایـی خدمـه بـرای آن وجود نداشته باشد، حذف می‌شود.

ج : اگـر حـد مجاز طول هر مأموریت را T_{max} بنامیم، هر سـویه انـتقال (i, j) که T_{ij} آن بیش از T_{max} باشد حـذف مـی شود. برای حذف بیشتر سویه های انتقال مـی تـوان زمـان سـویه وظـیفه مـا قبل را هم به T_{ij} اضـافه کـرد. در شـکل (۴)، T_{max} برای گره 5 نشان داده شده است.

د : هـر سویه انتقال (i, j) که زمان ختم آن بیش از زمان شروع سویه فعالیت بعدی باشد، یعنی T_{ij} آن منفی باشد، حذف می شود.

هـ : هر سویه انتقال (i, j) که DT_{ij} آن بیش از زمان مشخصی باشد، حذف می شود. با مسائلی که حل کرده ایم مشخص شده است که سویه هایی که زمان توقف آنها از TW بیشتر بوده استفاده نمی شوند. TW زمان مطلوب برای هر مأموریت است.

و : از گره های ابتدایی هر مسیر (گره هایی که ما قبل آنها سـویه وظـیفه وجـود ندارد) سویه انتقال خارج شده حـذف می شود (غیر از قرارگاه های ابتدای شبکه). بـه عـبارت دیگـر، هـیچگاه دو سـویه انـتقال متوالی استفاده نمی‌شوند.

ز : به گره های انتهایی هر مسیر (گره هایی که بعد از آنها سویه وظیفه ای وجود ندارد) هیچ سویه انتقالی وارد نمی‌شود (غیر از قرار گاه‌های انتهای شبکه).

با قواعد فوق تعداد سویه های انتقال بَه شدت کاهش مـی یـابد بـه طوری که در یک مسئله واقعی با ۷۰۰ سویه وظیفه، در ابتدا تعداد سویه های انتقال پس از اعمال قواعد الف و ب حدود ۵۰۰ هزار سویه خواهد بود و با اعمال سایر قواعدکـاهش، ایـن تعـداد بـه حدود ۱۴ هزار سویه خواهد رسـید. البـته ایـن کاهش بستگی به طول زمان سویه های وظیفه، طول زمان برنامه ریزی، T_{max} و تعداد قرارگاهها و زمان انتقال بین ایستگاهها دارد.

رویکرد جدید برای مدل سازی ریاضی

مسأله زمانبندی خدمه به صورت عمومی در اکثر مقالات در قالب یک مسئله پوشش مجموعه‌ای یا افـــــراز مجموعه‌ای به شرح زیر مطرح شده است.

$$(P1): \ Min \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \quad (۶)$$

Subject to:

$$AX = e_m \quad (۷)$$

$$X_j \in \{0,1\} \ \forall j = 1, 2, \ldots, n \quad (۸)$$

به طوری که e_m یک بردار ستونی شامل m عدد برابر 1 است و n تعداد مأموریتهای موجه در نظر گرفته شده برای مسأله می باشد. A یک ماتریس $m \times n$ است که هر سطر آن مربوط به یک وظیفه I و هر ستون آن مربوط به ماموریت j خواهد بود. هر درایه ماتریس A نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر وظیفه i در مأموریت j قرار گیرد،} \\ 0 & \text{در غیر این صورت.} \end{cases}$$

X_j ، متغییر تصمیم‌گیری مسأله، برابر 1 است اگر مأموریت j جزو جواب مسأله باشد و در غیر این صورت برابر صفر است. C_j نیز معادل هزینه استفاده از مأموریت j در نظر گرفته شده است. اگر علامت تساوی در محدودیت (۷) به علامت بزرگتر یا مساوی تبدیل شود ، مسأله پوشش مجموعه‌ای خواهد بود.

یک مسأله واقعی متشکل از ۸۰۰ سویه وظیفه می‌تواند دربرگیرنده تعداد خیلی زیادی مأموریتهای موجه بوده که این تعداد بالغ بر دهها میلیون عضو است؛ ولی، در مقالات معمولاً یک مجموعه کوچکتر، کمتر از ۱۵۰ مأموریت، در نظر گرفته شده است [۹ و ۱۱]. در نظر گرفتن تعداد کمی از مأموریتهای موجه از احتمال بهینه بودن جواب خواهد کاست، یافتن روشهایی که مأموریتهای موجه خوبی بتواند تولید کند نیز پیچیده و مشکل خواهد بود. در نظرگرفتن این موضوع، خصوصاً هنگامی که مسأله به صورت چند قرارگاهی باشد، ابعاد مسأله را بسیار بزرگ خواهد کرد. در حالت کلی در نظر گرفتن کلیه مأموریتهای موجه در صورت‌بندی مدل ریاضی، تعداد متغیرها را زیاد خواهد کرد. در این صورت، متغییر تصمیم‌گیری بر اساس سویه‌های استفاده شده در هر مأموریت که از هر قرارگاه شروع می‌شود، لازم است به صورت X_{ij}^{k} تعریف شود که در این متغیر I شماره سویه، j شماره مأموریت و k شماره قرارگاه خواهد بود. همچنین، در حالت کلی مهمترین محدودیتهای مسأله شامل محدودیت منطق شبکه برای برابر بودن سویه های ورودی و خروجی به یک گره، طول زمان هر مأموریت و متعادل کردن طول زمان مأموریتها و پوشش کلیه سویه های وظیفه است که تعداد محدودیتهای مسأله را بسیار بالا خواهد برد. در این مقاله روش جدیدی برای صورت‌بندی ریاضیCSP ارائه شده است که با در نظر گرفتن چند قرارگاه و تعیین مأموریتها در بطن مدل ریاضی ابعاد مسأله را کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌دهد. برای مقایسه این کاهش، یکی از مسائلی که تحت عنوان CSP80 نامگذاری شده است در نظر می گیریم. این مسأله دارای ۱۴۰ سویه وظیفه، ۱۰۹۱ سویه انتقال و ۳ قرارگاه است. در حالت کلی تعداد متغییرهای تصمیم‌گیری برابر خواهد بود با :

۵۱۷۰۲۰ = تعدادقرارگاه × تعدادمأموریتهای موجه× تعداد کل سویه ها

که تعداد مأموریتهای موجه حداقل برابر تعداد سویه های وظیفه خواهد بود. تعداد محدودیتهای چنین مسأله‌ای فقط برای محدودیت منطق شبکه برای این مسأله که۲۲۰ گره دارد برابر خواهد بود با :

۹۲۴۰۰ = تعداد قرارگاهها×تعداد مأموریتهای امکان پذیر× تعداد گرهها

در حالی که با روش جدید ارائه شده تعداد متغییرهای تصمیم‌گیری با مجموعه هایی که تعریف خواهد شد برای مسأله فوق برابر می شود با :

۳۹۰۲۲۷ = تعداد اعضای مجموعه B × تعداد سویه ها

و تعداد محدودیتها نیز با تنها محدودیت یاد شده برابر خواهد شد با :

۱۲۰۴۶ = حداکثرتعداد $N(B_{kl})$ × تعداد اعضای مجموعهB

نحوه ساختن مجموعه‌های B و $N(B_{kl})$ در ادامه تشریح خواهد شد ولی متذکر می‌شود که تعداد اعضای این مجموعه ها برای مسأله CSP80 به ترتیب برابر ۳۱۷ و ۳۸ محاسبه شده است. ملاحظه می شود برای این مسأله تعداد محدودیتها حدود ۷/۵ برابر کاهش پیدا کرده و تعداد متغیر های مسأله نیز حدود ۲۵ درصد کاهش نشان می دهد.

با توجه به شبکه ترسیم شده، مدل ریاضی مسأله به صورت یک مدل برنامه ریزی خطی صفر و یک تعریف می‌شود که اجزای آن به قرار زیر هستند.

تابع هدف

تابع هدف ترکیبی خطی از چند جمله است که این جملات عبارتند از :

هزینه زمان هر مأموریت : که شامل هزینه انجام سویه های وظیفه و سویه های انتقال در هر مأموریت است.

هزینه انتقال : برای استفاده از سویه های انتقال، هزینه ای برای انتقال خدمه بین ایستگاه‌هایی بین دو گره شروع و ختم سویه، در نظر گرفته شده است.

هزینه اضافه‌کاری : در صورتی که طول زمان هر مأموریت از زمان مطلوب هر مأموریت، TW، بیشتر شود، به آن جریمه یا هزینه اضافه کاری تعلق می‌گیرد.

جریمه کم کاری : در صورتی که طول زمان مأموریت از زمان مطلوب در نظر گرفته شده کمتر شود این

هزینه تعلق می‌گیرد. این جریمه و هزینه اضافه کاری نوعی هدف گذاری برای طول زمان مأموریت است تا زمان مأموریت ها حتی الامکان متعادل شوند.

هزینه اقامت : در صورتی که زمان انتظار یا توقف در یک ایستگاه ترخیص برای شروع فعالیت بعدی بیش ازحد مشخصی باشد، هزینه بیتوته یا اقامت به مأموریت ها تعلق می گیرد. این حد زمانی می تواند برای شب و روز متفاوت باشد ولی در این مقاله یکسان در نظر گرفته شده است.

هزینه تعویض قطار : خدمه ای که در یک مسیر حرکت قطار سوارشده‌اند، مطلوب تر است که در ادامه همان مسیر انجام وظیفه نمایند. به عبارت دیگر، تعویض خدمه در مسیر حرکت یک قطار مطلوب نیست و جریمه ای که آن را هزینه تعویض قطار نامیده‌ایم به هر بار سوار شدن به قطار تعلق می گیرد. در صورت مشهود نبودن این جریمه، می‌توان از طریق محاسبه عوامل اثرگذار، معادل هزینه ای آن را محاسبه نمود.

محدودیت ها

محدودیت های زیر در مدل در نظر گرفته می شوند.

این محدودیت ها در عمل می توانند ساده سازی شده یا محدودیت های دیگری نیز در نظر گرفته شوند. ما در این مدل محدودیت های اصلی را در نظر گرفته ایم؛ هرچند برخی دیگر محدودیت ها مانند تعطیلات هفتگی و حداقل زمان استراحت یا توجه به نوع خدمه برای هر مأموریت و یا تعداد خدمه موجود در هر قرارگاه را می توان در مدل نوبت کاری جهت اختصاص مأموریت ها به خدمه در نظر گرفت. اگر چه برخی از این محدودیت ها به سادگی می توانند در مدل وارد شوند ولی ابعاد مسئله را بسیار بزرگ خواهند کرد. محدودیت های در نظر گرفته شده عبارتند از:

- طول مجاز مدت هر مأموریت، T_{max} ، حد مشخصی دارد.
- تمام سویه های وظیفه باید پوشش داده شوند. به عبارت دیگر هیچ یک از فعالیت های تعریف شده در زمان‌بندی حرکت قطارها نمی توانند انجام نشوند.
- هر مأموریت در همان قرارگاهی که شروع می شود باید خاتمه یابد. برای جلوگیری از حرکت رو به عقب در شبکه تعریف شده برای هر قرارگاه، یک گره متناظر با آن در انتهای شبکه قرار داده شده است.
- در هر مأموریت توالی منطقی از سویه های وظیفه و سویه های انتقال باید وجود داشته باشد. یعنی سویه های ورودی و خروجی به هر گره باید برابر باشند.

اطلاعات ورودی مدل

چند دسته اطلاعات به عنوان اطلاعات ورودی مدل هستند که بخشی از آنها داده های مسأله بوده و بخشی دیگر باید از طریق پردازش محاسباتی داده ها در مدل ریاضی وارد شوند. این اطلاعات عبارتند از:

الف : اطلاعات مربوط به زمان‌بندی حرکت قطارها که براساس آن شبکه تعریف شده ساخته می شود. در این صورت برای هر فعالیت وظیفه ای یک سویه (i , j) به دست خواهد آمد. داده هایی که در مورد این وظیفه مشخص هستند عبارتند از: زمان شروع، ST_{ij}؛ زمان ختم، ET_{ij}؛ زمان انجام فعالیت، T_{ij}؛ زمان انتظار، DT_{ij}؛ و همچنین ایستگاه شروع و ختم آن سویه.

ب : سویه های انتقال شدنی که نحوه ساختن آنها قبلاً تعریف شد. این سویه ها نیز دارای مشخصه های سویه های وظیفه ای هستند که مقادیر مشخصه های آنها از طریق اطلاعات سویه های وظیفه ای به ترتیبی که در بخش تعریف مسأله به صورت یک شبکه آمده است محاسبه می شوند.

ج : اطلاعات ماتریس های زمان و هزینه انتقال بین ایستگاه‌های مختلف در صورت عملی بودن انتقال نیز در تابع هدف استفاده می شوند. از اطلاعات زمان آن برای محاسبه امکان پذیر بودن انتقال در ساختن شبکه و از هزینه انتقال، CT_{ij}، برای لحاظ در تابع هدف بهره می‌گیریم.

د : سایر داده های هزینه ای مانند هر بار سوار شدن خدمه به قطار یا تعویض قطار در ایستگاه j ام، CH_j، هزینه اقامت در هر ایستگاه j ، CB_j ، هزینه هر واحد زمانی اضافه بر زمان مطلوب (TW) یک مأموریت، CO، و

کمتر از آن، CM، وهزینه هر واحد زمانی طول مأموریت خدمه، CD، نیز به عنوان ورودی های مسأله هستند.

تعریف و محاسبه پارامترهای مدل ریاضی

برخی اطلاعات ورودی باید برای مدل سازی ریاضی مسأله تعیین و تعریف شوند که عبارتند از:

الف : مجموعهٔ A_1 که شامل کلیه سویه های وظیفه ای از شبکه ساخته شده هستند.

ب : مجموعهٔ A_2 که شامل کلیه سویه های انتقال از شبکه می شوند.

ج : هزینه های مرتبط با هر سویه (i, j) در صورتی که مشمول هزینه اقامت شود، CB_{ij}، از طریق زیر بدست می آید.

$$CB_{ij} = \begin{cases} CB_j & \text{اگر } DT_{ij} \text{ بیش از حد مشخصی باشد.} \\ 0 & \text{در غیر این صورت.} \end{cases}$$

د : مجموعه سویه هایی که گره شروع آنها قرارگاه k ام و گره ختم آنها گره l ام است، مجموعهٔ B را تشکیل می‌دهند. در شبکه ترسیم شده درشکل(۴) سویه های $(1, l)$ و $(2, l)$ به ازای تمام l ها، $l \in \{3, \ldots, 20\}$، متعلق به مجموعه B هستند. در این شبکه، تعداد اعضای مجموعه B برابر ۱۸×۲ می‌باشد (۲ تعداد قرارگاه ها و ۱۸ تعداد گره های غیر قرارگاهی است).

هـ : مجموعه های B_{kl} که شامل مجموعه هایی است که یک زیر شبکه از شبکه اصلی را می سازند. هر یک از این زیر شبکه ها از یک قرارگاه k شروع و به قرارگاه متناظر در شبکه ختم می شود. هر مجموعه B_{kl} شامل کلیه سویه هایی می شود که از قرارگاه k شروع و به گره l وصل شده و پس از آن کلیه انشعاب های ممکن تا رسیدن به قرارگاه k^* که قرارگاه متناظر k است را در بر می گیرد. نحوهٔ ساختن مجموعه های B_{kl} در زیربخش با عنوان تولید مجموعه های مورد نیاز تشریح خواهد شد. در خصوص این مجموعه ها رابطه زیر حاکم است.

$$\bigcup_{(k,l)\in B} B_{kl} = A_1 \cup A_2$$

و : تمامی گره های ابتدا و انتهای هر سویه عضو مجموعه B_{kl} ، بدون در نظر گرفتن گره های k و k^* با $N(B_{kl})$ نشان داده شده است.

ز : مجموعه سویه های ورودی و مجموعه سویه های خروجی به هر گره I عضو $N(B_{kl})$ در هر مجموعه B_{kl}، مجموعه های قابل تمیزی هستند که به ترتیب با $BI_{kl,I}$ و $BO_{kl,I}$ نشان داده می‌شوند.

متغیرهای تصمیم‌گیری

X^{kl}_{ij} نشان دهنده متغییر مرتبط با سویه (I, j) در مجموعهٔ B_{kl} است. اگر سویه (I, j) در مسیر یک مأموریت قرار گیرد، مقدار این متغییر برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است.

α_{kl} متغیر کمکی برای محاسبه زمان اضافه کاری مربوط به مأموریت تعیین شده درمجموعهٔ B_{kl} است.

β_{kl} متغیر کمکی برای محاسبه زمان کسر کار مربوط به مأموریت تعیین شده درمجموعهٔ B_{kl} است.

صورت بندی مسأله زمان‌بندی خدمه راه آهن

با توجه به تعاریف فوق، مسأله زمان‌بندی خدمه را درحالت کلی می توان به بیان ریاضی صورت بندی (فرموله) کرد. همان طور که در بخش تعریف مسأله اشاره شد، با استفاده از ساختار شبکه مدل و قواعد منطقی بکار گرفته شده، تعداد قابل توجهی از سویه های انتقال کاهش می‌یابند. برای آن که فقط متغیر های مرتبط با سویه های باقیمانده در مسأله وارد شوند،اندیس دو بعدی آنها را با شماره گذاری مجدد، با یک اندیس نشان می دهیم. به این ترتیب، هر اندیس زوجی به یک اندیس تک عنصره تبدیل می شود.

$$\text{(P2)} \quad \begin{aligned} Min\, Z = & \sum_{l\in A_2}\sum_{k\in B} CT_l X^k_l + \\ & \sum_{l\in A_1\cup A_2}\sum_{k\in B}(CB_l + CD_l \times T_l)X^k_l + \\ & \sum_{l\in A_2}\sum_{k\in B} CH_l X^k_l + \sum_{k\in B}(CO\times\alpha_k \\ & + CM\times\beta_k) \end{aligned}$$

subject to:

(۹)

$$\sum_{k\in B} X_l^k = 1 \quad ;\forall l \in A_1 \tag{۱۰}$$

$$\sum_{l\in B_k} T_l X_l^k - \alpha_k - M(1 - X_k^k) -$$

$$TW \le 0 \quad ;\forall k \in B \tag{۱۱}$$

$$\sum_{l\in B_k} T_l X_l^k + \beta_k + M(1 - X_k^k) -$$

$$TW \ge 0 \quad ;\forall k \in B \tag{۱۲}$$

$$\sum_{l\in BO_{k,j}} X_l^k - \sum_{l\in BI_{k,j}} X_l^k = 0 \quad ;$$

$$\forall k \in B \text{ and } j \in N(B_k) \tag{۱۳}$$

$$\sum_{l\in B_k} X_l^k - \sum_{l\in A_1\cup A_2} X_l^k = 0 \quad ;\forall k \in B \tag{۱۴}$$

$$X_l^k \in \{0, 1\} \quad ;\forall k \in B \text{ and } l \in A_1 \cup A_2 \tag{۱۵}$$

$$\alpha_k, \ \beta_k \ge 0 \quad ;\forall k \in B \tag{۱۶}$$

در صورت بندی مسأله، رابطه (۹)، تابع هدف، عبارت از شش جزء است که شامل هزینه های انتقال خدمه، اقامت، حق مأموریت، هر بار سوار شدن به قطار، و هزینه اضافه یا کم بودن طول مأموریت می باشد.

محدودیت رابطه (۱۰) تضمین می کند حتماً همهٔ سویه های وظیفه پوشش داده شوند و از سوی دیگر در مسیرهای مختلف هر سویه وظیفه بتواند حداکثر یکبار انتخاب شود.

محدودیت رابطه (۱۱) با استفاده از متغییر کمکی αمیزان زمان بیش از TW را در هر مأموریت مشخص می‌کند. در این محدودیت X_k^k اولین سویه در مجموعهٔ B_k است که اگر انتخاب شود به معنی آن است که یکی از مأموریت ها در مجموعهٔ B_k خواهد بود. B_k ها دارای سویه های مشترک هستند و ممکن است یک مأموریت در مسیر یک B_k قرار نگیرد، ولی برخی سویه های B_k در مسیر سایر مأموریت ها استفاده شوند. لذا، یک عدد بزرگ (M) در محدودیت وارد کرده ایم، تا در صورتی که اولین سویه B_k انتخاب نشد (اولین سویه ها در هر B_k نمی تواند با سایر B_k ها مشترک باشد)، این محدودیت فعال نباشد.

محدودیت (۱۲) به صورت مشابه با رابطه (۱۱) با استفاده از متغیر کمکی β_k میزان زمان کمتر از TW را مشخص می‌کند.

محدودیت (۱۳) منطق شبکه را بیان می کند که در هر گره درون مجموعه B_k، $N(B_k)$، تعداد سویه های ورودی و خروجی به یک گره باید مساوی باشند.

محدودیت (۱۴) تضمین می کند که سویه های استفاده شده در هر مسیر مجموعه B_k برابر با تعداد سویه‌های استفاده شده در کل سویه های زیر شبکه از نوع B_k باشد. به عبارت دیگر، این محدودیت از تکه تکه شدن مسیرها در حالتی که تداخل بین سویه های مجموعه های B_k وجود دارد، جلوگیری می کند.

و بالاخره محدودیت های (۱۵) و (۱۶) به ترتیب صفر ویک بودن متغیرهای تصمیم و آزاد بودن متغییرهای α_k و β_k را نشان می‌دهد.

مدل ارائه شده، یک مسأله برنامه ریزی صفر و یک ترکیبی است که از خانواده NP-Hard [۱۰ و ۱۶] است و در مسائل واقعی از نوع مقیاس بزرگ می باشد. این مسائل از روش های کلاسیک قابل حل نیستد؛ لذا برای حل آنها لازم است از روش های دیگر استفاده شود. با بررسی هایی که خواهیم داشت برای حل این مسائل از راه‌های ساده سازی و روش های ابتکاری تلاش خواهد شد به دست آوردن جواب برای مسائل واقعی امکان پذیر شود.

تولید مجموعه های مورد نیاز مدل

در صورت بندی مدل به مجموعه هایی اشاره شد که نیاز است با تشریح بیشتری روش ساختن آنها بیان شود. این مجموعه ها عبارتند از B ، B_{kl}، $BO_{kl,j}$ و $BI_{kl,j}$ که به ترتیب به شرح ساختن آنها می پردازیم.

مجموعهٔ B: مجموعه تمام سویه هایی مانند (k, l) است که در هر سویه گره k یک گره قرارگاهی و گره l

گره ای است که بعد از آن امکان انجام وظیفه وجود دارد. بنا بر این، حداکثر تعداد سویه های این مجموعه برابر K× N خواهد بود.

مجموعه های B_{kl}: به ازای هر یک از اعضای مجموعهٔ B ، مجموعه ای از سویه ها را به نام B_{kl} به شرح زیر ایجاد می کنیم. مجموعه B_{kl} را ابتدا مجموعه ای تهی در نظر می گیریم.

قدم ۱ - سویه (k, l) تعریف شده در مجموعه B و سویه وظیفه (l, m) که بعد از سویه (k, l) است را به مجموعه B_{kl} اضافه می کنیم.

قدم ۲ - گره m را در نظر می گیریم.

- سویه وظیفه ای مانند (m, n) به مجموعه B_{kl} اضافه می‌شود، اگر رابطه زیر برقرار باشد:

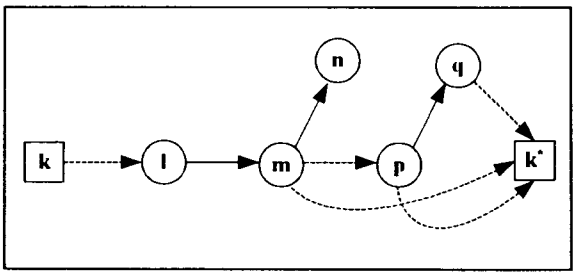
$$ET_{nk^*} - ST_{kl} \le T_{max}$$

- سویه انتقال (m, k^*) نیز به مجموعه B_{kl} اضافه می‌شود.

- اگر سویه انتقالی مانند (m, p) ، $p \neq k^*$، بعد از گره m وجود داشته باشد و سویه بعد از آن سویه (p, q) باشد، این دو سویه به مجموعه B_{kl} اضافه می شوند مشروط بر آنکه رابطه زیر برقرار باشد.

$$ET_{qk^*} - ST_{kl} \le T_{max}$$

قدم ۳ - گره انتهایی هر سویه اضافه شده به B_{kl} را m می نامیم. چنانچه $m \neq k^*$ وجود داشته باشد، قدم ۲ را برای تمامی گره های m نامیده شده تکرار می کنیم، در غیر این صورت مجموعه B_{kl} ایجاد شده است. شکل (۶) بخشی نمادین از ساخت یک مجموعه B_{kl} را نشان می دهد.



شکل ٦ : شکل نمادین مراحل ساخت یک مجموعه B_{kl}.

به این ترتیب یک زیر شبکه از سویه های شبکه اصلی، مجموعهٔ $A_1 \cup A_2$، ساخته خواهد شد که اگر سویه $(k,$ $l)$ انتخاب شود حتماً یکی از مأموریت ها از این زیر شبکه B_{kl} خواهد بود به طوری که زمان انجام مأموریت هم از T_{max} بیشتر نمی باشد. به همین دلیل، چون مأموریت ها از بین سویه های مجموعه B_{kl} انتخاب می‌شوند، در صورت بندی مسأله نیازی به اضافه کردن محدودیت طول زمان مأموریت نیست.

مجموعه های $BI_{kl,j}$ و $BO_{kl,j}$: هر مجموعه $BO_{kl,j}$ زیر مجموعه ای از مجموعه B_{kl} است که متشکل از سویه های خارج شده از هر گره $j \neq k^*$ می باشند. مجموعه $BI_{kl,j}$ نیز به همین ترتیب متشکل از سویه های وارد شونده به هر گره $j \neq k^*$ می باشد. به عبارت دیگر، مجموعه های مورد نظر می‌توانند در قالب های زیر تعریف شوند:

$$BO_{kl,j} = \left\{ (j,l) \mid \ (j,l) \in B_{kl} \ , \ j \in N(B_{kl}) \right\}$$

$$BI_{kl,j} = \left\{ (i,j) \mid \ (i,j) \in B_{kl} \ , \ j \in N(B_{kl}) \right\}$$

حل بهینه مسأله با استفاده از حل کننده LINGO

برای ورود اطلاعات، پردازش و ساختن مجموعه های مورد نظر نیاز به برنامه نویسی رایانه ای مستقلی بوده است که از نرم افزار Access استفاده شده است. خروجی این برنامه مدل ریاضی مسأله ما است که به عنوان پرونده ورودی به نرم‌افزار حل کننده مسأله، LINGO، عمل می‌نماید. نرم افزار LINGO یک برنامه قوی برای حل مسائل بهینه سازی است که با دسترسی به آخرین نسخه آن، LINGO 6، در حل مسأله مورد استفاده قرارگرفت.

مسائل تولید شده برای حل مسئله با LINGO نشان داد که تا ۴۸ سویه وظیفه به خوبی قابل حل هستند ولی برای ۵۰ سویه وظیفه و بیشتر، به دلیل مشکل حافظه کامپیوتر مورد استفاده (Pentum II 64 Mb) امکان حل فراهم نشد. البته اطمینان داریم که تنها تعداد سویه های وظیفه قابلیت حل مسائل را تعیین نمی کنند، بلکه ترتیب قرار گرفتن سویه های وظیفه در موقعیت زمانی و مکانی و همچنین پارامترهایی همچون T_{max} و

TW نیز تعیین‌کننده هستند. برای نمونه، در مسائل با ۲۰ سویه وظیفه ای و ۲ قرارگاه، تعداد محدودیت ها بالغ بر ۱۵۴۰ محدودیت و تعداد متغییرها ۴۹۹۹ عدد بوده است؛ در مورد مسائل با ۴۰ سویه وظیفه و همان تعداد قرارگاه، تعداد محدودیت ها ۱۶۵۳ و تعداد متغییرها ۲۲۴۸۶ می‌باشد.

برای مسائل واقعی در راه آهن ایران که دارای حدود ۷۰۰ سویه وظیفه با ۵ قرارگاه برای یک دورهٔ زمانی دوهفته‌ای است ، تعداد محدودیت ها حدود ۸۰۰۰۰ و تعداد متغیرها حدود ۱۵ میلیون برآورد می شوند. بدیهی است چنین مسائلی با مدل های عادی بهینه سازی قابل حل نیستند؛ لذا، یافتن روش های حل دیگری که در زمان قابل قبولی بتوانند به جواب برسند ضرورت پیدا می کند.

روش حل ابتکاری بر پایه الگوسازی منطقی محدودیت ها

مدل های برنامه ریزی منطقی در سال های اخیر برای حل مسائل پیچیده برنامه ریزی، زمان‌بندی، توالی و تخصیص استفاده شده که موفقیت آمیز بوده است [۵]. به طور نمونه می توان به مقاله رن [۱۷] اشاره نمود. در این مقاله به کاربردهای روش برنامه ریزی منطقی محدودیت ها در بسیاری از مسائل زمان‌بندی پرداخته شده است. در این مدل سازی در حالتی که متغیرهای تصمیم گیری در حوزه محدودی مثل صفر و یک امکان انتخاب شدن دارند، با تعریف مسیر انتخاب متغییرها با بیان شرط هایی که محدودیت های به زبان منطقی هستند، متغیر های تصمیم گیری را مقدار می دهند. در صورتی می‌توان مسائل را به این ترتیب مدل سازی کرد که قابلیت قاعده‌گرا بودن سیستم وجود داشته باشد. سیستم های قاعده‌گرا شامل مجموعه ای از قواعد، واقعیات و تفسیر کننده واقعیات است. با توجه به این موضوع، با استفاده از شبکه تعریف شده برای زمان‌بندی خدمه، این مدل سازی از سیستم را برای برنامه ریزی منطقی بکار برده‌ایم.

روش حل ابتکاری ارائه شده بر این اساس است که یافتن مسیر مأموریت از نقطه ای شروع و تحت قواعدی در مسیر شبکه مورد نظر پی‌گیری می‌شود تا تابع هدف کمترین افزایش را در کل مأموریت ها داشته و از طرفی محدودیت ها رعایت شوند. برای کنترل انتخاب هر سویه از سویه های مشتق شده از گره ای که در آن قرار داریم، قواعد متعددی در نظر گرفته می شوند که عموماً بر مقادیر عددی ابتکاری تکیه دارند. روش حل ابتکاری که برای حل مسأله ها بیان خواهد شد، بر پایه چند منطق پایه ای زیر قرار دارند:

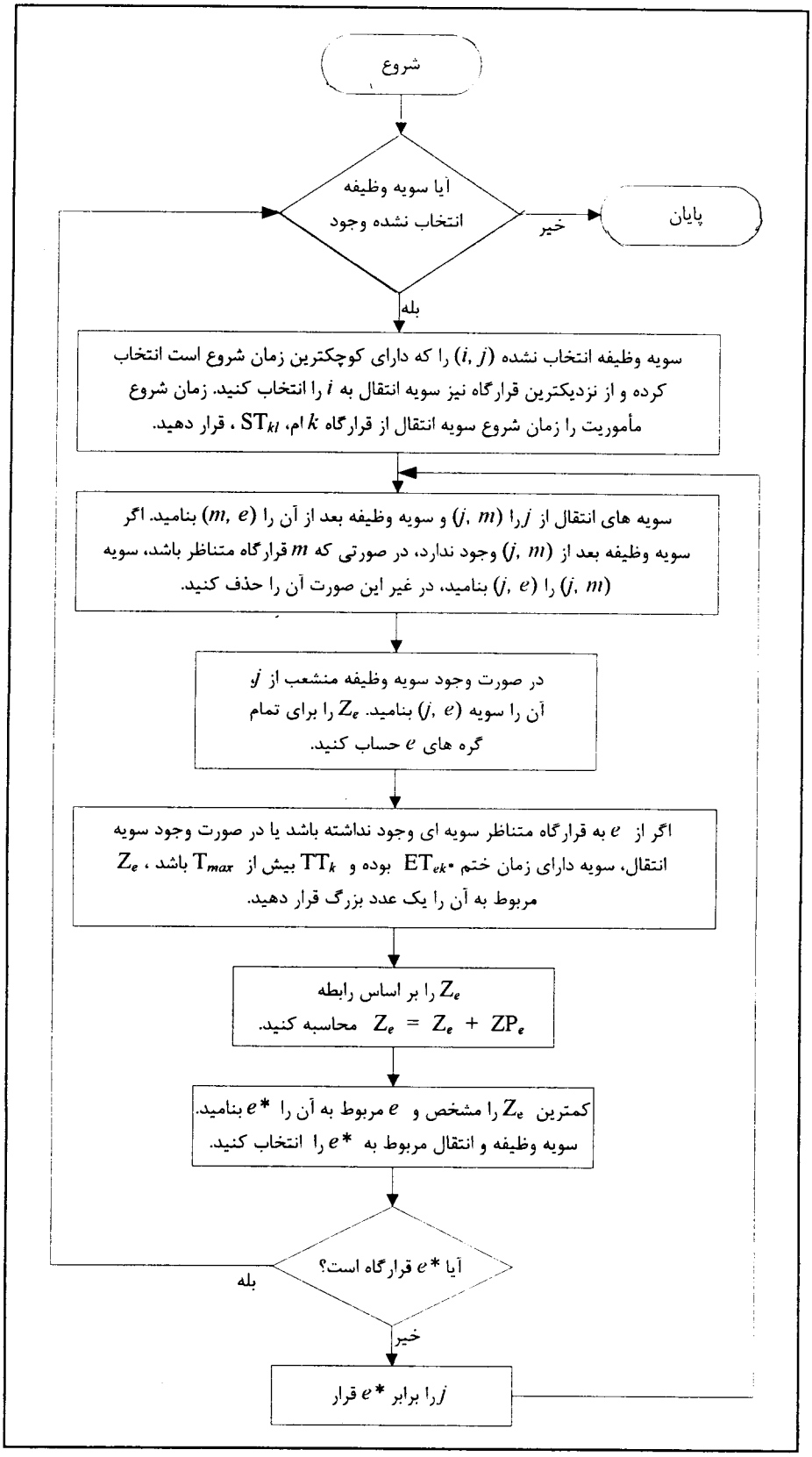
الف - هر مأموریت از قرارگاهی که آغاز می شود، k باید به قرارگاه متناظر در شبکه، k^* ، ختم شود.

ب - طول زمان مطلوب هر مأموریت TW است و طول زمان مأموریت نمی تواند از T_{max} بیشتر باشد.

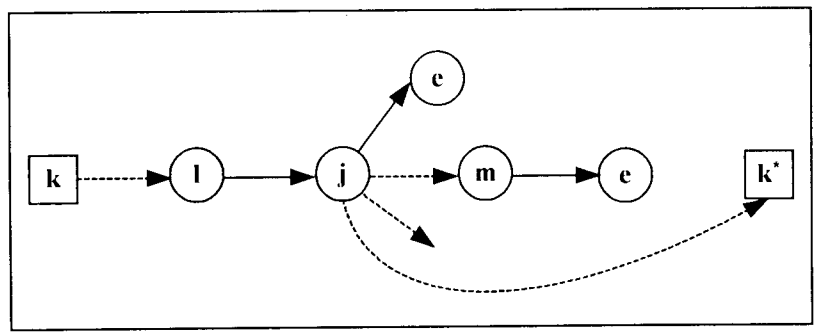
ج - طول زمان طی شده برای هرمأموریت در هرگره ای که به آن رسیده ایم، دریکی از محدوده های زمانی قرار دارد. محدوده زمانی اول، محدوده ای است که دور شدن از قرارگاه مطلوب است و برای غیر از آن جریمه ای به نسبت نزدیک شدن به قرارگاه تعلق می گیرد. در محدوده دوم فقط دنبال کردن سویه های وظیفه مورد نظر خواهد بود و معیار انتخاب سویه بعدی کمترین هزینه تابع هدف تا آن مقطع است. در محدوده سوم نزدیک شدن به قرارگاه متناظر در شبکه مطلوب تلقی شده و برای غیر از آن جریمه تعلق می گیرد.

در شکل (۷) نمودار جریان روش حل ابتکاری نشان داده شده است. در این نمودار مقادیر پارامترها از داده های شبکه تعریف شده در شکل (۴) محاسبه می شوند. Z_e ، مقدار تابع هدف تعریف شده در مسأله (p) را، از شروع هر مأموریت آغاز شده از یک قرارگاه تا رسیدن به گره e ، نشان می دهد. زمان طی شده تا رسیدن به گره e، TT_e، می‌تواند در سه ناحیه زمانی قرار گیرد. ZP_e مقدار جریمه دور بودن یا نزدیک بودن گره e به قرارگاه متناظر، می‌باشد. نحوه محاسبه ZP_e و نواحی سه گانه در ادامه تشریح شده است. یک ضریب جریمه P ، به عنوان ورودی، برای محاسبه ZP_e نیز در نظر گرفته شده است. در تجربه حل مسائل مختلف برای مسائل شبکه راه آهن ایران، استفاده از P = 1.1 بهترین جواب ها را به دست داده است.

در ناحیه سوم، یک جریمه مضاعف به صورت نمایی در نظر گرفته شده است که برای اطمینان از شدنی بودن



شکل ۷: نمودار فرآیند حل ابتکاری زمان‌بندی خدمه با روش الگو سازی منطقی محدودیت ها.



شکل ۸ : حالت های ممکن ادامه مسیر مأموریت در روش الگوسازی محدودیت ها.

جدول ۱ : مقایسه حل بهینه ، حل آزاد سازی شده و حل با روش ابتکاری الگوسازی منطقی محدودیت ها.

مشخصات مسایل			حل بهینه		حل با آزاد سازی محدودیت های مربوط به انحراف از زمان مطلوب				حل با روش ابتکاری الگو سازی منطقی محدودیت ها			
نام مسئله	تعداد قرارگاه	تعداد سویه وظیفه	جواب تابع هدف (Z^*)	زمان حل (ثانیه)	جواب تابع هدف	جواب کل با جریمه انحراف	زمان حل (ثانیه)	تعداد مسیر مأموریت	جواب تابع هدف (Z)	زمان حل (ثانیه)	تعداد مسیر مأموریت	کارایی *
CSP 14	۳	۲۸	۱۵۸/۹۵	۷۹	۱۲۱/۱	۲۱۶/۷	۳	۱۵	۱۹۸/۹۵	۴	۱۳	٪ ۸۰
CSP 17	۳	۳۴	۳۴۱/۶۸	۲۲۲	۲۹۷/۷۷	۳۴۱/۶۰۷	۲۰	۱۲	۴۰۰/۳۷	۶	۱۴	٪ ۸۵
CSP 18	۴	۳۵	۳۱۹/۳۸	۱۰۶۷۸	۲۸۳/۴۲	۳۳۳/۱۸	۳۷	۱۳	۳۳۰/۱۷	۶	۱۳	٪ ۹۷
CSP 19	۲	۳۸	۶۹۹/۱۷**	۳۶۰۰۰	۵۷۳/۲۳	۷۱۵/۰	۱۷	۲۶	۷۰۱/۵۷	۴	۱۹	-
CSP 20	۵	۳۷	۳۶۸/۹۳	۲۵۵	۳۱۸/۷۵	۳۸۹/۸	۸۱	۱۵	۳۸۶/۸۱	۶	۱۵	٪ ۹۵
CSP 25	۲	۵۰	۹۳۴/۳۸**	۳۶۰۰۰	۷۶۱/۴	۹۵۴/۵۶	۵۷	۳۵	۹۱۹/۹۲	۶	۲۵	-
CSP 30	۲	۳۵	۷۳۳/۵	۳۴	۶۱۸/۶۴۵	۷۷۸/۳۲۵	۱۰	۲۵	۸۳۳/۹	۳	۲۷	٪ ۸۸
CSP 35	۲	۴۵	۷۳۵/۲۵	۹۵	۶۰۴/۰	۷۳۵/۲۵	۳۵	۲۵	۸۷۴/۱۳	۶	۳۰	٪ ۸۴
CSP 54	۳	۶۶	۸۷۲/۳۴**	۳۶۰۰۰	۷۲۲/۶۹	۹۰۱/۳۰	۴۳	۳۵	۱۰۶۵/۵۹	۱۳	۴۰	-
CSP 80	۳	۱۴۰	+	+	+	+	+	+	۲۵۰۵/۳	۶۸	۷۰	-
CSP 130	۳	۲۳۲	+	+	+	+	+	+	۳۶۹۶/۱۱	۲۰۳	۱۰۹	-
CSP 186	۵	۳۱۶	+	+	+	+	+	+	۴۳۸۴/۰	۴۲۸	۱۳۹	-
CSP 252	۲	۵۰۴	+	+	+	+	+	+	۱۴۸۸/۳۴	۲۲۶۹	۱۳۰	-
CSP 348	۴	۶۶۸	+	+	+	+	+	+	۲۸۰۲	۳۸۱۴	۲۰۲	-
CSP 376	۵	۶۹۶	+	+	+	+	+	+	۹۶۶۵/۰۴	۴۴۴۲	۲۱۰	-

* کارایی نسبت به حل بهینه از رابطه x100 محاسبه شده است.

\+ به دلیل محدودیت حل مسئله در مقیاس بزرگ با سخت افزار مورد استفاده، جواب قابل محاسبه نبوده است.

** پس از ۳۶۰۰۰ ثانیه، حل کننده متوقف و بهترین جواب بدست آمده تا این زمان ثبت شده است.

جدول ۲ : جواب حل ابتکاری و روش موجود برای زمان‌بندی رؤسای قطار.

جواب	تعداد مأموریت	جمع زمان مأموریتها (ساعت)	متوسط زمان مأموریتها (ساعت)	مأموریتهای بیش‌از۳۶ساعت	مأموریتهای کمتراز۱۲ساعت	تعداد خدمه موردنیاز
روش موجود	۱۸۸	۷۲۲۵/۷۵	۳۸/۴	٪ ۹۷/۵	٪ ۰	۸۰
حل ابتکاری	۲۱۰	۶۴۷۲/۵۰	۳۰/۸	٪ ۲۴/۲	٪ ۰/۵	۷۲

مسأله اعمال می شود. شدنی بودن مسأله را کمتر بودن زمان هر مأموریت از T_{max} تعریف کرده‌ایم. اگر طول زمان هر مأموریت از حد مشخصی بیشتر شود، این جریمه فعال شده تا آنکه زودتر انتهای مسیر مأموریت را به قرارگاه متناظر برساند. این حد مشخص $0.7xT_{max}$ در نظر گرفته شده که به صورت تجربی به دست آمده است.

برای شرح بهتر روش حل ابتکاری شکل (۸) را در نظر بگیرید. در این شکل حرکت از گره j که بعد از آن می‌تواند یک سویه وظیفه یا یک سویه انتقال به گره دیگر و یا یک سویه انتقال به قرارگاه متناظر باشد نشان داده شده است. روش حل ابتکاری ارائه شده، در واقع، ادامه مسیر مأموریت برای انتخاب سویه بعد از گره j را بیان کرده است.

محاسبه ZP_e در هر محدوده زمانی به طریق زیر انجام می‌شود:

۱ - TT_e که زمان طی شده در مأموریت تا گره e از طریق سویه (m, e) است را حساب می‌کنیم.

$$TT_e = ET_{me} - ST_{ke}$$

۲ - مشخص می کنیم TT_e در کدام ناحیه قرار دارد:

ناحیه اول: کمتر از $\frac{TW}{2}$ ؛

ناحیه دوم: بین $\frac{TW}{2}$ و $Min\ (\frac{3TW}{2}, \frac{T_{max}}{2})$

ناحیه سوم: بزرگتر از $Min\ (\frac{3TW}{2}, \frac{T_{max}}{2})$.

۳ - ZP_e را برای هر ناحیه به ترتیب زیر حساب می‌کنیم:

برای ناحیه اول: $ZP_e = P \times (T_{ek^*} - T_{jk^*})$ ؛

برای ناحیه دوم: $ZP_e = 0$ ؛

برای ناحیه سوم: $ZP_e = P \times (T_{jk^*} - T_{ek^*})$ ؛

و اگر $TT_e > 0.7\ T_{max}$ آنگاه

$$ZP_e = P^{(T_{jk^*} - T_{ek^*})}$$

این روش حل با زبان برنامه نویسی ویژوال بیسیک در محیط نرم‌افزار اکسس نوشته شده است، که جواب های به دست آمده از آن با جواب های به دست آمده از روش حل بهینه مسأله (P) مقایسه شده است.

سرعت پیدا کردن جواب و امکان وارد کردن قواعد بیشتری که در عمل وجود دارد و همچنین امکان ترکیب آن با مسائلی نوبت کاری خدمه از مزایای این روش است. اگر چه نزدیک بهینه بودن جواب ها برای مسائل بزرگ مقیاس نامعلوم است؛ ولی، به استناد تجربه، این ادعا وجود دارد که توان حل این مسائل فراهم شده است.

تأکید می شود که این روش حل ابتکاری و ضرایب اختصاص داده شده به شرایط خاص قرار گرفتن توالی وظایفی که باید انجام شوند، طول دوره زمانی و پارامترهای ورودی مسئله مانند T_{max} و TW بستگی دارد. ما این ضرایب را برای حل مسأله زمان‌بندی رؤسای قطارها و در شرایط شبکه راه آهن ایران با مسیرهای طولانی در نظر گرفته ایم؛ لیکن دلیلی برای عدم امکان بکارگیری آن در شبکه های راه آهن با مسیرهای کوتاه یا زمان‌بندی سایر خدمه در حمل و نقل‌ها به نظر نمی رسد.

محاسبات

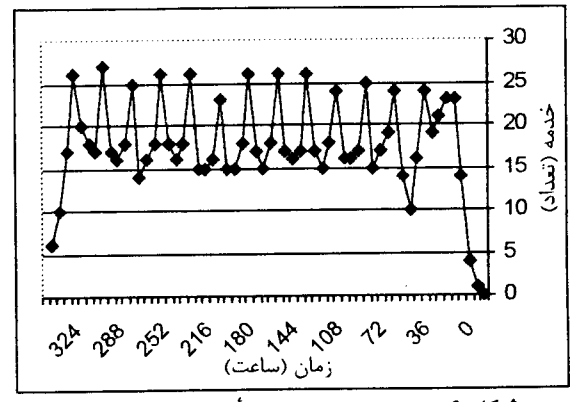
مسائل متعددی با روش ابتکاری حل شده‌اند که نتایج در جدول (۱) ملاحظه می شود. تمامی این مسائل را برای یک دوره زمانی۲ هفته ای و زمان حداکثر طول مأموریت ۴۸ ساعته و طول زمان مطلوب ۲۴ ساعت در نظر گرفته شده است. تولید مسائل هم به صورت تصادفی نبوده است، بلکه مسئله واقعی زمان‌بندی رؤسای قطارها را با ورود برنامه حرکت قطارها به عنوان ورودی مسأله در نظر گرفته شده‌اند. برای آنکه مسائل کوچکتر تولید شود، مسیرهای شهرهای مختلف یا برخی از آنها را حذف کرده‌ایم.

مقایسه حل ابتکاری با وضعیت موجود

برای مقایسه جوابهای بدست آمده، جواب مسأله CSP376 را که شامل اطلاعات واقعی بخش عمده مسیرهای قطارهای مسافربری شرکت رجاء است، در نظر گرفته‌ایم . این مسیرها عبارت از کلیه مسیرهای رفت و برگشت از تهران به شهرهای مشهد، تبریز، یزد، کرمان، بندرعباس و اصفهان برای یک دوره زمانی دو هفته‌ای بوده‌اند. قرارگاهها ۵ شهر تهران، مشهد، تبریز، یزد و اصفهان بوده و علاوه بر ۷ شهر مبداء و مقصد یادشده به

عنوان نقاط ترخیص ، شهرهای سمنان و زنجان نیز در نظر گرفته شده‌اند.

در وضعیت موجود، با روش دستی، هر مأموریت عبارت از یک مسیر رفت و برگشت به هر یک از شهرهای یاد شده است که با اطلاعات دریافتی از برنامه حرکت قطارها، مسیر مأموریتها قابل شناسایی هستند. در این روش نقاط ترخیص یا امکان تعویض خدمه و همچنین محدودیتهایی نظیر حداکثر طول مأموریت و متعادل کردن طول زمان مأموریتها در نظر گرفته نمی‌شود. جهت مقایسه روش موجود با روش حل ارائه شده در این مقاله، جدول (۲) اطلاعات این روش را نشان داده است. در این جدول کیفیت مأموریتهای تعریف شده در هر روش از نظر تصمیم‌گیران می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد.



شکل ۹: منحنی خدمه درحین مأموریت در طول دوره زمانبندی برای مسأله CSP376 .

جهت مقایسه هزینه‌ها، تعداد نیروی انسانی یا خدمه مورد نیاز در هر روش نیز باید محاسبه شود که با فرض متوسط ۵۰ ساعت کار در هفته برای هر خدمه، تعداد خدمه مورد نیاز، با احتساب ۱۰ درصد اضافه برای مرخصی‌ها و غیبت‌ها، در ستون آخر جدول(۲) آورده شده است. لازم به توضیح است که تعداد رؤسای قطارها در وضعیت موجود برای مسیرهای در نظر گرفته شده با اطلاعات دریافتی از شرکت رجاء بیش از ۸۰ نفر می‌باشد، ولی برای یکسان بودن روش محاسبه این برآورد و همچنین محاسبات مربوط به سایر اقلام هزینه‌ای از یک روش محاسبه شده‌اند. از سوی دیگر تعداد خدمه مورد نیاز در روش ابتکاری نباید از حداکثر خدمه‌ای که همزمان به ارائه خدمت می پردازند کمتر باشد. لذا منحنی تعداد خدمه در حین خدمت در مقاطع ۶ ساعته را در طول دوره برنامه‌ریزی ترسیم کرده‌ایم و در شکل (۹) مشاهده می‌شود که حداکثر تعداد خدمه در حین مأموریت ۲۷ نفر بوده‌اند و این حداکثر تعداد خدمه در حین کار محدودیتی ایجاد نمی‌کند.

جواب تابع هدف از روش ابتکاری ۹۶۶۵/۰۴ واحد هزینه (کلیه هزینه ها بر حسب ده هزار ریال) است. هزینه اضافه‌کاری و کم‌کاری که یک جریمه برای متعادل کردن طول زمان مأموریتها بوده است ، هزینه‌ای واقعی نیست و در مقایسه با وضعیت موجود اگر در نظر گرفته شود، مقایسات اقتصادی را تحت الشعاع قرار خواهد داد. لذا این پارامتر جریمه‌ای عملکرد خودرا در کیفیت جواب نشان داده است، زیرا در جدول (۲) ملاحظه می شود که متوسط طول زمان مأموریتها (هر بار خارج بودن خدمه از محل زندگی) کمتر شده، تعداد خدمه مورد نیاز کاهش یافته و همچنین طول زمان مأموریتها پراکندگی کمتری دارند.

با حذف این جریمه ها، هزینه از روش ابتکاری به رقم ۸۴۰۹/۱۷ خواهد رسید. به تفکیک اقلام هزینه‌ای، شامل جمع هزینه های مأموریت خدمه که هزینه‌های نیروی انسانی و حق مأموریت در واحد زمانی است(CD)، سوار شدنها (CH)، اقامتها (CB) و انتقالها(CT) در جدول (۳) آورده شده است. هزینه روشی که در وضعیت موجود استفاده می‌شود نیز به طریق مشابه محاسبه شده و در جدول مذکور ملاحظه می شود. در روش موجود برآورد هزینه‌های مستقیم را می توان انجام داد ولی این بر آورد با پارامترهای هزینه‌ای در نظر گرفته‌شده برای روش حل ابتکاری باید همخوانی داشته باشند. لذا با اطلاعات دریافتی از شرکت رجاء ارقام هزینه‌ای مأموریتها معادل ۱/۱ واحد هزینه در ساعت و سایر اقلام مانند اقامت و انتقالها نیز براساس عرف قیمتهای جاری بصورت یکسان منظور شده‌اند.

به طوری که در جدول(۳) ملاحظه می‌شود جواب حل ابتکاری ۴۷۹/۱۶ واحد یا۵/۴ درصد کمتر از روش زمانبندی خدمه در وضعیت موجود است. این کاهش هزینه علاوه بر آن است که طبق‌آنچه در مورد نتایج مندرج در جدول (۲) ذکر شد، کیفیت جوابهای حل ابتکاری بهتر بوده ودر حل ابتکاری محدودیتهایی مانند حداکثر طول زمان مأموریت و متعادل کردن زمان مأموریتها در نظر

جدول ۳ : مقایسه هزینه‌های جواب روش ابتکاری با وضعیت موجود زمانبندی رؤسای قطارها.

جمع اقلام هزینه‌ای	∑CD	∑CH	∑CB	∑CT	جمع
روش موجود	۷۹۴۸/۳۳	۳۷۶	۵۶۴		۸۸۸۸/۳۳
حل ابتکاری	۷۱۱۹/۷۵	۶۳۲	۳۸۴	۲۷۳/۴۱	۸۴۰۹/۱۷

* ارقام به ده هزار ریال

گرفته‌ایم. اگر این کاهش هزینه بجای زمان دوهفته‌ای برای مدت یکسال در نظر گرفته شود، بکارگیری روش حل ابتکاری معادل ۱۲۴/۶ میلیون ریال صرفه جویی سالیانه در هزینه‌ها ایجاد خواهد کرد. در صورتی که این مدل برای کلیه خدمه‌ای که در قطار انجام وظیفه می‌کنند، که مأمورین موظف قطارها نامیده می‌شوند، تعمیم داده شود، ابعاد کاهش هزینه‌ها بسیار وسیع‌ترخواهد بود.

شرکت رجاء در سال ۱۳۶۹ با گردش مالی ۲۵۱ میلیارد ریال دارای میانگین۳۱۶۴ پرسنل و هزینه پرسنلی۸۸/۴ میلیارد ریال بوده است. تعداد مأمورین موظف قطارها ۶۰۵ نفر و تعداد رؤسای قطارها ۱۰۷ نفر بوده که به ترتیب هزینه پرسنلی مأمورین موظف ورؤسای قطارها ۱۶/۹۱ و ۳/۲۲ میلیارد ریال برآورد شده است. ملاحظه می شود که از نظر تعداد رؤسای قطارها ۱۹٪ هزینه های پرسنلی مأمورین موظف قطارها را تشکیل می‌دهند. لذا با تعمیم صرفه‌جویی ناشی از بکارگیری مدل ابتکاری در زمانبندی رؤسای قطارها به کل پرسنل‌موظف قطارها با در نظر داشتن سهم هزینه پرسنلی، می‌توان ۶۵۵/۸ میلیون ریال صرفه جویی سالیانه را در شرکت رجاء انتظار داشت.

نتیجه‌گیری

در این مقاله نخست یک روش خاص برای تحت شبکه تعریف کردن مسائل زمان‌بندی خدمه در حالت چند قرارگاهی ارائه شد. سپس شیوه جدیدی از مدلسازی برای این مسائل بر پایه شبکه تعریف شده ارائه گردید که نسبت به رویکردهای مدلسازی ریاضی، ابعاد مسائل را کاهش می‌دهد، ولی برای مسائل بزرگ محدودیتهای سخت‌افزاری (حجم و سرعت رایانه های مورد استفاده) امکان استفاده از مدل ریاضی را محدود می‌کند. سپس یک روش ابتکاری منطقی برای حل این مسائل توسعه داده شده است که در زمان نسبتاً معقولی مسائل بزرگ را حل می کند.

مقایسه جواب حل ابتکاری با مسائلی که حل بهینه آنها وجود داشته است، بیش از ۸۰ درصد کارآیی را نشان می‌دهد. اگرچه مدل ابتکاری توانسته است جواب نسبتاً خوبی را تولید کند، ولی زمان حل بشدت کاهش یافته و علاوه بر آن در این روش محدودیتی برای حل مسائل بزرگ وجود ندارد. بزرگترین مسئله حل شده که با داده‌های زمان‌بندی حرکت قطارها در مسیرهای اصلی راه‌آهن ایران و برآورد پارامترهای هزینه ای با مقادیر واقعی بوده است که با روش موجود مقایسه شده و علاوه بر کاهش ۵/۴ درصدی در هزینه‌ها، بهتر شدن کیفیت جوابها نیز قابل ملاحظه می باشد.

تشکر و قدردانی

مطالعه حاضر با حمایت شرکت قطارهای مسافری رجاء به انجام رسیده است. بر خود لازم می‌دانیم که از مساعدت مدیریت‌های محترمی که همکاری داشته‌اند تشکر و قدردانی نماییم. همچنین از مؤسسه LINDO که نرم‌افزار LINGO را به صورت آموزشی در اختیار تهیه‌کنندگان مقاله قرار داده است تشکر خودرا اعلام می‌داریم.

مراجع

1 – Freling, R., Huisman, D. and Wagelmans, A. P. M. (2000). "Applying and integrated approach to vehicle and crew scheduling in practice." *8th International Conference, Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Berlin, Germany.

2 – Lourenco, H. R., Paixao, J. P. and Porrtugal, R. (1998). "Meta- heuristics for the bus driver scheduling problem." *Woking Paper -Department of Economic and Management*. Universitat Pompeu Fabera, Barcelona, Spain.

3 - Sepehri, M. M., Hajifathaliha, A. (2000). "Network based mathematical model of railway crew scheduling." *Presented at The First National I.E. Conference*, IIIE and Sharif Univ. of Tech., Tehran.

4 - Sepehri, M. M. and Aghaee, M. P. (1999). Train scheduling on a single line track." *J. of Faculty of Engineering, Univ. of Tehran*, Vol. 33, No. 2, PP. 87-96 (in Persian).

5 - Caprara A., Focacci, F., Lamna, E., Mello, P., Milano, M., Toth, P. and Vigo, D. (1988). *Integration constraint logic programming and operation techniques for the crew rostering problem.* Software- Practice and Experiences, Vol. 1, No. 1.

6 - Anbil R., Gelman, E., Patty, B. and Tanga, R. (1991). "Recent advances in crew-pairing optimization at american airlines." *Interfaces*, Vol. 21, PP. 62-74.

7 - Friberg Christion and Knat Haase: An Exact Algorithm for the Vehicle and Crew Scheduling Problem; Christion - Albrechts - Universitat ZU Kiel, Germany; URL: http :// www.Wiso.Uni - Kiel.de/ Bwlinstitute / Prod, 1996.

8 – Gamache, M., Soumis, F., Marquis, G. and Desrosiers, J. (1999). "A column generation approach for large-scale aircrew rostering problem." *Operation Research*, Vol. 47, No. 2.

9 – Hoffman, K. L. and Padberg, M. (1993). *Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut; management science*, Vol. 39, No. 6, PP.657-682.

10 – Beasly, J. E. and Cao, B. (1998). "A dynamic programming based algorithm for the crew scheduling problem." *Computer Ops. Res.*, Vol. 25, No. 7/8, PP. 567-582.

11 – Levine, D. (1996). "Application of hybrid genetic algorithm to airline crew scheduling." *Computer Ops. Res.* ,Vol. 23, No. 6, PP. 657-682.

12 – Ernst, A., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., Nott, H. and Sier, D. (1999). "An optimization approach to train crew rostering." *Proceedings of the 15th National Conference of Australian Society for Operations Research Inc.* ,Vol. 1, PP. 437-452.

13 – Caprara, A., Toth, P., Vigo, D. and Fischetti, M. (1998). "Modeling and solving the crew rostering problem." *Operation Research*, Vol. 46, No. 6, PP. 820-830.

14 – Chu, S. C. K. and Chan, E. C. H. (1998). "Crew scheduling of light rail transit in hong kong: from modeling to implementation." *Computers Ops. Res.*, Vol. 25, No. 11, PP. 887-894.

15 – Ernst, A. T., Krishnamoorthy, M. and Dowling, D. (1998). "Train crew rostering using simulated annealing." *Proceeding of International Conference on Optimization: Techniques and Application.*

16 – Bodin, L., Rosenfield, D. and Sexton, T. (1983). "Routing and scheduling of vehicles and crews." *Computer & Operation Research;* Vol. 10, No. 2, PP. 63-211.

17 – Wren, A. (1995). "Scheduling, timetabling and rostering-a special relationships." *Working Paper- School of Computer Studies,* University of Leeds, Leeds 29 JT.

18 - Beaumont Nicholas, (1997). "Scheduling staff using mix integer programming." *European Journal of Operational Research,* Vol. 98, PP. 473-484.

19 – Brusco, M. J. and Jacobs, L. W. (1998). "Personnel tour scheduling when time restrict are Present." *Management Science,* Vol. 44, No 4, PP. 534-547.

20 – Caprara, A., Monaci, M. and Toth, P. (2000). "A global method for crew planning in railway applications ." *Research Report,* University of Bologna.

21 – Dilon, J. E. and Ontoqiorgis, S. (1999). "US airways optimizes the scheduling of reserve flight crews." *Interfaces 29,* PP. 123-131.

22 – Dowsland, K. A. (1998). "Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation." *European Journal of Operation Research,* Vol. 106, PP. 393-407.

23 – Graves, G. W., Mc Brid, R. D., Gershkoff, I., Anderson, D. and Mahidgara, D. (1993). *Flight Crew Scheduling; Management Science,* Vol. 39 , No. 6, PP. 736 –745.

24 – Gustafsson, T. (1999). "A heuristic approach to column generation for airline crew scheduling." *Graduate theses;* Chalmers University of Technology and Gotebory University, Gotebory, Sweden.

25 – Jarrah, A. I. Z., Bard, J. F. and de Silva, A. H. (1994). "S solving large-scale tour scheduling problems." *Management Science,* Vol. 40, No. 9, PP. 1124-1144.

26 – Lagerholm, M., Peterson, C. and Soderderg, B. (2000). "Airline crew scheduling using potts mean field techniques." *European Journal of Operational Research,* Vol. 20, PP. 81-96.

27 – Stojkovic, M., Soumis, F. and Esrosiers, J. (1998). "The operational airline crew scheduling problem." *Transportation Science,* Vol. 23, No. 3, PP. 232-245.

28 – Wark, P., Holt, J., Ronnqvist, M. and Ryan, D. (1997). "Aircrew schedule generation using repeated matching." *European Journal of Operation Research,* Vol. 102, PP. 21-35.

29 – Wren, A. and Wan, R. S. K. (1999). "Installing an urban transport scheduling system." *Journal of Scheduling,* No. 2, PP. 3-17.

30 – Yunes, T. H., Moura, A. V. and de Souza, C. C. (1999). *Large scale crew scheduling problems with constraint programming,* http: // goa.pos.dec.Unicamp.br / otino/pubtexts/rt 99-19. Ps. gz.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1 - Crew Scheduling Problem (CSP)

2 - Leg Segment

3 - Relief Points

4 - Rostering

5 - Constraints Logic Pattern

6 - Set Covering

7 - Set Partitioning