

# ارزیابی خسارت خرپاهای مستوی با روش اجزای محدود

محمد رضایی پژند

استاد گروه عمران - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

مهدى سالیانى

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه عمران - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۲/۱۱/۲۷، تاریخ تصویب ۸۳/۱۱/۲۹)

## چکیده

چند روش تخمین خسارت سازه‌های خرپایی مورد بحث قرار می‌گیرد. نویسنده‌گان با گسترش یکی از این فنها، آن را مناسب ارزیابی خرپاهای با داده‌های تغییرمکان و نیز کرنش می‌کنند. این داده‌ها می‌توانند به صورت تحلیلی و یا تجربی وارد تحلیل شوند. همچنین، این شیوه توانایی به کارگیری زیر سازه‌ها را دارد. باید افزود، هنگامی که خسارت در قسمت محدودی از خرپا وارد شود یا بخش مشخصی از سازه در اختیار نباشد و یا وسیله‌های اندازه‌گیری به میزان کافی در دسترس قرار نگیرد، می‌توان از زیرسازه‌ها بهره جست. نویسنده‌گان، برنامه‌های رایانه‌ای برای این شیوه تحلیل نوشته‌اند و تواناییهای آن را با انجام تحلیلهای تخمین خسارت خرپاهای مستوی مشخص نموده‌اند. نتیجه‌های بدست‌آمده به نظر خوانندگان می‌رسد.

**واژه‌های کلیدی:** ارزیابی خرپاهای زیرسازه‌ها، برآورد عاملها، تخمین خسارت، ویژگیهای ساختاری، تابع خط، داده‌های تغییرمکان و کرنش

## مقدمه

گستره به دو شاخه اصلی دینامیکی و ایستایی تقسیم می‌شود. هر دو شاخه مزبور بر پایه روش اجزای محدود بوده و هدف هر دو، محاسبه عاملهای الگوی اجزای محدود و مقایسه آن با داده‌های اندازه‌گیری شده است. در این مقاله، چون هدف ارزیابی ایستایی خسارت است، تاریخچه این روشها در ادامه به نظر خوانندگان می‌رسد.

در آزمونهای ایستایی که در سازه‌هایی مانند: خرپاهای سقفی، دکلهای کشتی و نیز سازه‌های هوا فضا قابل انجام است، از داده‌های تغییرمکان، نیرو و کرنش استفاده می‌شود. یکی از نخستین پژوهش‌های انجام شده در این زمینه، کارهای صنایعی و نلسون در سال ۱۹۸۶ می‌باشد. آنها یک روش ایستایی برآورد عاملها با استفاده از اندازه‌گیری نیروها و تغییرمکانها در درجه‌های آزادی مشابه پیشنهاد نمودند<sup>[۱]</sup> سپس، بر اساس همین راهکار، صنایعی و اسکامپولی، برنامه‌ای رایانه‌ای برای برآورد عاملهای سازه ارائه کردند. آنها با انجام آزمونهای ایستایی، سختی عضوهای یک پل بتنی با مقیاس یک‌سوم را تخمین زدند. این شیوه به اندازه‌گیری نیروها و

خسارت در سازه‌ها برابر با از دستدادن مقداری از ویژگیهای ساختاری عضوهای سازه می‌باشد. به مرور زمان، سازه‌ها در اثر عاملهای گوناگون، دچار خسارت می‌شوند. در نتیجه، برای آگاهی از اینمنی و عملکرد درست آنها باید بررسیهایی صورت گیرد. این کارها می‌تواند به دو شیوه کیفی و کمی انجام پذیرد. در روش‌های کیفی که با سرعت و سهولت زیاد ولی با دقت کم صورت می‌گیرد، با توجه به پیکربندی سازه، چگونگی اتصالها، شرایط خاک و پی، نوع و علت آسیبها، درباره شیوه‌بازسازی سازه تصمیم‌گیری می‌شود. از سوی دیگر، در روش‌های کمی، با استفاده از تحلیلهای ایستایی و یا دینامیکی و نیز بهره‌گیری از آزمایش‌های تجربی بر روی الگوهای سازه، ارزیابی خسارت با دقت خوبی انجام می‌پذیرد.

شایان توجه است، ارزیابی کمی خسارت در سازه‌ها سابقه زیادی ندارد. در واقع، از سالهای اولیه دهه ۱۹۸۰ میلادی، پژوهش‌هایی در زمینه بهنگام‌نمودن عاملهای ساختاری سازه‌ها انجام شد. باید دانست، این

تحلیل از روش اجزای محدود بهره‌جویی می‌شود. در آغاز باید یک نگاشت بین کرنشهای و تغییرمکانها ایجاد شود. این نگاشت از رابطه بین تغییرمکانهای گرهی و کرنشهای عضوها به دست می‌آید. اگر  $\{B_n\}$  بردار نگاشت هر عضو در محورهای کلی باشد، برای دستگاهی با  $n$  عضو، ماتریس نگاشت کلی،  $[B]$  خواهد بود. با استفاده از رابطه‌های اساسی اجزای محدود، می‌توان نوشت:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \quad (1)$$

در اینجا،  $\{\varepsilon\}$  بردار کرنش عضوها با  $NEL$  سطر،  $\{U\}$  بردار تغییرمکانهای گرهی با  $NDOF$  سطر  $NEL$  ماتریس نگاشت با  $NEL$  سطر و  $[B]$  ماتریس نگاشت با  $NEL$  سطر عضوها و ستون می‌باشد. باید دانست،  $NEL$  تعداد عضوها و  $NDOF$  تعداد درجه‌های آزادی است. رابطه اصلی روش اجزای محدود، برای یک سازه به صورت زیر می‌باشد:

$$\{F\} = [K(P)]\{U\} \quad (2)$$

در رابطه کنونی،  $[K(P)]$  ماتریس سختی با  $NDOF$  سطر و ستون و  $\{F\}$  بردار نیروهای گرهی با  $NDOF$  سطر می‌باشد. با جایگزینی رابطه (۲) در رابطه (۱) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\{\varepsilon\} = [B][K(P)]^{-1}\{F\} \quad (3)$$

عاملهای سختی عضو به وسیله ماتریس سختی  $[K(P)]$  وارد معادله (۳) می‌شود. اینک، اگر از  $NSF$  حالت بارگذاری برای برآورد عاملهای مجھول استفاده شود، رابطه (۳) به صورت زیر درمی‌آید:

$$[\varepsilon] = [B][K(P)]^{-1}(\{F\}) \quad (4)$$

در اینجا،  $[\varepsilon]$  ماتریس کرنش با  $NEL$  سطر و  $NSF$  ستون و  $\{F\}$  ماتریس نیرو با  $NDOF$  سطر و  $NSF$  ستون می‌باشد. چون نیاز به اندازه‌گیری کلیه کرنشهای دستگاه نیست، بنابراین، رابطه کنونی به دو دسته کرنشهای اندازه‌گیری شده  $a$  و اندازه‌گیری نشده  $b$  تفکیک می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_a \\ \varepsilon_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} [k(P)]^{-1}(\{F\}) \quad (5)$$

تغییرمکانها در درجه‌های آزادی مشابه محدود بود[۲] در سال ۱۹۹۱، محدودیت مزبور به وسیله صنایعی و اینپد برداشته شد و از این پس نیروها و تغییرمکانها می‌توانستند در درجه‌های آزادی گوناگونی نیز وارد و اندازه‌گیری شوند[۳] تا سال ۱۹۹۱، بیشتر از داده تغییرمکان برای انجام برآورد استفاده می‌شد. اما در این سال، رابson از داده کرنش استفاده نمود و ارزیابی خسارت بر روی یک پل بزرگراه را انجام داد[۴]. همچنین، در سال ۱۹۹۴، بنان و هالمشتاد، پژوهش‌های گستردۀ ای در زمینه برآورد عاملهای مجھول سازه‌ها با استفاده از داده‌های آزمون ایستایی ارائه کردند. آنها از زیرمجموعه ناقصی از تغییرمکانها و نیروهای واردشده ایستا برای تخمین سختی عضوها بهره‌جستند[۵] از دیگر کارهای انجام شده در زمینه برآورد عاملها، می‌توان از فنایه ارائه شده توسط برونو، در سال ۱۹۹۴، برای خرپاهای فضایی و توسط لیو برای خرپاهای مستوی در سال ۱۹۹۷ نام برد[۶,۷]

در این مقاله، از میان پژوهش‌های انجام شده در زمینه آزمونهای ایستایی، کارهای صنایعی، بنان و هالمشتاد و نیز لیو انتخاب شده و مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. سپس، در ادامه، روش لیو گسترش داده می‌شود تا به جای استفاده از کرنش، از داده تغییرمکان نیز استفاده کند. همچنین، از شیوه تحلیل زیرسازه‌ها بهره‌جویی خواهد شد. نویسنده‌گان برنامه‌های رایانه‌ای برای ارزیابی خسارت نوشتند و با آنها چندخرپا مورد تخمین خسارت قرار می‌گیرد. در نتیجه، تواناییهای روش، سنجش و نتیجه به نظر خوانندگان می‌رسد.

## روش صنایعی

یکی از معتبرترین روش‌های برآورد عاملها و تخمین خسارت خرپاهای را صنایعی به همراه افرادی نظیر نلسون، اسکامپولی، اینپد، سالتلیک و ایمبارو در فاصله سالهای ۱۹۸۶ تا ۱۹۹۷ پیشنهاد کرد و بتدریج آن راهکار را کامل نمود[۱,۱۰,۹,۳,۲]. وی با کمینه‌کردن اختلاف بین پاسخهای تحلیلی و داده‌های آزمونهای غیرمخرب، عاملهای ساختاری سازه در شرایط موجود را به دست آورد. بر این اساس، تفاوت بین عاملهای تخمینی و عاملهای موردنانتظار، می‌تواند به عنوان خسارت عضوهای سازه در نظر گرفته شود. باید دانست، در این شیوه‌های

مشتق تابع خطای  $[e(P)]$  نسبت به عاملهای مجهول حساب شود. پس از محاسبه تابعهای خطای، اینک می‌توان کمینه‌سازی این تابعها را انجام داد. در آغاز، باید نرم تابع خطای را به صورت زیر به دست آورد:

$$J(P) = \{e(P) + \Delta P\}^T \{e(P + \Delta P)\} \quad (11)$$

برای کمینه‌ساختن تابع خطای مربوط به عاملهای مجهول  $\{P\}$  باید  $\frac{\partial J}{\partial \Delta P}$  مساوی صفر قرار گیرد. نتیجه این کار به صورت زیر خواهد بود:

$$[S]^T [S] \{\Delta P\} = -[S]^T \{e(P)\} \quad (12)$$

با حل این معادله و با استفاده از روش تکراری، بردار  $\{\Delta P\}$  که همان تغییر در عاملهای مجهول است، به دست می‌آید. برای هر تکرار  $K$  رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$\{P\}_{K+1} = \{P\}_K + \{\Delta P\}_K \quad (13)$$

شمار تکرارها بستگی به نقطه آغاز تکرار دارد و تا رسیدن به پاسخهای دقیق، این تکرارها ادامه می‌یابد. در معادله (12) شرط لازم برای وجود پاسخ یگانه این است که شمار اندازه‌گیریها بزرگتر یا مساوی تعداد عاملهای مجهول باشد.

## روش بنان و هالمشتاد

یکی دیگر از روش‌های معتبر برآورد عاملها و تخمین خسارت سازه، روش پیشنهادی هالمشتاد و بنان می‌باشد. در این شیوه، نخست یک چارچوب کلی برای مسئله برآورد ایستایی عاملها با عنوان «کمینه‌سازی قیددار غیرخطی از اختلاف بین پاسخهای سازه حقیقی و نتیجه‌های الگوی ریاضی سازه» ارائه می‌گردد. در ادامه آن، دو الگوریتم برای برآورد ویژگیهای تشکیل‌دهنده یک الگوی اجزای محدود با هندسه و بارگذاری ایستایی معین و با بهره‌گیری از تغییرمکانهای اندازه‌گیری شده، به نظر خوانندگان می‌رسد. الگوریتم اول که برآوردهای خطای نیروها ( $FEE$ ) نام دارد، تفاوت بین نیروهای برآورد شده و مقدارهای اندازه‌گیری شده را کمینه می‌سازد. همچنین، در الگوریتم دوم که برآوردهای خطای تغییرمکانها (DEE) نام دارد، تفاوت بین نیروهای برآوردهای خطای تغییرمکانها و مقدارهای اندازه‌گیری شده نیست.

چون به کرنشهای اندازه‌گیری تشهده نیازی نیست، این رابطه، به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$[\varepsilon_a] = [B_a] [K(P)]^{-1} \{F\} \quad (6)$$

در رابطه کنونی،  $[\varepsilon_a]$  ماتریس کرنشهای اندازه‌گیری شده (با NMS سطر و NSF ستون)،  $[B_a]$  ماتریس نگاشت اندازه‌گیری شده (با NMS سطر و NSF ستون) و  $NDOF$  شمار کرنشهای اندازه‌گیری شده می‌باشد. رابطه کنونی، پیوندی بین کرنشهای نیروها و عاملهای مجهول را برقرار می‌سازد و برای یافتن عامل مجهول در بردار  $\{P\}$  به کار می‌رود. حال، برای یافتن مجهولهای بردار  $\{P\}$  باید تابع خطای معرفی شود. یکی از انواع توابع خطای، تابع خطای ستاده کرنش می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$[e(P)] = [\varepsilon_a]^a - [\varepsilon_a]^m \quad (7)$$

در این رابطه، بالاونیس  $a$  برای مقدارهای تحلیلی و بالاونیس  $m$  برای مقدارهای اندازه‌گیری شده به کار رفته‌اند. با جایگزینی رابطه کنونی در رابطه (6-۲) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$[e(P)] = [B_a] [K(P)]^{-1} \{F\} - [\varepsilon_a]^m \quad (8)$$

آشکار است، تابع خطای  $[e(P)]$  دارای NMS سطر و NSF ستون بوده و یک تابع غیرخطی از عاملهای مجهول  $\{P\}$  می‌باشد که با وارون‌سازی  $[K(P)]$  حاصل می‌شود. برای خطی‌نمودن این تابع، با استفاده از گسترش دنباله تیلور می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \{e(P + \Delta P)\}_{NM \times 1} &= \{e(P)\}_{NM \times 1} + \\ &\left[ \frac{\partial \{e(P)\}}{\partial \{P\}} \right]_{NM \times NUP} \{\Delta_P\}_{NUP \times 1} \end{aligned} \quad (9)$$

با استفاده از این رابطه، می‌توان ماتریس حساسیت را به شکل زیر نوشت:

$$[S(P)] = \left[ \frac{\partial \{e(P)\}}{\partial \{P\}} \right]_{NM \times NUP} \quad (10)$$

بنابراین، برای تشکیل ماتریس حساسیت باید

$$\nabla J(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \nabla^T e_i(x, y) e_i(x, y) \quad (17)$$

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \nabla^T e_i(x, y) \nabla e_i(x, y) \quad (18)$$

یادآوری می‌کند، ماتریس هسین، همان مشتق دوم تابع خطای می‌باشد و رابطه تقریبی آن به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد. این رابطه تقریبی، در صورت کمبودن خطاهای پاسخهای مناسبی ارائه می‌کند. اینک به معادله الگو پرداخته خواهد شد. نخست، یک الگوی اجزای محدود از سازه درنظر گرفته می‌شود. فرض می‌گردد  $n_d$  شمار درجه‌های آزادی و  $nlc$  تعداد حالت‌های بارگذاری باشد. تغییر مکانهای سازه برای بارگذاری  $\bar{x}$  از معادله تعادل زیر به دست می‌آید:

$$[K(x)]\{u_i\} = \{f_i\} \quad (19)$$

در این رابطه،  $[K(x)]$  ماتریس سختی با  $n_d$  سطر و ستون و وابسته به عاملهای مجھول  $x$  می‌باشد. همچنین،  $\{u_i\}$  پاسخ تغییر مکانی سازه و  $\{f_i\}$  بردار بارهای وارد است. خاطرنشان می‌سازد، چون اندازه‌گیری در کلیه درجه‌های آزادی مشکل و یا حتی غیرممکن است، تنها در درجه‌های آزادی محدودی پاسخها اندازه‌گیری می‌گردد. بنابراین، تغییر مکانهای  $\{u_i\}$  به دو بخش  $\{\hat{u}_i\}$  (پاسخهای اندازه‌گیری شده) و  $\{\bar{u}_i\}$  (پاسخهای اندازه‌گیری نشده) تقسیم می‌شود. همچنین، بر اساس تقسیم‌بندی پاسخهای سازه، ماتریس سختی آن به دو بخش وابسته به پاسخهای اندازه‌گیری شده  $([\hat{K}(x)])$  و  $([\bar{K}(x)])$  و وابسته به پاسخهای اندازه‌گیری نشده  $([\hat{K}(x)])$  تقسیم می‌گردد. اینک، می‌توان با کمینه‌سازی تابع خطای در دوبرآوردگر FEE و DEE، به ترتیب، به رابطه‌های زیر دست یافت:

$$\text{Min} J_r(x, \bar{u}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nlc} \alpha_i \left\| [\hat{K}(x)]\{\hat{u}_i\} + [\bar{K}(x)]\{\bar{u}_i\} - \{f_i\} \right\|^2 \quad (20)$$

نامیده می‌شود، اختلاف بین تغییر مکانهای برآورده شده و مقدارهای اندازه‌گیری شده در محلهای مشخص کمینه می‌گردد.

هر دو الگوریتم برآورده عاملها، بر اساس کمینه‌سازی وزنی حداقل مربعات تابع خطای می‌باشد. باید افزود، تابع خطای در هر دوبرآوردگر به شکل کلی زیر می‌باشد:

$$\text{Min } J(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_i \|e_i(x, y)\|^2 \quad (14)$$

در اینجا،  $x$  متغیری در داخل گستره  $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$  و  $y$  نامحدود است. همچنین،  $e_i(x, y)$  اختلاف یک مشاهده و مقدار محاسباتی آن برای آزمون  $i$ ام،  $n$  شمار آزمونها،  $\alpha_i$  اطمینان نسبی در آزمون  $i$ ام،  $\bar{x}$  کران بالا و  $\underline{x}$  کران پایین عاملها می‌باشد. خاطر نشان

می‌سازد، بسیاری از ویژگیهای هر دو برآوردگر یکسان بوده و تفاوت اساسی آنها در تعیین تابع خطای می‌باشد. از سوی دیگر، تابع لاغرانژی در مسأله بهینه‌سازی قیددار به صورت زیر است:

$$L(x, y, \lambda, \gamma) = J(x, y) + \lambda^T (x - \underline{x}) + \gamma^T (\bar{x} - x) \quad (15)$$

در رابطه کنونی،  $\lambda$  و  $\gamma$  بردار ضریبهای لاغرانژی می‌باشد. شرط وجود فرین (اکسترمم) در این رابطه، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\nabla L(x, y, \lambda, \gamma) = \nabla J(x, y) + \lambda^T I - \gamma^T t \quad (16)$$

در اینجا،  $I$  ماتریس یکه است. خاطرنشان می‌سازد، برای وجود فرین، افزون بر شرط مزبور، باید ضریبهای لاغرانژ مثبت بوده و همین تابع لاغرانژی در نقطه‌های کمینه، معین مثبت باشد.

برای حل مسأله بهینه‌سازی قیددار خطی، می‌توان از شیوه‌های گوناگون و از آن میان، روش برنامه‌ریزی درجه دوم تکراری (RQP) استفاده کرد. این راهکار، نیاز به گرادیان و هسین تابع خسارت بر حسب متغیرهای مجھول  $y$  دارد که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$[A_e] = \frac{1}{h_e} \begin{bmatrix} C^2 & CS^2 & -C^2 & -CS^2 \\ CS^2 & S^2 & -CS & -S \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS^2 & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

در رابطه کنونی،  $h_e$  طول جزء،  $S = \sin\theta$  و  $C = \cos\theta$  عضو با افق می‌باشد. پس از رویهمگذاری معادله‌های تعادل و واردکردن شرط‌های مرزی، معادله حاکم زیر برای سازه خرپایی به دست می‌آید:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (25)$$

در اینجا،  $[K]$ ،  $\{U\}$  و  $\{F\}$ ، به ترتیب، ماتریس سختی، بردار تغییرمکانهای گرهی و بردار بارهای گرهی خرپا در محورهای کلی می‌باشند. اگر خرپا دارای  $m$  عضو و  $n$  درجه آزادی باشد، می‌توان ماتریس سختی را به صورت رابطه زیر نوشت:

$$[K] = \sum_{e=1}^m \alpha_e [L_e] [A_e] [L_e]^T \quad (26)$$

در این رابطه،  $[L_e]_{(n \times 4)}$  ماتریس پیوستگی است که درجه‌های آزادی در محورهای محلی را به درجه‌های آزادی کلی وابسته می‌سازد. آشکار است، ماتریسهای  $[L_e]$  و  $[A_e]$  مستقل از عاملهای مجهول ( $\alpha_e$ ) می‌باشند. می‌توان نشان داد که این رابطه‌ها نیز برقرار است:

$$[K]\{U\} = \sum_{e=1}^m \alpha_e [L_e] [A_e] [L_e]^T \{U\} = [P]\{S\} \quad (27)$$

$$[P] = [[L_1][A_1][L_1]\{U\} \dots [L_m][A_m][L_m]^T \{U\}] \quad (28)$$

$$\{S\} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_m]^T \quad (29)$$

$$\{P\} = [\varepsilon_1 I_1 \quad \varepsilon_2 I_2 \quad \dots \quad \varepsilon_m I_m]^T \quad (30)$$

در این رابطه‌ها،  $\varepsilon_e$  کرنش محوری جزء و

$$MinJ_d(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \left\| [Q][K^{-1}(x)]\{f_i\} - \{\hat{u}_i\} \right\|^2 \quad (21)$$

در این دو رابطه،  $\alpha_i$  درجه اطمینان در  $i$  امین دسته از برداشت‌ها،  $x, \bar{x}$ ، به ترتیب، کرانهای بالا و پایین

عاملهای ساختاری مجهول و  $[Q]$  ماتریس بولین می‌باشد. برای هر دو برآوردگر، معیار انجام برآورده، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$n_{lc} \times \hat{n}_d \geq n_p \quad (22)$$

در این رابطه،  $n_p$  تعداد عاملهای مجهول و  $\hat{n}_d$  تعداد درجه‌های آزادی اندازه‌گیری شده است. افزون بر این، در برآورد سختیها باید عاملهای دیگری نیز در نظر گرفته شوند. قابلیت اعتماد روش در حضور اغتشاش، مقدار اولیه داده‌ها، شرط‌های مرزی و مانند اینها از این دسته عاملها می‌باشند.

## روش لیو

این راهکار، در سال ۱۹۹۷ میلادی، توسط لیو برای خرپاهای مستوی ارائه شد. وی با بهره‌گیری از کرنشهای ایستایی، دو خرپای مستوی را تخمین خسارت کرد. در این روش، مشابه شیوه‌های پیشین، فرض می‌گردد که مصالح دارای رفتار کشسان خطی و همگن بوده و تغییرشکلها، کوچک باشد. اینک، یک خرپای مستوی با میله‌های منشوری در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش اجزای محدود، معادله تعادل یک عضو سازه به صورت زیر می‌باشد:

$$[K_e]\{u_e\} = \{f_e\} \quad (23)$$

در این رابطه،  $[K_e]$ ،  $\{u_e\}$  و  $\{f_e\}$ ، به ترتیب، ماتریس سختی، بردار تغییرمکان و بردار نیروی عضو می‌باشند. با فرض رفتار خطی، رابطه  $[K_e] = \alpha_e [A_e]$  برقرار است. در اینجا، عامل  $\alpha_e$  صلبیت محوری و  $[A_e]$  ماتریس وابسته به هندسه عضو می‌باشد و برای جزء خرپایی دو بعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

می باشد با این تفاوت که در آنها، تعادل گرههای داخلی زیرسازه را در نظر می گیرند.تابع خطای زیرسازه به صورت زیرنوشته می شود:

$$\text{Min}[E_s] = \sum_{K=1}^T \left| [P_K]^{is} \{S\}^s - \{F_K\}^i \right|^2 \quad (34)$$

در این تابع خطای نیروها فقط به درجههای آزادی زیرسازه وارد می شود. رونویس  $i$  نشان دهنده ردیفهای متناظر با گرههای داخلی و رونویس  $s$  معرف ستونهای متناظر با عضوهای داخلی زیرسازه است. باید دانست، ویژگیهای عضوهای بیرون از زیرسازه در این رابطه وارد نخواهد شد.

### ارزیابی خسارت خرپاها

اینک به سنجش تواناییهای روش پرداخته می شود. برای این کار، برنامه های رایانه ای گستردگی بر اساس رابطه های موردبخت نوشته می شود تا بتوان پاسخها را به دست آورد. افزون براینها، فن لیو به گونه ای گسترش داده شده است که بتوان داده های تغییر مکانها را وارد تحلیل کرد. در واقع، در این روش می توان از هر دو نوع داده کرنش و تغییر مکان، تحلیلی و تجربی، بهره جست. همچنین در روش مورد بحث هر جا که نیاز باشد از زیرسازه ها استفاده خواهد شد. به دنبال اینها، مسئله های مختلفی تحلیل می شود. پاره ای از نتیجه های به دست آمده در این مقاله درج می شوند، در پایان، مشخص خواهد شد که با انجام تدبیر ویژه ای می توان به پاسخهای خوبی دست یافت. برنامه رایانه ای داده تغییر مکان، DATD و برنامه رایانه ای کرنش، DATS نام دارد.

در آغاز تحلیل، ویژگیهای سازه از نظر هندسی، شماره گرههای تعداد عضوها و درجههای آزادی و نیز سطح مقطع مشخص می گردد. سپس، چند نوع بارگذاری برای انجام برآورده در نظر گرفته می شود و آزمونهای گوناگونی برای تخمین خسارت عضوها صورت می گیرد. در هر آزمون با توجه به وجود یا عدم وجود اغتشاش، شمار و محل بارگذاریها و فرضهای مختلف دیگر به حل آن پرداخته می شود. سرانجام، نتیجه های آزمونها تشریح و رهنمودهایی برای تخمین خسارت های مؤثر در سازه ها ارائه می گردد. خاطرنشان می سازد، برای پرهیز از طولانی شدن

$I_e = L_e [-C \quad -S \quad C \quad S]^T$  یک بردار  $n$  سطری است که عامل  $n$  تعداد درجههای آزادی می باشد. خاطرنشان می سازد، برای محاسبه  $[P]$  می توان از یکی از دو رابطه (۲۸) و یا (۳۰) بر حسب نوع داده (تغییر مکان و یا کرنش) استفاده کرد. از سوی دیگر، می توان نوشت:

$$[P]\{S\} = \alpha_1 \varepsilon_1 I_1 + \dots + \alpha_m \varepsilon_m I_m = \{F\} \quad (31)$$

اینک مشخصه های خرپا به صورت مسئله بهینه سازی زیر رابطه سازی می شود:

$$\text{Min}[E] = \sum_{K=1}^T \left| [P_K]\{S\} - \{F_K\} \right|^2 \quad (32)$$

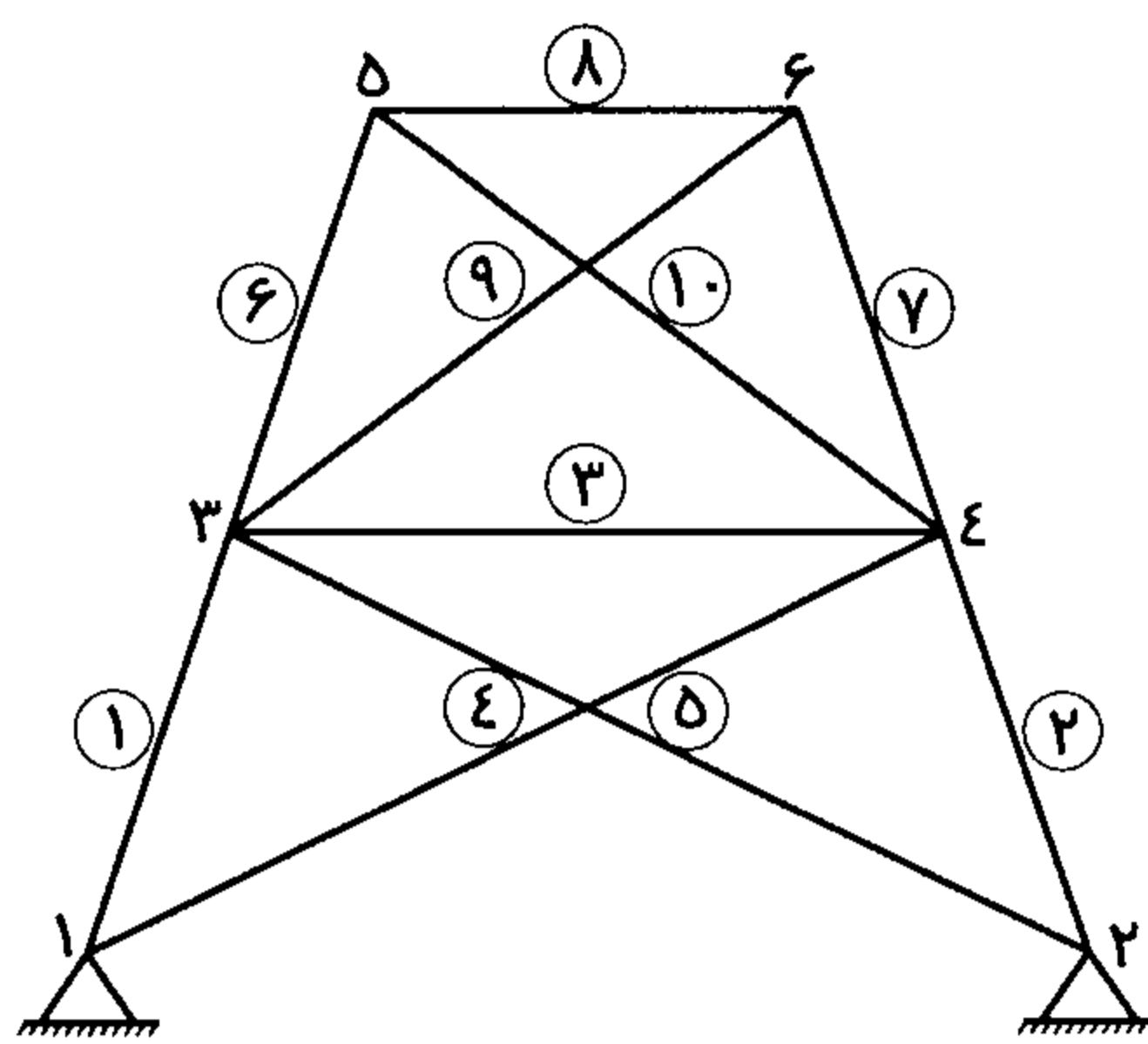
در اینجا،  $T$  شمار آزمایش های انجام شده،  $[E]$  تابع خطای  $\{F_K\}$  و  $[P_K]$ ، به ترتیب، ماتریس کرنش و بردار نیرو در آزمون  $K$  می باشد. یادآوری می کند، تابع خطای نامنفی و در بهترین حالت مقدار آن در حدود صفر است. باید افزود، کمترین مقدار  $[E]$  از قراردادن  $\frac{\partial E}{\partial S} = 0$  به دست می آید. در این حالت، رابطه زیر برقرار می باشد:

$$\sum_{K=1}^T [P_K]^T [P_K]\{S\} = \sum_{K=1}^T [P_K]^T \{F_K\} \quad (33)$$

در رابطه کنونی،  $\{S\}$  بردار مجھولها و یا همان عاملهای سختی است. در این معادله، وجود یک هسین ناویژه از تابع خطای نه تنها یک حل یگانه را تضمین می کند، بلکه دارای کمترین خطای نیز می باشد.

### تخمین خسارت زیرسازه ها

تاکنون، روش ارزیابی یک خرپای کلی معرفی شد. باید دانست، حالتهایی وجود دارد که بررسی زیرسازه ها مناسبتر است. به عنوان نمونه، هنگامی که یک خرپا دچار خسارت دیده ضرورت پیدا می کند. همچنین، هنگامی که به اندازه کافی وسیله های اندازه گیری مانند: کرنش سنج و تغییر مکان سنج وجود نداشته باشد، روش زیرسازه ها مفید خواهد بود. رابطه سازی زیر سازه ها مشابه خرپاهای کلی



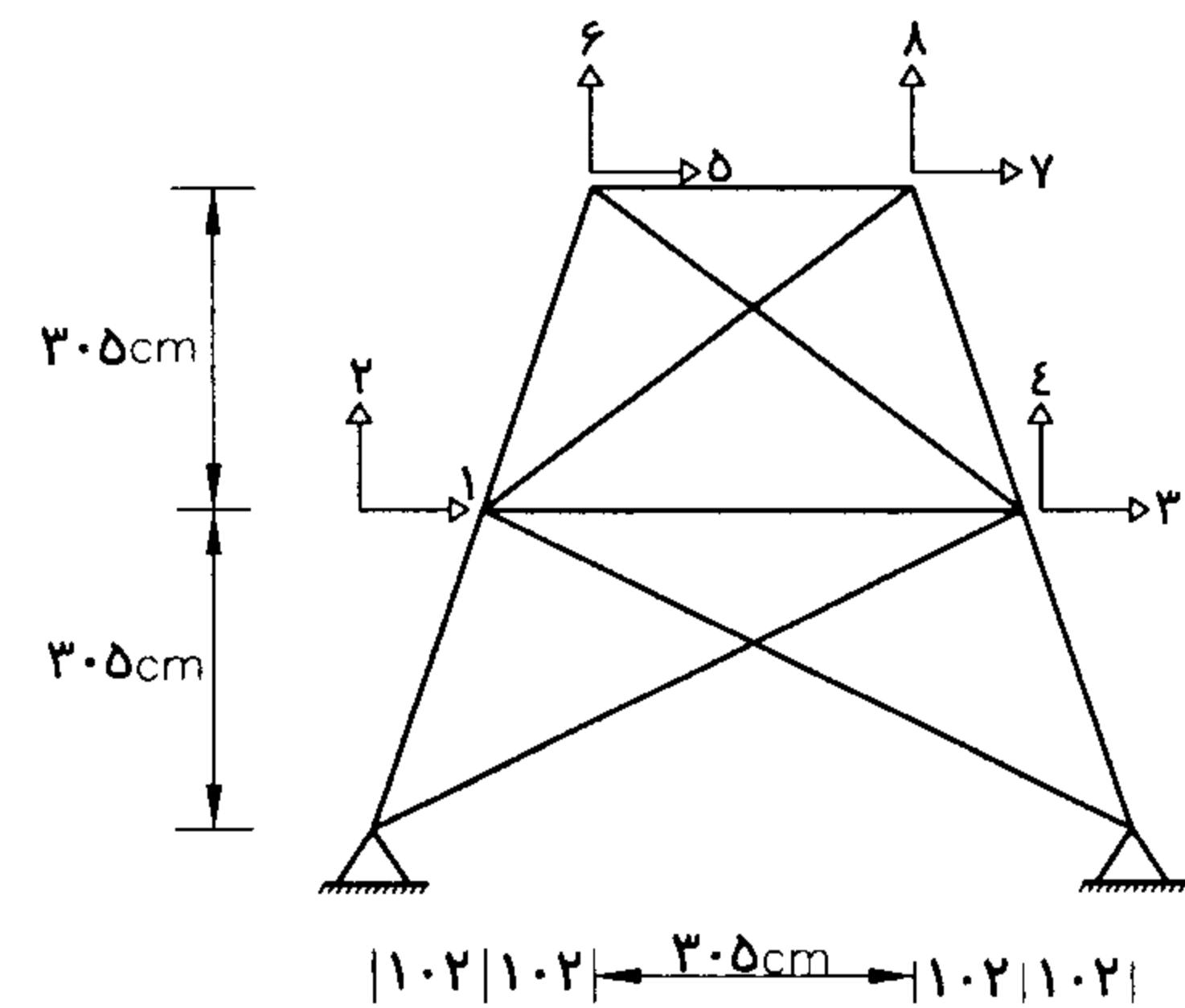
شکل ۲: شماره گره ها عضوهای خرپای ۱۰ عضوی.

پس از معرفی هندسه سازه، اینک بارگذاری آن مشخص خواهد شد. مطابق جدول (۱)، هشت حالت بارگذاری برای این خرپا در نظر گرفته می‌شود. در هر حالت، بارهای مرکزی به مقدار ۴۴۵ نیوتون در درجه‌های آزادی انتخاب شده وارد می‌گردند. برای هر یک از این بارگذاریها، مقدار مکانهای گرهی و همچنین کرنشهای عضوها محاسبه می‌شود. این مقدارها، به عنوان داده‌هایی برای برنامه‌های رایانه‌ای تخمین خسارت DATD و DATS مورد استفاده قرار می‌گیرد. یادآوری می‌کند، این سازه را صنایعی نیز تحلیل نموده است که در ادامه، مقایسه پاسخها انجام می‌پذیرد.

بحث، به جای درج سختیهای تخمین‌زده شده، عاملهایی چون خطای بیشینه و کمینه و نیز یک شاخص آماری به نام RMS مورد استفاده قرار می‌گیرد. عامل RMS که ریشه میانگین مربعات درصد خطاهای تخمین می‌باشد، از این پس به نام شاخص خطاهای خوانده می‌شود.

### خرپای مستوی ۱۰ عضوی

یک خرپای دوبعدی با ۱۰ عضو و ۸ درجه آزادی انتقالی برای نگهداری یک منبع آب‌وهای طرح شده است. عاملهای مجهول در این خرپا، سختی محوری کلیه عضوهای خرپا، به ترتیب، ۱۹/۳۵ سانتی‌مترمربع و ۲۰۶/۸ گیگاپاسکال است. شکلهای (۱) و (۲) نمایانگر ویژگیهای هندسی، درجه‌های آزادی، شماره گره‌ها و شماره عضوهای این خرپا می‌باشد.



شکل ۱: خرپای ۱۰ عضوی و درجه‌های آزادی.

جدول ۱: مقدار کل بارهای وارد به خرپای ۱۰ عضوی.

حالت بارگذاری	درجه آزادی بار	مقدار بار بر حسب نیوتون
۱	۱	-۴۴۵
۲	۲	۴۴۵
۳	۳	۴۴۵
۴	۴	-۴۴۵
۵	۵	۴۴۵
۶	۶	۴۴۵
۷	۷	-۴۴۵
۸	۸	-۴۴۵

اینک، با آزمونهای گوناگون معرفی شده در جدول (۲) به تخمین خسارت این خرپا پرداخته خواهد شد.

جدول ۲: آزمونهای انجام شده برای تخمین خسارت خرپای ۱۰ عضوی.

شماره آزمون	حالتهای بارگذاری	درصد اغتشاش در نیروها	درصد اغتشاش در تغییرمکانها	درصد اغتشاش در کرنشها
۱	۱تا۸	-	-	-
۲	۷و۵۱	-	-	-
۳	۳و۲۱	-	-	-
۴	۸و۵۲	-	-	-
۵	۸و۵۲	-	۱	-
۶	۸و۵۲	۱	-	-
۷	۸و۵۲	-	۵	-
۸	۸و۵۲	۵	-	-
۹	۸و۵۲	-	۱۰	-
۱۰	۸و۵۲	۱۰	-	-
۱۱	۸و۵۲	-	۲۰	-
۱۲	۸و۵۲	۲۰	-	-
۱۳	۸و۵۲	۵	۵	-
۱۴	۱تا۸	-	-	-
۱۵	۴تا۱	-	-	-
۱۶	۸تا۵	-	-	-
۱۷	۸و۷	-	-	-
۱۸	۴۱	-	-	-
۱۹	۶۱و۴	-	-	-
۲۰	۷۱	-	-	-
۲۱	۶۴و۶	-	-	-
۲۲	۷۴و۶	-	-	-
۲۳	۷۶و۴	-	-	-
۲۴	۶۱و۴	-	-	-
۲۵	۷۱و۴	-	-	-
۲۶	۷۴و۴	-	-	-
۲۷	۱۰۴و۷	-	-	-
۲۸	۸۵تا۸	-	۱	۱

به دست می‌آید. البته انتخاب این سه حالت بارگذاری نیز نباید به صورت تصادفی باشد و لازم است بارگذاریهای مناسبی اختیار گردد.

۲- در آزمون ۳، در حالت داده‌های بدون اغتشاش، از حالتهای بارگذاری ۱، ۲ و ۳ استفاده شده است. نتیجه برآورد با استفاده از داده‌های تغییرمکان، شاخص خطای معادل  $85/56$  درصد می‌باشد. علت این خطای زیاد را باید در پخش تنفس نامناسب شماری از عضوهای خرپا جستجو کرد. بررسیها نشان می‌دهد که در این سه حالت

پس از معرفی ۲۸ آزمون صورت گرفته برای این خرپا، تخمین خسارت کلیه عضوهای آن انجام و نتیجه‌ها به صورت زیر درج می‌شود:

۱- آزمونهای ۱و۲ برای مقایسه نتیجه‌های به دست آمده از ۸ و یا ۳ حالت بارگذاری انجام شده است. نتیجه این آزمونها نشان می‌دهد که شاخص خطای برای این دو آزمون، به ترتیب،  $0/33 \times 10^4$  و  $0/97 \times 10^4$  می‌باشد.

به سخن دیگر، از سه حالت بارگذاری ۱، ۷و۵ همان نتیجه‌ای را می‌توان گرفت که از کلیه ۸ حالت بارگذاری

۱-۳ - رابطه بین خطاهای واردشده در نیروها و خطای ستاده‌ها به صورت خطی است. در صورتی که این رابطه برای تغییرمکانها، غیرخطی است. تحلیلهای ریاضی بر روی رابطه سختی، تأییدکننده این ویژگی و در نتیجه درستی روش و برنامه رایانه‌ای است.

۲-۳ - خطای ستاده ناشی از واردشدن اختشاش در نیروها، بیشتر از تغییرمکانهاست و با افزایش خطای داده‌ها از ۱تا ۲۰ درصد، این اختلاف از ۰/۰۱ تا ۳/۳۴ درصد تغییرمی‌کند.

۳-۳ - خطای نسبی همزمان واردشده به نیروها و تغییرمکانها یکدیگر را خنثی کرده و پاسخهای دقیق به دست می‌دهند.

۴-۳ - آزمونهای ۱۷ تا ۱۴ برای مقایسه نتیجه‌های این روش با پاسخهای دیگر پژوهشگران انجام شده است. باید دانست، پژوهشگران دیگر، این آزمونها را تنها برای داده کرنش انجام داده‌اند [۹]. اما در این مقاله، آزمونها با هر دو داده تغییرمکان و کرنش انجام شده است. نتیجه‌های برآورد سختی عضوهای خرپا در این آزمونها در جدول (۴) درج شده‌اند.

بارگذاری، نیروی محوری عضوهای ۶ تا ۱۰ نسبت به سایر عضوهای خرپا بسیار کم است و این پخش نامناسب تنش، سبب ایجاد خطای زیاد در تخمین سختیهای محوری می‌گردد. برای پرهیزار بروز چنین خطاهای بزرگی، باید هنگام انجام بارگذاریها دقیق شود تا کلیه عضوها زیر اثر تنش مناسبی قرار گیرند. به عنوان نمونه، اگر به جای انجام آزمون ۳ (بارگذاریها ۱، ۲ و ۳) از آزمون ۴ (بارگذاریها ۵، ۶ و ۸) استفاده گردد، شاخص خطا از ۸۵/۵۶ درصد به  $0/87 \times 10^4$  درصد خواهد رسید. علت این کاهش محسوس، پخش مناسب تنش آزمون ۴ در عضوهای عتا ۱۰ خربما می‌شود.

۳- در آزمونهای ۱۳ تا ۱۵، اثر خطاهای نسبی داده‌ها و تأثیر آنها بر خطای ستاده‌ها بررسی می‌شود. نتیجه این آزمونها در جدول (۳) درج می‌گردد. در این جدول،  $\Delta$  درصد اختلاف بین ستاده‌های دوآزمون با مقدار یکسان خطا اما با داده‌های مختلف نیرو و تغییرمکان است. نتیجه‌های به دست آمده از جدول (۳) را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

جدول ۳ : بررسی تأثیر خطاهای نسبی در پاسخهای تخمین.

شماره آزمون	درصد شاخص خطاهای	( $\Delta$ )
۵	۰/۹۹	
۶	۱	۰/۰۱
۷	۴/۷۶	
۸	۵	۰/۲۴
۹	۹/۰۹	
۱۰	۱۰	۰/۹۱
۱۱	۱۶/۶۶	
۱۲	۲۰	
۱۳	$0/87 \times 10^4$	۳/۳۴

جدول ۴ : مقایسه درصد شاخص خطاهای.

شماره آزمون	روش پیشنهادی DATS	روش پیشنهادی DATS	مرجع [۹]
۱۴	$0/33 \times 10^4$	$0/47 \times 10^4$	$1 \times 10^{-4}$
۱۵	—	—	—
۱۶	$0/63 \times 10^4$	$0/58 \times 10^4$	$1 \times 10^{-4}$
۱۷	$0/104 \times 10^3$	$0/101 \times 10^3$	$1 \times 10^{-4}$

است که در آن، با استفاده از حالت‌های بارگذاری ۶، ۷ و ۴، شاخص خطاهای برابر  $10 \times 86 / 0$  درصد است.

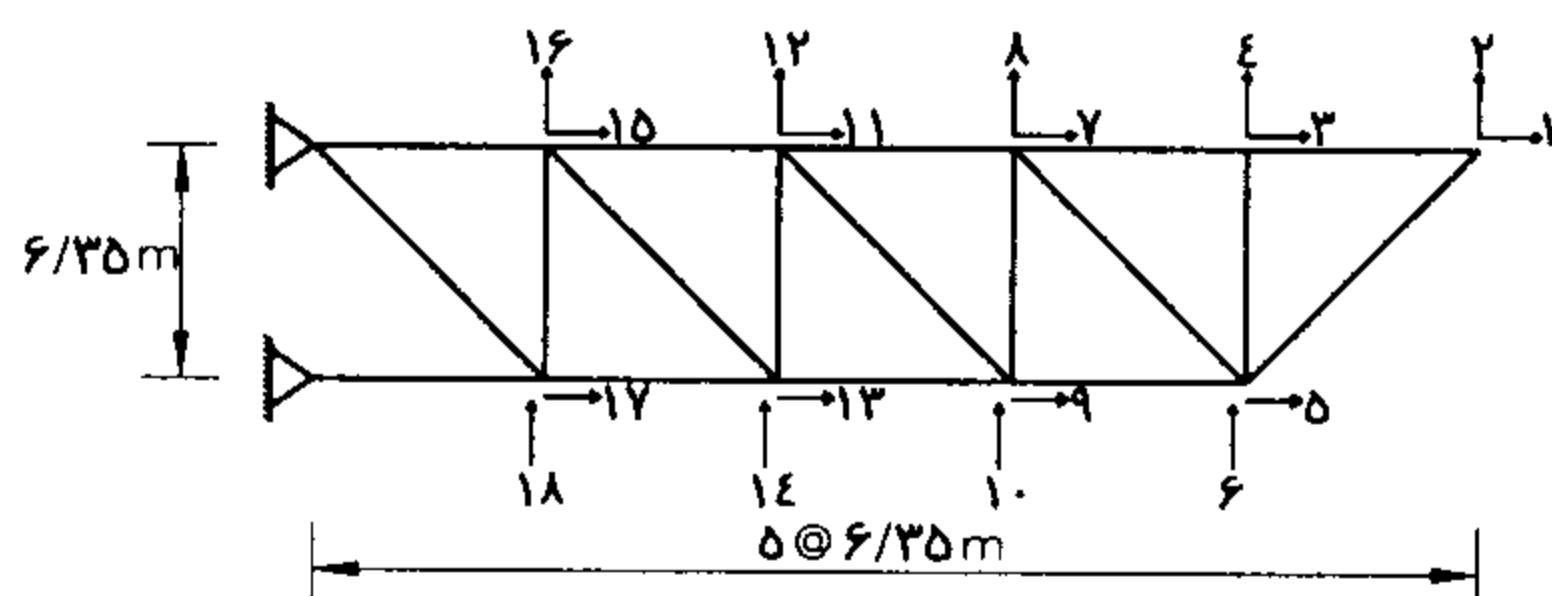
۳-۵- آزمون با چهار حالت بارگذاری نیز به پاسخهای بسیار دقیق منتهی می‌شود. نکته‌ای که به چشم می‌خورد این است که آزمون ۲۳ با دو حالت بارگذاری، خطای کمتری نسبت به آزمون ۲۶، با چهار حالت بارگذاری می‌دهد.

جدول ۵: بررسی اثر تعداد بارگذاریها در آزمونهای ۱۸ تا ۲۷.

شماره آزمون	درصد شاخص خطاهای
۱۸	۷۲/۷۷
۱۹	$0/32 \times 10^{-3}$
۲۰	$0/12 \times 10^{-3}$
۲۱	$0/51 \times 10^{-3}$
۲۲	$0/42 \times 10^{-3}$
۲۳	$0/76 \times 10^{-4}$
۲۴	$0/36 \times 10^{-3}$
۲۵	$0/12 \times 10^{-3}$
۲۶	$0/86 \times 10^{-4}$
۲۷	$0/8 \times 10^{-4}$

### خرپای مستوی ۱۸ عضوی

یک خرپای طریق ۱۸ عضوی با ۱۸ درجه آزادی انتقالی در اینجا مورد بررسی قرار می‌گیرد. هندسه این خرپا و شماره درجه‌های آزادی آن در شکل (۳) آمده است.



شکل ۳: خرپای ۱۸ عضوی و درجه‌های آزادی.

همچنین، شماره گره‌ها و عضوهای این خرپا در شکل (۴) درج شده‌اند.

با توجه به جدول (۴) می‌توان به نتیجه‌های زیر دست یافت:

۴-۱- در هر سه روش، سختیها با دقت زیاد به دست می‌آیند.

۴-۲- چون شیوه حل دستگاه معادلات، در روش پیشنهادی به صورت مستقیم است، سختیها بطور مستقیم به دست می‌آیند. از سوی دیگر، در مرجع [۹] از روش تکراری استفاده می‌شود و پاسخهای به دست آمده در جدول (۴-۶) پس از ۵ تکرار می‌باشد. خاطرنشان می‌کند، استفاده از روش تکراری، افزون بر زمان بری بیشتر، ممکن است به دلیل انتخاب نقطه آغاز تکرار نامناسب، به پاسخهای غلط منتهی شود.

۴-۳- آزمون ۱۵ در هر سه روش، پاسخهای مناسب می‌دهد. در واقع، در هر سه شیوه، ماتریس ضربه‌ها ویژه شده و جوابی به دست نمی‌آید. بنابراین، باید از چنین حالت‌های بارگذاری پرهیز کرد.

۴-۴- تحلیل پیشنهادی، با استفاده از هر دو داده تغییرمکان و کرنش، بطور تقریب پاسخهای یکسانی می‌دهد.

۵- در آزمونهای ۱۸ تا ۲۷، با استفاده از داده کرنش، بر روی اثر تعداد بارگذاریها بر کیفیت تخمینها بررسی انجام گرفته است. بر اساس جدول (۱)، در این آزمونها از حالت‌های بارگذاری ۶، ۷ و ۴ به صورت دوتایی در آزمونهای ۱۸ تا ۲۳، سه‌تایی در آزمونهای ۲۴ تا ۲۶ و یا چهارتایی در آزمون ۲۷، استفاده شده است. نتیجه حاصل از این آزمونها در جدول (۵) خلاصه می‌شود:

با توجه به جدول (۵) می‌توان به نتیجه‌های زیر دست یافت:

۱-۵- در کلیه آزمونهای با دو حالت بارگذاری بجز آزمون ۱۸، پاسخهای مناسب و دقیق به دست می‌آید. علت خطاهای زیاد در آزمون ۱۸، پخش تنش نامناسب در حالت‌های بارگذاری ۴ و در عضوهای عناصر ۱۰ و ۱۱ است. مناسبترین آزمون برای انجام برآورد با دو حالت بارگذاری،

آزمون ۲۳ با شاخص خطای معادل  $10 \times 76 / 0$  درصد می‌باشد.

۲-۵- برای آزمونهای با سه حالت بارگذاری، هر سه آزمون پاسخهای مناسب می‌دهند. اما بهترین آنها، آزمون ۲۶

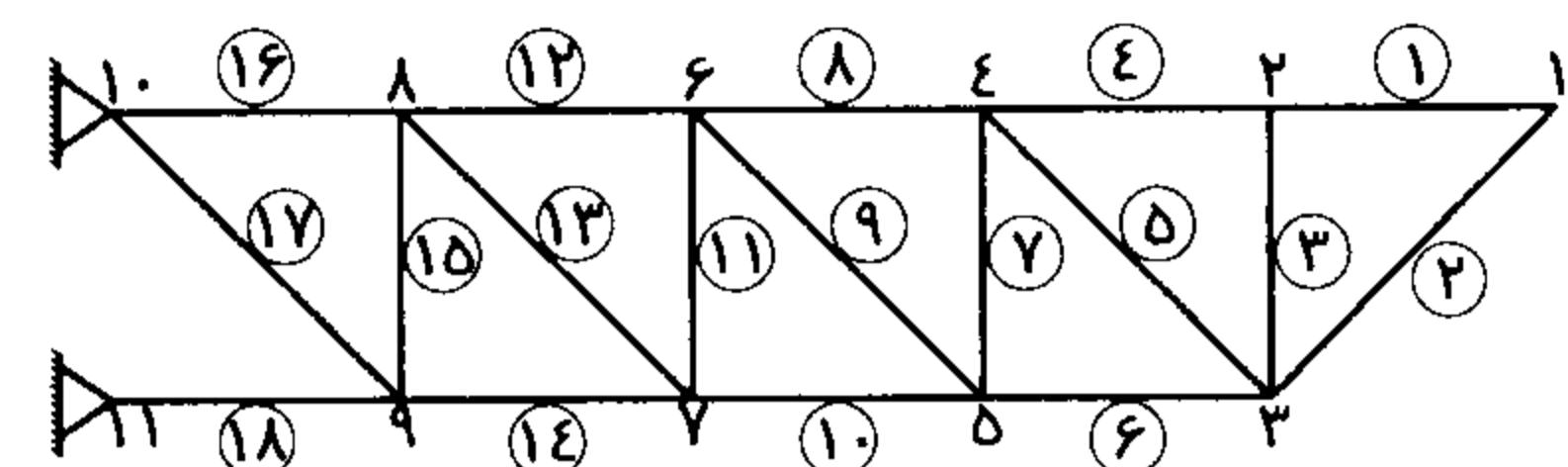
بر اساس جدول (۶) آشکار می‌شود که در آغاز، کلیه عضوها دارای سختی محوری  $206/85$  مگانیوتون می‌باشد. پنداسته می‌شود که در اثر بروز خسارت،

عضوهای قائم  $\frac{1}{3}$  و عضوهای افقی  $\frac{1}{6}$  از سختی خود را از

دست داده و صلبیتهای محوری آنها، به ترتیب، به  $137/9$  و  $172/375$  مگانیوتون کاهش یافته است. بنابراین، هدف، تخمین خسارت عضوهای صدمه‌دیده قائم، افقی و مورب می‌باشد. باید افزود، بارگذاری سازه بر اساس جدول (۷) خواهد بود.

جدول ۷: بارگذاری خرپای ۱۸ عضوی.

حالت بارگذاری	درجه‌آزادی باردار	مقدار بار بر حسب کیلونیوتون
۱	۴	-۵۰
۲	۲	۵۰
۳	۱	۵۰



شکل ۴: شماره گره‌ها و عضوهای خرپای ۱۸ عضوی.

ضریب کشسانی برای کلیه عضوهای این سازه

$10^{10} \times 895/6$  نیوتون بر میلی‌مترمربع و سطح مقطع و صلبیت محوری آنها مانند جدول (۶) می‌باشد.

جدول ۶: ویژگیهای عضوهای خرپای ۱۸ عضوی.

نوع عضو	سطح مقطع ( $m^2$ )	صلبیت محوری (MN)
قائم	۰/۰۰۲	۱۳۷/۹۰۰
افقی	۰/۰۰۲۵	۱۷۲/۳۷۵
مورب	۰/۰۰۳	۲۰۶/۸۵۰

جدول ۸: آزمونهای تخمین خسارت برای خرپای ۱۸ عضوی.

شماره آزمون	حالتهای بارگذاری	اغتشاش در نیروها	اغتشاش در تغییرمکانها	اغتشاش در کرنشهای
۱	۱۹۲	-	-	-
۲	۱۹۱ (همزمان)	-	-	-
۳	۱۹۲۱۳	-	--	-
۴	۱۹۲	۰/۱KN	-	-
۵	۱۹۲	۰/۳KN	-	-
۶	۱۹۲	۰/۵KN	-	-
۷	۱۹۲	۰/۷KN	-	-
۸	۱۹۲	۱KN	-	-
۹	۱۹۲	۱/۵KN	-	-
۱۰	۱۹۲	۲KN	-	-
۱۱	۱۹۲	-	-	$10^{-6}$
۱۲	۱۹۲	-	-	$3 \times 10^{-6}$
۱۳	۱۹۲	-	-	$5 \times 10^{-6}$
۱۴	۱۹۲	-	-	$7 \times 10^{-6}$
۱۵	۱۹۲	-	-	$10^{-5}$
۱۶	۱۹۲	-	-	-

پاسخهای بسیار نامناسب تخمین سختی می‌باشد. دلیل این ویژگی آن است که اگر بار ۵۰ کیلونیوتن در درجه‌های آزادی ۲ و ۴ بطور همزمان وارد شود از ۱۸ عضو این خرپا، ۷ عضو آن (۵، ۱۵، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۷) دارای نیروی صفر می‌باشند و نمی‌توان از برنامه‌های تخمین خسارت، انتظار پاسخهای درست را داشت. البته اگر هدف از انجام برآورده، تخمین خسارت ۱۱ عضو دیگر باشد، می‌توان از این آزمون نیز استفاده نمود. زیرا، بیشترین خطأ در آنها  $-4 \times 10^{0/62}$  درصد است که برای عضو شماره ۲ وجود دارد.

۳- بارگذاری در پاره‌ای از درجه‌های آزادی برخی سازه‌ها، هیچ تأثیری بر روی نتیجه‌های نهایی ندارد. به عنوان نمونه، در این خرپا، با انجام آزمون شماره ۳، که تفاوت آن نسبت به آزمون شماره ۱ افزوده شدن بارگذاری در درجه آزادی ۱ است، هیچ تفاوتی در پاسخهای نهایی حاصل نمی‌شود. بنابراین، افزون بر نبودن توجیه اقتصادی در آزمون ۳، افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها از ۳۸ به ۵۷، تأثیر مثبتی در پاسخهای نهایی ندارد.

۴- آزمونهای ۴ تا ۱۰ برای بررسی اثر خطای مطلق نیروها و آزمونهای ۱۱ تا ۱۵ برای بررسی اثر خطای مطلق کرنشها بر نتیجه تخمین و با استفاده از داده کرنش صورت گرفته است. خطای این آزمونها در جدول (۹) درج شده‌اند.

باید دانست، در این سازه تنها می‌توان در درجه‌های آزادی خاصی نیرو وارد کرد تا پخش تنش در کلیه عضوها صورت گیرد. به عنوان نمونه، در حالت بارگذاری ۱، عضوهای ۱، ۲ و ۴ در حالت بارگذاری ۲، عضو ۳ بدون نیرو می‌باشد. بنابراین، ترکیب این دو حالت بارگذاری با هم می‌تواند به یک تخمین خسارت درست منتهی شود. برای این خرپا هم از داده تغییرمکان و هم از داده کرنش برای برآورد سختی عضوها و تخمین خسارت آنها استفاده می‌گردد. در ضمن، برای این خرپا یک بررسی جدید با استفاده از زیرسازه انجام گرفته است. در ادامه، آزمونهای مختلف برای برآورد خسارت همانند جدول (۸) ارائه می‌گردد.

اینک، پس از معرفی چگونگی انجام آزمونها به نتیجه‌های آنها پرداخته می‌شود:

۱- ترکیب حالت بارگذاری او ۲ در آزمون ۱ می‌تواند به یک برآورد مناسب منتهی شود. علت این ویژگی آن است که در ترکیب این دوبارگذاری، کلیه عضوها کم و بیش دارای تنش می‌باشند. نتیجه این آزمون، خطای بیشینه  $-9 \times 10^{0/53}$  درصد، خطای کمینه  $0/37 \times 10^{0/0}$  درصد و شاخص خطایی معادل  $0/37 \times 10^{0/0}$  درصد است.

۲- در آزمون ۲، همان دونیروی آزمون ۱ بطور همزمان وارد می‌شود. بنابراین، به جای ۳۸ اندازه‌گیری در آزمون ۱، بیست اندازه‌گیری صورت می‌گیرد. نتیجه این آزمون،

جدول ۹: بررسی اثر خطای مطلق نیروها و کرنشها.

شماره آزمون	درصد خطای بیشینه	درصد خطای کمینه	درصد شاخص خطاهای
۴	۰/۲۰۰	۰/۰۴۲	۰/۱۹۴
۵	۰/۶۰۰	۰/۴۴۱	۰/۵۹۲
۶	۱/۰۰۰	۰/۸۴۰	۰/۹۹۱
۷	۱/۴۰۰	۱/۲۴۰	۱/۳۹۱
۸	۲/۰۰۰	۱/۸۳۹	۱/۹۹۱
۹	۳/۰۰۰	۲/۸۳۷	۲/۹۹۱
۱۰	۴/۰۰۰	۳/۸۳۶	۳/۹۹۱
۱۱	۰/۴۵۳	۰/۰۷۱	۰/۲۸۷
۱۲	۱/۳۷۷	۰/۲۳۹	۰/۸۶۱
۱۳	۲/۳۲۸	۰/۴۴۴	۱/۴۶۰
۱۴	۳/۲۹۴	۰/۸۱۱	۲/۱۵۶
۱۵	۴/۴۹۹	۱/۱۳۱	۲/۹۰۰

با استفاده از برنامه DATS و به کارگیری داده کرنش و نیزبارگذاری در درجه آزادی ۲۰۴، سختی محوری تخمینی برای عضوهای زیرسازه به شرح زیر به دست می‌آید:

این جدول آشکار می‌سازد که کلیه عضوهای زیرسازه با دقت بالا تخمین زده می‌شود. بنابراین، روش ارزیابی خسارت موربدبخت، هم برای کل سازه و هم برای زیرسازه‌ها قابل استفاده است.

### خرپای مستوی ۲۵ عضوی

سازه دیگری که در اینجا به بررسی مختصر آن پرداخته می‌شود، یک خرپای مستوی ۲۵ عضوی با ۲۱ درجه آزادی انتقالی است که در شکل (۶) نمایش داده شده است. این سازه در مرجع [۶] نیز تخمین خسارت شده است و از شاخص آماری RQB (میانگین جذر مربعات سوگیریها) در آن استفاده می‌شود.

با واردکردن بار در دو درجه آزادی مناسب از این خرپا، تخمین خسارت آن انجام می‌شود. همچنین، برای شبیه‌سازی پاسخهای تجربی، ۵درصد اغتشاش در نیروها وارد می‌شود. نتیجه اینکه مقدار RQB برای روش پیشنهادی و شیوه مرجع [۶]، به ترتیب، ۵و۷درصد می‌باشد که این، نشانگر ۴۰۴درصد دقت بیشتر تخمین سختیها در روش پیشنهادی است.

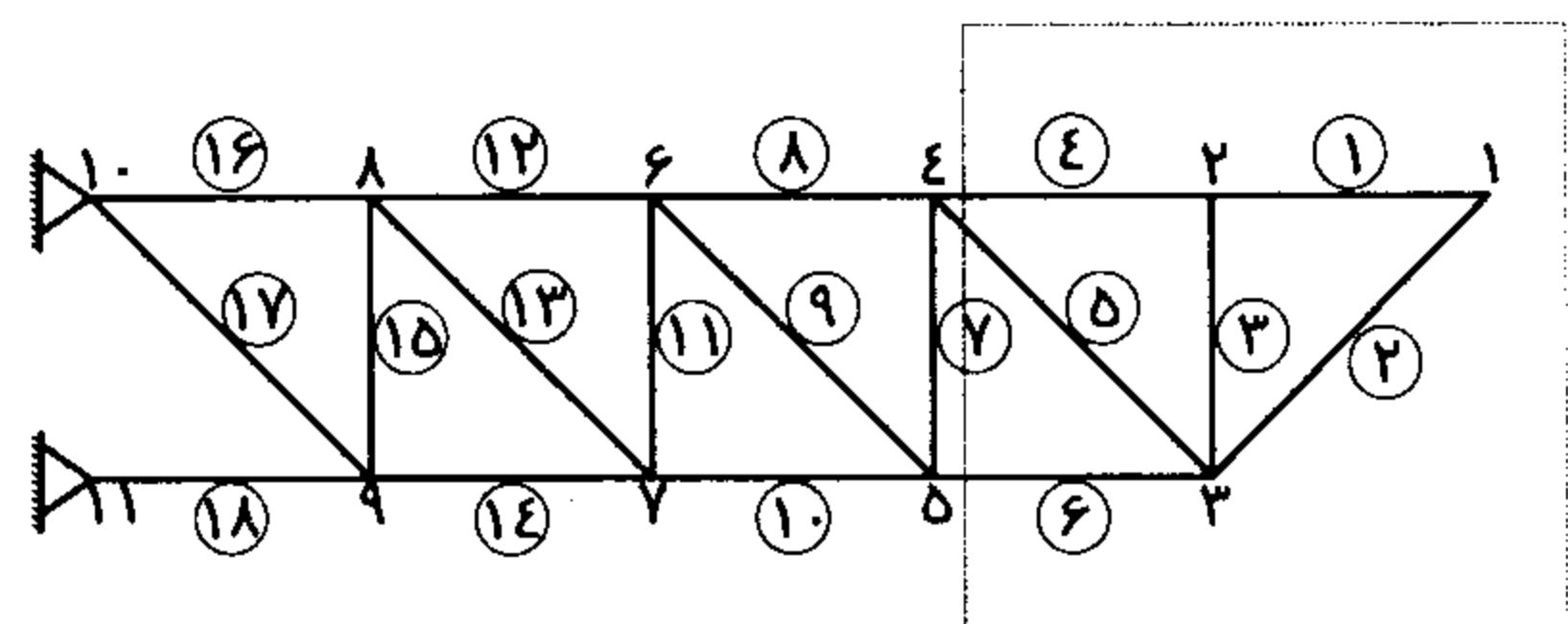
بر اساس جدول (۹) می‌توان به نکته‌های زیر دست یافت:

۱-۴ - رابطه خطای مطلق نیروها و خطاهای ستاده‌ها، همانند خطاهای نسبی، خطی است.

۲-۴ - رابطه خطای مطلق کرنشهای و خطاهای ستاده‌ها، همانند خطاهای نسبی، غیرخطی است.

۳-۴ - با افزایش خطای کرنشهای، به تدریج از شدت افزایش خطاهای ستاده‌ها کاسته می‌شود.

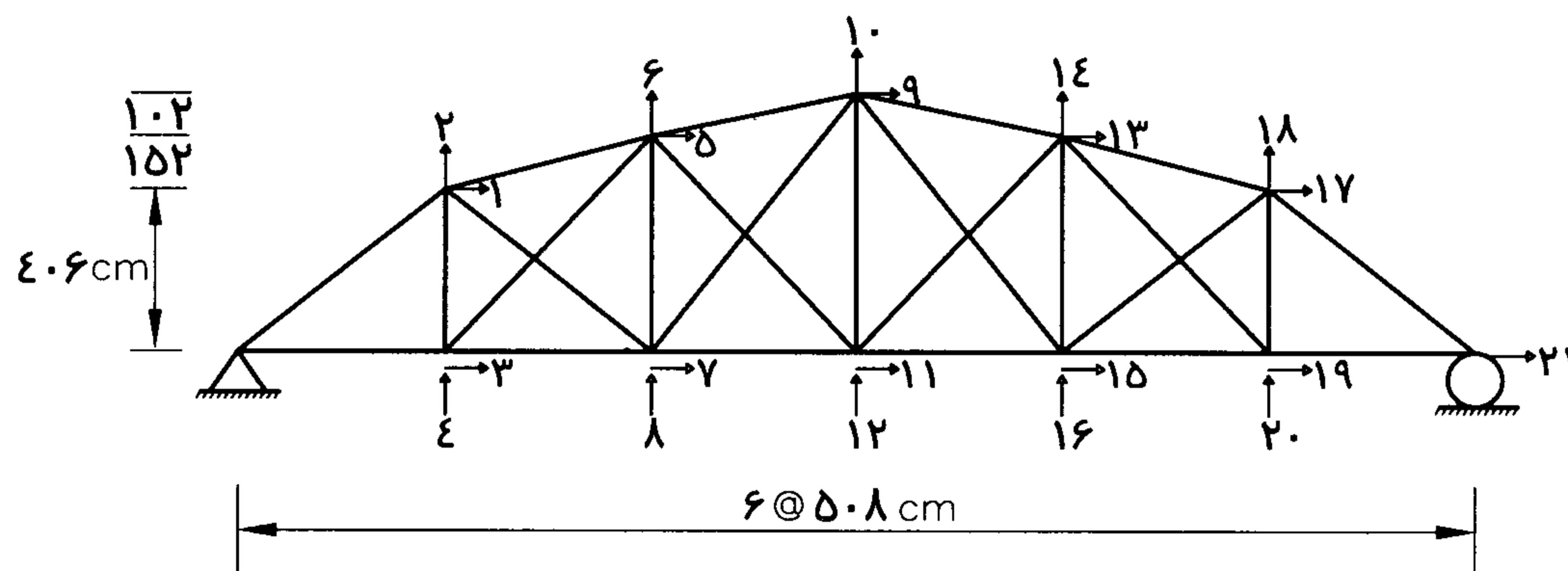
۵ - برای این خطاهای بررسی زیرسازه‌ای نیز انجام می‌گیرد. یادآوری می‌کند، در مواردی مانند تمرکز خسارت در قسمت محدودی از سازه، در دسترس نبودن بخش خاصی از خرپا و کمبود وسایل اندازه‌گیری می‌توان به جای کل سازه، زیرسازه دلخواهی از آن را برآورد کرد. برای انجام بررسی زیرسازه‌ای از این خرپا فرض می‌شود که قسمت طرهای انتهایی خرپا شامل عضوهای ۱۸تایی، به دلیلی دچار خسارت شده است و تنها همین قسمت از خرپا نیاز به بررسی دارد. شکل (۵)، خرپای ۱۸ عضوی و زیرسازه موردنظر را نشان می‌دهد.



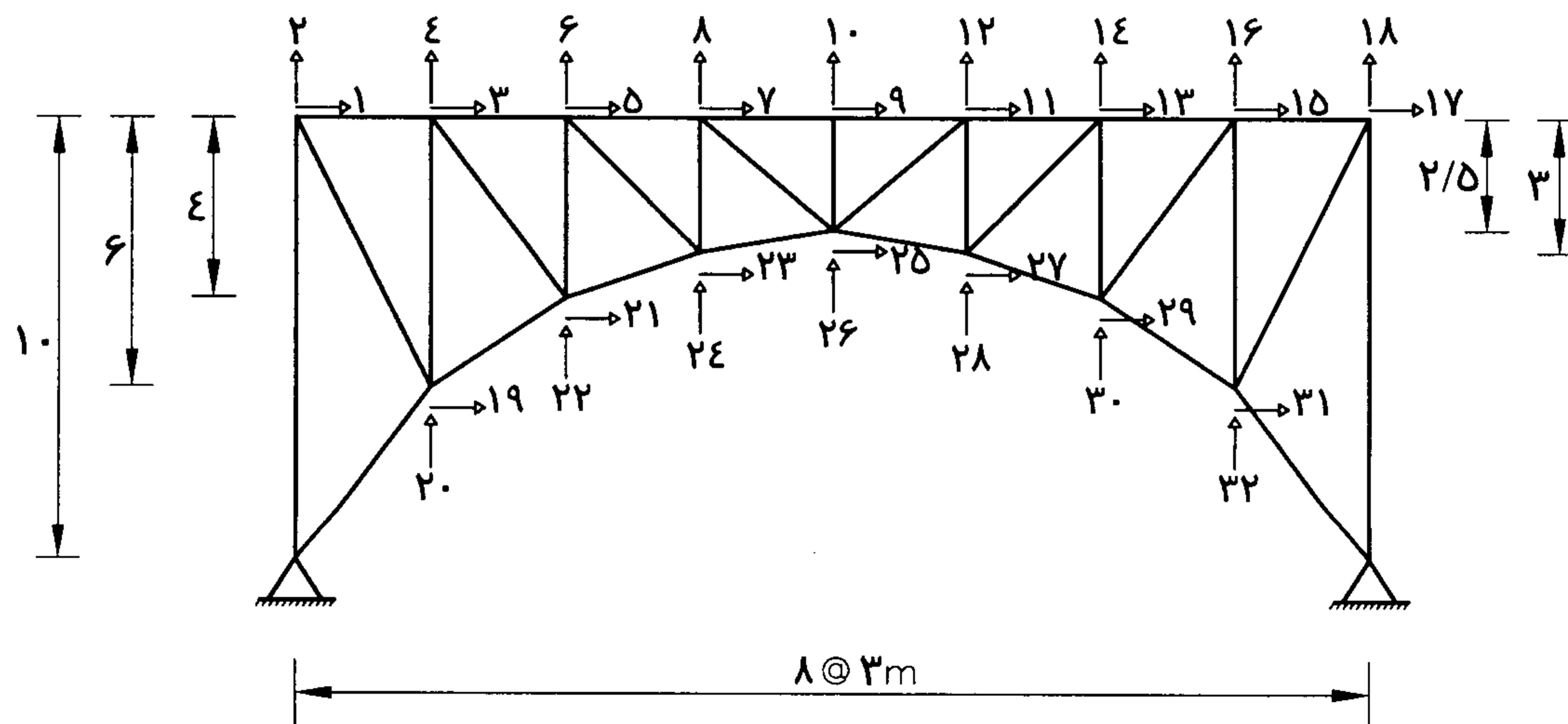
شکل ۵: زیرسازه موردنظر از خرپای ۱۸ عضوی.

جدول ۱۰: نتیجه آزمون ۱۶ برای بررسی زیرسازه خرپای ۱۸ عضوی.

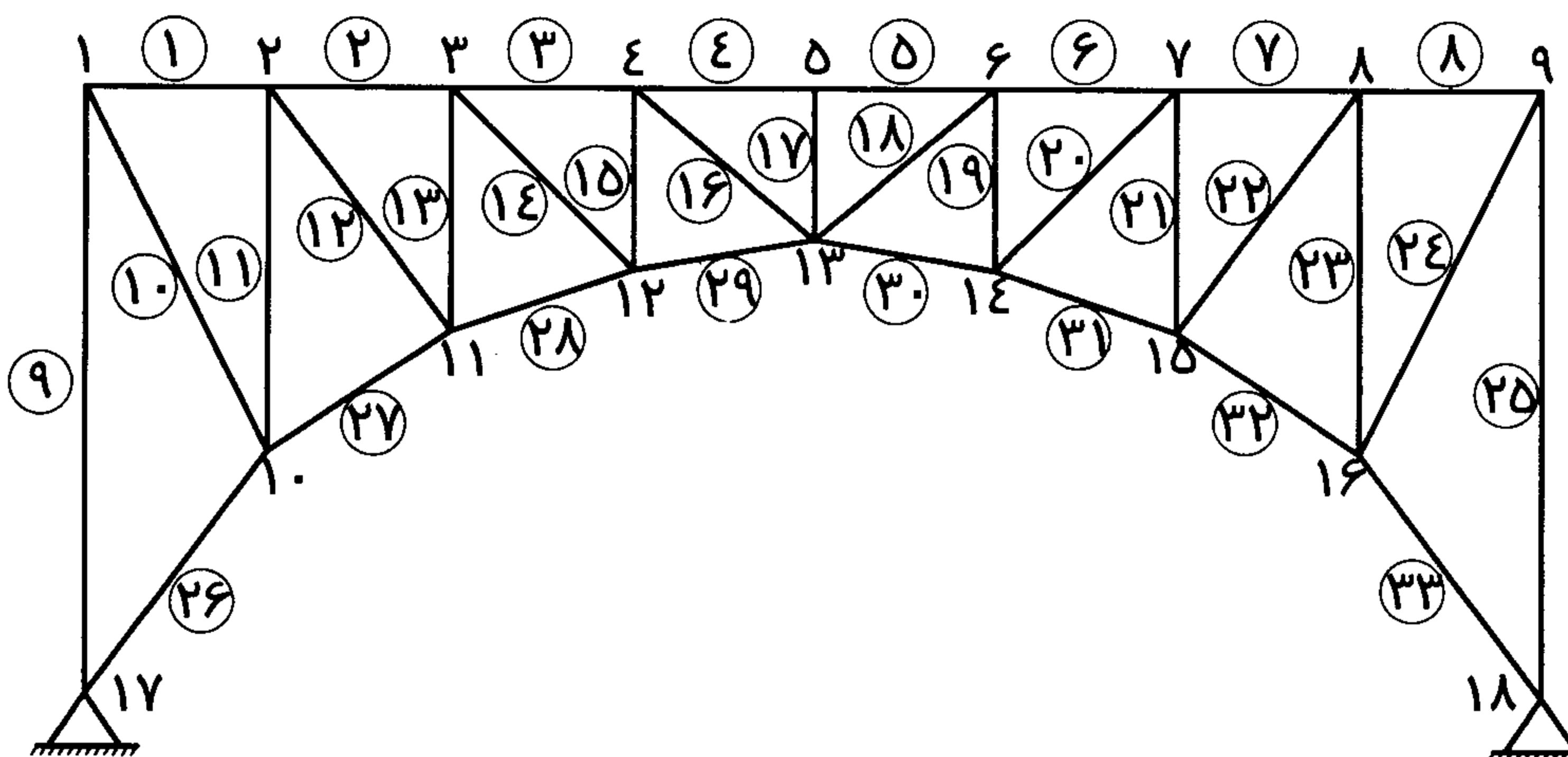
شماره عضو	سختی محوری تخمینی بر حسب مگانیوتون	سختی محوری واقعی بر حسب مگانیوتون	درصد خطای
۱	۱۷۲/۳۷۵	۱۷۲/۳۷۵	$0/46 \times 10^{-5}$
۲	۲۰۶/۸۴۹	۲۰۶/۸۵	$0/63 \times 10^{-4}$
۳	۱۳۷/۹	۱۳۷/۹	$0/26 \times 10^{-8}$
۴	۱۷۲/۳۷۴	۱۷۲/۳۷۵	$0/46 \times 10^{-5}$
۵	۲۰۶/۸۴۹	۲۰۶/۸۵	$0/63 \times 10^{-4}$
۶	۱۷۲/۳۷۵	۱۷۲/۳۷۵	$0/46 \times 10^{-5}$



شکل ۶: خرپای مستوی ۲۵ عضوی.



شکل ۷: خرپای ۳۳ عضوی و درجه های آزادی آن.



شکل ۸: شماره گره ها و عضوهای خرپای ۳۳ عضوی.

بالا و پایین ۳۰ سانتی متر مربع و سطح مقطع عضوهای قطری و قائم ۲۰ سانتی متر مربع است. بنابراین، سختی محوری عضوهای یال بالا و پایین، ۰۰۰ مگانیوتون و عضوهای قطری و قائم، ۴۰۰ مگانیوتون می باشد. شکل هندسی، شماره درجه های آزادی، شماره گره ها و

### خرپای مستوی ۳۳ عضوی

آخرین خرپایی که در این مقاله مورد بررسی قرار می گیرد، یک سازه ۳۳ عضوی با ۳۲ درجه آزادی انتقالی می باشد. ضریب کشسانی عضوهای این خرپا،  $2 \times 10^4$  کیلو نیوتون بر سانتی متر مربع، سطح مقطع عضوهای یال

و تخمین خسارت با دقت بسیار بالا صورت می‌گیرد، بطوریکه شاخص خطاهای در این آزمون  $300/000$  درصد می‌باشد. بنابراین، با استفاده از از بارگذاری در درجه آزادی ۷ و ۱۰ و با تنها ۶۶ اندازه‌گیری، نتیجه‌های بسیار رضایت‌بخشی به دست می‌آید.

۲- در آزمون ۲، افزون بر درجه‌های آزادی ۷، ۱۰ درجه آزادی ۳۱ نیز بارگذاری شده است. نتیجه تخمین خسارت در این آزمون نشان می‌دهد که خطای بیشینه  $10/0$  درصد، خطای کمینه  $0/41 \times 10^{-7}$  درصد و شاخص خطاهای تخمین  $22/000$  درصد می‌باشد. مقایسه این آزمون با آزمون ۱، نشانگر عدم کاهش چشمگیر خطاهای می‌باشد. به سخن دیگر، همان درجه‌های آزادی ۷ و ۱۰ برای تخمین خسارت کافی بوده و استفاده از درجه آزادی ۳۱ تأثیر چندانی بر پاسخهای تخمین ندارد.

۳- در آزمون ۳، همان حالت بارگذاری آزمون ۱، بطور همزمان اعمال و خسارت عضوهای خرپا تخمین زده می‌شود. نتیجه این آزمون نشان می‌دهد که به دلیل پخش نامناسب تنش در این حالت، خطاهای زیادبوده و تخمین خسارت با مشکل موواجه می‌شود.

۴- با بررسی آزمون ۴، می‌توان علت بروز خطا در تخمین عضوهای خرپا را درک کرد. در این آزمون، خطای مطلقی  $5/10$  به کرنشها افزوده و خسارت عضوهای خرپا با برنامه DATS تخمین زده می‌شود. نتیجه انجام این آزمون نشان می‌دهد که هرچه عضو به محل اثر بار نزدیکتر باشد، پخش تنش بهتر و تخمین سختی عضو با دقت بالاتری صورت می‌گیرد.

عضوهای این خرپا در شکلهای (۷) و (۸) نمایش داده شده است.

پس از معرفی شکل هندسی و ویژگیهای خرپای ۳۳ عضوی، به بارگذاری آن پرداخته می‌شود. برای این سازه، سه نوع بارگذاری همانند جدول (۱۱) درنظر گرفته خواهد شد:

اینک با توجه به بارگذاریهای خرپا، آزمونهای گوناگونی برای تخمین خسارت انجام می‌شود. شماری از این آزمونها در جدول (۱۲) درج شده‌اند:

جدول ۱۱ : بارگذاریهای خرپای ۳۳ عضوی.

مقدار بار بر حسب کیلونیوتون	درجه آزادی بار	حالت بارگذاری
۸۰-۷۰	۱۰ و ۷	۱
۸۰-۷۰ و ۸۰	۳۱ و ۷۱۰	۲
۸۰-۷۰	۱۰ و ۷ (همزمان)	۳

برای هریک از این آزمونها، تخمین خسارت کلیه عضوهای خرپا صورت می‌گیرد. در ادامه، برای مقایسه آزمونها با هم و نتیجه‌گیریهای لازم، از شاخص خطای ستاده‌ها (RMS) استفاده می‌گردد. نتیجه آزمونهای تخمین خسارت به صورت زیر می‌باشد:

۱- آزمونهای ۱ تا ۳ برای بررسی تأثیر نوع بارگذاری بر خطای تخمینها انجام شده است. در آزمون ۱ دوبار متتمرکز  $80$  و  $70$  کیلونیوتونی در درجه‌های آزادی ۷ و ۱۰ وارد شده

جدول ۱۲ : آزمونهای تخمین خسارت برای خرپای ۳۳ عضوی.

اغتشاش در تغییر مکانها	اغتشاش در کرنشها	اغتشاش در نیروها	حالت بارگذاری	شماره آزمون
-	-	-	۱	۱
-	-	-	۲	۲
-	-	-	۳	۳
-	$10^{-5}$	-	۱	۴

خسارت خرپاها، کاربردهای سودمندی دارند. از آن میان می‌توان به تعیین ظرفیت باربری سازه، مشخص نمودن ویژگیهای ساختاری سازه در زمان کنونی و نیز تعیین عمر باقی‌مانده آن اشاره نمود.

## فهرست علائم

- $[A_e]$  : ماتریس وابسته به هندسه عضو
- $[B]$  : ماتریس نگاشت
- $DATD$  : تخمین خسارت خرپاها با داده تغییر مکان
- $DATS$  : تخمین خسارت خرپاها با داده کرنش
- $[E], [e(p)]$  :تابع خطا
- $[E_s]$  :تابع خطا زیرسازه
- $\{F\}$  : ماتریس نیرو
- $H(x, y)$  : هسین تابع خسارت
- $J(p)$  : نرم تابع خطا
- $\nabla J(x, y)$  : گرادیان تابع خسارت
- $[K(p)]$  : ماتریس سختی
- $[L_e]$  : ماتریس پیوستگی
- $L$  : تابع لاغرانژی
- $\hat{n}_d$  : تعداد درجه‌های آزادی اندازه‌گیری شده
- $NDOF$  : تعداد درجات آزادی
- $NEL$  : تعداد عضوها
- $NLC$  : تعداد حالات اندازه‌گیری
- $[Q]$  : ماتریس بولین
- $RMS$  : ریشه میانگین مربعات درصد خطاهای تخمین
- $[S(p)]$  : ماتریس حساسیت
- $\{U\}$  : بردار تغییر مکانهای گرهی
- $\bar{x}$  : کران بالا
- $\underline{x}$  : کران پایین
- $\alpha_e$  : صلبیت محوری
- $\alpha_i$  : اطمینان نسبی
- $[\varepsilon]$  : ماتریس کرنش
- $\varepsilon_e$  : کرنش محوری جزء
- $[\varepsilon_a]^m$  : ماتریس کرنشهای اندازه‌گیری
- $[\varepsilon_a]^a$  : ماتریس کرنشهای تحلیلی
- $\lambda, \gamma$  : ضرایب لاغرانژی
- $\theta$  : زاویه قرارگیری محور عضو با افق

به عنوان نمونه، عضو ۱۷ که نزدیک محل واردشدن بار است و در مجموع دو بارگذاری ۷۰ کیلونوتون نیرو دارد، دارای خطای تخمین  $7/98$  درصد می‌باشد. برخلاف آن، در عضو ۲ که پخش تنش نامناسبی داشته و در مجموع دو بارگذاری تنها  $8/24$  کیلونوتون نیرو دارد، خطای تخمین معادل  $8/58$  درصد است. برای رفع چنین خطاهای زیادی، می‌توان محل ایجاد این خطاهای را شناسایی کرد و بارگذاریهای متناسب با همان عضوها انجام داد، به گونه‌ای که این عضوها دارای تنش مناسبی گردند. به عنوان نمونه، با انجام یک بارگذاری در درجه آزادی ۳ و ۴ می‌توان خطای تخمین سختی عضوهای ۱ و ۲ را به مقدار زیادی کاهش داد.

## نتیجه‌گیری

سازه‌ها ممکن است در دوران بهره‌برداری، به دلیلهای مختلف، دچار صدمه شوند. به عنوان نمونه، در اثر: بارگذاریهای غیرمجاز، خستگی، خوردگی، ترک، آتش‌سوزی و مانند اینها، در سازه‌ها خسارت ایجاد می‌شود. برای ادامه بهره‌برداری از سازه، نیاز به بازسازی آن می‌باشد و پیش از بازسازی، باید خسارت سازه را ارزیابی نمود. در این مقاله، روش‌های گوناگون برآورد خسارت خرپاها مورد بحث قرار گرفت. با گسترش یک روش و نوشتمن برنامه‌های رایانه‌ای آن، چند نمونه عددی، تخمین خسارت گردید. شماری از نتیجه‌های به دست آمده از تجربه‌های عددی به قرار زیراند:

۱- پاسخ روش پیشنهادی که توانایی گرفتن داده‌های کرنش و تغییر مکان را دارد، بسیار دقیق و خطاهای آن ناچیز می‌باشد.

۲- خطای تخمین، بستگی کامل به الگوی بارگذاری دارد. برای دستیابی به یک برآورد خسارت مؤثر، باید بارگذاری انجام شده برای آن، نه آنقدر کم باشد تا پخش تنش نامناسب در سازه ایجاد کند و نه آنقدر زیاد باشد که سازه را از رفتار غیرخطی خارج نماید. در هر سازه، درجه‌های آزادی خاصی برای وارد کردن بارها و تخمین خسارت مؤثر، مناسب است. باید آگاه بود، می‌توان با انجام آزمونهای عددی این درجه‌های آزادی را پیدا کرد.

۳- این راهکار توانایی دارد محل و مقدار بسیار دقیق خسارت را به کمک زیرسازه‌ها پیدا می‌کند.

۴- آشکار است، ستاده‌های به دست آمده از تخمین

## مراجع

- 1 - Sanaye, M. and Nelson, R. B. (1986). "Identification of structural element stiffnesses from incomplete static test data." *Rep. Soc. Of Automotive Engrs. Tech.*
- 2 - Sanaye, M. and Scampoli, S. F. (1991). "Structural element stiffness identification from static test data." *J. Engrg. Mech., ASCE*, Vo1. 117, No., 5, PP. 1021-1036.
- 3 - Sanaye, M. and Onipede, O. (1991). "Damage assessment of structures using static test data." *AIAA. J.*, Vol. 29, No., 7, PP.1174-1179.
- 4 - Robson, B. N. (1991). "Optimization models for predicting structural response in highway bridges." *Electronic Computation*, Proceedings of the Tenth Conference.
- 5 - Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1994). "Parameter estimation of structure from static response. I.computational aspects." *J. Struct. Engrg., ASCE*, Vo1. 120, No. 11, PP.3242-3258.
- 6 - Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1994). "Parameter estimation of structure from static response.II. numerical simulation studies." *J. Struct. Engrg. , ASCE*, Vo1. 120, No. 11, PP.3242-3258.
- 7 - Bruno, R. J. (1994). "Identification of nonlinear joints in a truss structure." *Proc.,AIAA/ASME Adaptive Struct. Forum, Am. Inst. of Aeoronautics and stronautics (AIAA)*, Washington, D.C., PP.402-410.
- 8 - Liu, P.L. and Chian, C. C. (1997). "Parametric identification of truss structures using static strains." *J. Struct. Engrg.,* Vo1. 23, No. 7, PP. 927-933.
- 9 - Sanaye, M. and Saletnic, M. J. (1996). "Parameter estimation of structures from static strain measurements." *J. Struct. Engrg., ASCE*, Vo1. 122, No. 5, PP.555-572.
- 10 - Sanaye, M. and Imbaro, G. R (1997). "Structural model updating using experimental static measurements." *J. Struct. Engrg.,* Vo1. 23, No. 6, PP.792-798.

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1- Noise	2 - Joint Load	3 - Displacement Error Estimator
4 - Force Error Estimator	5 - Parameter Identification	6 - Quadratic Programming
7 – Optimization	8 – Maximum	9 - Response
10 - Error Function	11 - Experimental	12 - Error Analysis
13 - Damage Estimation	14 – Iteration	15 - Truss
16 – Damage	17 - Measurement Error	18 - Input Error
19 - Output Error	20 - Noisy Data	21 - Strain and Displacement Inputs
22 – Precision	23 - Finite Element Method	24 - Mean Square Root
25 – Substructure	26 - Axial Rigidity	27 - Connectivity Matrix
28 - Constitutive Properties	29 - Convergence	

