

ارائه مدل تخصیص ترافیک به شبکه حمل و نقل شهری و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک

محمد جواد اصغر پور

دانشیار دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه علم و صنعت ایران

سعداله ابراهیم نژاد

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع - دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

(تاریخ دریافت ۸۰/۴/۳۰، تاریخ تصویب ۸۰/۸/۵)

چکیده

در این مقاله یک مدل جدید ریاضی دو سطحی، با زمان گسسته ارائه شده است که این مدل پیشنهادی، مسأله تخصیص ترافیک را بصورت پویا مدل‌سازی می‌نماید. این مدل از نوع برنامه‌ریزی آرمانی غیرخطی آمیخته با اعداد صحیح است که از نظر جایگاه، در دسته مسائل تخصیص بهینه ترافیک قرار دارد. با توجه به اینکه حل این قبیل مسائل در دسته مسائل NP-Hard قرار دارد و اغلب آنها از نظر پیچیدگی زمانی، رفتار چند جمله‌ای ندارند، لذا در این مقاله علاوه بر استفاده از یک الگوریتم قطعی در حل مسأله موجود برای دسترسی به یک شاخص قطعی برای مقایسه، یک الگوریتم ژنتیک خاص نیز طراحی شد و مدل پیشنهادی با آن حل گردید. این الگوریتم علاوه بر کنترل محدودیتها در فضای تصمیم‌گیری و اصلاح اعضای نسل، سبب بهبود فرآیند تکامل گردیده و مسأله را با سرعت قابل قبولی حل می‌نماید. نتایج حل آن با نتایج حل الگوریتم دقیق مبتنی بر کرادبان تقلیل یافته عمومی^۱ مورد مقایسه و تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که حل مدل پیشنهادی با الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک از نظر مقدار تابع هدف آرمانی اختلاف زیادی ندارند. همچنین حل مدل پیشنهادی با الگوریتم ژنتیک، با تعداد زیادی از نمونه‌ها نشان داد که زمان حل مدل با الگوریتم ژنتیک با اندازه جمعیت $(\lceil m \rceil \leq 30)$ و تعداد نسل $(\lceil gen \rceil \leq 300)$ کمتر از الگوریتم GRG می‌باشد. با افزایش تعداد نسل‌ها و اندازه جمعیت از مقادیر فوق، استفاده از الگوریتم ژنتیک موازی کارآتر خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: تخصیص ترافیک، مدل شبکه حمل و نقل شهری، بهینه‌سازی شبکه چند هدفه، الگوریتم ژنتیک.

مقدمه

پدیده نارسایی و تراکم ترافیک یکی از مشکلات حمل و نقل درون شهری در ابرشهرها و شبکه‌های بزرگ حمل و نقل شهری است. عدم توزیع بهینه بار ترافیکی در سطح شبکه منجر به افزایش آلودگی زیست محیطی، آلودگی صوتی و اتلاف وقت استفاده کنندگان از شبکه می‌گردد. بنابراین ارائه ابزارهای کارآمد مدیریتی، در توزیع بار ترافیکی شبکه، نقش تعیین کننده‌ای داشته و می‌تواند تا حدودی عوامل نامطلوب موجود در شبکه حمل و نقل شهری را کاهش دهد. در این مقاله با ارائه مدل ریاضی و حل آن به کمک الگوریتم ژنتیک خاص، تلاش بر این است که توزیع بار در شبکه حمل و نقل شهری بصورت مناسب انجام گیرد.

محققین متعددی مسائل مربوط به تخصیص ترافیک را از دو دیدگاه مورد بررسی قرار داده‌اند. در دیدگاه اول، مسائل براساس

جریانهای بهینه استفاده کنندگان^۲ از شبکه مدل‌سازی می‌شود. این دیدگاه رفتار استفاده کنندگان از شبکه را بررسی می‌نماید، بطوریکه هیچ استفاده کننده‌ای نمی‌تواند با تغییر مسیر، به زمان سفر کمتری دست یابد. رفتار استفاده کنندگان از مسیرها، اولین بار توسط واردزپ [۲۱] ارائه شد. وی پیشنهاد کرد که زمان سفر کلیه مسیرهایی که بطور واقعی توسط یک وسیله نقلیه پیموده می‌شود مساوی و یا کمتر از زمان سفر آن مسیرهایست که پیموده نشده است. آشتیانی و مگننتی [۱] برای مدل‌سازی مسائل تعادل جریان در شبکه، از مسأله مکمل غیرخطی^۳ استفاده کردند. فلورین [۵] گزارش کرد مزیت مهم مدل‌سازی مسائل جریان شبکه در استفاده از مکمل غیرخطی این است که چون شبکه برحسب جریان کمانها مدل‌سازی می‌شود حل مدل‌های شبکه با ابعاد بزرگتر، به کمک مکمل غیرخطی، ممکن

است ساده‌تر از حل مدل‌هایی باشد که برحسب جریان مسیره‌ها مدل‌سازی شده است. چن و همکاران [۳] مدلی ارائه نمودند که مسیر و زمان حرکت بهینه استفاده‌کنندگان را انتخاب می‌نمود. این نوع مدل‌سازی به دلیل تعداد زیاد محدودیتها برای مسائل با ابعاد بزرگتر از نظر زمانی، کارا نبوده و وجود فضای جواب غیرمحدب و متغیرهای صفر - یک بر مشکلات محاسباتی مدل می‌افزود. در دیدگاه دوم مسایل بر اساس جریانهای بهینه سیستم^۴ مدل‌سازی می‌شوند. هدف این دیدگاه، تخصیص مسیره‌ها به وسایط نقلیه در پیوندهای مختلف است بطوری که معیار میانگین زمان سفرها در کمانها کمینه شوند (اصل دوم واردرب). کافمن و همکاران [۱۵] مدلی ارائه نمودند که از نوع برنامه‌ریزی خطی آمیخته با اعداد صحیح بود. این مدل با استفاده از روش انشعاب و تحدید کمینه می‌شد.

مرچنت و نم‌هاورز [۱۷] یک مدل تخصیص ترافیک ارائه نمودند که غیرخطی و غیرمحدب بوده و دارای مبدهای چندگانه و مقصد یگانه‌ای بود. برای حل مدل، آنها از نسخه خطی شده براساس قطعات خط منکسر استفاده نمودند که روی تابع هدف و محدودیت‌های غیرخطی اعمال شده بود. هو [۱۱] یک الگوریتم تجزیه متداخل^۵ توسعه داد و با آزمایش مجموعه حل‌های بهینه برنامه خطی، حل بهینه مطلق را پیدا کرد. کری [۲]، مدل مرچنت و نم‌هاورز را مورد نقد و بررسی قرار داد و با افزودن محدودیت‌های کنترل جریان به محدودیت‌های مدل مرچنت و نم‌هاورز، آنها به برنامه‌ریزی غیرخطی محدب تبدیل نمود تا بتواند با استفاده از خاصیت برنامه‌ریزی محدب و آزمایش شرایط کوهن و تاکر به جواب بهینه مطلق برسد. همچنین کری علاوه بر اصلاح ساختار محدودیتها و کنترل جریان در کمانها به مقصدهای چندگانه اشاره نمود که در مدل مرچنت و نم‌هاورز مسأله فقط با یک مقصد، مدل‌سازی شده بود. در مقاله حاضر یک مدل ریاضی دو سطحی غیرخطی، غیرمحدب و چند هدفه پیشنهاد شده است. در این مدل یک تابع خروج از کمان ارائه می‌شود که این تابع به حجم ترافیک در ابتدای پیوند جاری و نسبتی از جریانهای ورودی به کمان در پیوند جاری وابسته می‌باشد. همچنین هنگامی که نرخ‌های جریان خروجی با ازدحام افزایش می‌یابد تابع خروج از کمان پیشنهادی، آنها دقیق‌تر از تابع خروج از کمان ارائه شده در مدل کری نشان می‌دهد.

باتوجه به اینکه تابع خروج از کمان، به متوسط زمان سفر وسایط نقلیه در طی کمان وابسته است، این موضوع سبب می‌شود که

مدل ریاضی ارائه شده بصورت دوسطحی عمل نماید. علاوه بر موارد فوق، در مدل ارائه شده توسط مرچنت و نم‌هاورز و اصلاح شده آن توسط کری، عامل زمان‌بندی (فازبندی) چراغهای راهنما در تقاطع‌ها، در تابع خروج از کمان بیان نشده است. این عامل در مدل پیشنهادی بصورت پارامتری و به نسبت زمان سبز به زمان سیکل در تابع خروج از کمان اعمال شده است. این نسبت می‌تواند بصورت متغیر تصمیم‌گیری در مدل اعمال شود تا زمان‌بندی بهینه چراغهای راهنما در تقاطعها نیز، براساس تعامل جریانها در کل شبکه تعیین شود. ویژگی دیگر مدل پیشنهادی این است که ورود (عرضه) و خروج (تقاضا) جریان از شبکه علاوه بر گره‌ها از طریق کمانها نیز امکان‌پذیر است. دلیل اعمال ورود و خروج جریان از کمانها این است که شکل هندسی شبکه‌های حمل و نقل شهری به گونه‌ای است که نمی‌توان کلیه عرضه‌ها و تقاضاها را از طریق گره‌ها به شبکه اعمال نمود. زیرا محدود نمودن اعمال تقاضا از طریق گره‌ها سبب می‌شود برآورد متوسط زمان سفرها در کمانها دقیق نباشد. باتوجه به توضیحات فوق، ابتدا مدل ریاضی پیشنهادی با الگوریتم GRG حل گردید. و به دلیل طولانی شدن زمان حل، براساس تحقیق لی [۱۶] متغیرهای صفر - یک، در بازه [۱ و ۰] بصورت پیوسته در نظر گرفته شدند و با اعمال محدودیت‌های مربوط به متغیرهای صفر - یک، زمان حل بطور چشمگیری کاهش یافت، سپس یک الگوریتم ژنتیک خاص طراحی گردید و مدل پیشنهادی با آن نیز حل شده و نتایج حاصل از حل مدل با الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک از نظر مقدار تابع هدف و زمان حل مقایسه گردید. مقدار تابع هدف مدل پیشنهادی با الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک به ترتیب $135/8$ و $138/6$ بدست آمد و زمان حل آن نیز به ترتیب $9/8$ و $2/2$ دقیقه بدست آمد. مقدار تابع هدف مدل کری، $131/3$ و زمان حل آن 1 دقیقه بدست آمد. دلایل اختلاف $2/4\%$ و $5/5\%$ ، بین مقدار تابع هدف مدل پیشنهادی و مدل کری پیش از این بیان شد. پراشکر و بکهر [۱۹] با حل مثالهایی، مدل‌های تعادل استفاده‌کنندگان قطعی و تعادل استفاده‌کنندگان احتمالی را با مدل تعادل جریان بهینه سیستم مورد مقایسه قراردادند. آنها نتیجه گرفتند در حالتی که جریانها ازدحام کمی دارند، تخصیص جریان، برای تعادل استفاده‌کنندگان احتمالی بدتر از تعادل استفاده‌کنندگان قطعی نسبت به جریانهای بهینه سیستم می‌باشد. در حالتی که جریانها ازدحام متوسطی دارند، تخصیص جریان برای استفاده‌کنندگان

محدودیتها استفاده نمودند. ایشی‌بوچی و مُرتا [۱۳] یک الگوریتم ژنتیک تلفیقی^{۱۱} برای پیدا کردن یک مجموعه از حل‌های نامغلوب^{۱۲} ارائه نمودند تا مسأله چند هدفه را بهینه‌سازی نمایند.

مدل تخصیص ترافیک به شبکه حمل و نقل شهری

در این قسمت، تعریف مسأله، مفروضات، تعریف اهداف و نمادها توضیح داده شده و در بخش سوم، مدل ریاضی مسأله با اهداف و محدودیتها، ارائه شده است.

تعریف مسأله

در این تحقیق یک شبکه حمل و نقل، با مبداهای و مقصدهای چندگانه و بصورت یک طرفه تعریف می‌شود که از مجموعه گره‌ها و کمانها تشکیل شده است. همچنین پربودهای تجزیه و تحلیل مسأله در بازه [T و ۰] تعریف می‌شوند عرضه نقاط مبدأ و تقاضای نقاط مقصد در پربودهای مختلف با یکدیگر اختلاف داشته و وابسته به زمان هستند. باتوجه به توضیحات اخیر، هدف، ارائه یک مدل ریاضی است تا جریانها بصورت بهینه بین مبداهای و مقصدها توزیع شده و علاوه بر ارضاء شدن محدودیتها موجود در شبکه، اهداف مورد نظر نیز بصورت آرمانی بهینه گردند.

مفروضات

- ۱- با توجه به ساختار سلسله مراتبی شبکه راههای شهری، خیابانها به سه دسته خطوط تغذیه (خیابانهای فرعی)، خطوط واسطه (خیابانهای اصلی) و شریانها (بزرگراهها) تقسیم می‌شوند.
- ۲- گره‌های موجود در شکل هندسی شبکه بعنوان پایانه یا میدان یا تقاطع در نظر گرفته می‌شوند.
- ۳- خیابانها بصورت یک سویه در نظر گرفته شده‌اند.
- ۴- ظرفیت کمانها در شبکه مورد نظر محدود است.
- ۵- تنها یک نوع وسیله نقلیه (همسنگ سواری) در نظر گرفته می‌شود.
- ۶- میتوان اثر تصادفات و خرابی وسایط نقلیه را در مدل اعمال نمود.
- ۷- سفرهای روزانه به سفرهای کاری و خرید تقسیم می‌شوند.
- ۸- تولید سفر بعنوان ورود جریان به شبکه و جذب سفر بعنوان خروج جریان از شبکه در نظر گرفته شده است.

قطعی بدتر از استفاده کنندگان احتمالی نسبت به جریانهای بهینه سیستم است. همچنین در حالتی که جریانها ازدحام زیادی دارند جریانهای تعادل استفاده کنندگان احتمالی، بدتر از استفاده کنندگان قطعی نسبت به جریانهای بهینه سیستم می‌باشد. محققین در این تحقیق انحراف جریانهای تعادل استفاده کنندگان قطعی و احتمالی را نسبت به جریانهای بهینه سیستم محاسبه نمودند. فریز و همکاران [۶] یک مدل ایستا و چند هدفه برای طراحی بهینه شبکه حمل و نقل ارائه نمودند که ساختار مدل، غیرخطی و غیرمحدب بود. آنها مدل پیشنهادیشان را به کمک الگوریتم SA^۶ حل نمودند و گزارش کردند با روش وزن دهی و الگوریتم SA برای هر مجموعه از وزنها (در مینی کامپیوتر IBM ۹۳۷۰) به ۱۶/۴۶ ساعت زمان نیاز است تا مجموعه بهینه پاریتو را تولید نماید.

مقایسه فرآیند حل الگوریتم ژنتیک در [۹ و ۱۲] با الگوریتم ابتکاری SA در [۶] نشان می‌دهد که در الگوریتم SA به علت شروع از یک نقطه اولیه، وابستگی بین جواب اولیه و جواب نهایی بطور کامل از بین نمی‌رود. در حالیکه این مشکل در الگوریتم ژنتیک با امکان حرکت‌های وسیع‌تر در مجموعه جوابها مرتفع می‌شود، بدین ترتیب که با اعمال عملگرها سعی می‌گردد تا حد امکان بخش زیادی از مجموعه جوابها جستجو شوند. همچنین در الگوریتم ژنتیک با انتخاب یک مجموعه جواب بجای یک جواب، سعی بر این است که تا حد امکان از وابستگی جواب نهایی به جواب اولیه کاسته شود [۴]. همچنین مقایسه الگوریتم SA با الگوریتم TS^۷ نشان داد برای مسایل با ابعاد بزرگ، توافق منطقی بین کیفیت حل و زمان حل در الگوریتم SA از الگوریتم TS کارا تر است [۱۳]. محققین [۱۹] نشان دادند برای حل مسایل برنامه‌ریزی ریاضی با شبکه‌های عصبی از نوع حرکات پیشرو^۸، الگوریتم یادگیری انتشار خطا به عقب^۹، الگوریتم مناسبی است ولی به دلیل نیاز به طول گام‌های کوچک، حل مسایل برنامه‌ریزی غیرخطی با این روش کند است. الگوریتم دیگر برای آموزش شبکه‌های عصبی استفاده از الگوریتم ژنتیک است. کارآیی الگوریتم ژنتیک نسبت به الگوریتم یادگیری انتشار خطا به عقب کمتر نبوده و در شرایطی که الگوریتم یادگیری انتشار خطا به عقب در دام بهینه‌های محلی می‌افتد الگوریتم ژنتیک مشکل افتادن در دام بهینه‌های محلی را برطرف می‌نماید. فونسکا و فلمینگ [۷] با یکپارچه نمودن فرمول‌بندی^{۱۱} الگوریتمهای تکاملی، از آنها برای بهینه‌سازی مسائل چند هدفه و کنترل

h : متوسط هزینه توقف هر واحد وسیله نقلیه، در واحد زمان (دقیقه) در تقاطع‌ها.

γ : طول فاصله زمانی هر پریود (مثلاً هر پریود ۱۵ دقیقه تعریف می‌شود).

t_c, t_y, t_g, t_r : متوسط زمانهای قرمز، سبز و زرد و زمان سیکل چراغ در تقاطع‌ها.

$$t_c = t_r + t_g + t_y$$

$B(k)$: مجموعه کمانهای منتهی شده به گره k ام.

$A(k)$: مجموعه کمانهای خارج شده از گره k ام.

t_{z1} : متوسط زمان سفر در کمان z ام که در پریود t ام، وارد کمان z ام شده است.

b_{k1} : متوسط طول صف وسایط نقلیه، در گره k ام در فاصله پریود t ام.

f_{z1} : میزان جریان وارد شده به کمان z ام در طول پریود t ام.

x_{z1} : حجم ترافیک (تعداد وسایط نقلیه) در کمان z ام در ابتدای پریود t ام.

g_{z1} : تابع خروج وسایط نقلیه از انتهای کمان z ام در طول پریود t ام.

s_{z1} : تعداد وسیله نقلیه ورودی به کمان z ام در طول پریود t ام (ورود به شبکه).

s'_{z1} : تعداد وسیله نقلیه خروجی از کمان z ام در طول پریود t ام (خروج از شبکه).

φ : سطح خدمت در کمان z ام.

q_{max} : بیشینه جریان عبوری از تقاطع‌ها در طول هر پریود (تردد اشباع).

مدل ریاضی مسأله

در مدل پیشنهادی، به دلیل فقدان اطلاعات مربوط به هزینه هر واحد جریان ارسالی، هدف چهارم، لحاظ نشده است. هدف دوم بطور غیر مستقیم به هزینه‌های ناشی از توقف وسایط نقلیه در تقاطع‌ها اشاره می‌کند. بنابراین سهم سوخت مصرفی و زمان انتظار ناشی از توقف، برای آن دسته از وسایط نقلیه‌ای که زودتر به چراغ قرمز رسیده‌اند بیش از وسایط نقلیه‌ای است که دیرتر به چراغ قرمز رسیده‌اند. در نتیجه، تابع مربوط به تعداد وسایط نقلیه در صف، با توجه به شکل (۱) محاسبه می‌شود:

۱-۸. در سفرهای یکسرخانه، مناطق با تولید سفر بیشتر، مناطق مسکونی می‌باشند.

۲-۸. در سفرهای یکسرخانه، مناطق با جذب سفر بیشتر، مناطق اداری و تجاری می‌باشند.

۹- توزیع حجم ترافیک در کمانها بصورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود.

۱۰- وسایط نقلیه در طول مسیر با سرعت متوسط حرکت می‌کنند.

۱۱- در مدل طراحی شده، زمانبندی چراغ‌ها در تقاطع‌ها بصورت نسبت ثابت در نظر گرفته شده است.

۱۲- مدل طراحی شده، با زمان گسسته در نظر گرفته شده است. ولی ساختار مدل به گونه‌ای طراحی شده است که برای پیوسته در نظر گرفتن مدل، بجای اینکه اطلاعات بصورت ورودی در مدل اعمال شود می‌توان آنها را بصورت توابع وابسته به زمان در مدل اعمال کرد.

۱۳- اصول و مقررات راهنمایی و رانندگی در شبکه حمل و نقل شهری از جانب کاربران رعایت می‌گردند.

۱۴- سفرهای مدارس و مؤسسات آموزشی در دسته سفرهای کاری تعریف شده است.

۱۵- کوچکترین طول زمان هر پریود، $\Delta t = \gamma$ تعریف شده است.

۱۶- مطابق آئین‌نامه HCM^{۱۳}، اثر سطح خدمت‌دهی با عامل Φ_j در مدل اعمال شده است.

تعریف اهداف

۱- هدف اول: کمینه کردن متوسط زمان سفرها برای عبور از کمانها.

۲- هدف دوم: کمینه کردن متوسط تعداد وسایط نقلیه در صف در تقاطع‌ها.

۳- هدف سوم: کمینه کردن ظرفیت بلااستفاده کمانها بر اساس سطح سرویس‌دهی مورد نظر.

۴- هدف چهارم: کمینه کردن متوسط هزینه جریانهای ارسالی در کمانها.

نمادها

$G = (N, A)$: معرف گره‌ها و معرف کمانهاست.

l : متوسط هزینه ارسال هر واحد جریان در واحد طول (کیلومتر)

$$b_{kt} = \frac{\gamma}{t_c} b_{kt_r} \Rightarrow b_{kt_r} = (b_{kt} * t_c) / \gamma$$

$$\text{Min} \sum_{k \in N} \sum_{t=1}^T b * t_r (b_{kt} * \frac{t_c}{\gamma} + 1) / \gamma$$

بر اساس توضیحات اخیر حجم انباشته شدن وسایط نقلیه با توجه به طولی بودن کمان یا ترافیک شدید از روابط (۱) و (۲) بدست می‌آید.

$$b_{kt} = \frac{t_r}{t_c} \left[x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt} + \frac{\gamma - t_{jt}}{\gamma} f_{jt} \right] \quad \text{اگر } t_{jt} \leq \gamma \quad (1)$$

$$b_{kt} = \frac{t_r}{t_c} * \frac{t_{jt}}{\gamma} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt}) \quad \text{اگر } t_{jt} > \gamma \quad (2)$$

$$\text{min} \sum_{t=1}^T \sum_{j \in A} t_{jt} \quad (3)$$

$$\text{Min} \sum_{j \in A} \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{f_{jt}}{u_j} \right) \Phi_j \quad (4)$$

$$\text{Min} \sum_{k \in N} \sum_{t=1}^T \frac{b(t_r(b_{kt} + 1))}{\gamma} \quad (5)$$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{j \in A} a * l_j * f_{jt} \quad (6)$$

حال برای هر یک از اهداف، مقدار مشخصی به عنوان آرمان تعیین نموده و سپس هر یک از این اهداف در قالب محدودیتهای آرمانی در مدل اعمال می‌شود.

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j \in A} t_{jt} + n_1 - p_1 = g_1$$

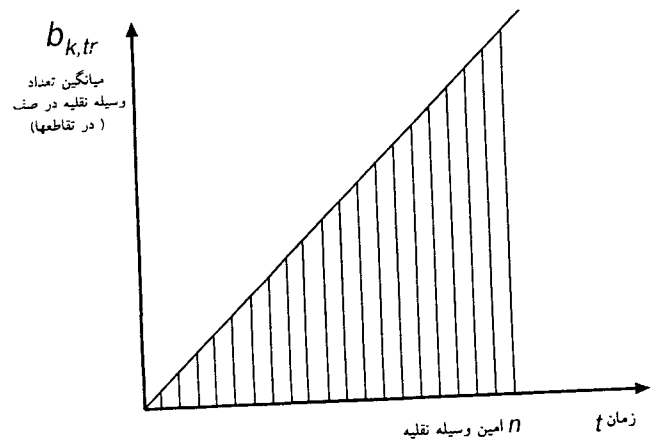
$$\sum_{k \in N} \sum_{t=1}^T \frac{b(t_r(b_{kt} + 1))}{\gamma} + n_2 - p_2 = g_2$$

$$\sum_{j \in A} \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{f_{jt}}{u_j} \right) \Phi_j + n_3 - p_3 = g_3$$

با توجه به اینکه g_1 و g_2 و g_3 حد بالای آرمانها می‌باشد. بنابراین با در نظر گرفتن ضرایب وزنی برای انحراف از آرمانها، برنامه‌ریزی آرمانی بصورت زیر خواهد بود.

$$\text{Min} z = \sum_{i=1}^3 W_i P_i$$

به شرط:



شکل ۱: زمان - میانگین تعداد وسیله نقلیه در صف در تقاطعها.

مدت زمان توقف اولین وسیله نقلیه: t_r

مدت زمان توقف دومین وسیله نقلیه: $t_r - \alpha$

مدت زمان توقف سومین وسیله نقلیه: $t_r - 2\alpha$

مدت زمان توقف n امین وسیله نقلیه: $t_r - n\alpha$

α : اختلاف زمان رسیدن دو وسیله نقلیه متوالی به پشت چراغ در حالت قرمز.

$$t_r - n\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{t_r}{n}$$

$$n = b_{k,t_r}$$

کل زمان تلف شده در پشت چراغ قرمز در پیروا t ام در گروه k ام عبارتست از:

$$t_r + t_r - \alpha + t_r - 2\alpha + \dots + t_r - n\alpha =$$

$$(n+1)t_r - \alpha(1+2+\dots+b_{k,t_r})$$

$$(n+1)t_r - \frac{t_r}{b_{k,t_r}} * b_{k,t_r} \left[\frac{(b_{k,t_r} + 1)}{2} \right] =$$

$$t_r \left[\frac{(b_{k,t_r} + 1)}{2} \right]$$

با توجه به اینکه b_{kt} ، حجم انباشته شدن وسایط نقلیه در پیروا t می‌باشد و از طرفی، تعداد دفعاتی که چراغ قرمز خواهد شد برابر با $\frac{\gamma}{t_c}$ است بنابراین می‌توانیم هدف سوم را به صورت زیر بنویسیم:

(۸) محاسبه می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$t_{jt} \leq \gamma \quad \text{اگر}$$

(۷)

$$g_{jt} = \begin{cases} \text{Min} \left(q_{\max}, \frac{t_g}{t_c} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt} + \frac{\gamma - t_{jt}}{\gamma} f_{jt}) \right) & \text{اگر } t_{jt} \leq \gamma \\ \text{Min} \left(q_{\max}, \frac{t_g}{t_c} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt}) \right) & \text{اگر } t_{jt} > \gamma \end{cases}$$

(۸)

در روابط (۷) و (۸)، q_{\max} ، حداکثر حجم جریان عبوری در تقاطع مورد نظر است. مقدار حداکثر حجم جریان عبوری به شکل هندسی تقاطع، تعداد خطوط موجود در کمان و زمانبندی چراغ‌های راهنما بستگی دارد. ممکن است در بعضی از مواقع، تعداد وسیله نقلیه‌ای که در یک پیروید مشخص به انتهای کمان می‌رسند به اندازه q_{\max} نباشد. در این حالت مقدار تابع خروج از کمان، از جزء دوم رابطه (۷) و (۸) محاسبه می‌شود. در حالتی که متوسط زمان سفر کمتر از γ واحد زمانی باشد جزء دوم تابع خروج، به حجم ترافیک موجود در کمان، مقدار ورود به کمان و خروج از کمان و کسری از جریانهای ورودی که در داخل پیروید مورد نظر می‌توانند به انتهای کمان برسند بستگی دارد. رابطه (۷) تابع خروج را برای کمانهای کوتاه یا کم ترافیک تعریف می‌کند در حالیکه رابطه (۸) آنرا برای کمانهای طویل یا پر ترافیک تعریف می‌کند. در این نوشتار q_{\max} ، بعنوان یک پارامتر تعریف شده است و می‌توان مقدار آن را بر حسب مشخصات شبکه در مدل وارد کرد. بنابراین در یک کمان مشخص و پیروید مشخص تابع خروج بصورت رابطه (۹) خواهد بود.

$$g_{jt} = \left\{ \text{Min} \left(q_{\max}, \frac{t_g}{t_c} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt} + \frac{\gamma - t_{jt}}{\gamma} f_{jt}) \right) \right\} (1 - r_{jt}) + \left\{ \text{Min} \left(q_{\max}, \frac{t_g}{t_c} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt}) \right) \right\} (1 - y_{jt}) \quad (9)$$

با توجه به رابطه (۹)، اگر متوسط زمان سفر در کمان γ کمتر از γ واحد زمان باشد جزء اول رابطه (۹)، تابع خروج را مشخص می‌کند و اگر متوسط زمان سفر در کمان γ بیش از γ واحد زمان باشد جزء دوم رابطه (۹)، تابع خروج را مشخص خواهد کرد. بنابراین مطابق جزء اول رابطه (۹)، مقدار تابع خروج به اندازه q_{\max} یا به اندازه $\frac{t_g}{t_c} (x_{jt} + S_{jt} - S'_{jt} + \frac{\gamma - t_{jt}}{\gamma} f_{jt})$ خواهد بود. حال با فرض اینکه $\frac{t_g}{t_c} = \frac{1}{\gamma}$ باشد می‌توان محدودیت‌های

۱- محدودیت‌های آرمایی.

۲- محدودیت متوسط زمان سفرها در کمانها در پیرویدهای مختلف.

۳- محدودیت تابع خروج وسایط نقلیه در کمانها در پیرویدهای مختلف.

۴- محدودیت کنترل وضعیت ترافیک در کمانها در پیرویدهای مختلف.

۵- محدودیت حفظ جریان در گره‌ها (تقاطع‌ها).

۶- محدودیت انتشار جریان و تأمین تقاضاها در فاصله پیرویدهای مورد نظر.

۷- محدودیت ظرفیت کمانها.

۸- شرایط اولیه.

۹- محدودیت نوع متغیرها.

الف) محدودیت متوسط زمان سفرها در کمانها

این دسته از محدودیت‌ها با استفاده از تابع زمان سفر که وابسته به طول کمان و حجم ترافیک است محدودیت‌های (۴) و (۵) را کنترل می‌کند.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$t_{jt} = \frac{l_j}{\bar{v}_j} + \alpha x_{jt}^{\beta}$$

در این تابع، l_j طول کمان j ام، \bar{v}_j متوسط سرعت در کمان j ام، x_{jt} حجم ترافیک در ابتدای پیروید t در کمان j ام و α و β پارامترهای کالیبراسیون تابع است.

لازم به ذکر است که اگر حجم ترافیک برابر با صفر باشد متوسط زمان سفر جریان آزاد 14 برابر با $\frac{l_j}{\bar{v}_j}$ خواهد بود. اما در صورتی که حجم ترافیک بزرگتر از صفر باشد در آنصورت متوسط زمان سفر افزایش خواهد یافت. حال اگر هر پیروید زمانی 15 دقیقه در نظر گرفته شود در آنصورت داریم:

$$t_{jt} \leq 15 + M * r_{jt}$$

$$t_{jt} > 15 - M * y_{jt}$$

$$r_{jt} + y_{jt} = 1$$

بنابراین اگر متوسط زمان سفر کمتر از 15 دقیقه باشد در آنصورت $r_{jt} = 0$ ، $y_{jt} = 1$ خواهد بود و بالعکس.

ب) محدودیت تابع خروج وسایط نقلیه از کمان

تابع خروج وسایط نقلیه از کمان j ام در پیروید t ام با روابط (۷) و

شایان توجه است همانطور که پیش از این نیز گفته شد جریانهای ورودی و خروجی کمانهای فرعی است که بعنوان اطلاعات ورودی، در مدل اعمال خواهد شد. حال با جایگذاری مقادیر تابع خروج از روابط (۱۲) و (۱۵) در رابطه (۱۶)، رابطهٔ اخیر بصورت رابطه (۱۷)، بازنویسی می‌شود.

$$x_{j,t+1} = x_{j,t} + f_{j,t} - (1-r_{j,t}) * z_{j,t} - (1-y_{j,t}) *$$

$$l_{j,t} + S_{j,t} = S'_{j,t}$$

(۱۷)

با توجه به اینکه مجموع متغیرهای $r_{j,t}$ و $y_{j,t}$ برابر با یک است. بنابراین یکی از توابع خروج $z_{j,t}$ و $l_{j,t}$ در رابطه (۱۷) تأثیر خواهد گذاشت.

ح) محدودیت حفظ جریان در گره‌ها (تقاطع‌ها)

در این دسته از محدودیت‌ها تلاش بر این است که نشان داده شود، اگر گره‌ها تقاضای جریان نداشته باشند در آن صورت مجموع جریان‌های خروجی از انتهای کمانهای قبل از گره k با مجموع جریانهای ورودی به کمانهای بعد از گره k برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\sum_{j \in B(k)} g_{j,t} = \sum_{j \in A(k)} f_{j,t} \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

(۱۸)

حال اگر در گره k ، تقاضا وجود داشته باشد در آن صورت رابطه (۱۸) بصورت رابطه (۱۹) بازنویسی می‌شود.

$$\sum_{j \in B(k)} g_{j,t} \geq \sum_{j \in A(k)} f_{j,t} \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

(۱۹)

خ) محدودیت انتشار جریان و تأمین تقاضاها

در این دسته از محدودیت‌ها تلاش بر این است که جریان، از کمانهای ابتدایی به کمانهایی انتهایی انتقال یابد و در حین انتقال جریان، تقاضای کمانها از طریق $S'_{j,t}$ تأمین شود. در این محدودیت‌ها ممکن است به دلیل طولانی شدن متوسط زمان سفر در کمان زام، جریان ورودی به کمان زام در طول پیروی t به کمانهای بعدی منتقل نشود بلکه در طول پیروهای t تا $\left\lceil t + \frac{t_{j,t}}{\gamma} \right\rceil$ به کمانهای بعدی انتقال پیدا کند. بنابراین مجموع حجم ترافیک و جریانهای ورودی در طول پیروی t و مجموع تفاضل ورودیها و خروجیها در طول پیروی t تا $\left\lceil t + \frac{t_{j,t}}{\gamma} \right\rceil$ به

تابع خروج از کمان را بصورت رابطه (۱۰) و (۱۱) بازنویسی کرد.

$$\frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t} + \frac{\gamma - t_{j,t}}{\gamma} f_{j,t}) \leq q_{max} + MP_{j,t} \quad (10)$$

$$\frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t} + \frac{\gamma - t_{j,t}}{\gamma} f_{j,t}) > q_{max} - M(1 - P_{j,t}) \quad (11)$$

با توجه به اینکه متغیر $P_{j,t}$ ، صفر و یک است. بنابراین یکی از محدودیت‌های فوق فعال خواهد شد و مقدار تابع خروج از رابطه (۱۲) محاسبه خواهد شد.

$$z_{j,t} = q_{max} * P_{j,t} + \frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t} + \frac{\gamma - t_{j,t}}{\gamma} f_{j,t}) * (1 - P_{j,t}) \quad (12)$$

حال اگر متوسط زمان سفر در کمان زام، بیش از γ واحد زمان باشد. جریانهای ورودی به ابتدای کمان زام در پیروی مورد نظر، در همان پیروی، به انتهای کمان زام نخواهند رسید و در نتیجه به $x_{j,t}$ تبدیل خواهند شد. بنابراین محدودیت‌های تابع خروج عبارتست از:

$$\frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t}) \leq q_{max} + Me_{j,t} \quad (13)$$

$$\frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t}) > q_{max} - M(1 - e_{j,t}) \quad (14)$$

با توجه به اینکه متغیر $e_{j,t}$ ، صفر و یک است. بنابراین یکی از دو محدودیت فوق فعال خواهد شد.

$$l_{j,t} = q_{max} * e_{j,t} + \frac{1}{\gamma} (x_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t}) * (1 - e_{j,t}) \quad (15)$$

و مقدار تابع خروج از رابطه (۱۵) محاسبه خواهد شد.

ج) محدودیت کنترل وضعیت ترافیک در کمانها

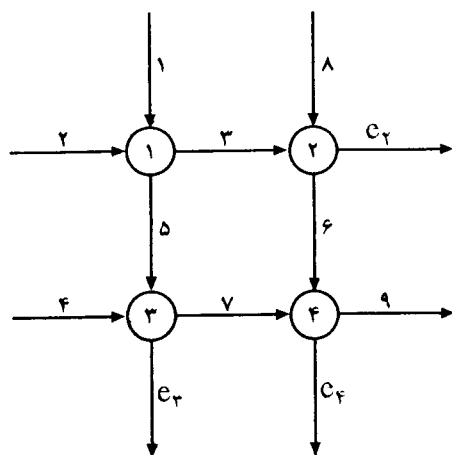
به منظور کنترل حجم ترافیک در ابتدای پیروی $(t+1)$ ، باید از مجموع حجم ترافیک در ابتدای پیروی t و جریان وارد شده در طول پیروی t ، میزان وسایط نقلیه خروجی از کمان را در طول پیروی t کم کرد و این رابطه را بصورت زنجیره‌ای برای کلیه پیروها بازنویسی نمود.

$$x_{j,t+1} = x_{j,t} + f_{j,t} + S_{j,t} - S'_{j,t} - g_{j,t} \quad (16)$$

دارای $5 * T * A + 2 * N * T + 11 * A * T$ محدودیت و متغیر تصمیم‌گیری می‌باشد. T نشان‌دهنده تعداد پر بوده‌ها، A تعداد کمانها و N تعداد گره‌هاست. مثال شبکه مدل ارائه شده، دارای ۴ گره و ۹ کمان می‌باشد که با احتساب محدودیتها و متغیرهای آرمانی، تعداد محدودیتها و متغیرها به ترتیب ۴۲۸ و ۲۲۲ خواهد بود. از این تعداد، ۱۴۴ متغیر صفر و یک وجود دارد. لازم به ذکر است همانطور که پیش از این نیز در فرضها بیان شد جریانها بصورت یکسویه در نظر گرفته شده است. در حالتی که جریانها بصورت دوسویه در نظر گرفته شوند. نقاط مبدأ و مقصد تغییر می‌کند و ابعاد مدل از نظر تعداد محدودیتها و متغیرها دو برابر می‌شود که حل مدل با این ابعاد به زمان بیشتری نیاز دارد.

کاربرد مدل ریاضی ارائه شده در مطالعه موردی

به منظور کاربرد مدل ریاضی، یک مطالعه موردی برای مدل تخصیص ترافیک انتخاب شد. محل اجرای مدل ارائه شده در این نوشتار، هسته مرکزی (C.B.D) شهر کرج بوده است. در شبکه هسته مرکزی شهر کرج، خیابانها و تقاطعها مطابق شکل (۲) شماره‌گذاری شده است.



شکل ۲: هسته مرکزی شهر کرج.

نتایج آماری نشان داد که بین حجم ترافیک و تابع زمان سفر رابطه خطی وجود دارد. لازم به یادآوری است در حالتی که شبکه قفل کند اعتبار رابطه خطی تأیید نمی‌شود. بنابراین اگر شکل تابع زمان سفر بصورت رابطه (۲۱) تعریف شود [۱۸]:

$$t_{jt} = \frac{l_j}{v_j} + \alpha x_{jt} \quad (21)$$

کمانهای قبل از گره k ، در طول پر بود t تا $\left\lceil t + \frac{t_{jt}}{\gamma} \right\rceil$ به جریان کمانهای بعد از گره k تبدیل شود. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\sum_{j \in B(k)} (f_{jt} + x_{jt}) + \sum_{j \in B(k)} \sum_{\tau=t}^{\left\lceil t + \frac{t_{jt}}{\gamma} \right\rceil} (S_{jt} - S'_{jt}) = \sum_{j \in A(k)} \sum_{\tau=t}^{\left\lceil t + \frac{t_{jt}}{\gamma} - 1 \right\rceil} f_{jt} + \sum_{j \in A(k)} f_{jt} \left\lceil t + \frac{t_{jt}}{\gamma} \right\rceil$$

$$t = 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{t_{jt}}{\gamma} + t \right\rceil$$

$$t_{jt} = \text{Max} \{ t_{jt}, j \in B(k) \}, \forall k \in N, j \in A \quad (20)$$

رابطه (۲۰) یک رابطه ایده‌آلی است که محدودیت چراغ در تقاطعها را در نظر نمی‌گیرد. با لحاظ نمودن این محدودیت سمت چپ معادله (۲۰) از سمت راست آن همواره بزرگتر یا مساوی خواهد بود. به عبارت ساده‌تر، به دلیل طولانی شدن متوسط زمان سفر در برخی از کمانها، بعضی از جریانها در پر بود $\left\lceil t + \frac{t_{jt}}{\gamma} \right\rceil$ به انتهای کمانهای قبل از گره k می‌رسند و در همان لحظه با قرمز شدن چراغ راهنما مواجه می‌شوند. لذا این جریانها نمی‌توانند از گره k عبور کنند. در نتیجه طرف اول رابطه (۲۰) بزرگتر از طرف دوم آن خواهد شد.

د محدودیت ظرفیت کمانها

$$0 \leq f_{jt} \leq u_j \quad \forall j \in A, t \in T$$

د محدودیت نوع متغیرها

$$x_{jt} = I_j \quad \forall j \in A$$

$$f_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad r_{jt}, y_{jt}, p_{jt}, e_{jt} \in \{0, 1\}$$

ویژگیهای مدل تخصیص ترافیک به شبکه

در مدل ریاضی این تحقیق، دو دسته از متغیرها بصورت پیوسته و سه دسته از متغیرها بصورت صفر و یک می‌باشند. مدل

اولیه بدست آمده از مرحله اول و اعمال محدودیت‌های انتشار جریان، مدل تنظیم گردیده و با حل آن، جواب بهینه محلی به دست می‌آید. شایان توجه است به دلیل طولانی شدن زمان حل مدل در الگوریتم GRG، بر اساس تحقیق لی [۱۶] متغیرهای صفر یک، درباره [۱ و ۰] بصورت پیوسته در نظر گرفته شدند و با اعمال محدودیت‌های مربوط به متغیرهای صفر یک، به شکل $\sum_i (x_i - x_i^2) = 0$ ، زمان حل مدل بطور چشمگیری کاهش یافت. در شکل (۳) نمودار جریان حل دو مرحله‌ای مدل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار Lingo نشان داده شده است.

شرح الگوریتم ژنتیک

در این قسمت، ابتدا لازم است شکل کلی کروموزوم‌های مورد استفاده در حل مدل پیشنهادی در زیر معرفی گردد.

$x_{11} \dots x_{94}$	$f_{11} \dots f_{94}$	$r_{11} \dots r_{94}$	$p_{11} \dots p_{94}$	$e_{11} \dots e_{94}$
X	F	R	P	E

از این ساختار اولیه، به دلیل شکل زنجیره‌ای (وابستگی) متغیرهای وضعیت (X) و همچنین نوع متغیرهای صفر - یک، این نوع متغیرهای تصمیم‌گیری از شکل اولیه برداشته می‌شود و در طی فرایند حل، مقدار آنها بصورت ضمنی محاسبه شده و در محل خودشان قرار داده می‌شوند. بنابراین شکل اصلاح شده کروموزوم‌هایی که بصورت مستقیم در حل مدل نقش دارند بشکل زیر خواهند بود

f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	...	f_{91}	f_{92}	f_{93}	f_{94}
F								

در شکل (۴) نمودار جریان الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است.

مطابق شکل (۴) از عملگرهای تقاطعی^{۱۷}، جهش^{۱۸} و نوترکیب^{۱۹} استفاده می‌شود.

از بین عوامل فوق، ساختار سیستم کدگذاری و شکل تابع برازش در مقایسه با سایر عوامل بحرانی‌تر هستند [۱۰]. طراحی الگوریتم ژنتیک خاص منظوره در پنج مرحله توضیح داده می‌شود:

مرحله اول: تولید جمعیت اولیه

با توجه به اینکه ساختار مدل ریاضی ارائه شده، از دو دسته متغیرهای پیوسته و عدد صحیح (صفر - یک) استفاده می‌کنند بنابراین طراحی سیستم کدگذاری در مسأله مورد بحث از اهمیت

با توجه به اینکه در رابطه (۲۱)، آمار مربوط به متوسط زمان سفر، متوسط سرعت و حجم ترافیک در کمانها جمع‌آوری شده است. بنابراین می‌توان مقدار ضریب α را محاسبه نمود. تست آماری مربوط به خطی بودن برآورد تابع زمان سفر در جدول (۱) بر اساس آماره t انجام شده است.

جدول ۱ تابع زمان سفر در کمانها^{۱۶}

شماره خیابان	تابع زمان سفر (دقیقه)
۱	$t_{11} = 1/263 + 0/03x_{11}$
۲	$t_{21} = 1/44 + 0/053x_{21}$
۳	$t_{31} = 1/371 + 0/0161x_{31}$
۴	$t_{41} = 3/36 + 0/178x_{41}$
۵	$t_{51} = 1/178 + 0/011x_{51}$
۶	$t_{61} = 1/2 + 0/007x_{61}$
۷	$t_{71} = 1/015 + 0/0144x_{71}$
۸	$t_{81} = 3 + 0/03x_{81}$
۹	$t_{91} = 2/7 + 0/026x_{91}$

همچنین تقاضای سفرها برای ساعت ۷ الی ۸ صبح انجام شد. میانگین عرضه سفرها در کمانهای ۱ و ۲ و تقاضای سفرها برای گره‌های ۲ و ۳ و ۴ مطابق جدول (۲) بدست آمد.

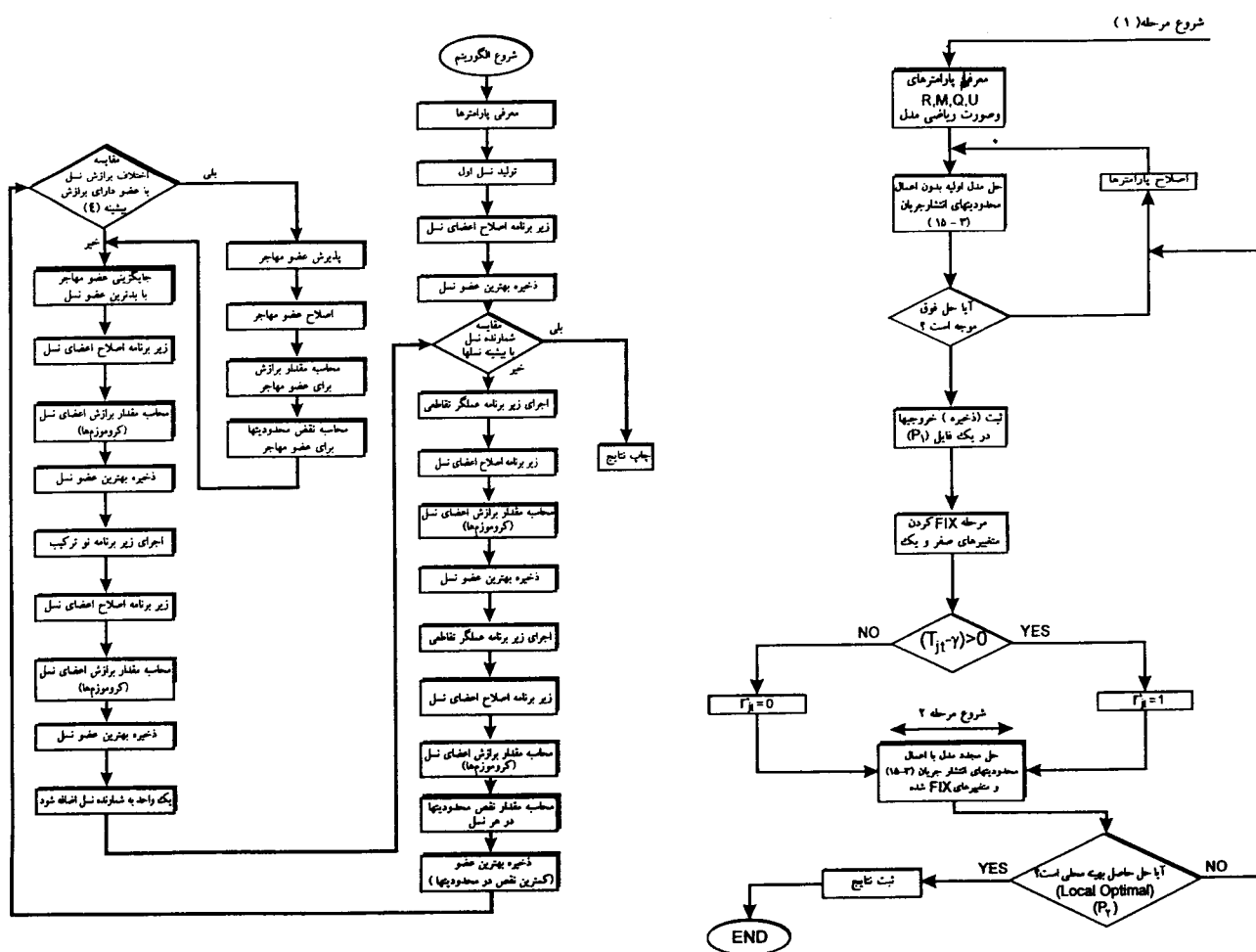
شرح الگوریتمها

شرح الگوریتم GRG

در این قسمت مدل ریاضی پیشنهادی با استفاده از الگوریتم GRG بصورت دو مرحله‌ای حل شده است. همان طور که پیش از این نیز بیان شد دلیل دو مرحله‌ای بودن مدل پیشنهادی این است که حد بالای محدودیت‌های انتشار جریان (۲۰) به متوسط زمان سفرها در کمانها وابسته هستند. بنابراین تا هنگامی که متوسط زمان سفرها در کمانها مشخص نشود حد بالای محدودیت‌های فوق قابل محاسبه نیست. لذا با تنظیم پارامترهای مدل و بدون اعمال محدودیت‌های انتشار جریان، با استفاده از نرم‌افزار Lingo یک حل موجه اولیه بدست می‌آید. سپس بر اساس حل اولیه به دست آمده از مرحله اول، متوسط زمان سفرها در کمانها مشخص گردیده و حد بالای محدودیت‌های انتشار جریان محاسبه می‌شوند. در مرحله دوم بر اساس حل

جدول ۲ اطلاعات عرضه و تقاضای سفرها^{۲۰}

شماره	عرضه در پیرو				تقاضا در پیرو			
	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۱	۲۵۶	۲۵۰	۲۷۳	۲۵۳	-	-	-	-
۲	۲۵۶	۲۵۰	۲۷۲	۲۵۳	۱۳۰	۱۳۰	-	-
۳	-	-	-	-	۳۱۳	۴۲۰	۳۳۰	۲۵۰
۴	-	-	-	-	۱۸۰	۲۲۵	۱۲۰	۷۰



شکل ۴: نمودار جریان طراحی الگوریتم ژنتیک.

شکل ۳: حل دو مرحله‌ای مساله با استفاده از نرم‌افزار LINGO.

[۲۲] بدترین حل هر نسل را با بهترین^{۲۳} حل آن نسل جایگزین می‌نماییم. روابط (۲۳) و (۲۴) روش تولید نقطه جدید را بیان می‌کند.

$$X_p = \bar{X} + \alpha(\bar{X} - X_w) \quad (23)$$

به ترتیب بدترین نقطه در نسل حاضر، میانگین جمعیت در نسل حاضر و X_p نقطه جدید می‌باشد. α ، متغیر تصادفی است که با استفاده از تابع توزیع مثلثی در بازه [۰ و ۲] تولید می‌شود [۲۲].

در صورتی که مقدار برازش نقطه جدید، بدتر از مقدار برازش بدترین نقطه در نسل حاضر باشد در آن صورت از رابطه (۲۴) استفاده می‌شود.

$$X_p = \bar{X} - \beta(\bar{X} - X_w) \quad (24)$$

β ، متغیر تصادفی است که با استفاده از تابع توزیع مثلثی در بازه [۰ و ۱] تولید می‌شود [۲۲].

اگر هر عضو بردار حل بصورت زیر تعریف شود:

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= [\tilde{x}_{\bullet\bullet}, \tilde{f}_{\bullet\bullet}^R, \tilde{r}_{\bullet\bullet}^R, \tilde{p}_{\bullet\bullet}^R, \tilde{e}_{\bullet\bullet}^R]^T \\ \tilde{x}_{\bullet\bullet} &= [x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, \dots, x_{91}, x_{92}, x_{93}, x_{94}]^T \\ &\in R^+ \\ \tilde{f}_{\bullet\bullet}^R &= [f_{11}, f_{12}, f_{13}, f_{14}, \dots, f_{91}, f_{92}, f_{93}, f_{94}]^T \\ &\in R^+ \\ \tilde{r}_{\bullet\bullet}^R &= [r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, \dots, r_{91}, r_{92}, r_{93}, r_{94}]^T \\ &\in \{0, 1\} \\ \tilde{p}_{\bullet\bullet}^R &= [P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, \dots, P_{91}, P_{92}, P_{93}, P_{94}]^T \\ &\in \{0, 1\} \\ \tilde{e}_{\bullet\bullet}^R &= [e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, \dots, e_{91}, e_{92}, e_{93}, e_{94}]^T \\ &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

از بین پنج دسته بردارهای فرعی فوق، مقدار مؤلفه‌های بردارهای فرعی $\tilde{f}_{\bullet\bullet}^R$ ، $\tilde{r}_{\bullet\bullet}^R$ ، $\tilde{p}_{\bullet\bullet}^R$ ، $\tilde{e}_{\bullet\bullet}^R$ در بازه‌های تعیین شده بصورت تصادفی تولید می‌شود و مقدار هر یک از آنها در بردار \tilde{x} کپی می‌شود. باتوجه به شرایط اولیه حجم ترافیک و وابستگی مقدار متغیرهای وضعیت x_{ij} به شکل معادلات (۱۷)، مقدار آنها براساس مقدار سایر متغیرهای تصمیم‌گیری بصورت ضمنی تولید می‌شود. پس از تولید جمعیت حاضر، بردارهای فرعی $\tilde{x}_{\bullet\bullet}$ ، $\tilde{f}_{\bullet\bullet}^R$ بصورت رابطه (۲۵) تفکیک می‌شود.

خاصی برخوردار است.

بنابراین اگر آرایه‌های مرکب (کروموزمها)، بصورت متغیرهای پیوسته و عدد صحیح تعریف شوند به دلیل اینکه مؤلفه‌های این آرایه‌ها بصورت تصادفی تولید شده و در محدودیت‌ها آزمایش می‌شوند احتمال خیلی کمی وجود دارد که چنین آرایه‌هایی بتوانند در کلیه محدودیت‌های فضای جواب مورد نظر صدق نمایند. به همین دلیل مؤلفه‌های صفر - یک آرایه‌ها را کنار گذاشته و فقط با متغیرهای پیوسته آرایه‌ها، عملیات مربوط به عملگرها انجام می‌شود. سپس بر این اساس بدون اینکه متغیرهای صفر و یک مقدار داشته باشند، جمعیت اولیه تولید می‌شود. سپس با جایگذاری مقدار تصادفی مؤلفه‌های پیوسته هر آرایه، مقدار مؤلفه‌های صفر - یک هر عضو از جمعیت مشخص می‌شود. این عملیات با زیر برنامه‌ای تحت عنوان "اصلاح اعضای نسل" انجام می‌گردد.

مرحله دوم: آزمایش جمعیت تولید شده در محدودیت‌های مسئله و اندازه‌گیری میزان نقض آنها

در طراحی الگوریتم ژنتیک یکی از مواردیکه مهم است کنترل محدودیتها در فضای موجه است بدین منظور در برخورد با کروموزمهای غیرموجه در بعضی از محدودیتها از استراتژی اصلاحی^{۲۱} و در سایر محدودیتها از استراتژی جریمه^{۲۲} استفاده شده است [۸]. در نتیجه برای هر یک از اعضای نسل قدر مطلق انحرافها نسبت به فضای موجه، محاسبه می‌شود.

$$\begin{matrix} X^1 & X^2 & \dots & X^m \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \dots & \varepsilon_m \end{matrix}$$

ε_1 ، قدر مطلق انحراف محدودیتها نسبت به حل X^1 و ε_2 ، قدر مطلق انحراف محدودیتها نسبت به حل X^2 و به همین ترتیب ε_m ، قدر مطلق انحراف محدودیتها نسبت به حل X^m است.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_m$$

بنابراین تابع جریمه نقض محدودیتها، بصورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود [۸]:

$$eval(\varepsilon) = (C * Gen)^{\alpha} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m | \varepsilon_j(x^i) | \quad (22)$$

(Gen: شمارنده تعداد نسل است)

مرحله سوم: جایگزینی بدترین حل با بهترین حل

در این مرحله با استفاده از روش سیمپلکس احتمالی در

برازش، میزان برازش هر یک از اعضای نسل جاری محاسبه می‌شود و متناسب با میزان برازش افراد، نسخه برداری از آنها در نسل جدید انجام می‌شود. همچنین با استفاده از عملگر حسابی، عملیات مربوط به عملگر تقاطعی انجام می‌شود [۸]. با فرض اینکه X_1 و X_2 دو بردار از کروموزومها باشند در آن صورت با استفاده از مولد اعداد تصادفی یکنواخت و دو بردار فعلی، می‌توان دو بردار جدید از کروموزومها را تولید کرد. اگر λ یک عدد تصادفی تولیدشده در بازه $[0,1]$ فرض شود دو نقطه جدید عبارتست از:

$$X'_1 = \lambda X_1 + (1-\lambda) X_2$$

$$X'_2 = (1-\lambda) X_1 + \lambda X_2$$

مرحله پنجم: اجرای زیربرنامه جهش

عملگر جهش مورد استفاده در این تحقیق، عملگر جهش مبتنی بر جهت^{۲۴} است. این نوع عملگر جهش اولین بار توسط جن و همکاران پیشنهاد شد [۸]. در زیر برنامه جهش، ابتدا عضوی که دریافت شده است با استفاده از زیر برنامه اصلاح اعضای نسل، اصلاح می‌شود. سپس با انتخاب غیرتصادفی برای هر یک از مؤلفه‌های بردار فرعی f_j ، یک مقدار تصادفی بین صفر و پانصد (۰-۵۰۰) تولید و جایگزین می‌شود. پس از آن با زیربرنامه اصلاح اعضای نسل، عضو حاصل اصلاح می‌شود. اگر نقض محدودیتها به ازای عضو حاصل، کمتر از عضو قبل از تغییر مقدار مؤلفه بردار f_j باشد عضو حاصل را با عضو قبلی جایگزین می‌کنیم. در غیراینصورت از جایگزین نمودن عضو حاصل صرفنظر نموده و تا اتمام مؤلفه‌های بردار f_j این عملیات تکرار می‌شود.

با انجام مراحل فوق ممکن است تعدادی از حلهای موجود در هر نسل غیرموجه باشد در نتیجه این زیربرنامه ابتدا، عضوی را که دریافت نموده است با استفاده از زیربرنامه اصلاح اعضای نسل آنرا اصلاح می‌کند. سپس روی عضو اصلاح شده، به ازای یکایک مؤلفه‌های بردار f_j عملیات اصلاحی انجام می‌شود تا اطمینان حاصل شود که کلیه حلهای بدست آمده موجه هستند. اجرای این زیربرنامه در حین فرایند تکامل نسلها و ذخیره بهترین عضو بعد از پردازش هر مرحله سبب می‌شود تا بهترین عضو از بین کلیه نسلها انتخاب شود. این عضو در محدودیتها دارای میزان نقض صفر بوده و بیشترین مقدار برازش را دارد. لازم به ذکر است عملگرهای تقاطعی و جهش سبب می‌شوند نقاط بیشتری از

$$\tilde{x}^l = [x_{\bullet\bullet}^l, f_{\bullet\bullet}^R]^T \tag{۲۵}$$

براساس روش سیمپلکس احتمالی، ابتدا بردار میانگین حلها محاسبه می‌شود. روش محاسبه بردار میانگین حلها، بدین ترتیب است که مؤلفه‌های متناظر کلیه اعضای جمعیت را در هر نسل با یکدیگر جمع نموده و به تعداد اعضای جمعیت تقسیم می‌کنیم. بعنوان مثال اگر $x_1^1, x_2^1, \dots, x_m^1$ حلهای مربوط به یک نسل باشد بردار میانگین عبارتست از:

$$\bar{x}^l = \frac{x_{\bullet\bullet}^1 + x_{\bullet\bullet}^2 + \dots + x_{\bullet\bullet}^m + f_{\bullet\bullet}^{1,R} + f_{\bullet\bullet}^{2,R} + \dots + f_{\bullet\bullet}^{m,R}}{m}$$

بنابراین مؤلفه‌های بردار میانگین عبارتست از:

$$\bar{x} = [\bar{x}_{11}, \dots, \bar{x}_{94}, \bar{f}_{11}^R, \dots, \bar{f}_{94}^R]^T \tag{۲۶}$$

حال با توجه به مقدار مؤلفه‌های بردار حل در رابطه (۲۶)، بردار تابع زمان سفر در رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود.

$$\bar{t}_{j,t} = \frac{l_j}{v_j} + \alpha \bar{x}_{j,t} \tag{۲۷}$$

سپس مقدار مؤلفه‌های بردار زمان در محدودیتها جایگذاری می‌شود و مقدار غالب (اصلاحی) مؤلفه‌های بردارهای $\bar{e}, \bar{p}, \bar{r}$ با زیر برنامه اصلاح اعضای نسل اصلاح شده و بجای مقادیر تصادفی قبلی کپی می‌شود. با اجرای زیر برنامه اصلاح اعضای نسل، میزان نقض محدودیتها مرتب با متغیرهای صفر و یک و معادلات وضعیت (۱۷) صفر می‌شود و نقض سایر محدودیتها با استفاده از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود. بعنوان مثال، اگر تابع زمان سفر در کمان اول و پرپود اول بصورت زیر تعریف شود:

$$\bar{t} = 3 + 0.4 \bar{x}_{11} \quad ;$$

$$\bar{t}_{11} \leq 15 + M * \bar{r}_{11} \quad ;$$

$$\bar{t}_{11} > 15 - M * \bar{y}_{11} \quad ;$$

$$\bar{r}_{11} + \bar{y}_{11} = 1 \quad ;$$

حال براساس مقدار \bar{t}_{11} ، مقدار متغیرهای $\bar{r}_{11}, \bar{y}_{11}$ اصلاح می‌شود. بنابراین با تنظیم‌های فوق، مؤلفه‌های پیوسته و گسسته نقطه جدید تولید شده و به جمعیت جاری اضافه می‌شود.

مرحله چهارم: استفاده از عملگرهای نو ترکیب، و تقاطعی در حین فرایند تکامل

در این مرحله، ابتدا براساس مقیاس‌بندی مناسب تابع

جدول ۳: حل مدل پیشنهادی با الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک پیشنهادی.

حل مدل با الگوریتم ژنتیک		حل مدل با الگوریتم GRG		شماره مسأله	زمان اجرا (دقیقه)
مقدار تابع هدف آرمانی (بصورت موزون)	زمان اجرا (دقیقه)	مقدار تابع هدف آرمانی (بصورت موزون)	زمان اجرا (دقیقه)		
۱۱۸/۵	۱/۲۵	۱۱۵/۴	۹/۸	۱	
۱۱۲/۷	۱/۲۵	۱۰۸/۸	۸/۵	۲	
۱۰۴/۲	۱/۳	۹۸/۶	۹/۳	۳	
۹۷/۸	۱/۷	۹۰/۷	۹/۵	۴	
۸۸/۱	۱/۸	۸۳/۵	۹/۱	۵	
۸۴/۴	۲/۲	۷۷/۲	۹/۵	۶	
۷۱/۰۶	۲/۶	۶۴/۳	۹/۷	۷	

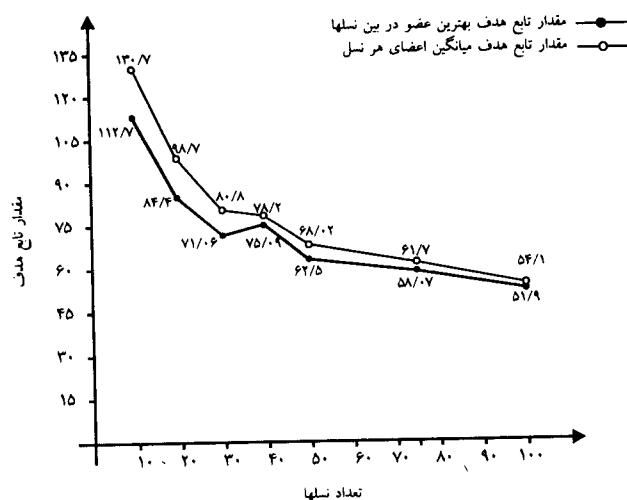
مناسب می‌تواند به طریقی شکل عناصر سازنده را تقویت نماید. باتوجه به اینکه در ساختار مدل ریاضی ارائه شده، طول کروموزومها کوتاه نبوده و وجود تعامل در بین مؤلفه‌ها نیز اجتناب ناپذیر است در نتیجه بنا به دلایل فوق مقدار تابع هدف در نتیجه این عوامل در بین نسلها تحت تأثیر قرار می‌گیرد. مطابق شکل (۳)، روش حل دو مرحله‌ای الگوریتم GRG و مقایسه نتایج آن با الگوریتم ژنتیک پیشنهادی نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک از نظر زمان اجرا کارایی بیشتری دارد. در جدول (۳)، نتایج دو روش مقایسه شده است.

مدل پیشنهادی در این تحقیق، بر اساس جمع آوری اطلاعات مربوط به متوسط زمان سفرها در کمانها و برآورد تابع متوسط زمان سفرها در کمانها و همچنین اطلاعات عرضه و تقاضای سفرها بین مبدأها و مقصدها و حجم تردد اشباع در تقاطع‌ها، اطلاعات ورودی را دریافت می‌کند و بر اساس فرایند بهینه‌سازی، جریانها را به صورت بهینه بین مبدأها و مقصدها توزیع می‌نماید تا علاوه ارضاء شدن محدودیت‌های موجود در شبکه، اهداف مورد نظر نیز به صورت آرمانی بهینه شود. همانطور که پیش از این بیان شد، در حالت گسسته بودن متغیرهای صفر - یک، زمان حل مدل با الگوریتم GRG خیلی طولانی شد که با پیوسته در نظر گرفتن متغیرهای صفر - یک درباره [۱، ۰] و حل دو مرحله‌ای مدل، زمان حل آن در مقایسه با گسسته بودن متغیرهای صفر - یک به طور چشمگیری کاهش

فضای جواب جستجو شود تا امکان دستیابی به جوابهای بهتر بیشتر گردد. همچنین عملگر جهش از همگرایی زودرس جلوگیری می‌کند. علاوه بر عملگر جهش از حضور عضو مهاجر نیز در فرایند تکامل استفاده شده است تا با این دو معیار از همگرایی زودرس جلوگیری شود [۱۰].

انجام آزمایشها و تحلیل نتایج

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم ژنتیک طراحی شده، آزمایشهای مختلفی انجام شده است. شکل (۵) نشان می‌دهد با افزایش تعداد نسلها مقدار تابع هدف بهترین عضو در بین نسلها در بین کلیه نسلها کاهش می‌یابد.



شکل ۵: تعداد نسلها - مقدار تابع هدف بهترین عضو در بین نسلها.

همانطور که پیش از این بیان شد با توجه به اینکه تابع هدف مسئله از نوع کمینه می‌باشد با کاهش تابع هدف مسأله، تابع برازش افزایش می‌یابد. دلیل کاهش مقدار تابع هدف این است که براساس فرایند تکاملی الگوریتم ژنتیک، با افزایش تعداد نسلها و اعمال عملگرهای ژنتیکی بر روی اعضای نسل، مطابق شکل (۴)، مقدار تابع هدف و همچنین وابستگی اعضای نسلهای جدید به اعضای نسل اولیه کاهش می‌یابد. آنچه که از شکل (۵) استنباط می‌شود این است که روند کاهش مقدار تابع هدف بطور کامل نزولی نیست که دلیل آن تصادفی بودن ساختار الگوریتم ژنتیک و عدم تطبیق طول کروموزومها با فرضیه عناصر سازنده گلدبرگ می‌باشد [۹]. زیرا براساس فرضیه عناصر سازنده گلدبرگ باید طول کروموزومها کوتاه باشد و همچنین در صورتی که بین مؤلفه‌ها (ژنها) تعامل جزئی وجود داشته باشد روش کدگذاری

که این مقدار بیشتر از تابع هدف الگوریتم GRG باشد. در نتیجه بین جوابهای بهینه محلی الگوریتم ژنتیک و GRG مقداری اختلاف به وجود می‌آید. همچنین اختلاف بین مقدار تابع هدف بدست آمده از حلهای الگوریتم ژنتیک به دلیل تعداد نسلهای متفاوت می‌باشد که با افزایش تعداد نسلها جوابهای بهینه محلی بهتری حاصل می‌شود. همچنین علت تغییر مقدار تابع هدف آرمانی در الگوریتم GRG به دلیل اعمال شرایط یکسان در حل مسأله‌ها با الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک می‌باشد. تحقیقات آینده در راستای این تحقیق را، شاید بتوان به دو دسته عمده تقسیم نمود دسته اول این است که بعضی از پارامترهای مدل پیشنهادی را می‌توان به صورت فازی طرح نمود و نتایج حاصل از حل بهینه‌سازی مدل در حالت پارامترهای فازی با پارامترهای حالت قطعی را مقایسه کرد. همچنین تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترهای مدل در حالت قطعی و فازی می‌تواند مقایسه و اندازه‌گیری شود. دسته دوم ارائه الگوریتم‌های کارا تر برای حل مدل پیشنهادی است در شرایطی که متغیرهای تصمیم‌گیری و متغیرهای وضعیت مقید به اعداد صحیح باشند.

یافت. حل مسائل متعدد نشان داد که حل مدل پیشنهادی در این شرایط به ده تا دوازده دقیقه کاهش می‌یابد. تحت این شرایط نیز، زمان حل مدل در مسائل با ابعاد بزرگ تر کمتر کاهش می‌یابد. به همین دلیل یک الگوریتم ژنتیک خاص طراحی شد و مدل پیشنهادی با آن نیز حل گردید. برای مقایسه حل مدل در هر دسته از حلهای فوق، در الگوریتم GRG و الگوریتم ژنتیک از وزنه‌های یکسان استفاده شد و حل مسائل با وزنه‌های متفاوت نشان داد که زمان حل مدل در الگوریتم ژنتیک کمتر از GRG است که دلیل آن متناهی بودن تعداد نسلها و همچنین جستجوی همزمان از چندین نقطه به جای یک نقطه در فضای تصمیم‌گیری است در حالیکه در الگوریتم GRG، جستجو در فضای تصمیم‌گیری بر اساس حرکت از یک نقطه به نقطه مجاور بعدی است. همچنین مقایسه مقدار تابع هدف آرمانی در الگوریتم GRG نسبت به الگوریتم ژنتیک کمتر است که دلیل آن به فرآیند بهینه‌سازی دو روش ارتباط دارد. بدین ترتیب که چون الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم ابتکاری است و بر اساس انتخاب طبیعی و فرآیند تکاملی عمل می‌نماید به همین دلیل تعدد و تعامل بین پارامترهای الگوریتم ژنتیک و متناهی بودن تعداد نسلها در مقدار تابع هدف تأثیر دارد و سبب می‌شود

مراجع

- 1 - Ashtiani, H. and Magnanti, T. (1981). "Equilibria on a congested transportation network." *SIAM Journal on Algebraic and Discrete Methods*, Vol. 2, PP. 213-226.
- 2 - Carey, M. (1987). "Optimal time-varying flows on congested networks." *Operation Research* 35, PP. 58-69.
- 3 - Chen, H. K. and Husheh, C. F. (1998). "Discrete-time dynamic user-optimal departure time/route choice model." *Journal of Engineering*, Vol. 124, No. 3, PP. 246-254.
- 4 - Feng- Tse, L., Cheng - yan, K. and Ching - Chi, J. (1993). "Applying the genetic approach to simulated annealing in solving some NP - Hard problems." *IEEE Transactions on System, Man , and Cybernetics*, Vol. 23, No. 6, PP. 1752-1767.
- 5 - Florian, M. (1986). "Nonlinear Cost network models in transportation analysis." *Mathematical Programming Study* 26, PP. 197-196.
- 6 - Friesz, T, L., Anandalingam, G., Metha, N. J., Nam, K., Shah, S. J. and Tobin, R. L. (1993). "The multiobjective equilibrium network design problem revisited: A simulated annealing approach." *European Journal of Operational Research* 65, PP. 44-57.
- 7 - Fonseca, C. M. and Fleming, P. J. (1998). "Multiobjective optimization and multiple Constraint handling with evolutionary algorithms." *Part 1, IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 28, No. 1, PP. 25-37.

- 8 - Gen, M. and Cheng, R. (1997). *Genetic algorithms and engineering design*. John Wiley.
- 9 - Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison Wesley.
- 10 - Grefenstette, J. J. (1986). "Optimization of control Parameters for genetic algorithms." *IEEE Trans SMC*, Vol. 16, PP. 122-128.
- 11 - Ho, J. K. (1980). "A successive linear optimization approach to the dynamic traffic assignment problem." *Transportation Science* 14, PP. 295-305.
- 12 - Holland, J. H. 1975 (2nd edition in 1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis, with applications to biology, control, and artificial intelligence*, MIT Press, Cambridge.
- 13 - Ishibuchi, H. and Murata, T. (1998). "A multi - objective local search algorithm and its application to flowshop scheduling." *IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetic*, Vol. 28, No. 3, PP. 392-403.
- 14 - Islam, A. and Eksioğlu, M. (1997). "A tabu search approach for the single machine mean tardiness problem." *Journal of the Operational Research Society*, No. 48, PP. 751-755.
- 15 - Kaufman, D. E., Nonis, J. and Smith, R. L. (1998). "A mixed integr linear programming model for dynamic route guidance." *Transportation Research - B*, Vol. 32, No. 6, PP. 431-440.
- 16 - Li, H. L. (1991). "An approximate method for local optima for nonlinear mixed integer programming problems." *Computers Operation Research*, Vol. 19, No. 5, PP. 435-444.
- 17 - Merchant, D. K. and Nemhauser, (1978)a. "A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems." *Transportation Science*, Vol. 12, No. 3, PP. 183-199.
- 18 - Morlok, E. K. (1978). *Introduction to transportation engineering and planning*. Mc Graw - Hill, New York.
- 19 - Prashker, J. N. and Bekhor, S. (2000). "Some observation on stochastic user equilibrium and system optimum of traffic assignment." *Transportation Research part B* 34, PP. 277-291.
- 20 - Sun, M., Stam, A. and Steuer, R. E. (1996). "Solving multiple objective programming problems using feed - forward artificial neural networks." *Management Science*, Vol. 42, No. 6, PP. 835-849.
- 21 - Wardrop, J. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research, in: *Proceedings of The Institute of Civil Engineers*, part II, Vol. 1, PP. 325-378.
- 22 - Yen, J. L., Lee, B. and Randolph, D. (1998). "A hybrid approach to modeling metabolic systems using a genetic algorithm and simplex method." *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 28. No. 2, PP. 173-191.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Generalized Reduced Gradient
- 2 - User-Optimized Flows
- 3 - Nonlinear Complementarity
- 4 - System - Optimized Flows
- 5 - Nested

-
- 6 - Simulated Annealing
 - 7 - Tabu Search
 - 8 - Feed - Forward
 - 9 - Back Propagation
 - 10 - Unified Formulation
 - 11 - Hybrid
 - 12 - Non Dominated Solution
 - 13 - Highway Capacity Manual
 - 14 - Free Flow Travel Time
 - 15 - Center Business District
 - 17 - Crossover
 - 18 - Mutation
 - 19 - Reproduction
 - 21 - Repairing Strategy
 - 22 - Penalty Strategy
 - 23 - Elite
 - 24 - Direction - Based Mutation
-