

## شبیه سازی رفتار حالت پایدار ژنراتور القایی تکفاز خودتحریک

بابک عابد آشتیانی

کارشناس ارشد برق - شرکت مشاوران

حمید لسانی

دانشیار گروه مهندسی برق و کامپیوتر - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۷۶/۹/۲۹، تاریخ تصویب ۷۷/۱۰/۲۶)

### چکیده

در این مقاله عملکرد پایدار ماشین القایی تکفاز قفس سنجایی بعنوان یک ژنراتور خود تحریک مورد بررسی قرار گرفته است. از بانک خازنی بعنوان تامین کننده توان راکتیو مورد لزوم استفاده شود، تا آن را تحریک کرده و ولتاژ مطلوب را در ترمینالهای ژنراتور برای بارهای مختلف تثبیت کند. یک روش تحلیلی که از مدار معادل تکفاز و تکنیک عددی نیوتن - رافسن استفاده می کند جهت محاسبه ظرفیت و فرکانس تولیدی برای یک ولتاژ ثابت دلخواه در بار و سرعت مفروض بکار برده می شود. در مرحله بعد با فرض استفاده از خازن تحریک ثابت و همچنین روش جبران سازی افت ولتاژ توسط خازن سری، عملکرد ژنراتور در استفاده از آرایشهای مختلف خازن تحریک (موازی) و سری مورد مقایسه قرار گرفته است.

**کلید واژه ها:** ژنراتور القایی خودتحریک، ماشین القایی تکفاز، جبران سازی افت ولتاژ

### مقدمه

(VAR خازنی) ترمینالهای ژنراتور، در بارهای مختلف می باشد. اخیراً کوششهای زیادی برای آنالیز عملکرد ژنراتورهای القایی سه فاز تحریک شده توسط خازن صورت گرفته است [۹-۳]، اما کار هدفداری در ارتباط با تجزیه و تحلیل ژنراتور القایی خود تحریک تکفاز تک سیم پیچه به انجام نرسیده هرچند بررسی در این مورد بعلاوه کاربردهای فراوان مقیاس کوچک آن همچون مولد اضطراری، تولید توان در سطوح پایین برای روشنایی در مناطق دور افتاده و ایزوله از شبکه و منبع تغذیه قابل حمل و غیره بیشتر قابل توجه می باشد.

در این مقاله سعی شده است تا روندی تحلیلی جهت تعیین مقدار خازن مورد لزوم برای تثبیت ولتاژ مطلوب در سرعت ثابت و بارهای متفاوت ارائه گردد. این

استفاده از ژنراتور القایی خود تحریک خازنی جهت تولید توان الکتریکی از منابع انرژی غیرمعمول همچون باد، بیوگاز، توربینهای آبی کوچک و غیره، بخصوص در محلهای دور افتاده و مجزای از شبکه، روز بروز عمومیت بیشتری پیدا می کند که ناشی از مزایای فراوان این نوع ژنراتور نسبت به ژنراتورهای سنکرون معمول می باشد. از جمله این مزایا می توان به ساختمان بدون جاروبک روتور قفسه ای، ابعاد کاهش یافته، عدم نیاز منبع dc مجزا جهت تحریک، کمترین احتیاج به نگهداری، استحکام مکانیکی روتور و از همه مهمتر قیمت پایین آن اشاره کرد [۵-۱].

بعلاوه ساده ترین وسیله جهت ثابت نگه داشتن ولتاژ آن در یک سرعت معین، تامین تحریک مورد لزوم

بوده و  $I_{1m}$ ،  $I_{2f}$ ،  $I_{2b}$ ،  $I_1$  به ترتیب جریان استاتور، جریانهای روتور ناشی از میدانهای مستقیم و معکوس و جریان بار انتقال داده شده به استاتور می باشند و  $V_t$ ،  $V_g$  ولتاژهای ترمینال و فاصله هوایی ماشین هستند. برای محاسبه مقدار مناسب ظرفیت در مدار معادل شکل (۱)،  $X_c$  و  $F$  پارامترهای نامعلوم می باشند و روند محاسبه آنها به ترتیب زیر است:

$$Z_T I_t = 0$$

(۱)

$$Z_T = Z_L + Z_1 + Z_{2f} + Z_{2b}$$

که در آن:

(۲)

با جانشین کردن امپدانسهای ذیل:

$$Z_L = (R_L/F + jX_L) \left\| \left( -j \frac{X_C}{F^2} \right) \right.$$

(الف - ۳)

$$Z_1 = R_{1m}/F + jX_{1m}$$

(ب - ۳)

$$Z_{2f} = j \frac{X_m}{2} \left\| \left( \frac{R_2}{2(F-V) + j \frac{X_2}{2}} \right) \right.$$

(ج - ۳)

$$Z_{2b} = j \frac{X_m}{2} \left\| \left( \frac{R_2}{2(F+V) + j \frac{X_2}{2}} \right) \right.$$

(د - ۳)

و باتوجه به آنکه، تحت شرایط تحریک پایدار  $I_1 \neq 0$  می باشد. بنابراین از معادله (۱) نتیجه می گیریم  $Z_T = 0$ . این معادله با جانشین سازی معادلات (۲) و (۳) و جداسازی آن به قسمتهای حقیقی و موهومی به دو معادله غیرخطی جبری برحسب  $X_c$  و  $F$  تبدیل می شود که در روابط (۴) و (۵) نشان داده شده است [۱۰].

تکنیک از مدار معادل استاندارد برای رسیدن به معادلات جبری غیرخطی برحسب پارامترهای نامعلوم (راکتانس خازنی و فرکانس تولیدی) استفاده می کند و روش نیوتن - رافسن را برای حل آنها بکار می برد. حد بالای توان قابل تولید را ماکزیمم مجاز جریان (سیم پیچ استاتور)، محدود می سازد. همین تکنیک عددی برای حل پارامترهای مجهول مداری در حالت استفاده از روش جبران سازی با خازن سری بکار برده می شود.

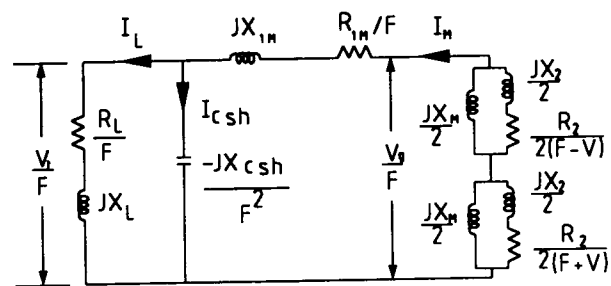
## تحلیل ژنراتور القایی تکفاز جهت تثبیت ولتاژ

### ترمینال

### مدلسازی ژنراتور

در این تحلیل فرض بر آن است که تمام پارامترهای ماشین بجز راکتانس مغناطیس کننده که تحت تاثیر اشباع مغناطیسی میباشد، ثابت هستند. از اثر هارمونیکهای فضائی، در ولتاژ القایی و همچنین تلفات هسته صرف نظر می شود.

مدار معادل حالت پایدار ژنراتور القایی تکفاز باتوجه به تئوری میدان گردان در شکل (۱) نشان داده شده است [۶].



شکل ۱: مدار معادل ژنراتور القایی تکفاز.

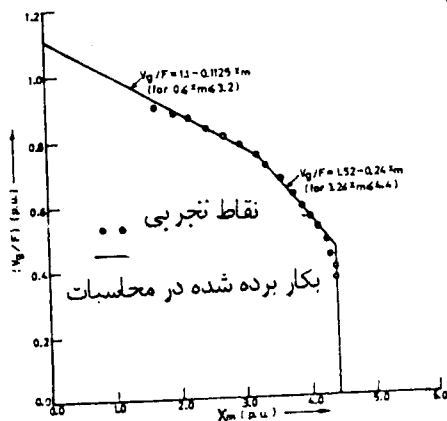
که در آن  $R_{1m}$  و  $R_2$  به ترتیب مقاومتیهای استاتور و روتور منتقل شده به طرف استاتور و  $X_{1m}$  و  $X_2$  به ترتیب راکتانسهای نشتی استاتور و روتور منتقل شده به طرف استاتور می باشند.  $X_m$  راکتانس مغناطیس کننده و  $X_c$  راکتانس خازنی،  $R_1$  و  $X_1$  به ترتیب مقاومت و راکتانس بار،  $F$ ،  $V$  به ترتیب فرکانس و سرعت پرونیت

در انتهای تکرار اول ،  $X_c$  ،  $F$  مقادیر زیر را طی پروسه ارضاء معادلات (۴) و (۵) خواهند داشت. مقادیر  $\Delta X_c$  و  $\Delta F$  عبارتند از :

$$\begin{bmatrix} \Delta X_c \\ \Delta F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -f_0 \\ -g_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن ژاکوبین های  $J_{11}$  ،  $J_{12}$  ،  $J_{21}$  ،  $J_{22}$  عبارتند از:

$$J_{11} = \frac{\partial f}{\partial X_c}, J_{12} = \frac{\partial f}{\partial F}, J_{21} = \frac{\partial g}{\partial X_c}, J_{22} = \frac{\partial g}{\partial F} \quad (10)$$



شکل ۲ : تغییرات (Vg/F) برحسب  $X_m$  از تست سنکرون ماشین.

$F_0$  و  $g_0$  اندازه های معادلات (۴) و (۵) بازاء مقادیر اولیه  $F$  و  $X_c$  می باشند. روند تکرار تا زمان ارضاء معیارهای همگرایی یعنی  $|f(X_c, F)| \leq \epsilon$  و  $|g(X_c, F)| \leq \epsilon$  در آن  $\epsilon$  یک مقدار بسیار کوچک مطلوب برای دقت محاسبات می باشد، ادامه خواهد یافت. یک برنامه کامپیوتری برای این منظور نوشته شده تا مقادیر حالت پایدار  $X_c$  و  $F$  را در سرعت و بار معین برای ثابت نگه داشتن ولتاژ ترمینال محاسبه کند.

با دانستن مقادیر  $X_c$  و  $F$  در یک ولتاژ ترمینال ثابت، دیگر پارامترهای رفتاری ماشین را می توان از مدار معادل شکل (۱) و مطابق معادلات زیر بدست آورد.

$$I_L = \frac{V_t}{Z_L}, P_0 = R_L I_L^2, Q_c = X_c (I_L - I_L)^2 \quad (11)$$

که در آن  $Q_c$  ، VAR خازنی مورد لزوم برای تثبیت ولتاژ ترمینال در توان خروجی  $P_0$  می باشد.

$$f(X_c, F) = F^5(C_1) + F^3(C_2 + C_3 X_c) + F(C_4 + C_5 X_c) = 0 \quad (4)$$

$$g(X_c, F) = F^4(D_1) + F^2(D_2 + D_3 X_c) + (D_4 X_c) = 0 \quad (5)$$

مقادیر ثابت  $C_1$  تا  $C_5$  و  $D_1$  تا  $D_4$  در ضمیمه ۱ آمده است.

معادلات (۴) و (۵) معادلات غیرخطی جبری بوده و یک روش عددی مناسب باید جهت محاسبه مقادیر  $X_c$  و  $F$  برای اندازه های مفروش بار (RI) و سرعت (V) بکار رود. در این بررسی ، روش نیوتن - رافسن جهت حل معادلات (۴) و (۵) مناسب به نظر می رسد. این روش به حدسهای اولیه متغیرهای مجهول یعنی  $X_{c0}$  و  $F_0$  نیاز دارد. چون  $F \approx V$  بوده و  $X_c$  در شرایط نامی به مقدار غیر اشباع  $X_m$  نزدیک می باشد. بنابراین مقادیر اولیه بترتیب زیر انتخاب می شوند.

$$F_0 = V, X_{c0} = X_{mr(unsaturated)} \quad (6)$$

تمام مقادیر ثابت ضمیمه ۱ شامل پارامترهای ماشین ، مقاومت بار و سرعت می باشند. خارج از این پارامترها فقط راکتانس مغناطیس کننده وابسته به منحنی مغناطیس کنندگی ماشین می باشد. این مشخصه به فرم رابطه بین (Vg/F) با  $X_m$  می باشد. منحنی مشخصه ماشین در شکل (۲) نشان داده شده است. در ناحیه اشباع منحنی می تواند بشکل تابعی خطی بیان شود.

$$V_g/F = K_1 - K_2 X_m \quad \text{یا}$$

$$X_m = (K_1 - V_g/F) / K_2 \quad (7)$$

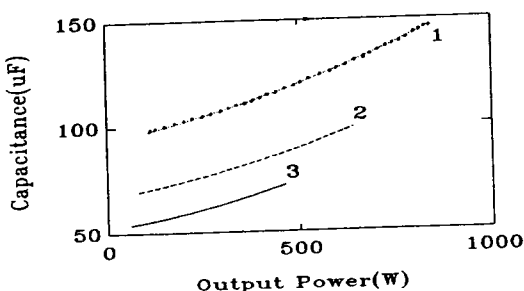
که در آن  $K_1$ ،  $K_2$  ثوابتی هستند که وابسته به نحوه طراحی ماشین می باشند. برای مقادیر مفروض  $X_c$  و  $F$  ،  $V_g$  را می توان برای ولتاژ ترمینال مطلوب محاسبه نمود.

$$V_g = V_t + (V_t/Z_L) Z_1 \quad (8)$$

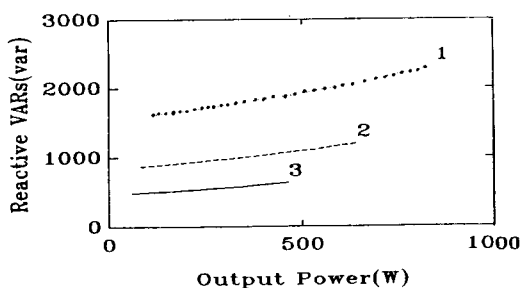
حال متناظر با  $V_g$  معادله (۸)،  $X_m$  از معادله (۷) بدست آمده و برای محاسبات بعدی مورد استفاده قرار می گیرد.

**تحلیل نتایج**

شکل (۴) تغییرات ظرفیت و ولت آمپر راکتیو را بتوان خروجی برای سطوح مختلف ولتاژ ثابت ترمینال و سرعت نامی نشان می دهد. مقادیر مورد لزوم خازن و افزایش توان خروجی بیشتر می شود. در یک توان خروجی ثابت، برای سطوح پایین تر ولتاژ اندازه خازن مورد لزوم کاهش می یابد. علت آن در کاهش اندازه تحریک لازم در فلوهای پایین بدلیل کاهش اندازه ولتاژ ترمینال می باشد.



**الف - ظرفیت**



**ب - توان راکتیو**

شکل ۴: تغییرات ظرفیت و VAR با توان خروجی جهت تثبیت ولتاژ ترمینال در سرعت ثابت.

در شکل (۵) تغییرات فرکانس و جریان استاتور در ماشین با توان خروجی در سرعت نامی و ولتاژ ترمینال ثابت نشان داده شده است. جریان استاتور با بار افزایش می یابد. در حالی که در توانهای خروجی بالا یک کاهش کوچک در فرکانس قابل مشاهده می باشد. افزایش جریان استاتور ناشی از افزایش جریانهای تحریک و بار در ولتاژ ثابت ترمینال می باشد. افت فرکانس بعلت افزایش لغزش در سرعت ثابت در توانهای خروجی بالا می باشد.

با استفاده از فرمولاسیون فوق یک برنامه کلی کامپیوتری نوشته شده است که رفتار ماشین را در سرعت ثابت و مقادیر مختلف بار برای ولتاژ ترمینال مطلوب بدست می دهد. فلوجارت این برنامه کامپیوتری در شکل (۳) نشان داده شده است. در این تحقیق تمام مطالعات روی یک ماشین تکفاز القایی قفس سنجابی بقدرت ۱ اسب بخار، ۲۳۰ ولت، ۷/۱ آمپر، ۵۰ هرتز انجام می گیرد که فقط از سیم پیچ اصلی آن بعنوان ژنراتور خود تحریک استفاده شده است.

$$R_{1m} = 0.0578 P.U., R_2 = 0.1136 P.U.,$$

$$X_{1m} = X_2 = 0.1177 P.U.$$

از طرف دیگر برای این ماشین مقادیر ثابت K1 و K2 معادله (۷) در نواحی اشباع عبارتند از:

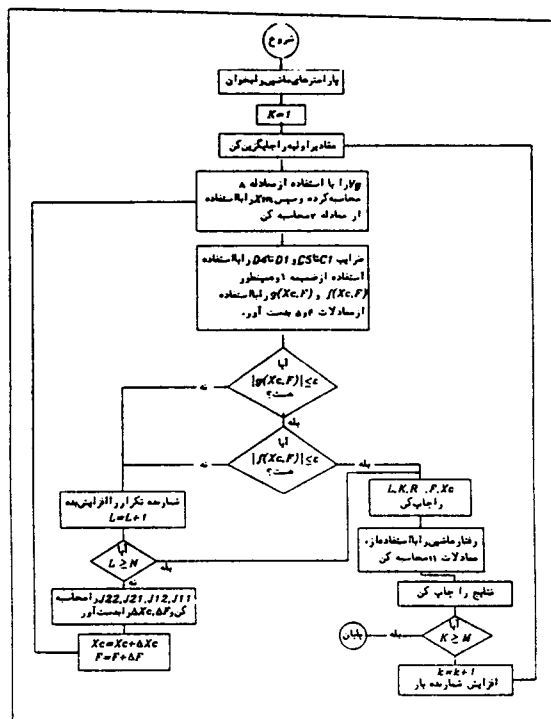
$$\text{برای } K1=1.1 P.U., K2=0.1125 P.U.$$

$$0.745 \leq \frac{V_g}{F} \leq 1.1$$

$$\text{برای } K1=1.52 P.U., K2=0.24 P.U.$$

$$0.45 \leq \frac{V_g}{F} \leq 0.745$$

این مقادیر به روش تقریب خطی از منحنی اشباع ماشین بدست آمده اند.

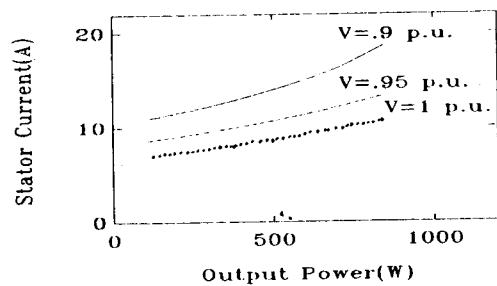


شکل ۳: فلوجارت برای محاسبه رفتار ژنراتور در ولتاژ ترمینال ثابت.

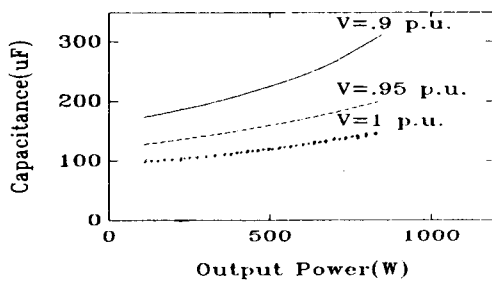
می توان ماکزیمم توان را از ماشین دریافت کرد. در ولتاژ نامی مقدار کوچکتري از توان در جریان و سرعت نامی قابل دریافت می باشد.

با اثبات اعتبار الگوریتم فوق، از آن جهت مطالعه اثر سرعت روی رفتار ژنراتور استفاده می شود. برای این منظور تغییرات ظرفیت و جریان استاتور با توان خروجی در سرعتهای مختلف برای ولتاژ ترمینال ثابت در شکل (۷) نشان داده شده است.

از این شکل می توان پی برد که ظرفیت لازم و جریان استاتور هر دو بدلیل افزایش تحریک در مقادیر پایین سرعت و همینطور افزایش توان خروجی، بیشتر می شوند.



الف - جریان استاتور

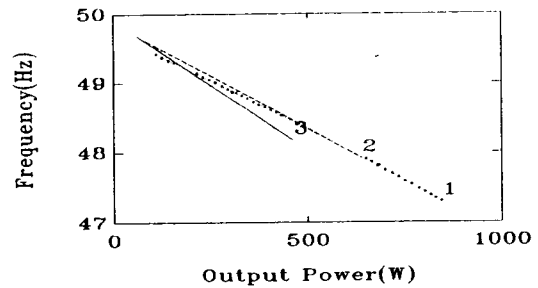


ب - ظرفیت

شکل ۷: اثر سرعت روی تغییرات جریان استاتور و ظرفیت برحسب توان خروجی جهت تثبیت ولتاژ ترمینال.

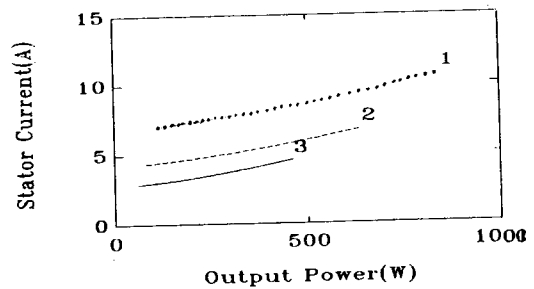
شکل (۸) تغییرات توان خروجی با ولتاژ ترمینال را برای جریان استاتور نامی و بازاء سرعتهای مختلف نشان می دهد.

کاهش سرعت، ماکزیمم توان قابل دسترسی توسط ماشین را کاسته و بدنبال آن ولتاژ ترمینال متناسط نیز کاهش می یابد. با این حال، فلووی (Vg/F) ماشین تحت شرایط کار در ولتاژ بهینه، در سرعتهای مختلف



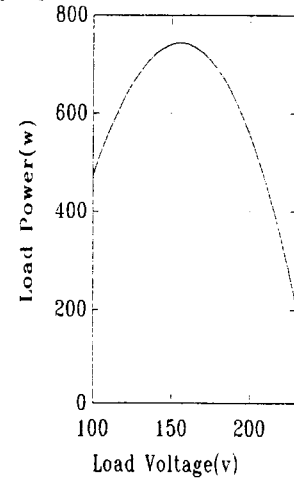
الف - فرکانس

1-  $V_t=230V$  2-  $V_t=200V$  3-  $V_t=170V$



ب - جریان استاتور

شکل ۵: تغییرات جریان استاتور و فرکانس با توان خروجی جهت تثبیت ولتاژ ترمینال در سرعت نامی.



شکل ۶: تغییرات توان خروجی با ولتاژ ترمینال در سرعت و جریان استاتور نامی.

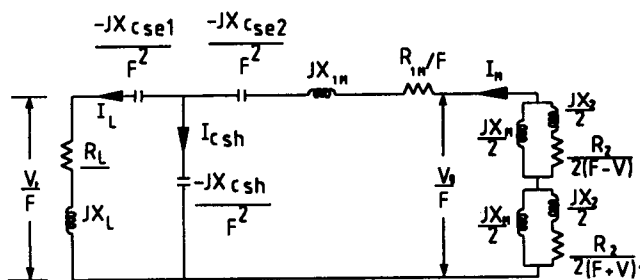
تغییرات توان خروجی با ولتاژ ترمینال برای مقدار نامی جریان استاتور و سرعت خازن در شکل (۶) نشان داده شده است. ماکزیمم توان خروجی در ولتاژ ۱۶۰ ولت در سرعت نامی و یک افت ناگهانی توان در ولتاژهای بالا را می توان از این شکل مشاهده نمود. همانطور که در این شکل می توان دید در حالی که در ولتاژ ۱۶۰ ولت

در این قسمت عبارتند از  $X_m$  و  $F$  که در دو معادله غیرخطی، ناشی از صفر قراردادن امیدانس حلقه ظاهر میشود. برای محاسبه توانهای ورودی، خروجی و راندمان در کلیه آرایشهای فوق از معادلات (۱۲) تا (۱۴) استفاده میشود.

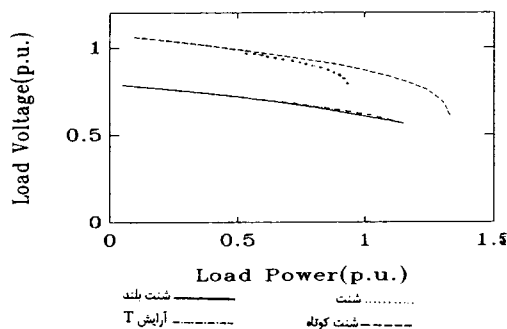
$$P_{in} = \frac{|I_{fr}|^2 R_2 F}{2(F-V)} - \frac{|I_{br}|^2 R_2 F}{2(F+V)} \quad (12)$$

$$P_L = R_L |I_L|^2 \quad (13)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (14)$$



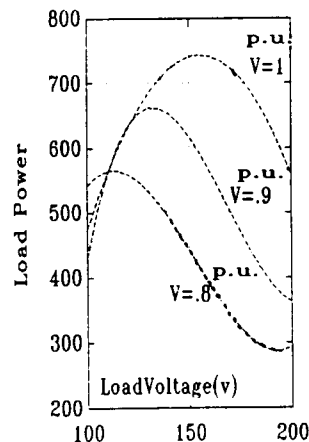
شکل ۹: مدار معادل ژنراتور القایی تکفاز با آرایش T.



شکل ۱۰: مقایسه بین مشخصه های بار آرایشهای مختلف ژنراتور القایی تکفاز.

شکل (۱۰) مقایسه بین مشخصه های بار آرایشهای مختلف و شکل (۱۱) مقایسه بین راندمان آنها را نشان

ثابت می ماند. بنابراین می توان چنین نتیجه گرفت که این ماشین در سرعتهای مختلف تحت شرایط فلوی ثابت قادر به تحویل ماکزیمم توان خود می باشد.



شکل ۸: اثر سرعت روی تغییرات توان خروجی با ولتاژ ترمینال در جریان نامی استاتور.

این نتایج اطلاعات لازم، جهت طراحی سیستم کنورتور و تنظیم ولتاژ را برای ژنراتورهایی که توسط محرکهای اولیه با سرعت متغیر راه اندازی می شوند فراهم می آورد. این کنورتورها از روش PWM توسط جبرانگرهای تریستوری جهت تنظیم ولتاژ و فرکانس استفاده می نمایند [۱۲]. در بخش بعدی بدلیل هزینه کمتر و نگهداری آسانتر روش استفاده از خازنهای جبران ساز جهت جبران افت ولتاژ معرفی می گردد.

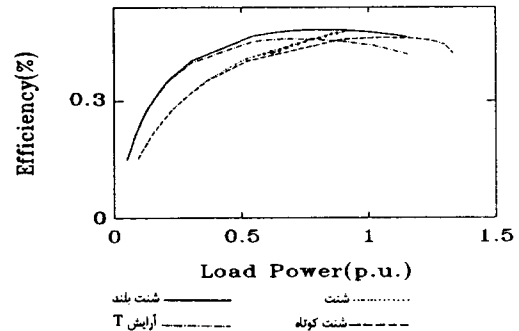
## استفاده از خازن سری جهت جبران سازی افت ولتاژ بازاء خازن تحریک ثابت [۱۱،۱۳]

یکی از روشهای کنترل ولتاژ خروجی استفاده از خازن جبران سازی سری جهت جلوگیری از افت بیش از حد ولتاژ می باشد. در این تکنیک آرایشهای مختلفی برای اتصال خازنهای سری و تحریک وجود دارد. مدار کلی این روش جبران سازی که اصطلاحاً آرایش T خوانده میشود در شکل (۹) نشان داده شده است. با حذف هر یک از خازنهای Cse1 و Cse2 و یا هر دو بترتیب به مدار معادل آرایش شنت کوتاه، شنت بلند و یا شنت می رسیم که روش حل مجهولات در مدارات مربوطه طبق روند ارائه شده در بند ۲ مقاله می باشد با این تفاوت که مجهولات

اندازه مطلوب یک روش تحلیلی ارائه شده است. همچنین برای استفاده بهینه از ظرفیت ماشین یک بررسی در مورد ماکزیمم توان قابل دسترسی و ولتاژ متناظر با آن در جریان نامی، و سرعت ثابت بانجام رسیده است. از طرف دیگر، بمنظور توسعه کاربرد ژنراتور به محرکهای با سرعت متغیر اثر سرعت روتور نیز مورد مطالعه قرار گرفته است، که از آن می توان نتیجه گرفت که برای بهره برداری بهینه از توان ماشین در سرعتهای مختلف، باید از آن در شرایط فلوی ثابت بهره برداری نمود.

از نتایج حاصل می توان در طراحی سیستم کنورتور و یا تنظیم کننده ولتاژ ژنراتور با خازن متغیر استفاده نمود. در روش جبران سازی افت ولتاژ با خازن های ثابت سری و موازی ملاحظه گردید آرایش شنت کوتاه بهترین مشخصه راندمان را نشان می دهد.

می دهند و همانطور که ملاحظه می شود آرایش شنت کوتاه بهترین مشخصه بار را از لحاظ افت ولتاژ داراست و آرایش شنت بلند بهترین مشخصه راندمان را نشان می دهد.



شکل ۱۱ : مقایسه بین مشخصه راندمان آرایشهای مختلف ژنراتور القایی تکفاز.

### نتیجه گیری

در این مقاله برای محاسبه ظرفیت و توان راکتیو لازم ژنراتور القایی تکفاز جهت تثبیت ولتاژ خروجی آن در

### مراجع

- 1 – Novotony, D. W., Gritter, D. J. and Studtmann, G. H. (1977). "Self excitation in inverter driven induction machine." *IEEE Trans. On PAS*, Vol. 96, No. 4, 1117-1125.
- 2 – Arrillaga, and Watson, D. B. (1978). "Static power conversion from self-excited induction generators." *Proc. IEE*, Vol. 125, No. 8, 743-746.
- 3 – Raina, G. and Malik, O. P. (1983). "Wind energy conversion using a self-excited induction generator." *IEEE Trans. On PAS*, Vol. 102, 3933-3936.
- 4 – Murthy, S. S., Malik, O. P. and Tandon, A. K. (1982). "Analysis of self-excited induction generators." *Proc. IEE*, Vol. 129, Pt. C. No. 6, 260-265.
- 5 – Tandon, A. K., Murthy, S. S. and Berg, G. J. (1984). "Steady state analysis of capacitor self-excited induction generators." *IEEE Trans. On PAS*, Vol. 103, No. 3, 612-618.
- 6 – Veinott, C. G. (1959). *Theory and design of small induction motors*. McGraw-Hill Book Company.
- 7 – Chan, T. F. (1995). "Analysis of self-excited induction generators using an iterative method." *IEEE Trans. On E. C.*, Vol. 10, No. 3, 502-507.
- 8 – Salama, M. H., Holmes, P. G. (1996). "Transient and steady-state load performance of a stand-alone self-excited induction generator." *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, Vol. 143, No. 1, 50-58.
- 9 – Shriadhar, L. and Jha, C. S. (1993). "A step towards improvements in the characteristics of self-excited induction generators." *IEEE Trans. On E. C.*, Vol. 8, No. 1, 40-46.
- 10 – Aljabri, A. K. and Alolah, A. L. (1990). "Capacitance requirement for isolated, self-excited induction generator." *IEE Proc.*, Vol. 137, 154-159.

- 11 – Bim, E., Szanjer, J. and Burian, Y. (1989). "Voltage compensation of an induction generator with long-shunt connection." *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 4, No. 3, 526-530.
- 12 – Muljadi, E. and Lipo, T. A. (1994). "Series compensated PWM inverter with battery supply applied to an isolated induction generator." *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 30, No. 6, 1073-1082.

۱۳ – عابد آشتیانی، ب. "شبییه سازی ژنراتور القایی تکفاز خودتحریک". پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، (۱۳۷۶).

### ضمیمه ۱

$$C1 = X1m \cdot X2^2 \cdot Xi + 2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm + X2^2 \cdot Xi \cdot Xm + X1m \cdot Xi \cdot Xm^2 + X2 \cdot Xi \cdot Xm^2$$

$$C2 = -2 \cdot R2 \cdot Rj \cdot X1m \cdot X2 \cdot R1m \cdot Rj \cdot X2^2 \cdot R2^2 \cdot X1m \cdot Xi - 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot V^2 \cdot X1m \cdot X2^2 \cdot Xi - 2 \cdot R2 \cdot Rj \cdot X1m \cdot X2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot X1m \cdot Xm - 2 \cdot R1m \cdot Rj \cdot X2 \cdot Xm - 2 \cdot R2 \cdot Rj \cdot X2 \cdot Xm - 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot X1m \cdot R2^2 \cdot Xi \cdot Xm - 2 \cdot V^2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm - V^2 \cdot X2^2 \cdot Xi \cdot Xm - R1m \cdot Rj \cdot Xm^2 - R2 \cdot Rj \cdot Xm^2 - V^2 \cdot X1m \cdot Xi \cdot Xm^2 - V^2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm^2$$

$$C3 = -(X1m \cdot X2^2) \cdot X2^2 \cdot Xi - 2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xm - X2^2 \cdot Xm - 2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm - 1m \cdot Xm^2 - X2 \cdot Xm^2 - Xi \cdot Xm^2$$

$$C4 = R1m \cdot R2^2 \cdot Rj + R1m \cdot Rj \cdot V^2 \cdot X2^2 + 2 \cdot R1m \cdot Rj \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xm + R1m \cdot Rj \cdot V^2 \cdot Xm^2$$

$$C5 = R2^2 \cdot X1m + 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot X2 + 2 \cdot R2 \cdot Rj \cdot X2 + V^2 \cdot X1m \cdot X2^2 + R2^2 \cdot Xi + V^2 \cdot X2^2 \cdot Xi + 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot Xm + R2^2 \cdot Xm + 2 \cdot R2 \cdot Rj \cdot Xm + 2 \cdot V^2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xm + V^2 \cdot X2^2 \cdot Xm + 2 \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm + V^2 \cdot X1m \cdot Xm^2 + V^2 \cdot X2 \cdot Xm^2 + V^2 \cdot Xi \cdot Xm^2$$

$$D1 = (Rj \cdot X1m \cdot X2^2) - 2 \cdot R2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xi - R1m \cdot X2^2 \cdot Xi - 2 \cdot Rj \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xm - Rj \cdot X2^2 \cdot Xm - 2 \cdot R2 \cdot X1m \cdot Xi \cdot Xm - 2 \cdot R1m \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm - 2 \cdot R2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm - Rj \cdot X1m \cdot Xm^2 - Rj \cdot X2 \cdot Xm^2 - R1m \cdot Xi \cdot Xm^2 - R2 \cdot Xi \cdot Xm^2$$

$$D2 = R2^2 \cdot Rj \cdot X1m + 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot Rj \cdot X2 + Rj \cdot V^2 \cdot X1m \cdot X2^2 + R1m \cdot R2^2 \cdot Xi + R1m \cdot V^2 \cdot X2^2 \cdot Xi + 2 \cdot R1m \cdot R2 \cdot Rj \cdot Xm + R2^2 \cdot Rj \cdot Xm + 2 \cdot Rj \cdot V^2 \cdot X1m \cdot X2 \cdot Xm + R \cdot V^2 \cdot X2^2 \cdot Xm + 2 \cdot R1m \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xi \cdot Xm + Rj \cdot V^2 \cdot X1m \cdot Xm^2 + Rj \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xm^2 + R1m \cdot V^2 \cdot Xi \cdot Xm^2$$

$$D3 = 2 \cdot R2 \cdot X1m \cdot X2 + R1m \cdot X2^2 + Rj \cdot X2^2 + 2 \cdot R2 \cdot X2 \cdot Xi + 2 \cdot R2 \cdot X1m \cdot Xm + 2 \cdot R \cdot X2 \cdot Xm + 2 \cdot R1m \cdot X2 \cdot Xm + 2 \cdot R2 \cdot X2 \cdot Xm + 2 \cdot R2 \cdot Xi \cdot Xm + R1m \cdot Xm^2 + R2 \cdot Xm^2 + Rj \cdot Xm^2$$

$$D4 = -(R1m \cdot R2^2) - R2^2 \cdot Rj - R1m \cdot V^2 \cdot X2^2 - Rj \cdot V^2 \cdot X2^2 - 2 \cdot R1m \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xm - 2 \cdot Rj \cdot V^2 \cdot X2 \cdot Xm - R1m \cdot V^2 \cdot Xm^2 - Rj \cdot V^2 \cdot Xm^2$$