

# تحلیل انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط در سرمایش پره های سوزنی

حسین شکوهمند

استاد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

حمید رضا حسینی

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۱/۷/۱۰، تاریخ تصویب ۸۲/۳/۱۷)

## چکیده

در این مقاله، فرآیند خنک سازی پره های سوزنی<sup>۱</sup> شکل به روش جابجایی مختلط<sup>۲</sup> مورد بررسی قرار گرفته شده است. به منظور افزایش انتقال حرارت از پره ها و نیز ازدیاد نیروی درافت سیال دودکش در بالای پایه نگهدارنده پره ها منظور شده است مجموعه پره های سوزنی و صفحه متصل به آن بصورت یک محیط متخلخل<sup>۳</sup> با جریان Forchheimer مدل شده است. آنگاه وضعیت ایتیمم آرایه این پره های سوزنی برای مقادیر معین گرمای اتلافی از سیستم بر حسب مقادیر بهینه قطر پره ها و ضریب تخلخل آنها برای جریان کاملاً توسعه یافته بدست آمده است. نتایج بدست آمده با داده های موجود توسط سایر محققین مقایسه گردیده و اثرات جریان جابجایی مختلط در مقایسه با جریان آزاد بحث شده است

**واژه های کلیدی:** چاه حرارتی<sup>۴</sup>، پره های سوزنی، تخلخل<sup>۵</sup>، قطر هیدرولیکی، پارامتر شناوری<sup>۶</sup>، نفوذ پذیری<sup>۷</sup>

## مقدمه

آن باید افزایش یابد. معمولاً برای آنکه کارایی خنک کنندگی سیستم بطور قابل ملاحظه ای ازدیاد یابد در سطح قطعه الکترونیکی تعداد زیادی پره های سوزنی تعبیه میشوند مجموعه این پره های سوزنی و پایه نگهدارنده به چاه حرارتی موسوم است، در واقع چاه حرارتی به ناحیه ای اطلاق می شود که انتقال حرارت در آن ناحیه صورت می گیرد.

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت جابجایی مختلط در گذر از یک سیستم آرایه پره های استوانه ای باریک موسوم به پره های سوزنی مورد مطالعه قرار گرفته است.

سرعت جریان سیال در جابجایی مختلط اندکی بیشتر از حالت جابجایی آزاد خالص است، با اینحال دلیل کوچک بودن سرعت سیال در مقایسه با جابجایی اجباری، مطالعه محدودیت میزان خنک شوندگی دستگاه، و در نتیجه طراحی سیستم بر مبنای این قبیل جریان ها صورت گرفته است.

گرمایش حاصل از دستگاههای الکتریکی با قدرت های بالا، باعث ازدیاد درجه حرارت دستگاه و نیز افزایش درجه حرارت سیال خنک کن آن می گردد. معمولاً در این دستگاهها، تجهیزات مختلف با وسایل مکانیکی مانند دمنده ها و یا وسایل مکانیکی دیگر خنک می شوند، لیکن در بسیاری از کاربردها، سرمایش فعال بدلیل مصرف انرژی، ایجاد سر و صدا و بویژه عدم اطمینان از تداوم کاربرد دستگاه مکانیکی، ناخوشایند است.

در برخی طرحها، میتوان از نیروی شناوری<sup>۸</sup> ناشی از گرمایش سیال و تغییرات دانسیته آن استفاده و از جابجایی آزاد برای خنک کردن دستگاه الکترونیکی استفاده نمود واضح است که در این حالت بدلیل وجود سرعتهای کوچک که ناشی از جابجایی آزاد هستند، ضریب انتقال حرارت کوچک تر بوده و در نتیجه کل گرمای تخلیه شده از دستگاه نسبت به حالت جابجایی اجباری محدودتر خواهد بود. برای افزایش کارایی خنک سازی سطح تبادل حرارتی و نیز حرکت سیال در تماس با

از دیداد یابد. مسئله بعدی نیز این است که با بهینه شدن آنها، اختلاف می نیمم مقاومت حرارتی که به این ترتیب بدست می آید با حالتی که پره ها بصورت پیوسته و دو بعدی منظور شده اند چقدر خواهد بود. در مطالعه حاضر پره ها پیوسته نیستند بلکه در جهت جریان کوتاه و منقطع می باشند. از طرف دیگر در کانالهای با عرض کوچک و بسیار بلند هنگامی که فاصله صفحات کمتر از دو برابر ضخامت لایه مرزی باشد جریان از نظر هیدرو دینامیکی و حرارتی بصورت توسعه یافته در خواهد آمد [۵]. که در اینصورت جابجایی مختلط شکل واقعی تر حرکت سیال در کانال خواهد بود لذا در این تحقیق تاکید بر اثرات جابجایی مختلط بر انتقال حرارت از دسته پره های سوزنی بوده که به روش تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است.

### هندسه سیستم و تحلیل آن

شکل (۱) هندسه سیستم و نحوه آرایش پره های سوزنی را نشان می دهد. پره ها بر روی یک صفحه پایه به عرض  $W$  و به ارتفاع  $H_H$  تعبیه شده اند. بعد عمود بر صفحه  $L$  می باشد. به علاوه همانطور در مقدمه اشاره شد در این مسئله از یک دودکش برای تقویت انتقال حرارت از دسته پره استفاده شده بطوریکه ارتفاع مجموعه سیستم پره-دودکش  $H$  می باشد و بنابراین جریان سیال در فضایی به حجم  $W \times H \times L$  جریان دارد. محور های مختصات به گونه ای انتخاب شد که جهت مثبت  $X$  در خلاف جهت شتاب ثقل  $g$  و جهت  $Y$  در جهت عرض سیستم انتخاب شده است.

با فرض اینکه  $L$  به اندازه کافی بلند باشد، جریان سیال را در صفحه  $XY$  میتوان دوبعدی انگاشت.

فرض کنیم که گرما توسط مدارهای انتگرالی تعبیه شده در دستگاه الکترونیکی با شار حرارتی  $q''$  تولید شده باشد. با ازدیاد بخشیدن به قابلیت تخلیه حرارتی توسط دسته پره ها، در واقع اختلاف دمای صفحه نگهدارنده پره ها  $T_w$  و درجه حرارت متوسط سیال  $T_f$ ، کمتر خواهد شد.

فرضیه مهم مسئله آنست که گرمای ایجاد شده در پایه نگهدارنده پره ها، منحصر از طریق پره های سوزنی تخلیه

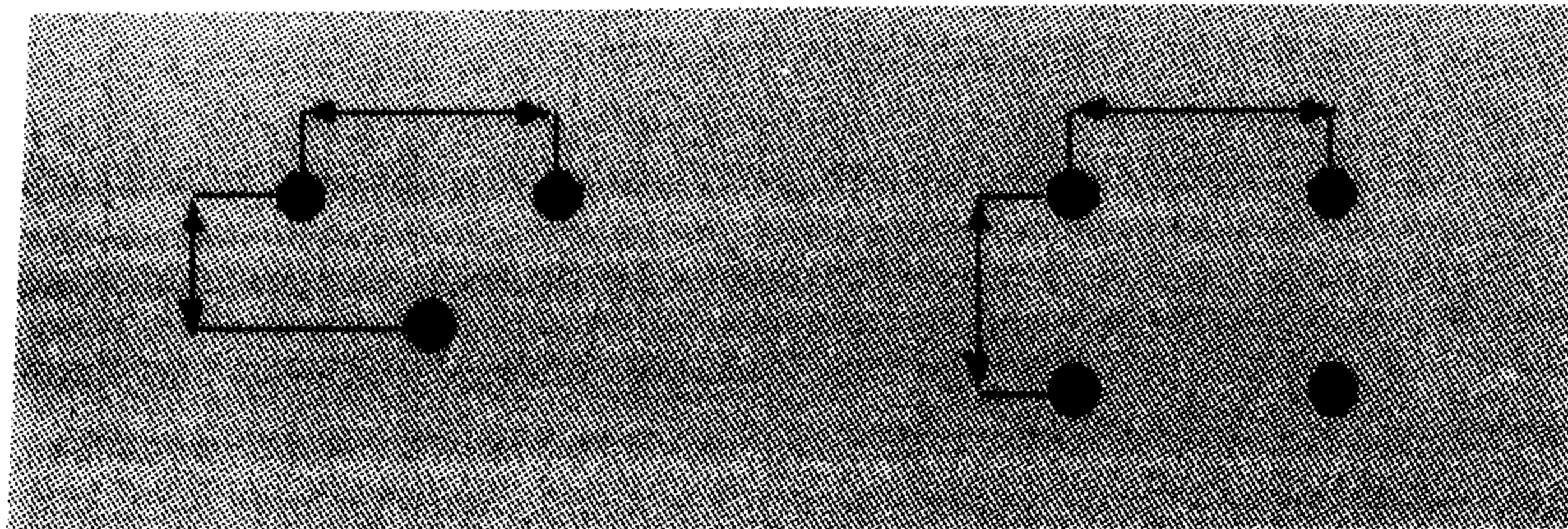
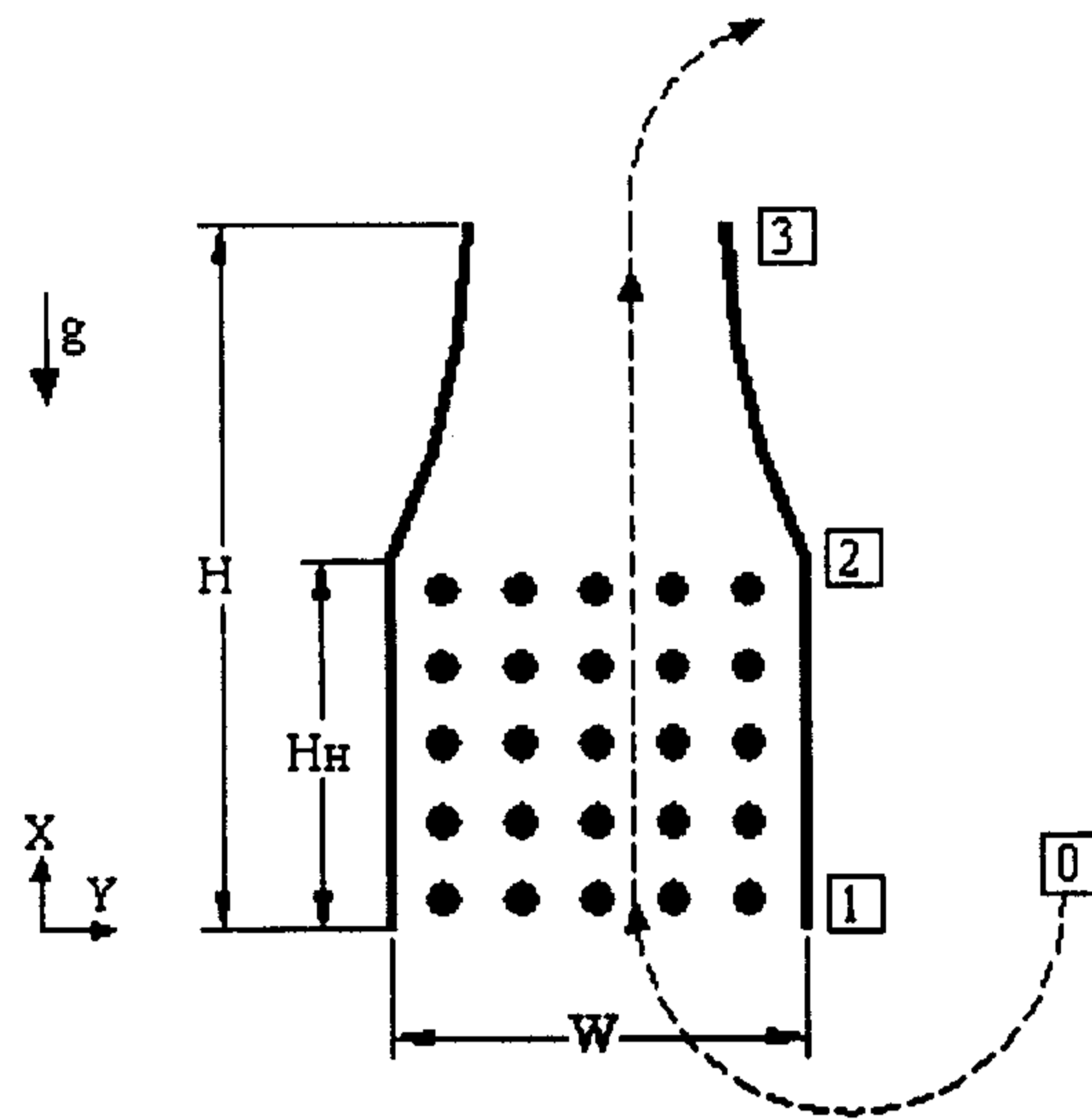
برای مطالعه پره های سوزنی Fisher [۱] پیشنهاد نموده است تا از یک طرحواره پره سوزنی-دودکش استفاده گردد. دودکش باعث شود تا از ارتفاع صفحه پره های سوزنی کاسته ولی انتقال حرارت از پره ها تقویت خواهد نمود. بدون اینکه کارایی حرارتی مجموعه در اثر این کاهش ارتفاع صفحه پره (و در نتیجه کاهش تعداد آنها) تغییر یابد. بعلاوه ارتفاع مجموعه دودکش و صفحه پره ها بیشتر از ارتفاع صفحه پره ها هنگامی که به تنهایی همان بار حرارتی را منتقل نماید تغییری نخواهد داشت [۱]. هدف از قرار دادن تعداد زیادی پره سوزنی روبروی صفحه پایه (سیلیکون) افزایش تماس حرارتی بین پایه و جریان سیال است. مطالعه انتقال حرارت از مجموعه پره های سوزنی بوسیله محققین مختلفی انجام گرفته است.

Winstanley & Arcestrong [۲] انتقال حرارت از آرایه های پره های سوزنی که بصورت مثلثی قرار گرفته اند را برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰ بازمینی کرده اند (رینولدز بر مبنای قطر پره).

Morgan & Bejan [۳] انتقال حرارت بوسیله جابجایی اجباری آرام را از یک دسته پره سوزنی مورد مطالعه قرار داده اند. در این مطالعه، آرایه پره های سوزنی بصورت یک محیط متخلخل و با جریان داری مدل شده است که در آن اعداد رینولدز بسیار کوچک فرض شده اند. آنها با فرض اینکه پره ها کوچک و باریک هستند و همچنین تعداد آنها در واحد سطح به اندازه کافی زیاد باشد، استدلال کرده اند که عدد نوسلت بر مبنای قطر هیدرولیکی مقدار ثابتی است و مرتبه بزرگی عدد نوسلت ۳ تا ۸ تغییر میکند.

Jordan و همکاران [۴] نتایج تجربی پره های سوزنی را برای آرایه های مربعی و مثلثی برای محدوده اعداد رینولدز ۱۰۰۰۰ را ارائه نموده اند. ضریب تخلخل بهینه برای هر دو آرایه ۰.۸۷٪ گزارش شده است. نتایج تجربی مربوط به آرایه مربعی پره های سوزنی در مرجع [۴] در جریان جابجایی اجباری و برای سرعت های کم ارائه شده، محدود به اعداد رینولدز ۱۰۰ بوده است. این نتایج تجربی برای ضرایب تخلخل بهینه حدود ۹۲ درصد بدست آمده است.

هدف مطالعه حاضر آنست که یک آرایه سه بعدی پره های سوزنی را بهینه نماید تا انتقال حرارت از این دسته پره ها



شکل ۱: سیستم دو بعدی، متشکل از فینهای سوزنی داخل چاه حرارتی با دودکش و هندسه محلی فینهای سوزنی (خطی و مثلثی).

$$\text{تا } \frac{(T_w|_{x=H_H} - T_f|_{x=0})}{q''} \text{ مینیمم باشد.}$$

### فرضیات مسئله

سیال خنک کن، هوا در حد فاصل ۰ و ۱، از وضعیت هوای ساکن به داخل سیستم مکیده شود (مقطع ۱)، در حد فاصل ۱ و ۲، گرما به سیال واگذار شود پس از خروج از مقطع ۲ و عبور از درون دودکش نهایتاً از مقطع ۳ خارج خواهد شد.

### فرضیات مسئله:

- ۱- جریان در مجموعه دسته پره ها دو بعدی است.
- ۲- ضریب هدایت حرارتی پره ها بزرگ هستند و در نتیجه درجه حرارت در طول پره های سوزنی تقریباً یکنواخت است همچنین ضریب جابجایی  $h$  در طول  $L$  ثابت فرض شده است.

شود و بنابراین بخشی از سطح پایه نگهدارنده که دارای پره نیست، نقشی در واگذاری گرما به سیال ندارد. به علاوه ضریب هدایت حرارتی پره ها و نیز صفحه نگهدارنده بزرگ است و اینکه اتصال بین پره ها و پایه نگهدارنده بصورت کامل می باشد بنابراین با فرضیات فوق رفتار پره های سوزنی در یک  $X$  معین و در جهت  $Y$  مشابه یکدیگر است و از اینرو درجه حرارت صفحه پایه نگهدارنده پره ها و دمای سیال هر دو در حالت دائمی و توسعه یافته فقط تابعی از  $X$  خواهد بود یعنی  $T_f(x), T_w(x)$ . لذا بالاترین دمایی که در سیستم رخ دهد در نقطه خروج از پایه نگهدارنده پره  $T_w|_{x=H_H}$  و کمترین دما مربوط به سیال ورودی است که در نقطه  $X=0$  و در دمای محیط وارد سیستم می شود و از اینرو هدف طراح آنستکه تا دمای  $T_w|_{x=H_H}$  را پایین تر از حد مجاز آن نگهدارنده تا ایمنی دستگاه تضمین گردد. به عبارت دیگر برای عملکرد مطمئن سیستم لازم است

که با در نظر گرفتن معادله (۱) خواهیم داشت:

$$q'' = \frac{N}{S} h \pi d L (T_w - T_f) \eta \quad (5)$$

در مدل تحت بررسی،  $N/S$  بستگی به تخلخل محیط  $\phi$  و نیز قطر پره  $d$  خواهد داشت. قسمتی از ناحیه  $S$  که توسط پره‌ها پوشیده شده عبارتست از  $\frac{N \pi d^2}{4}$  و در نتیجه فضای خالی  $S$  پره‌ها اشغال نشده است،  $S - N \frac{\pi d^2}{4} = \phi S$ . بنابراین می‌توان نسبت  $N/S$  بر حسب قطر پره‌های سوزنی و تخلخل بصورت زیر نشان دهیم:

$$\frac{N}{S} = \frac{4(1-\phi)}{\pi d^2} \quad (6)$$

با توجه به اینکه پره‌ها کوچک و استوانه‌ای و با تراکم کافی می‌باشند. زمانیکه جریان هیدرولیکی و حرارتی به طور کامل توسعه یافته شود، ضریب انتقال حرارت  $h$  مستقل از جهت حرکت سیال  $X$  میباشد به این ترتیب عدد نوسلت که بر حسب قطر هیدرولیکی بیان گردیده است مقدار ثابت خواهد بود که مقدار آن در جریان آرام در محدوده ۳-۸ قرار میگیرد [۵].

$$\frac{h D_h}{k_f} = Nu \quad (7)$$

ارتباط بین قطر هیدرولیکی با تخلخل و قطر پره سوزنی را به شکل زیر بیان می‌شود [۶]:

$$D_h = \frac{\phi}{(1-\phi)} d \quad (8)$$

با ترکیب معادلات (۱) و (۸) ضریب جابجایی حرارتی محلی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۳].

$$\frac{q'' L}{k_w (T_w - T_f)} = \frac{\lambda \delta^{1/2}}{\delta + 1} \tanh\left(\frac{\lambda}{\delta^{1/2}}\right) \quad (9)$$

در معادله فوق:

۳- حرارت تولید شده منحصر از طریق دسته پره‌ها به سیال عادی انتقال می‌یابند و سایر قسمتهای صفحه نگهدارنده عایق فرض شده‌اند.

۴- از تشعشع حرارتی صرف‌نظر شده است.

۵- حرارت ایجاد شده از صفحه نگهدارنده به نسبت مساوی در هر یک از پره‌ها توزیع میشود.

۶- جریان سیال در حد فاصلهای ۰، ۱ و ۲، ۳ و ۴، ۵ و ۶ (به استثنای حد فاصل ۱ و ۲) بصورت جریان ایده‌آل و بدون چسبندگی فرض شده است.

با فرضیات بالا و با استفاده از یک مدل جریان در محیط متخلخل با ضریب تخلخل مشابه مسئله مدل شده است. جریان سیال در این مدل متخلخل جریان Forchheimer فرض شده است.

### بهینه‌سازی قطر پره‌های سوزنی

اگر ضریب انتقال حرارت در طول پره  $L$  یکنواخت در نظر گرفته شود نرخ انتقال حرارت برای یک پره بصورت ذیل میتوان نوشت:

$$q_1 = h \pi d L (T_w - T_f) \eta \quad (1)$$

که  $T_w(x)$  و  $T_f(x)$  در یک منطقه  $x$  ثابت به ترتیب برابر درجه حرارت صفحه پایه و سیال محلی<sup>۱۰</sup> می‌باشد. راندمان یک پره با نوک عایق پوشی شده عبارتست از:

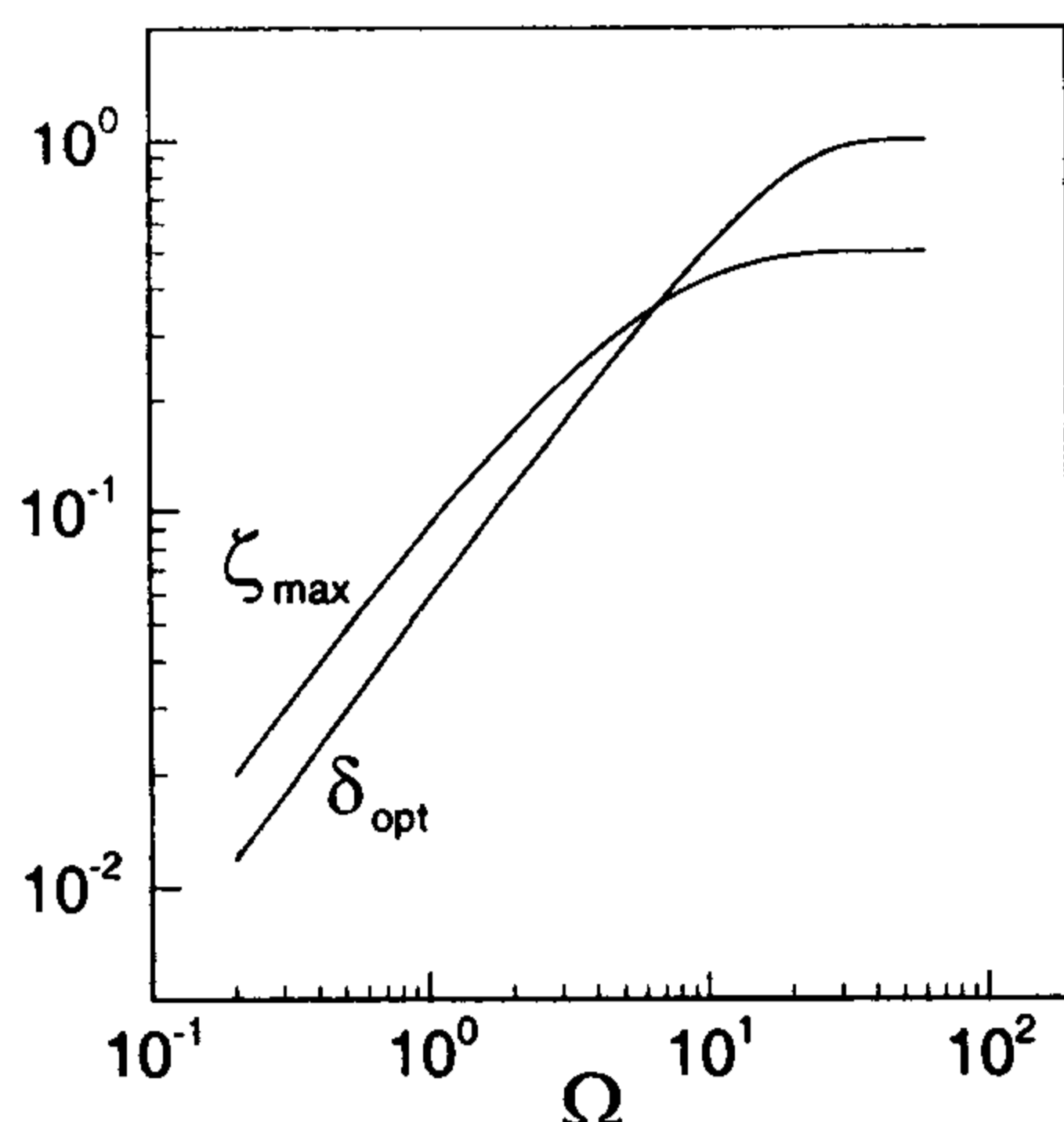
$$\eta = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad (2)$$

که میتوان  $mL$  را بصورت زیر بیان کرد:

$$mL = \left( \frac{h \pi d}{k_w \pi d^2 / 4} \right)^{1/2} L = \left( \frac{4h}{k_w d} \right) L \quad (3)$$

آنگاه سطحی کوچک به مساحت  $S$  و در فاصله  $x$  از محور  $y$ ‌ها بر روی سطح نگهدارنده پره‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر گرمای منتقله توسط هر پره  $q_1$  و تعداد پره‌های موجود در  $S$ ،  $N$  باشد آنگاه:

$$q'' = q_1 \frac{N}{S} \quad (4)$$



شکل ۲: مقدار بهینه قطر فینهای سوزنی  $\delta_{opt}$  و ماکزیمم هدایت حرارتی محلی

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4 \quad \zeta_{max}$$

### آنالیز جریان سیال

با در نظر گرفتن یک معادله انتگرالی ممنتم، جریان در داخل چاه حرارتی آنالیز شده است. یک حل دقیق از معادله ناویر استوکس در داخل چاه حرارتی غیر ممکن می باشد. اما، میتوان برای موازنه نیروها در سرتاسر چاه حرارتی معادله زیر را در نظر بگیریم [۱]:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_d + \int_1^2 \rho g dx \quad (13)$$

سمت چپ معادله بالا بیانگر اختلاف فشار بین ورودی سیال به سیستم و خروجی از آن می باشد. اولین ترم از سمت راست معادله (۱۳)،  $\Delta p_d$ ، افت فشار سیال در چاه حرارتی مربوط به نیروی پسا<sup>۱۱</sup>، که در اثر سرعت سیال در یک سیستم متخلخل به وجود می آید. و دومین ترم مربوط به نیروی شناوری که در اثر تغییرات درجه حرارت در سیستم متشکل از پره های سوزنی در چاه حرارتی به وجود می آید. در جمله انتگرالی،  $\int_1^2 \rho g dx$ ، میتوان چگالی  $\rho_x(T)$  را بر حسب ضریب انبساط حجمی سیال  $\beta$  بصورت زیر تعریف کرد:

$$\rho_x(T) = \rho_o [1 - \beta(T_x - T_o)] \quad (14)$$

$$\delta = d^* \Omega \quad \lambda = \Omega L^* (4Nu_k)^{1/2} \quad (10)$$

$\Omega$ ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد می باشد:

$$\Omega = \frac{1}{D_h^*} \Omega$$

$$L^* = \frac{L}{H}, d^* = \frac{d}{H}, D_h^* = \frac{D_h}{H}, k = \frac{k_f}{k_w} \quad (11)$$

معادله (۹) بر فرض اینکه انتقال حرارت از ناحیه بین پره ها یعنی در ناحیه  $WH_H \phi$ ، ناچیز است، بدست آمده است. اگر فرض کنیم که قطر هیدرولیکی دارای یک مقدار معین باشد، طرف راست معادله (۹) فقط تابعی از متغیر  $\delta$ ، خواهد بود. بررسی بیشتر در معادله (۹) نتیجه می دهد که طرف راست معادله فوق با افزایش  $\delta^{1/2}$ ، زمانیکه  $\delta^{1/2}$  کوچکتر از  $\lambda$  باشد، افزایش می یابد و بر عکس به طور یکنواخت با  $\delta^{-1}$ ، هنگامیکه  $\delta^{1/2}$  بزرگتر از  $\lambda$  بشود، کاهش میابد. بنابراین در طرف راست معادله (۹) جمله  $\zeta(\delta, \lambda)$  که بصورت زیر تعریف می شود:

$$\zeta(\delta, \lambda) = \frac{\delta^{1/2} \tanh\left(\frac{\lambda}{\delta^{1/2}}\right)}{\delta + 1} \quad (12)$$

که دارای یک ماکزیمم مقدار نسبت  $\delta$  خواهد داشت زمانیکه  $\lambda$  دارای یک مقدار ثابت باشد. به ترتیب بهینه مقدار قطر بی بعد پره های سوزنی  $\delta_{opt}(\Omega)$  و ماکزیمم هدایت حرارتی  $\zeta_{max}(\Omega)$  بطور همزمان از روشهای عددی محاسبه و برای مقادیر ثابت  $Nu = 6, k = 2.7 \times 10^{-3}, L^* = 0.4$  در شکل (۲) نشان داده شده است. همانطور که از شکل (۲) مشاهده میشود، هر دو کمیت با افزایش معکوس قطر هیدرولیکی، بطور یکنواخت افزایش می یابند، در حقیقت زمانیکه معکوس قطر هیدرولیکی تقریباً از مقدار ۴۰ بیشتر می شود،  $\delta_{opt}$  به مقدار ۱ می رسد بدین معنی که:

$$(d_{opt} \rightarrow D_h)$$

که در معادله بالا  $\Gamma$  نسبت سطح مقطع عبور جریان ناحیه ۲ به ناحیه ۳ می باشد .

تا این مرحله، افت فشار در داخل چاه حرارتی، بوسیله دو روش زیر مورد بررسی قرار گرفت:

۱- آنالیز جریان از طریق معادله انتگرالی ممنتم،

۲- آنالیز جریان در خارج چاه حرارتی توسط معادلات تراکم ناپذیر برنولی .

این دو روش دو بیان متفاوت از افت فشار سیال در داخل چاه حرارتی را بازگو می کنند، با مساوی قرار دادن این دو بیان، یعنی از تساوی معادلات (۱۵) و (۱۹) یک معادله درفت به فرم زیر حاصل خواهد شد:

$$\rho_0 g \beta (H - H_H / 2) (T_2 - T_0) = \Delta P_d + \frac{\rho_0}{2} U^2 \Gamma^2 \quad (20)$$

در معادله فوق ترم  $\Delta P_d$ ، بیانگر افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در یک سیستم متخلخل می باشد که در قسمت بعد مورد بررسی قرار می گیرد.

### مدل سازی نیروهای پسا

برای جریان عبوری از روی ردیفهای پره های استوانه ای و کروی مدل های متفاوتی برای نیروی پسا پیشنهاد شده است Ergun در سال ۱۹۵۲ [۸]، Sangani & Acrivos در سال ۱۹۸۲ [۹]، Nield & Bejan در سال ۱۹۹۲ [۱۰]، و در سال ۱۹۹۳ Bejan & Morega برای بهینه کردن سیستم متشکل از پره های سوزنی آنرا با یک محیط متخلخل مدل کرده و قانون دارسی را برای بررسی افت فشار در یک محیط متخلخل مورد استفاده قرار دادند قابلیت نفوذ پذیری محیط متخلخل،  $K$ ، را می توان به صورت زیر نشان داد [۱۱].

$$K = \frac{\phi^3 d^2}{k_z (1 - \phi)^2} \quad (21)$$

$k_z$ ، یک مقدار ثابت و از مرتبه ۱۰۰ می باشد (بین ۹۰ تا ۱۶۰). که معمولا با توجه به مدل Ergun با تقریب خوبی برابر ۱۵۰ قرار داده شود.

با در نظر گرفتن معادلات (۱۳)-(۱۴) و با توجه به اینکه تغییرات درجه حرارت در جهت X را تقریباً میتوان بصورت خطی در نظر گرفت، بالانس نیروی سیال را می توان به صورت زیر بیان نمود.

$$P_1 - P_2 = \Delta P_d + \rho_0 g H_H \left[ 1 - \frac{1}{2} \beta (T_2 - T_1) \right] \quad (15)$$

افت فشار  $P_1 - P_2$  را در مسائل دودکش دار، می توان توسط یک آنالیز جریان در خارج چاه حرارتی مورد بررسی قرار داد. Fisher در سال ۱۹۹۷ جریان سیال در دودکش با هوای اتمسفر ساکن را بوسیله یک سری از معادلات برنولی در فرآیندهای غیر قابل تراکم مورد بررسی قرار داده است. در این آنالیز، تلفات هد دینامیکی در ورودی به چاه حرارتی را به دلیل انقباض آرام در شکل جریان سیال ناچیز در نظر گرفته شده است. و نیز، کل هد دینامیکی سیال در خروجی از دودکش مقدار بسیار ناچیز می باشد [۷]. در آنالیز جریان در داخل دودکش، افت فشار سیال  $P_1 - P_2$  را همچنین می توان بوسیله هندسه سیستم و با فرضیات جریان غیر قابل تراکم و غیر لزج در خارج چاه حرارتی، مورد بررسی قرار داد. معادلات تراکم ناپذیر برنولی نسبت به فشار، سرعت و ارتفاع برای فرآیندهای خارج از چاه حرارتی عبارتند از:

$$P_1 = P - \frac{\rho U_1^2}{2} \quad (\text{شروع جریان } 1-0) \quad (16)$$

$$P_3 = P_2 - \frac{\rho_2}{2} (U_3^2 - U_2^2) \quad (17)$$

$$- \rho_2 (U_3^2 - U_2^2) \quad (\text{جریان در دودکش } 2-3) \\ P_3 = P - \rho g H \quad (\text{حد فاصل } 3 \text{ و } 0) \quad (18)$$

با ترکیب سه معادله برنولی بالا و حذف  $P$  و  $P_3$  و با در نظر گرفتن اثرات انقباض اختلاف فشار بین حد فاصل ۱ و ۲ را می توان به شکل زیر بیان نمود:

$$P_1 - P_2 = \frac{-\rho}{2} U^2 \Gamma^2 + \rho g H_H + \rho g \beta (H - H_H) (T_2 - T_0) \quad (19)$$

### بررسی معادله انرژی

با توجه به اینکه تغییرات درجه حرارت سیال فقط در جهت  $X$  رخ می دهد لذا ماکزیمم افزایش درجه حرارت سیال خنک کن را در خروجی از چاه حرارتی زمانیکه  $X = H_H$  باشد، بدست خواهد آمد. نسبت افزایش اختلاف درجه حرارت بین سیال ورودی به سیستم حرارتی و خروجی از آن و سرعت سیال را می توان از معادله کلی انرژی به صورت زیر بیان نمود:

$$T_2 - T_0 = \frac{Q_{tot}}{\dot{m}c_p} \quad (28)$$

که در آن  $T_2$  برابر ماکزیمم افزایش درجه حرارت سیال می باشد که در خروجی از چاه حرارتی حاصل می شود،  $T_f(\max) = T_{H_H} = T_2$  و برابر مینیمم درجه حرارت سیال می باشد که در ورودی به چاه حرارتی خواهیم داشت،  $T_f(\min) = T$ .

و  $Q_{tot} = q''WH_H$  نرخ کلی انتقال حرارت  $Q_{tot}$  برابر دبی جرمی سیال عبوری از سیستم می باشند  $\dot{m} = \rho UWL$ . بالاترین درجه حرارت پایه نگهدارنده پره ها در انتهای چاه حرارتی می باشد  $\delta = \delta_{opt}$  و چنانچه  $(T_w(\max) = T_w(H_H) = T_b)$  باشد از معادلات (۹) و (۱۲) نتیجه میشود.

$$T_b - T_2 = \frac{Q_{tot} D_h}{WH_H k_w \zeta_{\max} (4Nuk)^{1/2}} \quad (29)$$

با حذف  $T_f(H_H) = T_2$  بین معادلات (۲۸) و (۲۹) و با در نظر گرفتن  $Re_{pore}$  می توان نسبت  $(T_b - T_0) / q''L / k_w$  به شکل بی بعد زیر نشان داد:

$$\frac{T_b - T_0}{q''L/k_w} = \frac{1}{\zeta_{\max} L^* \Omega (4Nuk)^{1/2}} + \frac{H_H^*}{L^* k \Omega Pr Re_{pore}} \quad (30)$$

در معادله فوق:

برای سرعتهای بالاتر، یعنی هنگامیکه  $1 \leq Re_k \leq 10$ ، Forchheimer پیشنهاد کرد که قانون دارسی با اضافه کردن ترم دوم دیگری که شامل مربع سرعت است تصحیح شود. با توجه به اینکه در مطالعه حاضر  $1 \leq Re_k \leq 10$  می باشد لذا برای افت فشار معادله Forchheimer بکار رفته است [۱۱]:

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\tilde{\beta} \mu (1-\phi)^2 U}{d_p^2 \phi^3} - \frac{\tilde{\alpha} \rho_f (1-\phi) U^2}{d_p \phi^3} \quad (22)$$

که در آن  $d_p$  قطر متوسط ذره یا قطر پره های سوزنی می باشد و  $\tilde{\alpha}$  و  $\tilde{\beta}$  ضرایب شکل می باشند که از روش تجربی بدست می آیند. با در نظر گرفتن  $\tilde{\alpha} = 1.75$  و  $\tilde{\beta} = 150$  و با توجه به معادله (۲۱)، معادله (۲۲) به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\mu U}{K} - \frac{F \rho_f}{\sqrt{K}} U^2 \quad (23)$$

که در آن  $K$  و  $F$  از مدل ارگان به صورت زیر مشخص می شوند:

$$K = \frac{\phi^3 d^2}{150(1-\phi)^2} \quad (24)$$

$$F = \frac{1.75}{\sqrt{150} \phi^{3/2}} \quad (25)$$

با در نظر گرفتن معادله (۱۰) می توان معادلات بالا را بر حسب قطر هیدرولیکی،  $D_h$ ، و پارامتر  $\delta$  به صورت زیر تعریف کرد:

$$K = \frac{D_h^2}{150(1+\delta)} \quad (26)$$

$$F = \frac{1.75}{\sqrt{150}} (1+\delta)^{3/2} \quad (27)$$

معادلات (۲۳)، (۲۶) و (۲۷) معادلات پایه در بررسی افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در مدل متخلخل در این مطالعه بکار رفته اند.



$$W^* = \frac{W}{H} \quad \bar{\Theta} = \frac{\Theta}{W^*} \quad \Theta = \frac{g\beta Q_{tot} H^2}{\nu \alpha k_f}$$

نسبت  $\frac{g\beta Q_{tot} H^2}{\nu \alpha k_f}$  بیانگر میزان نرخ کلی انتقال

حرارت در سیستم متشکل از پره های سوزنی می باشد. برای مسائل انتقال حرارت به روش جابجائی مختلط ( ترکیبی از جابجائی آرام و اجباری )، نسبت عدد گراشف به مربع عدد رینولدز، پارامتر مهمی در تعیین نوع انتقال حرارت جابجائی است. این نسبت به پارامتر شناوری<sup>۱۲</sup>  $\kappa_b$  موسوم است. در مطالعه حاضر که سیستم متشکل از پره های سوزنی با یک محیط متخلخل مدل شده لازم است، که پارامتر شناوری در یک محیط متخلخل مورد بررسی قرار گیرد. پارامتر شناوری در یک محیط متخلخل به صورت زیر تعریف می شود [۱۲].

$$\kappa_b = \frac{Gr_k^*}{Re^2} \quad (34)$$

عدد گراشف اصلاح شده برای محیطهای متخلخل

$$Gr_k^* = \frac{Ra_k^*}{Pr} \quad \text{است}$$

همچنین عدد ریلی اصلاح شده برای یک محیط متخلخل،  $Ra_k^*$ ، به صورت زیر تعریف می شود [۱۳].

$$Ra_k^* = \frac{g\beta d K D_h q''}{\alpha \nu k_f} \quad (35)$$

با جایگذاری مقدار قابلیت نفوذ پذیری،  $K$ ، از معادله

(۲۶) در معادله (۳۵) نهایتاً پارامتر شناوری از معادله

(۳۴) به شکل زیر نتیجه می شود:

$$\kappa_b = \frac{\bar{\Theta}}{150(1+\delta)\Omega^4 H_H^* Re_{pore}^2} \quad (36)$$

### روش بهینه سازی معادلات درفت و انرژی

هدف این مقاله، مینیمم کردن نسبت

$$\frac{(T_b - T)}{q''} \quad \text{یا مینیمم کردن طرف راست معادله (۳۰)}$$

می باشد. طرف راست این معادله وابسته به سه

پارامتر  $\Omega$ ،  $\zeta_{max}$ ،  $Re_{pore}$  می باشد. مراحل زیر را

$$H_H^* = \frac{H_H}{H} \quad L^* = \frac{L}{H} \quad \Omega = \frac{H}{D_h} \quad (31)$$

و  $k$  نسبت هدایت حرارتی سیال به جامد می باشد، در معادله (۳۰) وابستگی نسبت مورد بحث به پارامترها را می توان به صورت زیر نشان داد.

$$\frac{(T_b - T_o)}{q''} = [\Omega, \zeta_{max}, L^*, k, H_H^*, Nu, Pr, Re_{pore}] \quad (32)$$

مطابق با معادله قبلی، ماکزیمم درجه حرارت پایه نگهدارنده، به هشت پارامتر وابسته است. اما در بحث فعلی ما توجه خود را به سه پارامتر وابسته معطوف می داریم، ارتفاع بی بعد چاه حرارتی  $H_H^*$ ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد  $\Omega$ ، و عدد رینولدز  $Re_{pore}$ . در بررسی معادله (۳۰) عدد ناسولت،  $Nu$ ، مقدار ثابت بوده و پارامترهای عدد پرانتل، نسبت هدایت حرارتی سیال به جامد و طول پره ها نیز ثابت در نظر گرفته می شوند. مقدار ماکزیمم هدایت حرارتی محلی،  $\zeta_{max}$ ، در معادله (۱۲) نشان داده شده است و تابعی از معکوس قطر هیدرولیکی می باشد، در معادله (۳۰) عدد رینولدز  $Re_{pore}$  به پارامترهای متغییر در معادلات پسا وابسته است لازم است تا معادلات انرژی و درافت بر حسب عدد رینولدز منفذ  $Re_{pore}$  حل شوند.

### معادله درفت

در طرف راست معادله درفت (۲۰) می توان ترم

افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در یک سیستم متخلخل

$\Delta P_d$ ، را از معادله (۲۳) و مقادیر نفوذ پذیری،  $K$ ، و

ضریب  $F$  را از معادله (۲۶) و (۲۷) بر حسب معکوس قطر

هیدرولیکی،  $\Omega$ ، و پارامتر  $\delta$  جایگزین نمود و معادله

(۲۰) را به شکل بی بعد زیر بیان نمود:

$$\frac{\bar{\Theta}(1 - H_H^*/2)}{\Omega^3 L^* Pr^2} = 150 H_H^* \Omega (1 + \delta) Re_{pore}^2 + \left[ 1.75 H_H^* \Omega (1 + \delta)^2 + \frac{1}{2} \Gamma^2 \right] Re_{pore}^3 \quad (33)$$

در معادله فوق:



های سوزنی افزایش می یابد، اثرات انتقال حرارت به روش جابجائی اجباری نسبت به اثرات جابجائی آزاد در سیستم در حال افزایش می باشد.

### بحث در مورد نتایج بدست آمده

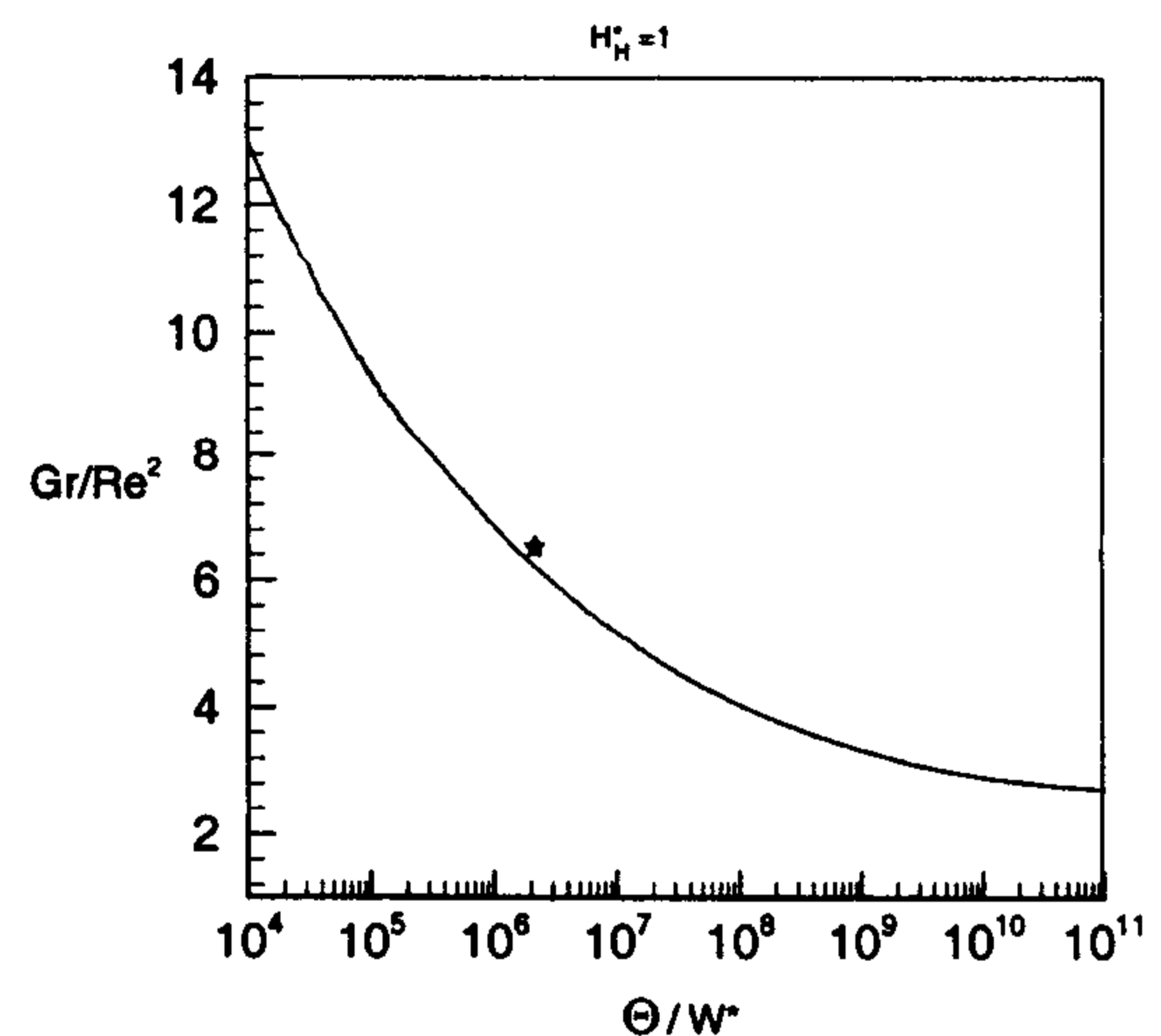
شکل (۴) و (۵) تغییرات بهینه مقدار معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد،  $\Omega_{opt}$ ، متناظر با مینیمم مقدار نسبت بی بعد  $(T_b - T)k_w / q''L$  را بطور همزمان با تغییرات پارامتر شناوری برای دو حالت سیستم بدون دودکش و سیستم دودکش دار را نشان می دهد. همچنین شکلهای فوق بهینه مقدار تخلخل متناظر با معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد را نشان می دهند. منحنی بهینه مقدار تخلخل را از رابطه  $\phi_{opt} = 1 / (1 + \delta_{opt})$  محاسبه گردیده شده و مقدار پارامتر  $\delta_{opt}$  که در فرمول فوق ظاهر گردیده، در منحنی (۲) بر حسب معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد محاسبه شده است. در شکلهای (۴) و (۵) ملاحظه می شود که میزان تخلخل اپتیمم به شدت به پارامتر شناوری وابسته بوده و مقدار این اپتیمم عموماً از ۰/۷ بزرگتر می باشد.

#### الف - اثرات تغییرات پارامتر شناوری

با مشاهده شکلهای فوق شاهد هستیم که در مینیمم کردن نسبت  $(T_b - T)k_w / q''L$ ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد، و تخلخل شدیداً به یکدیگر جفت شده اند. چنانکه بزرگترین معکوس قطر هیدرولیکی، کوچکترین بهینه مقدار تخلخل را بوجود می آورد. این نتیجه را می توان با در نظر گرفتن پارامترهای وابسته به کل سطح انتقال حرارت پره های سوزنی،  $A_{fins} \approx H_H^* \Omega$ ، در داخل چاه حرارتی بیان نمود. همچنین شکل (۴) و (۵) به مقایسه میان سطح انتقال حرارت یک پره،  $A_{fin} = \pi dL$ ، و نرخ کلی انتقال حرارت محلی پره ها،  $h_{local}$ ، در چاه حرارتی اشاره می کند. که با کاهش پارامتر شناوری یا افزایش اثرات انتقال حرارت به روش جابجائی اجباری، توازن میان ضریب انتقال حرارت محلی و سطح انتقال حرارت یک پره به

جهت مینیمم کردن نسبت  $(T_b - T) / q''$  دنبال می کنیم

- از معادله درفت (۳۳) عدد  $Re_{pore}$  را بر حسب پارامتر  $\bar{\Theta}$  در مقادیر مختلف  $\Omega$  زمانیکه  $\delta = \delta_{opt}$  باشد بدست می آوریم
- به این ترتیب مقدار  $Re_{pore}$  بهینه شده بدست می آید  $Re_{pore}(\delta_{opt}, \bar{\Theta})$
- در هر مقدار پارامتر  $\bar{\Theta}$ ، طرف راست معادله (۳۰) دارای یک مقدار مینیمم بر حسب  $\Omega$  می باشد.
- شکل (۳) بیانگر نتیجه مینیمم کردن طرف راست معادله (۳۰) بطور عددی می باشد که تغییرات پارامتر شناوری  $\kappa_b = Gr_k^* / Re^2$  با نسبت  $\bar{\Theta}$  برای یک سیستم بدون دودکش،  $H_H^* = 1$  را نشان می دهد. دادهای منحنی در مقادیر ثابت  $k = 2.7 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Nu = 6$  and  $\Gamma = 1$ ،  $Pr = 0.7$  محاسبه شده اند. پارامتر شناوری پارامتر مهمی در بررسی انتقال حرارت به روش جابجائی مختلط آرام می باشد.



شکل ۳: پارامتر شناوری  $\kappa_b$  که تابعی از پارامتر  $\bar{\Theta}$  و مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم می باشد

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$$

همچنین شکل (۳) نشان می دهد که تغییرات پارامتر شناوری با افزایش پارامتر  $\bar{\Theta}$  کاهش می یابد. در حقیقت زمانیکه نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم متشکل از پره

## ب- اثرات دودکش

ما نگاه خود را به شکل‌های (۴) و (۵) معطوف می‌داریم. هدف از مطرح کردن این دو منحنی در اصل بررسی تاثیر دودکش در بهینه کردن پارامترهای تخلخل و معکوس قطر هیدرولیکی و تاثیرات آن بر نحوه انتقال حرارت در داخل چاه حرارتی می‌باشد. با مقایسه منحنیهای فوق شاهد هستیم که چنانچه قسمتی از چاه حرارتی به دودکش اختصاص داده می‌شود، باعث افزایش تخلخل در سیستم می‌گردد. این اثرات را می‌توان با در نظر گرفتن کل سطح انتقال حرارت پره‌های سوزنی،  $A_{fins} \approx H_H^* \Omega \phi$ ، بیان نمود، که چنانچه قسمتی از چاه حرارتی به دودکش اختصاص داده شود برای جبران ناحیه از دست رفته باید تخلخل افزایش یابد تغییرات مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم  $(T_b - T)_{min}$  را با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی زمانیکه نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم مقداری ثابت باشد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. از معادله (۳۰) که تغییرات نسبت  $(T_b - T) / q''L / k_w$  را با تغییرات  $Re_{pore}, H_H^*, \Omega$  نشان می‌دهد، می‌توانیم نسبت تغییرات  $(T_b - T)$  را بر حسب تغییرات پارامتر  $\Theta$  به شکل زیر بیان کنیم.

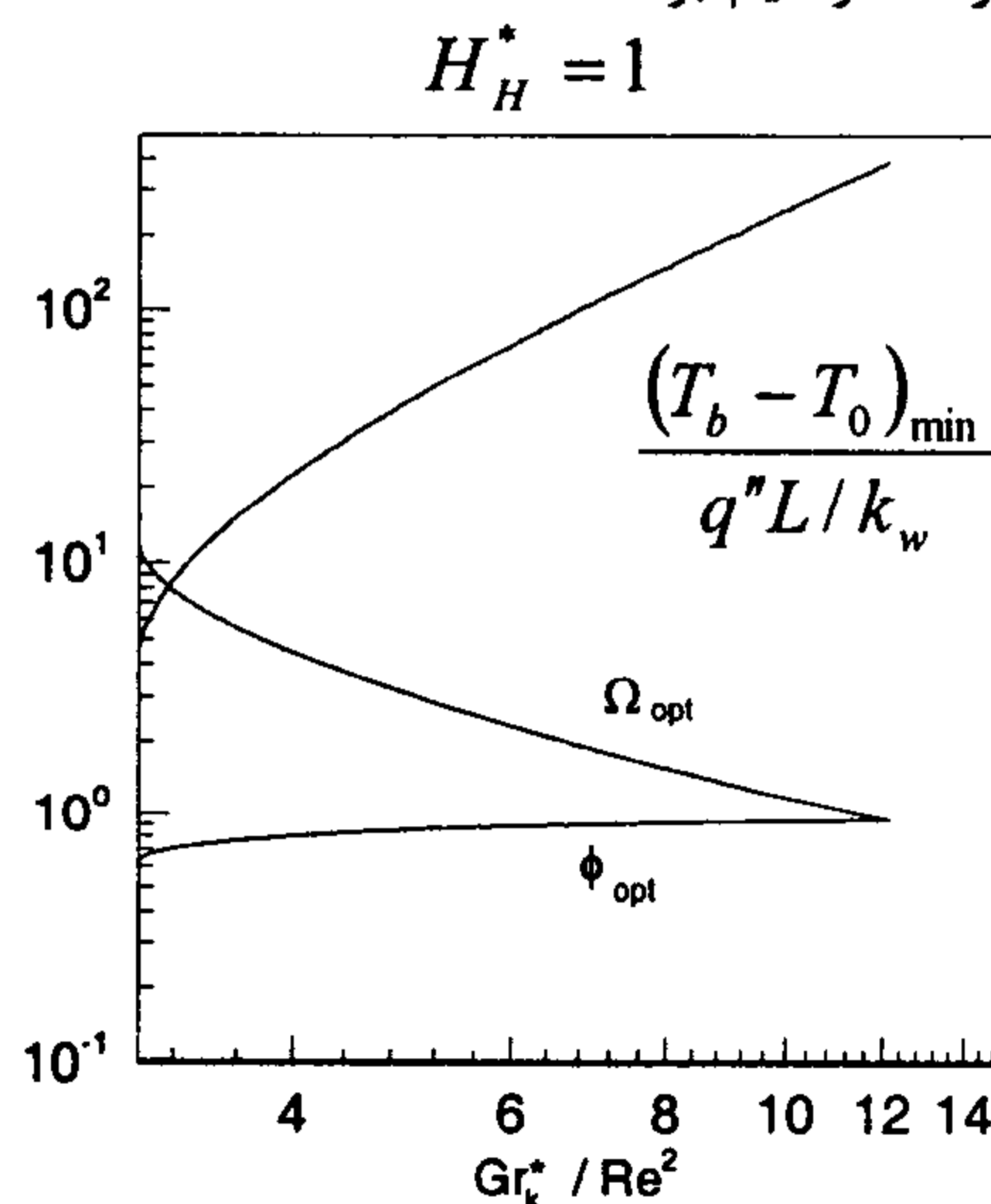
$$\tilde{T} = \Theta \left[ \frac{1}{\Omega L^* Pr Re_{pore}} + \frac{k}{H_H^* \Omega \zeta_{max} (4Nuk)^{1/2}} \right] \quad (37)$$

که در معادله فوق:

$$k = \frac{k_f}{k_w} \text{ و } \Theta = \frac{\Theta}{W^*} \text{ و } \tilde{T} = \frac{g\beta(T_b - T_0)H^3}{\alpha v}$$

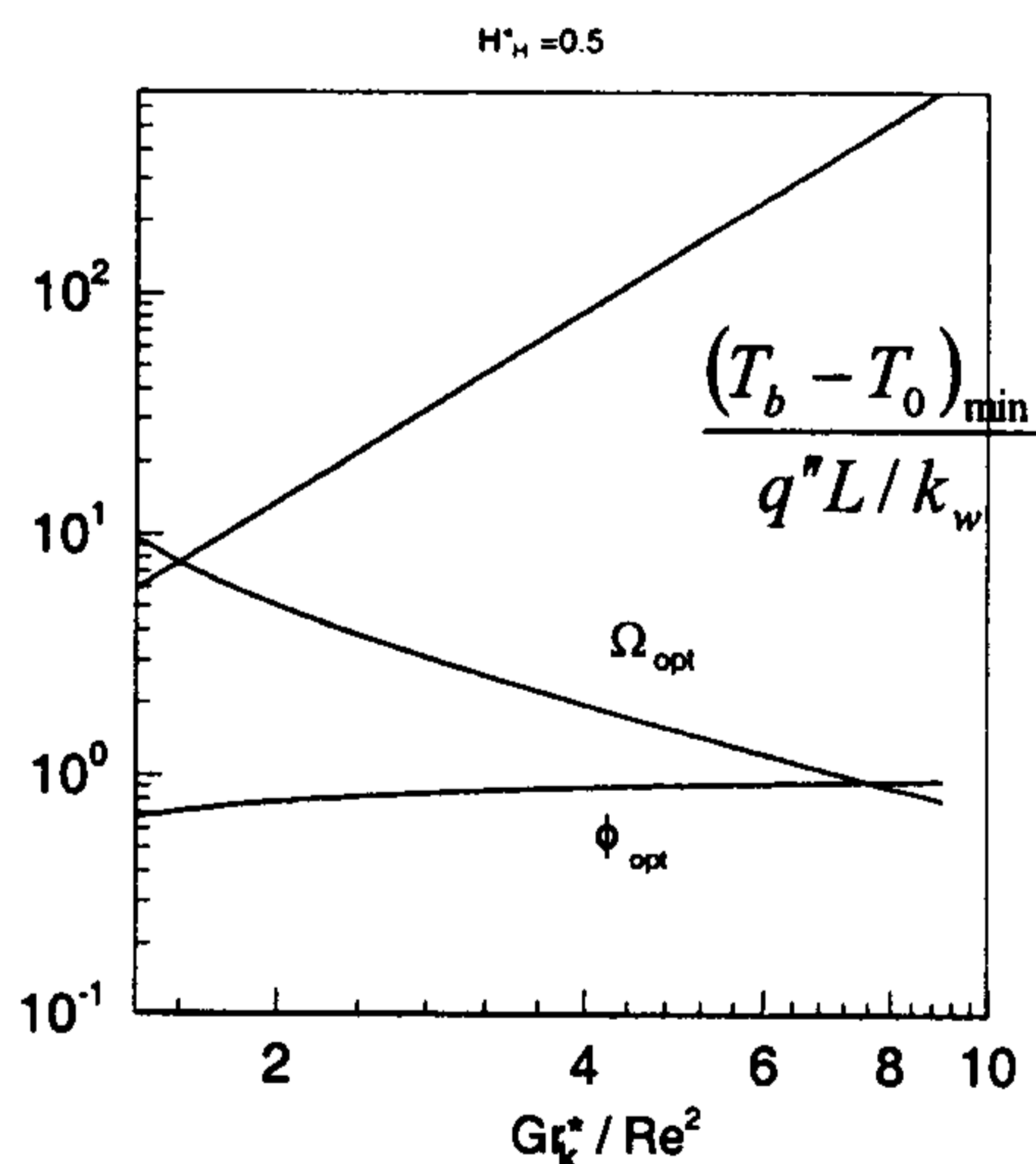
تغییرات ماکزیمم اختلاف دما نسبت به ارتفاع چاه حرارتی  $H_H^*$  در شکل (۶) داده شده است.  $\tilde{T}_{min}$  یعنی ماکزیمم اختلاف دمای بین سطح سیال، هنگامیکه قطر و تخلخل هر دو بهینه باشند به عبارت دیگر  $\tilde{T}_{min}$  کوچکترین اندازه از بالاترین اختلاف دماها را بین سطح و سیال مشخص می‌کند تغییرات  $\tilde{T}_{min}$  بر حسب  $H_H^*$  حداکثر ۵ درصد است بنابراین می‌توان گفت هنگامی که کل سیستم (چاه حرارتی و دودکش) ثابت مانده باشد.

نفع ضریب انتقال حرارت محلی شیفیت داده می‌شود. برای اطمینان بیشتر از نتایج بدست آمده در اعداد رینولدز کوچک به کتاب بژان در سال ۱۹۸۴ صفحه ۸۵ مراجعه می‌کنیم [۶]. بژان در این صفحه به این موضوع اشاره کرده است که برای جریانهای داخل کانال در همین مرتبه از عدد رینولدز، ضریب انتقال حرارت همیشه تابعی از  $h \approx \Omega k_f$  یا  $h \approx k_f / D_h$  می‌باشد. بنابراین با افزایش معکوس قطر هیدرولیکی شاهد افزایش ضریب انتقال حرارت خواهیم بود.



شکل ۴: بهینه مقدار معکوس قطر هیدرولیکی مینیمم  $\Omega_{opt}$  اختلاف درجه حرارت کلی سیستم و مقدار بهینه تخلخل برای یک سیستم بدون دودکش.

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$$

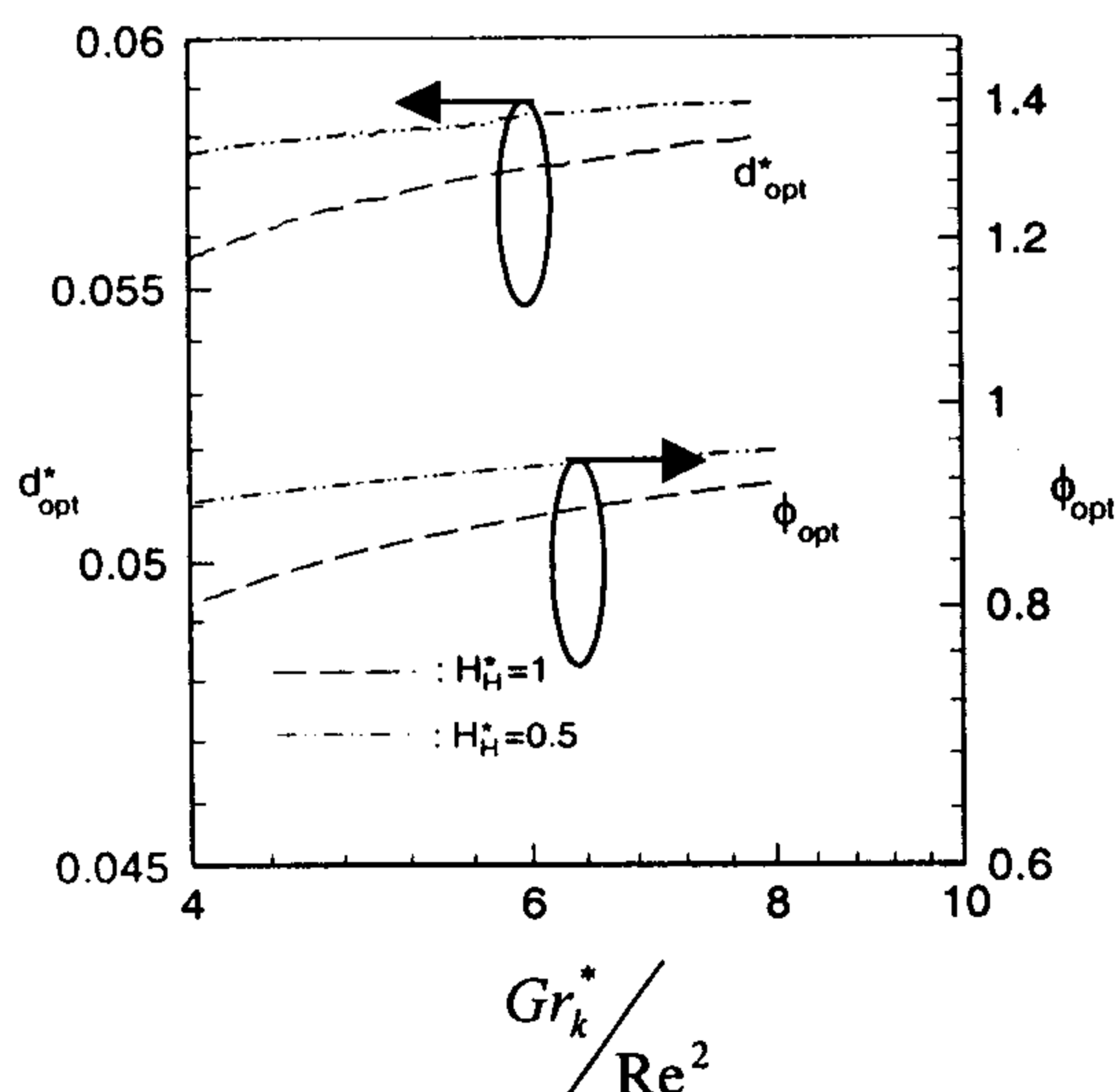


شکل ۵: مقدار بهینه معکوس قطر هیدرولیکی و مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم و مقدار بهینه تخلخل متناظر برای یک سیستم دودکش دار.

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$$

دو پره سوزنی مجاور و تعداد ردیفهای پره های سوزنی را برای دو حالت آرایش ردیف پره ها به صورت خطی و مثلثی همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده ، بدست آورد . فاصله مرکز به مرکز میان دو پره سوزنی در امتداد عمود بر جهت جریان را با  $S_T$  نشان میدهم . عدد بی بعد  $X_T$  را بصورت زیر تعریف می کنیم .

$$X_T = \frac{S_T}{d} \quad (38)$$



شکل ۷: مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی و نرخ کلی انتقال حرارت  $\Theta$  .

$$Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

همچنین  $X_L$  فاصله بی بعد مرکز به مرکز فضای میان ردیف پره ها در جهت جریان می باشد.

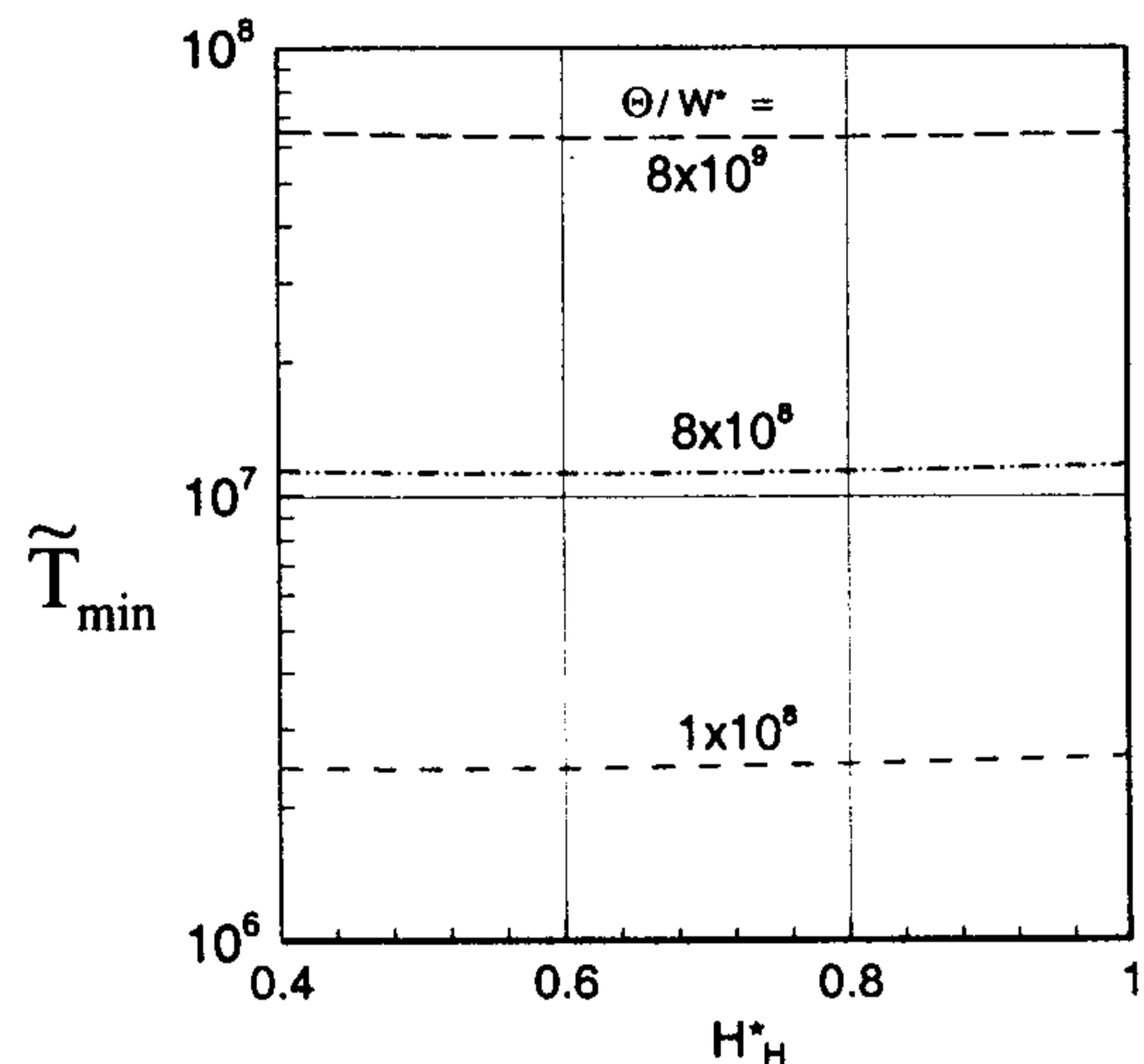
$$X_L = \frac{S_L}{d} \quad (39)$$

زمانیکه پره ها بصورتی قرار بگیرند که مراکزشان تشکیل یک مربع را بدهند.  $X_L = X_T$  :

$$X_{T_{opt}} = \sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi_{opt})}} \quad (40)$$

و چنانچه در آرایش پره ها بصورت مثلثی ، پره ها به شکلی قرار بگیرند که با اتصال مراکزشان تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع را بدهند .  $X_L = 0.866 X_T$

تغییرات  $H_H^*$  تاثیری بر  $\tilde{T}_{min}$  ندارد به عبارت دیگر در سیستم های دودکش دار ، کمبود بخشی از سطح حرارتی بوسیله دودکش جبران می گردد بطوریکه کارایی چاه حرارتی ثابت می ماند .



شکل ۶: مقدار بهینه قطر فینهای سوزنی و تخلخل در مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم .

$$Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

### حد بالایی انتقال حرارت

شکل (۷) تغییرات هم زمان  $d_{opt}^*$ ،  $\phi_{opt}$  را با

$\frac{Gr_k^*}{Re^2}$  در وضعیت سیستم بدون دودکش  $H_H^* = 1$  و با

دودکش  $H_H^* = 0.5$  نشان می دهد که با کاهش ارتفاع چاه حرارتی تخلخل و قطر پره های سوزنی افزایش می یابد این اثرات را می توان با در نظر گرفتن کل سطح انتقال حرارت در چاه حرارتی بیان نمود .

شکل (۷) محسوده تغییرات  $d_{opt}^*$ ،  $\phi_{opt}$  را نشان میدهد ، این شکل ملاک اساسی برای طراحی این سیستم می باشد و از آن میتوان برای حدس بالایی انتقال حرارت استفاده نمود.

### اثر آرایش پره ها سوزنی

در بررسیهای انجام گرفته در این مقاله آرایش ردیف پره های سوزنی مشخص نشده است . اما با نتایج بدست آمده برای تخلخل و قطر هیدرولیکی پره های سوزنی به شکل زیر می توان فاصله مرکز به مرکز میان

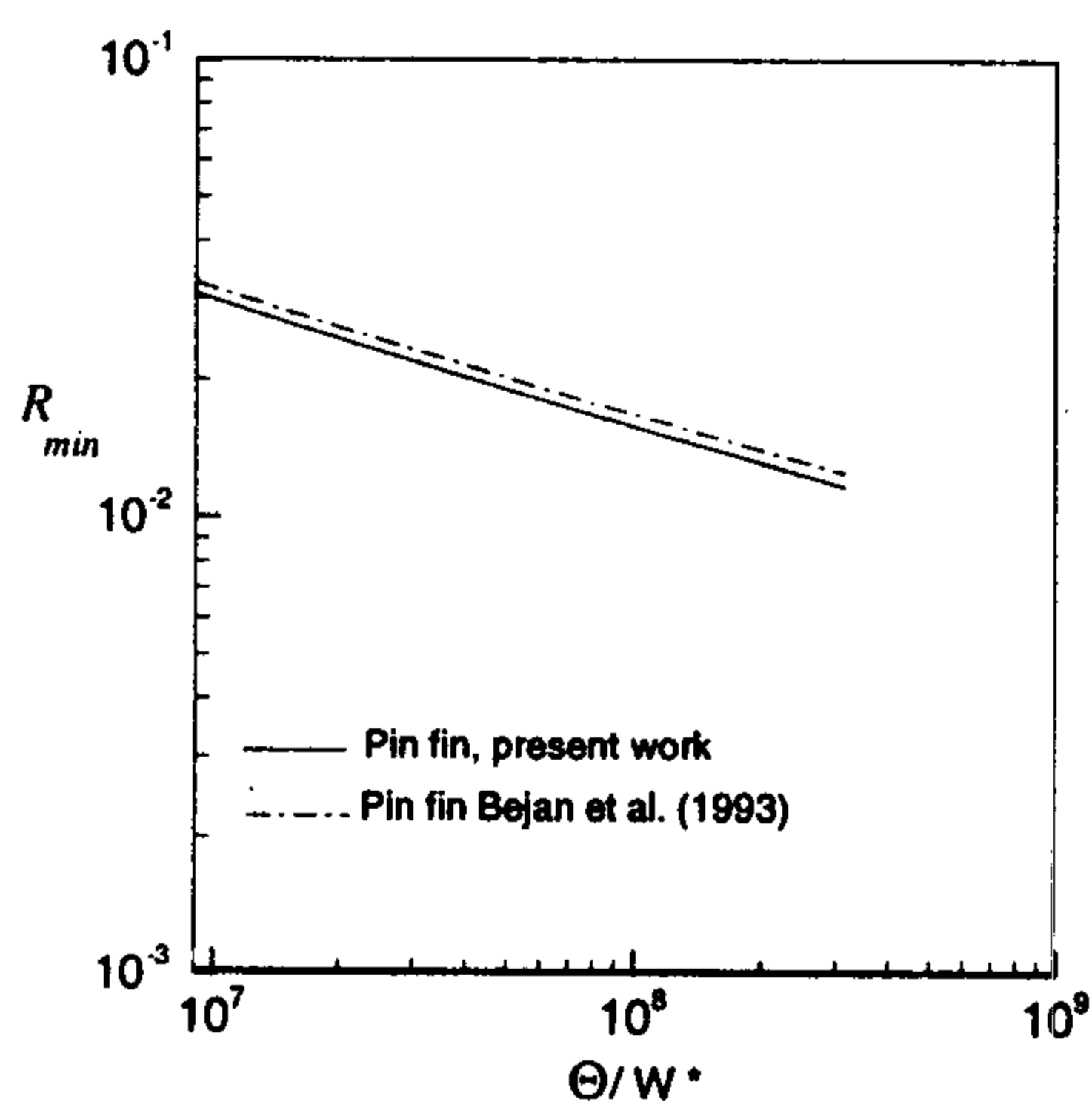
تغییرات مینیمم مقاومت حرارتی برای پره های سوزنی حاصل از کار Bejan ، ۱۹۹۳ ، در جابجائی اجباری آرام که آرایه پره های سوزنی بصورت یک محیط متخلخل با جریان دارسی مدل شده اند [۳] و کار فعلی در شکل (۸) نشان داده شده است. داده های منحنی در مقادیر ثابت  $Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1, H_H^* = 0.5$  محاسبه شده اند. شکل فوق نشان می دهد که نتایج حاصله از پره های سوزنی در کار فعلی حدود ۱۰ درصد نسبت به مرجع [۳] بهبود یافته است.

یک معادله مشابه می توان برای انتقال حرارت ایده آل با جریان غیر لزج بدست آورد [۱]. یک چاه حرارتی را در نظر می گیریم که تمام انتقال حرارت آن در ورودی به چاه حرارتی انجام می گیرد. فضائی انتقال حرارت بین جامد و سیال به دلیل کوچک و باریک بودن چاه حرارتی، برابر صفر می باشد،  $H_H = 0$ ، و نسبت انقباض،  $\Gamma$ ، را واحد در نظر گرفته و افت فشار در داخل چاه حرارتی را برابر صفر منظور شده است، از معادله (۱۹):

$$0 = -\frac{1}{2}\rho_0 U^2 + \rho_0 g \beta H (T_2 - T_0) \quad (45)$$

با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده برای  $R_{min, ideal}$  و از معادله (۴۳)، می توان آنرا بشکل زیر بیان نمود:

$$R_{min, ideal} = \left( 2\Theta Pr (L^* W^*)^2 \right)^{-1/3} \quad (46)$$



شکل ۸: مینیمم مقاومت حرارتی با تغییرات نرخ کلی انتقال حرارت.

$$Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

$$X_{T_{opt}} = \sqrt{\frac{\pi}{3.464(1 - \phi_{opt})}} \quad (41)$$

بنابراین با توجه به معادلات بدست آمده مقدار بهینه فاصله مرکز به مرکز فضای میان پره های سوزنی را برای دو نوع آرایش پره ها بصورت خطی و مثلثی بدست می آید.

### مقایسه با کارهای پیشین

تغییرات "بهینه" درجه حرارت برای پره های سوزنی در یک  $\Theta$  ثابت بآرامی با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی تغییر می کند، شکل (۶). لذا ارتفاع چاه حرارتی برابر  $H_H^* = 0.5$  را برای مقایسه کار فعلی با کارهای قبلی انتخاب کرده و نیز بررسیها را با تغییرات پارامتر  $\Theta$  مورد ارزیابی قرار می دهیم. مینیمم مقاومت حرارتی را به شکل ذیل می توان در نظر گرفت.

$$= \frac{\Delta T_{ave, opt} H k_f}{Q_{tot}} R_{min} = \frac{\tilde{T}_{ave, opt}}{\Theta} \quad (42)$$

که در معادله بالا  $\Delta T_{ave, opt}$  میانگین اختلاف درجه حرارت میان چاه حرارتی و جریان آزاد می باشد. برای پره های سوزنی  $\Delta T_{ave, opt}$  برابر درجه حرارت صفحه پایه در وسط چاه حرارتی می باشد. لذا  $R_{min}$  بصورت زیر بیان می گردد:

$$R_{min} = \frac{(\tilde{T}_b - T_0) k L^*}{q^* L / k_w H_H^*} \quad (43)$$

که در معادله فوق  $\tilde{T}_b$  درجه حرارت صفحه پایه در وسط چاه حرارتی میباشد.  $\tilde{T}_b = T_w(x = H_H / 2)$  تغییرات درجه حرارت در وسط چاه حرارتی به شکل زیر خواهیم داشت

$$\frac{(\tilde{T}_b - T_0)}{q^* L / k_w} = \frac{1}{2} \frac{H_H^*}{k \Omega L^*} \frac{1}{Pr Re_{pore}} + \frac{1}{L^* \Omega \zeta_{max} (4Nu k)^{1/2}} \quad (44)$$

الکترونیکی و بویژه جاسازی قطعات مختلف آنها، میزان تخلخل اپتیمم عموماً بزرگتر از ۰/۷ است لیکن مقدار این اپتیمم بشدت به معکوس قطر هیدرولیکی و نیز پارامتر شناوری بستگی دارد همچنین کار حاضر نشان می دهد که طراحی یک چاه حرارتی متشکل از پره های سوزنی را میتوان با انتخاب بهینه قطر پره های سوزنی و تخلخل آنها به وجه مناسبی بهینه سازی نمود. اثرات حضور دودکش مطالعه گردید و ملاحظه گردید میزان تخلخل بهینه در حالت بدون دودکش کمتر از حالت دودکش دار می باشد و نشان داده شد که تغییرات اختلاف دمای بهینه تقریباً با ارتفاع نسبی چاه حرارتی بدون تغییر می ماند و از این خاصیت میتوان برای طراحی چاه های حرارتی با حجم کوچکتر استفاده نمود بدون اینکه کارایی آن تغییرات عمده ای داشته باشد.

در مجموع نتایج حاصل از این تحقیق می تواند (هر چند مقدماتی) به طراحان و سازندگان چاه های حرارتی پره های سوزنی دیدگاه روشن تری از چگونگی خنک کاری سیستم های الکترونیکی بوسیله جابجایی مختلط ارائه نماید

### تشکر و قدردانی

این پژوهش مستخرج از طرح شماره ۶۱۸/۲/۱۰۶۹ می باشد که با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه تهران انجام شده است. بدینوسیله از کلیه مسئولین امر بویژه معاونت محترم پژوهشی دانشکده فنی میمانه تشکر و قدردانی می شود.

### فهرست علائم

$A_{fins}$ : سطح موثر انتقال حرارت فینهای سوزنی

$A_s$ : سطح مقطع یک فین ( $m^2$ )

$C_p$ : گرمای ویژه در فشار ثابت ( $kJ/kg$ )

$d$ : قطر فینهای سوزنی ( $m$ )

$d^*$ : قطر فینهای سوزنی بی بعد ( $d/H$ )

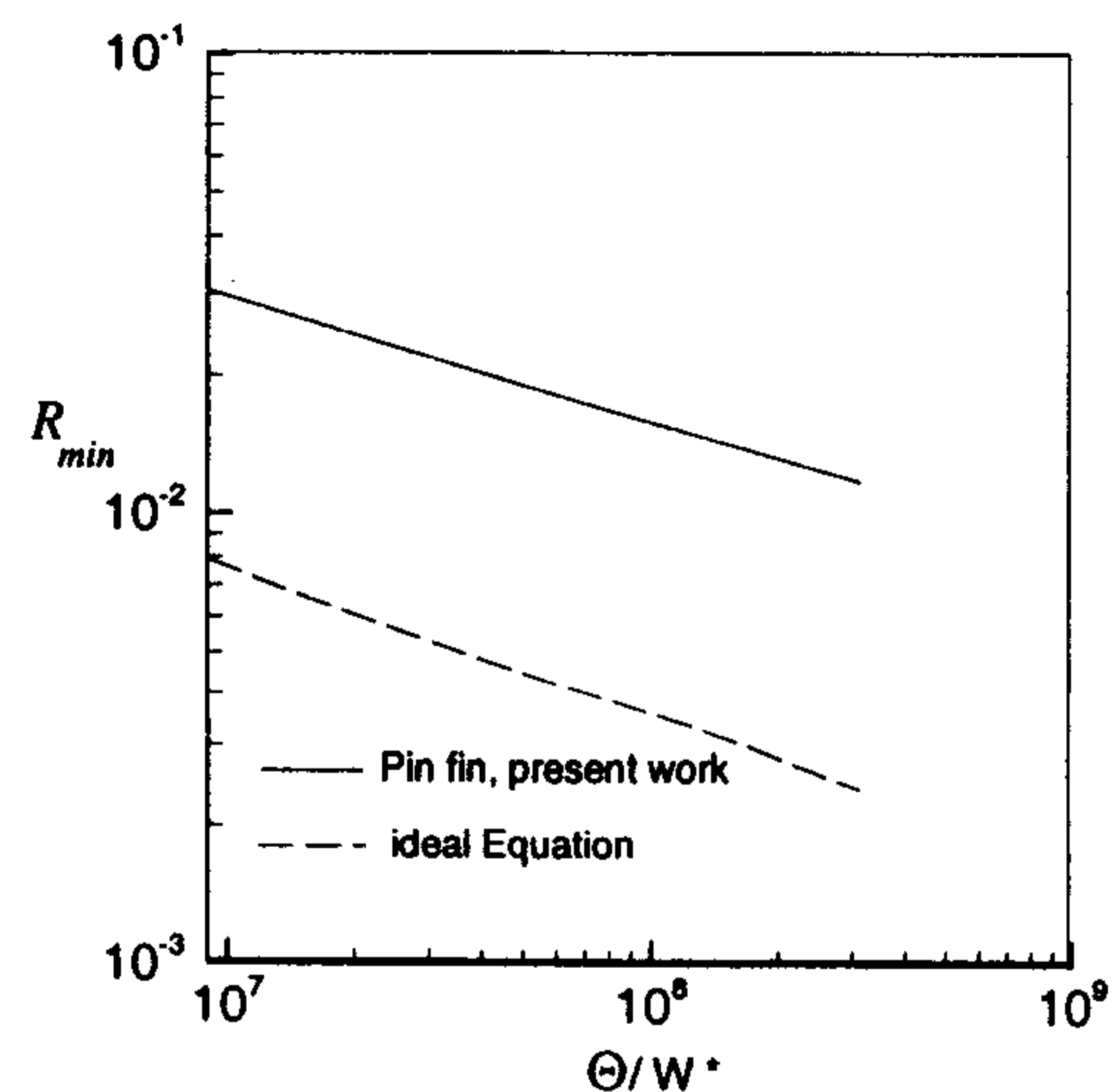
$D_h$ : قطر هیدرولیکی ( $m$ )

$F$ : پارامتر بی بعد

$Gr$ : عدد گرافش

$h$ : ضریب انتقال حرارت ( $W/m^2k$ )

شکل (۹) تغییرات مینیمم مقاومت حرارتی پره های سوزنی را با تغییرات پارامتر  $\Theta/W^*$  و مینیمم مقاومت حرارتی یک سیستم کاملاً ایده آل، معادله (۴۶)، را نشان می دهد. شکل فوق نشان می دهد که مینیمم مقاومت حرارتی در انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط آرام در اعداد رینولدز  $Re_k$  در محدوده ۱-۱۰ (جریان Forchheimer) در سیستم متشکل از پره های سوزنی که بصورت محیط متخلخل مدل شده اند (کار فعلی) چهار برابر بزرگتر از مینیمم مقاومت حرارتی ایده آل می باشد. نتایج بدست آمده را می توان به طریق زیر در طراحی یک سیستم خنک کننده بکار گرفت. برای یک سیستم خنک کننده می توان  $R_{min,ideal}$  را براحتی از معادله (۴۶) بدست آورد و مینیمم مقاومت حرارتی را با در نظر گرفتن  $R_{min} = 4R_{min,ideal}$ ، در سیستم مشخص می کنیم و با مشخص شدن  $R_{min}$  می توان به این نتیجه رسید که در انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط آرام در یک محیط متخلخل مورد نظر، آیا می توان به قدر کافی خنک کاری را فراهم نمود یا خیر.



شکل ۹: مینیمم مقاومت حرارتی با تغییرات نرخ کلی انتقال حرارت.

$$Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

### نتیجه گیری

در این مطالعه شرایط بهینه عملکرد یک چاه حرارتی با پره های سوزنی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان می دهد که برای دستگاههای

$T_2$ : درجه حرارت سیال در انتهای چاه حرارتی	$H$ : کل ارتفاع سیستم (m)
$T_b$ : ماکزیمم درجه حرارت زیر لایه (k)	$H_H^*$ : ارتفاع چاه حرارتی بی بعد ( $H_H/H$ )
$T_f$ : درجه حرارت محلی سیال (k)	$H_H$ : ارتفاع چاه حرارتی (m)
$T_w$ : درجه حرارت محلی زیر لایه (k)	$k$ : نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به جامد
$U$ : سرعت متوسط سیال (m/s)	$K$ : قابلیت نفوذ پذیری ( $m^2$ )
$W$ : عرض چاه حرارتی (m)	$k_f$ : ضریب هدایت حرارتی سیال (W/mk)
$W^*$ : عرض چاه حرارتی بی بعد ( $W/H$ )	$K_w$ : ضریب هدایت حرارتی جامد (W/mk)
$X_L$ : سنجشی از فضایی مرکز به مرکز میان فینها	$K_z$ : عدد ثابت از مرتبه ۱۰۲
$X_T$ : سنجشی از فضایی مرکز به مرکز میان ردیفها	$L^*$ : طول فینهای سوزنی بی بعد ( $L/H$ )
$\alpha$ : ضریب پخش حرارتی ( $m^2/s$ )	$L$ : طول فینهای سوزنی (m)
$\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$ : ضریب شکل	$M$ : پارامتر فینها ( $m^{-1}$ )
$\beta$ : ضریب انبساط حرارتی ( $1/k$ )	$\dot{m}$ : دبی جریان (kg/s)
$\delta$ : قطر بی بعد	$N$ : تعداد فینهای سوزنی در داخل چاه حرارتی
$\phi$ : تخلخل	$Nu$ : عدد ناسولت
$\Gamma$ : نسبت انقباض دودکش	$P$ : فشار سیال ( $N/m^2$ )
$\eta$ : راندمان فینها	$\Delta p$ : افت فشار کلی سیستم ( $N/m^2$ )
$K_b$ : پارامتر شناوری	$Pr$ : عدد پرانتل
$\mu$ : لزجت ( $kg/m.s$ )	$q''$ : شار حرارتی بر واحد سطح ( $W/m^2$ )
$\nu$ : لزجت سینماتیکی ( $m^2/s$ )	$Q_{tot}$ : نرخ کلی انتقال حرارت (W)
$\Theta$ : میزان نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم	$R$ : مقاومت حرارتی بی بعد
$\frac{g\beta Q_{tot} H^2}{\alpha \nu k_f}$	$Re$ : عدد رینولدز ( $Ud/\nu$ )
$\Theta/W^*$ : $\bar{\Theta}$	$Re_k$ : عدد رینولدز بر پایه قطر ذرات ( $UK^{0.5}/\nu$ )
$\rho$ : دانسیته جریان ( $kg/m^3$ )	$Re_{pore}$ : عدد رینولدز پر ( $UD_h/\nu$ )
$\Omega$ : معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد ( $1/D_h^*$ )	$S$ : ناحیه نمونه ( $m^2$ )
$\zeta$ : تابع ، معادله (۳-۳۶)	$\tilde{T}$ : میزان اختلاف درجه حرارت کلی سیستم
	$g\beta(T_b - T)H^3/\alpha\nu$
	$T_0$ : درجه حرارت ورودی به چاه حرارتی (k)

## مراجع

- 1 - Fisher, T. S. and Torrance, K. E. (1998). "Free convection limits for Pin-Fin cooling." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 120, PP. 633-640.
- 2 - Armstrong, G. and Winstanley, D. (1998). "A review of staggered array Pin Fin heat transfer for turbine cooling application." *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 110, PP. 94-103 .
- 3 - Bejan, A. and Morega, A. M. (1993). "Optimal arrays of Pin Fins and plate fins in laminar force convection." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 75-81.
- 4 - Jurbran, B, A., Hamdan, M. A. and Abdualh, R. M. (1993). "Enhanced heat transfer, missing Pin, and optimization for clindrical Pin Fin arrays." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP.576-583.
- 5 - Bejan, A. (1993). *Heat transfer*, Wiley, New York, PP. 237-244.

- 6 - Bejan, A. (1984). *Convection heat transfer*, Wiley, New York , P.85 .
- 7 - Tukerman, D. B. and Pease, R. F. W. (1981). "High-performance heat sinking for VLSI." *IEEE Electron Device Letters*, Vol. EDL-2, No. 5, PP.126-129.
- 8 - Ergun, S. (1952). "Fluid flow trough packed columns." *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, P. 93.
- 9 - Sangani, A. S. and Acrivos, A. (1982). "Slow flow past periodic arrays of cylinders with application to heat transfer." *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 8, No. 3, PP. 193-206 .
- 10 - Jobran, B. A., Hamdan, M. A. and Abdualh, R. M. (1993). "Enhanced heat transfer, missing Pin, and optimization for cylindrical Pin Fin arrays." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 576-583.
- 11 - Zukauskas, A. (1987). "Convective heat transfer in cross flow." *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, Chapter 6.
- 12 - Incropera, F. P. and Dewitt, D. P. (1990). *Fundamental of heat and mass transfer*, 3rd ed., Wiley, New York, P.395.
- 13 - Lauriat, G. and Prasad, V. (1987). "Natural convection in vertical porous cavity; a numerical study for brinkman-extended darcy formulation." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, PP. 688-696.
- 14 - Incropera, F. P. (1988). "Convection heat transfer in electronic equipment cooling." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, PP. 1097-1111.
- 15 - Fisher, T. S., Torrance, K. E. and Sikka, K. K. (1997). "Analysis and optimization of a natural draft heat sink system." *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology – Part A*, Vol. 20, No. 2, PP. 111-119.

### واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                  |                      |                           |
|------------------|----------------------|---------------------------|
| 1 - Pin-Fin      | 2 - Mixed Convection | 3 - Porous medium         |
| 4 - Heat sink    | 5 - Porosity         | 6 - Buoyancy parameter    |
| 7 - Permeability | 8 - Buoyancy force   | 9 - Substrate             |
| 10 - Bulk fluid  | 11 - Drag force      | 12 - Pore Reynolds number |



