

کنترل امپدانس چندگانه برای جابجایی اجسام توسط یک روبات متحرک با چرخ های غیر هولونومیک

رامبد رستگاری

دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی خواجه نصیر

سید علی اکبر موسویان

استادیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی خواجه نصیر

moosavian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت ۸۳/۳/۱۰، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۳/۹/۲۸، تاریخ تصویب ۸۳/۱۰/۵)

چکیده

روبات های متحرک که دارای چندین بازوی عامل نصب شده بر روی پایه ای جابجاشونده می باشند، امروزه کاربردهای فراوانی نظیر انجام مأموریت های فضائی، امدادسانی، پرستاری، کتابداری، انبارداری و ... یافته اند. برای فراهم آوردن امکان اعمال قوانین کنترلی وابسته به مدل دینامیکی^۱، در این مقاله ابتدا به استخراج معادلات صریح دینامیکی چنین سیستم هایی پرداخته می شود. بدین منظور، پس از مرور این روند در حرکت بدون قید، با اعمال قید غیرهولونومیک عدم لغزش به پایه یک روبات متحرک در صفحه با دو چرخ محرک دیفرانسیلی که دارای دو بازوی عامل دو درجه آزادی می باشد، معادلات صریح دینامیکی سیستم به دست می آید. در ادامه با استفاده از روش مکمل متعامد طبیعی^۲، ضریب لاگرانژ متناظر با قید مزبور از معادلات سیستم حذف و معادلات مستقل حرکت استخراج می شود. سپس ضمن طراحی مسیر مناسب حرکت، قانون کنترلی امپدانس چندگانه (MIC)^۳، بر سیستم مذکور در فضای کاری روبات اعمال می گردد. نتایج به دست آمده در مجموعه ای از شبیه سازیها برای جابجایی یک جسم بیانگر این موضوع است که قانون کنترل امپدانس چندگانه بخوبی از عهده کنترل جابجایی جسم، چه در حرکت آزاد و چه در صورت بروز برخورد آن با موانع محیطی بر می آید.

واژه های کلیدی: روبات موبایل، مدلسازی دینامیکی، کنترل نیرو و امپدانس، کنترل امپدانس چندگانه

مقدمه

[۴]. روشهای جدید تحلیلی جهت استخراج دینامیک مکانیزم ها و روبات ها نیز می تواند بکار آید، [۵]. روبات های با پایه متحرک به گونه ای هستند که نیروهای دینامیکی بازوهای عامل بر رفتار پایه متحرک و بالعکس تأثیر می گذارند. این مجموعه از روبات ها را می توان به دسته روبات های متحرک زمینی^۵ که تأثیرات نیروی گرانشی بر آن ها کاملاً قابل ملاحظه است و روبات های فضایی که عملاً تأثیرات نیروی جاذبه بر آنها ناچیز است، تقسیم بندی نمود. روبات های فضایی را می توان به دو صورت شناوری پایه (FFSM)^۶ و یا پرواز آزاد (SFFR)^۷ بهره برداری نمود. در حالت FFSM فرض بر این است که هیچ نیروی خارجی به سیستم روباتیک اعمال نمی شود. بدین ترتیب موقعیت مرکز جرم کل سیستم ثابت می ماند و تنها عملگرهای داخلی امکان حرکت نسبی بازوها را فراهم می آورند. در شرایطی که این مجموعه با استفاده از تراسترها نیروی لازم را با محیط مبادله نماید، به حالت SFFR تغییر استراتژی می دهد.

همانطور که می دانیم برای کنترل یک مجموعه، یافتن مدل دینامیکی (مدلسازی) به خصوص در کنترلرهای وابسته به مدل^۴ از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. در این راستا برای مدلسازی سیستم های روباتیک روش های کلاسیک شامل روش نیوتن-اولر، [۱] و همچنین روش های تحلیلی از قبیل روش های لاگرانژ و هامیلتون روش هایی هستند که از عمومیت بیشتری برخوردارند، [۲]. در کاربردهای روباتیک با توجه به زنجیروار بودن روبات و فرض تک درجه آزادی بودن مفاصل بازوهای عامل ماهر، تکنیک هایی جهت کاهش حجم معادلات دینامیکی و همچنین محاسبات آن با توجه به خواص قیود ارائه گشته است که یکی از معروفترین آنها روش دنویت- هارتنبرگ، [۳] می باشد که با قرارداد معروف خود زمینه را برای دستیابی به سینماتیک و دینامیک کم حجم تر سیستم های روباتیک فراهم نموده است. در این راستا، معادلات لاگرانژ بصورت خاص برای بررسی دینامیک روبات های پایه ثابت ارائه شده است،

در این مقاله، روش DPM برای بررسی سینماتیک و استخراج معادلات دینامیکی تحلیلی یک ربات موبایل که دارای چندین بازوی عامل و یک زوج چرخ محرک دیفرانسیلی با قید غیر هولونومیک عدم لغزش می باشند، تعمیم داده می شود. در این راستا ابتدا مروری بر فرمولاسیون مربوطه برای استخراج معادلات دینامیکی رباتهای فضایی خواهیم داشت و در ادامه شرایط ثقلی را نیز به معادلات خواهیم افزود. سپس قید غیر هولونومیک عدم لغزش چرخ های محرک پایه با استفاده از مضارب لاگرانژ به معادلات دینامیکی به دست آمده اضافه می گردد. در ادامه با استفاده از روش مکمل متعامد طبیعی^{۱۱} ضرایب لاگرانژ از معادلات سیستم حذف و معادلات مستقل دینامیک استخراج می شود. سپس با اعمال قانون کنترلی امپدانس چندگانه (MIC) بر سیستم، به بررسی قابلیت های این الگوریتم در هدایت و کنترل چنین مجموعه هائی پرداخته می شود. در پایان به شبیه سازی یک مجموعه رباتیک دو بازویی با پایه متحرک می پردازیم. نتایج حاصله نشان می دهد که الگوریتم کنترلی MIC در هدایت ربات موبایل دو بازویی مذکور با وجود انعطاف پذیری در سیستم و نیز برخورد جسم حمل شونده با مانع، چه در حرکت آزاد جسم و چه در تعامل آن با مانع، به خوبی از عهده کنترل مجموعه بر می آید.

استخراج معادلات دینامیک سیستم

روش DPM در بررسی سینماتیک مجموعه، به استخراج معادلات حرکت و تعیین پارامترهای دینامیکی یک سیستم رباتیک در فرم مناسبی رهنمون می گردد. در این روش بردار موقعیت مراکز جرم تمامی بازوها و پایه متحرک نسبت به دستگاه اینرسی سنجش، و برای محاسبه سرعت اجزاء مورد استفاده قرار می گیرد، [۱۴]. بر این اساس، با استفاده از روش لاگرانژ برای دستیابی به معادلات دینامیکی سیستم ربات های فضایی در غیاب گرانشی و قید حرکتی بر آنها اعمال نشده باشد، اقدام شده است، [۱۵]. جهت تعیین پارامترهای دینامیکی سیستم با دسته بندی جملات معینی از انرژی جنبشی و ساده سازی آنها با توجه به خواص ریاضیشان، حداکثر ساده سازیهای تحلیلی صورت گرفته است، تا این امکان فراهم آید که معادلات حرکت سیستم رباتیک نسبت به روشهای متداول دیگر بسیار فشرده تر و کم حجم تر

در مدلسازی دینامیکی روبات های فضایی برای انجام وظایف دقیق، حرکت پایه را می توان به عنوان اغتشاش در نظر گرفت. همچنین کل سیستم را می توان به عنوان مجموعه ای واحد در نظر گرفت، که این دو دیدگاه غالب در دینامیک و کنترل چنین سیستمهائی شکل می دهد. سینماتیک و دینامیک سیستم FFSM به وسیله راهکار بازوی مجازی^۸ توصیف شده است، [۶]. نظر به اینکه با عدم اعمال نیروی خارجی به کل سیستم، مرکز جرم در فضای اینرسی ثابت باقی می ماند، توصیف دینامیک سیستم با زنجیره سینماتیکی نسبت به یک نقطه ثابت مجازی میسر می گردد. این دیدگاه برای طراحی مسیر بازوهای عامل فضایی با هدف کمینه کردن مقدار اغتشاشات وارد بر پایه مناسب می باشد، [۷]. از سوی دیگر، ماتریس ژاکوبین تعمیم یافته برای یک سیستم شناوری ارائه شده است، [۸-۹]. با فرض اینکه هیچ نیروی خارجی به سیستم رباتیک با اجزاء صلب که به وسیله مفاصل لولایی بهم متصل اند اعمال نشود، یک ماتریس ژاکوبین تعمیم یافته که هم قانون بقای اندازه حرکت و هم روابط سینماتیکی را منعکس می کند، ارائه می گردد. ماتریس ژاکوبین تعمیم یافته در صورت پر جرم بودن نسبی پایه اصلی به سمت ژاکوبین عادی میل می کند.

روش برداری جرمی-هندسی^۹ برای استخراج معادلات سینماتیک و دینامیک یک بازوی عامل ماهر در حالت شناوری بکار برده شده است، [۱۰-۱۱]. با به کارگیری مختصات مرکز جرم کل سیستم برای بیان حرکت انتقالی و استفاده از بردارهایی که هم مشخصات هندسی و هم توزیع جرم سیستم را منعکس می کنند، مجموعه اندازه حرکت های خطی و زاویه ای کل سیستم مستقل می گردند. این روش همچنین برای بدست آوردن دینامیک و کنترل یک سیستم با چند بازوی عامل بکار گرفته شده است، [۱۲-۱۳].

روش مسیر مستقیم (DPM)^{۱۰}، جهت دستیابی به معادلات سینماتیکی مجموعه با استفاده از مجموعه ای از بردار های عادی ارائه شده است، [۱۴]. این روش در مقایسه با استفاده از بردارهای جرمی-هندسی به شکل قابل ملاحظه ای حجم محاسبات تحلیل موقعیت و سرعت را می کاهد و برای بدست آوردن معادلات صریح دینامیک سیستم نیز مناسب می باشد، [۱۵].

اینرسی و بردار متغیرهای حالت سیستم به شکل زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{R}_{C_0}^T, \delta_0^T, \theta^T)^T \quad (۲)$$

δ_0 معرف زوایای اوایل تعیین کننده جهتگیری پایه روبات در فضا و θ بردار متغیرهای زوایای مفاصل بازوهای عامل می باشد که به شکل زیر تعریف می شود:

$$\theta^T = (\theta_1^{(1)}, \dots, \theta_{N_1}^{(1)}, \dots, \theta_1^{(m)}, \dots, \theta_{N_m}^{(m)}, \dots, \theta_1^{(n)}, \dots, \theta_{N_n}^{(n)})^T \quad (۳)$$

که در آن تعداد بازوهای عامل، N_m تعداد لینک های m امین بازوی عامل و $\theta_{N_m}^{(m)}$ زاویه مفصل m ام از بازوی عامل N_m می باشد. نمادهای مذکور در شکل (۱) نمایش داده شده است. Q نیز بردار نیروها و گشتاورهای تعمیم یافته متناظر با بردار q است، که در مرجع [۱۵] ضمن تعیین کلیه پارامترهای دینامیکی و سینماتیکی به تفصیل شرح داده شده است. رابطه (۱) معادلات دینامیکی یک روبات را در فضای آزاد با عدم وجود اثرات گرانشی تبیین می کند، که در ادامه بررسی و اضافه می گردد.

در نظر گرفتن اثرات ثقلی

در اینجا معادله (۱) را با در نظر گرفتن اثرات جاذبه ثقلی بازنویسی می کنیم:

$$\mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} + \mathbf{G} = \mathbf{Q} \quad (۴)$$

که \mathbf{G} بردار معرف جملات ثقلی در معادلات حرکت سیستم می باشد. برای محاسبه این بردار ابتدا انرژی پتانسیل ثقلی را برای سیستم محاسبه می کنیم. این کار با تعیین مؤلفه قائم بردار موقعیت کلیه مراکز ثقل بازوها و پایه بر حسب متغیرهای حالت سیستم نسبت به سطح مبنا و ضرب آنها در جرم های متناظر و در نهایت جمع آنها به دست می آید:

$$U_g = \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \cdot \left({}^0 \mathbf{r}_{C_k}^{(m)} [3] - h_{0C_k}^{(m)} \right) g \right) + M \cdot \left({}^0 R_{C_0} [3] - h_{C_0} \right) g \quad (۵)$$

که $m_k^{(m)}$ جرم، ${}^0 \mathbf{r}_{C_k}^{(m)} [3]$ مؤلفه قائم بردار موقعیت و

گردد. بدین ترتیب، معادلات دینامیکی روبات های متحرک که پایه آنها آزادانه حرکت می کند به شکل زیر ارائه شده است، [۱۵]:

$$\mathbf{H}(\delta_0, \theta) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\delta_0, \dot{\delta}_0, \theta, \dot{\theta}) = \mathbf{Q}(\delta_0, \theta) \quad (۱-الف)$$

که در آن:

$$H_{ij} = M \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_j} + {}^0 \frac{\partial \omega_0}{\partial \dot{q}_i} \cdot \mathbf{I}_0 \cdot {}^0 \frac{\partial \omega_0}{\partial \dot{q}_j} + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_j} + \frac{k \partial \omega_k^{(m)}}{\partial \dot{q}_i} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{k \partial \omega_k^{(m)}}{\partial \dot{q}_j} \right) + \left(\sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_i} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_j} + \left(\sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_i} \quad (۱-ب)$$

$$\mathbf{C}(\delta_0, \dot{\delta}_0, \theta, \dot{\theta}) = \mathbf{C}_1(\delta_0, \dot{\delta}_0, \theta, \dot{\theta}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_2(\delta_0, \dot{\delta}_0, \theta, \dot{\theta}) \quad (۱-پ)$$

$$C_{1ij} = M \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_i} \cdot \left(\sum_{s=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right) + {}^0 \frac{\partial \omega_0}{\partial \dot{q}_i} \cdot \mathbf{I}_0 \cdot {}^0 \frac{\partial \omega_0}{\partial \dot{q}_j} + \omega_0 \cdot \mathbf{I}_0 \cdot {}^0 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \left(\sum_{s=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right) + \frac{k \partial \omega_k^{(m)}}{\partial \dot{q}_i} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{k \partial \omega_k^{(m)}}{\partial \dot{q}_j} + \omega_k^{(m)} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{k \partial^2 \omega_k^{(m)}}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \right) + \left(\sum_{s=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_s \partial q_i} \dot{q}_s \right) \cdot \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_j} \right) + \frac{\partial \mathbf{R}_{C_0}}{\partial q_i} \cdot \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \sum_{s=1}^N \frac{\partial^2 \mathbf{r}_{C_k}^{(m)}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right) \quad (۱-ت)$$

$$C_{2i} = \left(\omega_0 \cdot \mathbf{I}_0 \cdot {}^0 \frac{\partial \omega_0}{\partial q_i} + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \omega_k^{(m)} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{k \partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_i} \right) \quad (۱-ث)$$

به طوریکه ω_0 سرعت دورانی پایه با جرم M و ماتریس ممان اینرسی \mathbf{I}_0 ، $\omega_k^{(m)}$ سرعت دورانی لینک k -ام از بازوی m -ام، $\mathbf{r}_{C_k}^{(m)}$ بردار موقعیت مرکز جرم لینک مزبور با جرم $m_k^{(m)}$ و ماتریس ممان اینرسی $\mathbf{I}_k^{(m)}$ ، R_{C_0} بردار موقعیت مرکز ثقل پایه متحرک روبات نسبت به دستگاه

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{y}_G \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = Jac_{32} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{v}_l \\ \dot{v}_r \end{Bmatrix} \quad (10-الف)$$

$$Jac_{32} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cdot \cos \varphi + \frac{l_G \cdot r}{b} \cdot \sin \varphi & \frac{r}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{l_G \cdot r}{b} \cdot \sin \varphi \\ \frac{r}{2} \cdot \sin \varphi - \frac{l_G \cdot r}{b} \cdot \cos \varphi & \frac{r}{2} \cdot \sin \varphi + \frac{l_G \cdot r}{b} \cdot \cos \varphi \\ -\frac{r}{b} & \frac{r}{b} \end{bmatrix} \quad (10-ب)$$

در حرکت صفحه حرکات پایه در استخراج فرمولاسیون صریح دینامیکی با سه کمیت x_G ، y_G و φ قابل تبیین می باشد. با فرض وجود n بازو که هر یک N_m درجه آزادی داشته باشند، معادله قید عدم لغزش به شکل زیر قابل بیان است:

$$A(q) \cdot \dot{q} = 0 \quad (11-الف)$$

$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi & l_G & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{1 \times \sum_{m=1}^n N_m} \quad (11-ب)$$

با اعمال قید (۱۱) به واسطه ضریب لاگرانژ λ به معادله (۴) به معادله زیر دست می یابیم:

$$(\mathbf{H}\ddot{q} + \mathbf{C}_1\dot{q} + \mathbf{C}_2 + \mathbf{G} - \mathbf{Q}) + A^T(q) \cdot \lambda = 0 \quad (12)$$

که Q مجموعه نیروهای تعمیم یافته اعمالی متناظر با متغیرهای حالت q می باشد. معادله (۱۲) حاوی N معادله می باشد که به همراه معادله قید (۱۱) باید توأمان با هم حل شوند که به رفتار دینامیکی سیستم دست یابیم، [۱۶-۱۷]. لازم به ذکر است که N معرف درجات آزادی سیستم رباتیک با حرکت آزاد پایه می باشد.

حذف ضریب لاگرانژ از معادلات دینامیکی

سیستم

بردار متغیرهای حالت جدید را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$v = [v_l \quad v_r \quad \theta^T]^T \quad (13)$$

ارتفاع مبنا k امین لینک بازوی عامل m ام می باشد. ${}^0R_{C_0}[3]$ مؤلفه قائم بردار موقعیت و h_{C_0} ارتفاع مبنا مرکز جرم پایه روبات می باشد. M جرم کل سیستم و g شتاب ثقل نسبت به دستگاه اینرسی مطابق شکل (۱) است. بردار ثقلی مطابق فرمولاسیون لاگرانژ به شکل زیر به دست می آید:

$$G_j = \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left(m_k^{(m)} \cdot \frac{\partial {}^0r_{C_k}^{(m)}[3]}{\partial q_j} \cdot g \right) + M \cdot \frac{\partial {}^0R_{C_0}[3]}{\partial q_j} \cdot g \quad (6)$$

حال به اعمال قید عدم لغزش بر پایه روبات می پردازیم.

استخراج و اعمال قید غیرهولونومیک

شکل (۲) یک پایه متحرک را نشان می دهد که با حرکت مستقل دو چرخ جانبی امکان حرکت در صفحه را یافته است. حرکت پایه روبات در صفحه را با فرض عدم لغزش مقید می کنیم. این فرض به این معناست که پایه همیشه در امتداد محور x دستگاه چرخان متصل به خود حرکت کند. بیان ریاضی این فرض به شکل زیر است:

$$\tan \varphi = \frac{\dot{y}_O}{\dot{x}_O} \quad (7)$$

که نقطه O و زاویه φ در شکل (۲) معرفی شده اند. سرعت مرکز ثقل پایه برابر است با:

$$\vec{V}_G = \vec{V}_O + \dot{\phi} \cdot \hat{k} \times l_G \cdot \hat{i} \quad (8-الف)$$

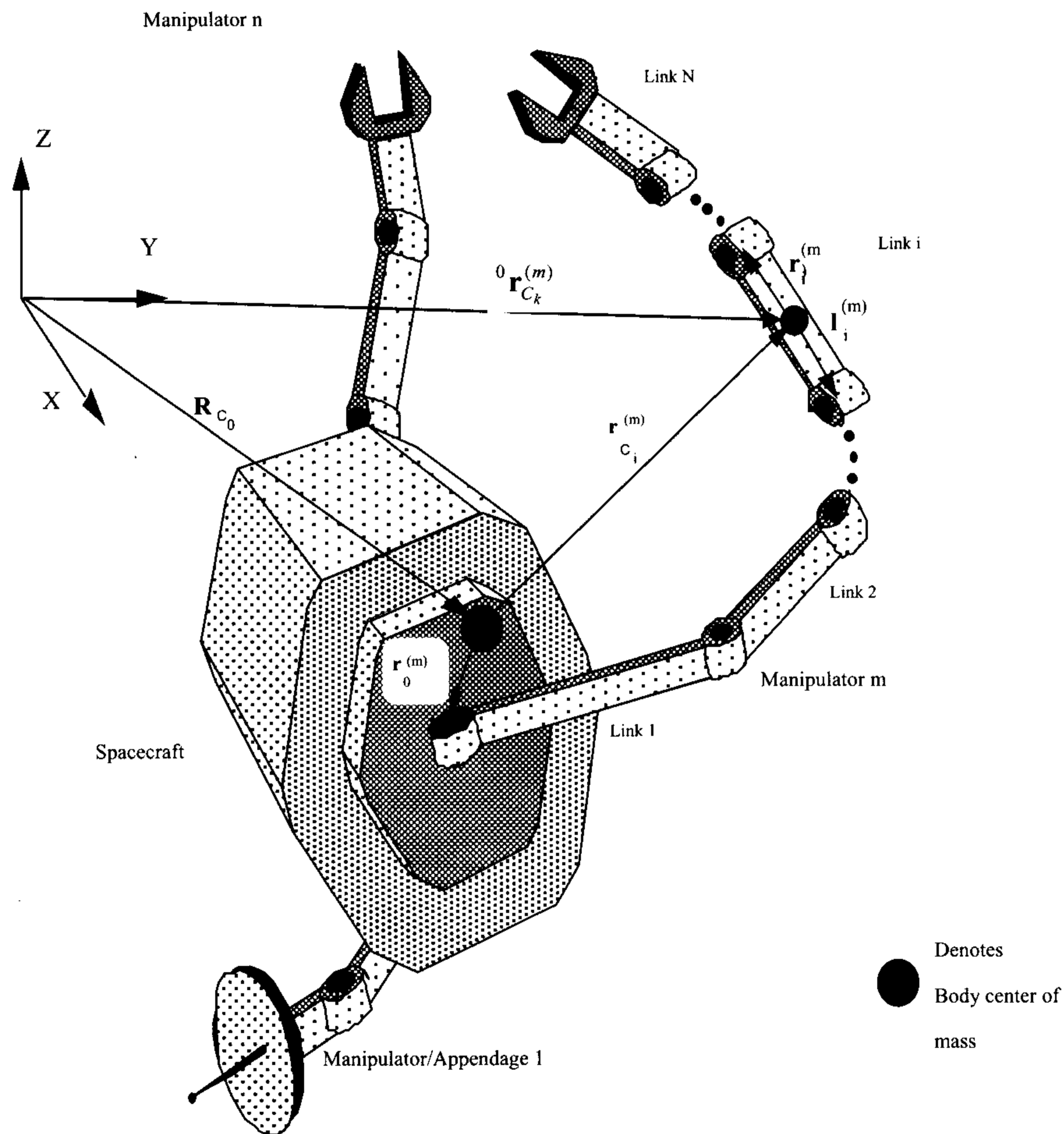
یا به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} \dot{x}_O = \dot{x}_G + \dot{\phi} \cdot l_G \cdot \sin \varphi \\ \dot{y}_O = \dot{y}_G - \dot{\phi} \cdot l_G \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (8-ب)$$

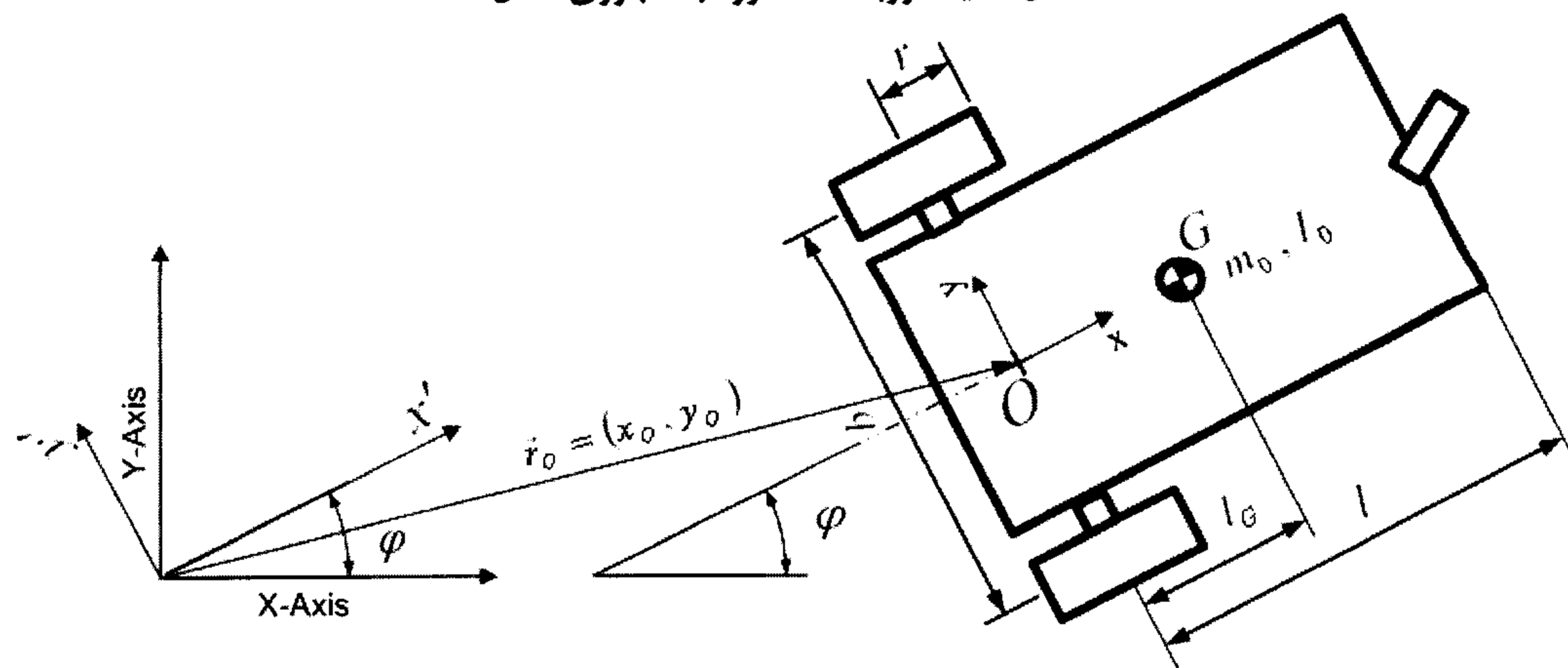
با قرار دادن معادله (۸-ب) در معادله (۷) به معادله قید غیرهولونومیک دست می یابیم:

$$\dot{x}_G \cdot \sin \varphi - \dot{y}_G \cdot \cos \varphi + \dot{\phi} \cdot l_G = 0 \quad (9)$$

اعمال قید (۹) بر پایه متحرک درجات آزادی آنرا به دو کاهش می دهد. v_l و v_r میزان دوران چرخ های محرک چپ و راست هستند که می توانند معرف درجات آزادی پایه باشند. بنابراین می توان بین نرخ زمانی این دو کمیت و سرعت های خطی و زاویه ای پایه، ماتریس ژاکوبین غیر مربعی Jac_{32} را تعیین نمود:



شکل ۱: یک روبات فضانورد با n بازوی عامل.



شکل ۲: پایه روبات متحرک با فرض عدم لغزش.

که $S(q)$ برابر خواهد بود با:

$$S(q) = \begin{bmatrix} Jac_{32} & 0_{3 \times (N-3)} \\ 0_{(N-3) \times 2} & 1_{(N-3) \times (N-3)} \end{bmatrix}_{N \times (N-1)}$$

(۱۵- الف)

ماتریس $S^T \cdot S$ یک ماتریس غیر تکین می باشد که دترمینان آن برابر است با:

که v_r و v_l به ترتیب میزان دوران های چرخ های محرک سمت چپ و راست پایه را نمایش می دهند. ماتریس ژاکوبین بین متغیرهای حالت جدید و بردار متغیرهای حالت q به شکل زیر تعریف می شود:

$$\dot{q} = S(q) \cdot \dot{v}$$

(۱۴)

$$\dot{S}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial Jac_{32}}{\partial t} & 0_{3 \times (N-3)} \\ 0_{(N-3) \times 2} & 0_{(N-3) \times (N-3)} \end{bmatrix}_{N \times (N-1)} \quad (۱۹-ب)$$

با جایگذاری \dot{q} و \ddot{q} از معادلات (۱۴) و (۱۹-الف) در معادله (۱۸-ب) معادلات حرکت سیستم رباتیک با پایه مقید به عدم لغزش به شکل زیر به دست می آید:

$$\tilde{H} \cdot \ddot{v} + \tilde{C}_1 \cdot \dot{v} + \tilde{C}_2 + \tilde{G} = T \quad (۲۰-الف)$$

$$\tilde{H} = S^T \cdot H \cdot S \quad (۲۰-ب)$$

$$\tilde{C}_1 = S^T \cdot (C_1 \cdot S + H \cdot \dot{S}) \quad (۲۰-پ)$$

$$\tilde{C}_2 = S^T \cdot C_2 \quad (۲۰-ت)$$

$$\tilde{G} = S^T \cdot G \quad (۲۰-ث)$$

به این ترتیب امکان دستیابی به معادلات تحلیلی روبات موبایل با حرکت مقید به عدم لغزش پایه فراهم شده است. در ادامه به ساده سازی معادلات حرکت (۲۰) جهت کاستن از حجم محاسبات می پردازیم.

مرتب سازی مدل دینامیکی

در این قسمت برای کم کردن حجم محاسبات ماتریس های اینرسی و ماتریس های غیر خطی سیستم که در [۱۵] آمده است آن ها را به زیر ماتریس های زیر تقسیم می کنیم:

$$H = \begin{bmatrix} H_{3 \times 3}^{11} & H_{3 \times (N-3)}^{12} \\ H_{(N-3) \times 3}^{21} & H_{(N-3) \times (N-3)}^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۱-الف)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{3 \times 3}^{11} & C_{3 \times (N-3)}^{12} \\ C_{(N-3) \times 3}^{21} & C_{(N-3) \times (N-3)}^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۱-ب)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} C_{3 \times 1}^1 \\ C_{(N-3) \times 1}^2 \end{bmatrix} \quad (۲۱-پ)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{3 \times 1}^1 \\ G_{(N-3) \times 1}^2 \end{bmatrix} \quad (۲۱-ت)$$

$$|S^T \cdot S| = 4 \times \left(\frac{r}{2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{b}\right)^2 \times (1 + l_G^2) \neq 0 \quad (۱۵-ب)$$

همچنین رابطه نیروهای تعمیم یافته مقید و غیر مقید را می توان به شکل زیر تعریف نمود:

$$Q_{N \times 1} = E(q) \cdot T_{(N-1) \times 1} \quad (۱۶-الف)$$

$$T = [\tau_l \quad \tau_r \quad \tau_1^l \quad \dots]^T \quad (۱۶-ب)$$

که تفاوت Q و T تنها مربوط به نیروهای اعمالی به پایه روبات متحرک می باشد. لذا بنا بر اصل کار مجازی داریم:

$$Q^T \cdot dq = T^T \cdot dv \quad (۱۷-الف)$$

با جایگزینی dq از معادله (۱۴) در معادله (۱۷-الف) خواهیم داشت:

$$T = S^T \cdot Q \quad (۱۷-ب)$$

و با جایگذاری Q از معادله (۱۶-الف) در معادله (۱۷-ب) خواهیم داشت:

$$S^T \cdot E = 1_{(N-1) \times (N-1)} \quad (۱۷-پ)$$

حال با جایگذاری معادله (۱۹-الف) در معادله (۱۵) و ضرب S^T در طرفین معادله خواهیم داشت:

$$S^T (H \ddot{q} + C_1 \dot{q} + C_2 + G - E \cdot T) + S^T \cdot A^T(q) \cdot \lambda = 0 \quad (۱۸-الف)$$

جمله دوم معادله (۱۸-الف) با توجه به اینکه معادله قید در فضای پوچی ماتریس S قرار گرفته است از بین می رود و معادله مذکور با توجه به معادله (۱۷-ب) به شکل زیر ساده می شود:

$$S^T H \ddot{q} + S^T \cdot C_1 \dot{q} + S^T \cdot C_2 + S^T \cdot G = T \quad (۱۸-ب)$$

برای اینکه بردار متغیرهای حالت جدید را در معادله (۱۸-ب) جایگزین کنیم از مشتق زمانی معادله (۱۴) به شکل زیر استفاده می کنیم:

$$\ddot{q} = S(q) \cdot \ddot{v} + \dot{S}(q) \cdot \dot{v} \quad (۱۹-الف)$$

که

متغیر حالت q و v در متغیرهای معرف حرکت پایه می باشد به شکل زیر تعیین می شود:

$$\ddot{X}_{task} = \tilde{Jac} \cdot \dot{v} \quad (۲۴-الف)$$

$$\tilde{Jac} = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times (N-3)} \\ Jac^{21} \cdot Jac_{32} & Jac^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۴-ب)$$

که \ddot{X}_{task} بردار متغیرهای فضای وظیفه برای سیستم رباتیک با پایه صفحه ای مقید به عدم لغزش می باشد که دو متغیر نخست آن معرف میزان دوران چرخ های محرک روبات می باشند. نرخ زمانی ماتریس ژاکوبین سیستم رباتیک با پایه صفحه ای نامقید را نیز به شکل زیر دسته بندی کنیم:

$$J_{dot} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times (N-3)} \\ J_{dot}^{21} & J_{dot}^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۵)$$

نرخ زمانی ماتریس ژاکوبین برای سیستم مقید به عدم لغزش نیز به شکل زیر به دست می آید:

$$\tilde{J}_{dot} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times (N-3)} \\ J_{dot}^{21} \cdot Jac_{32} & J_{dot}^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۶)$$

اعمال قانون کنترلی امپدانس چندگانه بر سیستم

الگوریتم کنترل امپدانس چندگانه^{۱۲} بدون تغییر مود کنترلی بین کنترل موقعیت و کنترل نیرو، رفتار روبات را حتی در صورت برخورد با محیط به نظم آورده و به صورتی تکمیل یافته از عهده تنظیم نیروی برخورد نیز بر می آید، [۱۸]. همانطور که در مرجع مزبور ذکر شده است در کنترل امپدانس جسم، قانون کنترل امپدانس، صرفاً بر جسم تحت کنترل سیستم رباتیک اعمال می گردد. لذا فرض بر اینست که بین جسم و مجری(های) نهایی هیچگونه خواص ارتجاعی وجود ندارد و مجری(های) نهایی با تعقیب مسیر جسم می توانند از عهده وظایف کنترلی برآیند. این روش تا زمانی که خاصیت ارتجاعی بین جسم و مجری(های) نهایی وجود نداشته باشد، از عملکرد قابل قبولی برخوردار است، ولی در صورت وجود این خاصیت حتی ممکن است که به مرز ناپایداری برسد. الگوریتم MIC، یک امپدانس مرجع را هم به مجریهای

حال با توجه به اینکه حجم زیادی از ماتریس های K و \dot{K} را ماتریس های واحد و صفر تشکیل می دهند و همچنین با استفاده از خواص ماتریس Jac_{32} ، معادلات (۲۱) را حتی الامکان ساده می کنیم:

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} Jac_{32}^T \cdot H^{11} \cdot Jac_{32} & Jac_{32}^T \cdot H^{12} \\ H^{21} \cdot Jac_{32} & H^{22} \end{bmatrix}_{(N-1) \times (N-1)} \quad (۲۲-الف)$$

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} Jac_{32}^T \cdot H^{11} \cdot Jac_{32} + Jac_{32}^T \cdot C^{11} \cdot Jac_{32} & Jac_{32}^T \cdot C^{12} \\ C^{21} \cdot Jac_{32} & C^{22} \end{bmatrix}_{(N-1) \times (N-1)} \quad (۲۲-ب)$$

$$\tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} Jac_{32}^T \cdot C^1 \\ C^2 \end{bmatrix}_{(N-1) \times 1} \quad (۲۲-پ)$$

$$\tilde{G} = \begin{bmatrix} Jac_{32}^T \cdot G^1 \\ G^2 \end{bmatrix}_{(N-1) \times 1} \quad (۲۲-ت)$$

بنابراین معادلات (۲۲) فرم خلاصه شده معادلات تحلیلی حرکت سیستم رباتیک صفحه ای با اعمال قید عدم لغزش به پایه آن را فراهم نموده است. حال با توجه به ماتریس های ژاکوبین و نرخ زمانی آن برای سیستم رباتیک صفحه ای با پایه نامقید، ماتریس های ژاکوبین و نرخ زمانی آن را برای روبات با پایه مقید به عدم لغزش تعمیم می دهیم.

محاسبات سینماتیکی لازم

ماتریس ژاکوبین سیستم رباتیک با پایه صفحه ای نامقید به شکل زیر تعریف می شود:

$$\dot{X}_{task} = Jac \cdot \dot{q} \quad (۲۳-الف)$$

که X_{task} بردار متغیرهای فضای وظیفه برای سیستم رباتیک با پایه صفحه ای نامقید می باشد. ماتریس Jac را به شکل زیر دسته بندی می کنیم:

$$Jac = \begin{bmatrix} 1_{3 \times 3} & 0_{3 \times (N-3)} \\ Jac_{(N-3) \times 3}^{21} & Jac_{(N-3) \times (N-3)}^{22} \end{bmatrix} \quad (۲۳-ب)$$

ماتریس ژاکوبین برای سیستم مقید به عدم لغزش با توجه به معادلات (۱۰) و (۲۳) و اینکه اختلاف بردارهای

از محیط به مجری(های) نهایی می باشد. فرمان حرکت به مجری(های) نهایی سیستم روباتیک با این فرض صادر می شود که آنها می توانند آزادانه در فضا حرکت داشته باشند و در صورت برخورد با مانع فرمان اعمال نیرو، نیروهای عکس‌العملی وارده بر سیستم را خنثی می کند. بنابراین فرمان حرکت از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد:

$$T_m = \hat{H} \cdot \ddot{X}_{task}^* + \hat{N}_{onlin} \quad (29-الف)$$

که پارامترهای جرمی معادله فوق به شکل زیر تعریف می شوند:

$$\hat{H} = \tilde{J}ac^{-T} \cdot \tilde{H} \cdot \tilde{J}ac^{-1} \quad (29-ب)$$

$$\hat{N}_{onlin} = \tilde{J}ac^{-T} \cdot (\tilde{C}_1 \cdot \dot{v} + \tilde{C}_2 + \tilde{G} - \tilde{H} \cdot \tilde{J}ac^{-1} \cdot \tilde{J}_{dot} \cdot \dot{v}) \quad (29-پ)$$

همچنین شتاب فرمان \ddot{X}_{task}^* به شکل زیر تعریف می شود:

$$\ddot{X}_{task}^* = \tilde{M}_{des}^{-1} \cdot (\tilde{M}_{des} \cdot \ddot{X}_{des} + \tilde{K}_d \cdot \dot{e} + \tilde{K}_p \cdot e + \tilde{U}_{fc} \cdot F_c) \quad (29-ت)$$

که e بردار خطاهای متغیرهای حالت در فضای وظیفه و \tilde{M}_{des} ، \tilde{K}_d و \tilde{K}_p به ترتیب بهره های ماتریسی جرمی، میرایی و سختی در فضای وظیفه روبات می باشند. بردار F_c شامل مؤلفه های بردار نیروها و گشتاورهای تماسی در مجری(های) نهایی و پایه متحرک نامقید می باشد.

$$F_c = [{}^1F_{cx} \quad {}^1F_{cy} \quad {}^1n_{cz} \quad {}^1F_{cx} \quad {}^1F_{cy} \quad {}^1F_{cz} \quad \dots \quad {}^1F_{cx} \quad {}^1F_{cy} \quad {}^1F_{cz}]^T \quad (29-ث)$$

رابطه (۲۹-ث) با این فرض تبیین شده است که پایه روبات دارای سه درجه آزادی می باشد یعنی نیروهایی در جهات x و y و گشتاوری در جهت z به آن اعمال می شود. همچنین گشتاوری به مجری(های) نهایی اعمال نمی گردد که در صورت وجود به بردار مذکور این مؤلفه ها نیز در نظر گرفته خواهد شد. برای نگاشت این مجموعه از گشتاور و نیروها به دو چرخ از ماتریس Jac_{32}^T در تعریف \tilde{U}_{fc} استفاده می کنیم:

$$\tilde{U}_{fc} = [Jac_{32}^T \quad 1_{3 \times 3} \quad \dots \quad 1_{3 \times 3}]^T \quad (29-ج)$$

نهایی^{۱۳} و هم بر جسم تحت کنترل اعمال می نماید، بگونه ای که کلیه اجزای تحت کنترل از خود رفتار امیدانسی مشابهی را بروز می دهند. این تفاوت باعث می شود که الگوریتم کنترلی MIC در حضور خواص ارتجاعی بین جسم و مجریهای نهایی، پایداری خود را حفظ نموده و از عهده وظایف کنترلی خود برآید. بدین ترتیب علاوه بر کنترل دینامیکی اجزای مورد نظر، اثرات اینرسی جسم جابجا شونده نیز خنثی می گردد. الگوریتم MIC برای سیستم های مشارکتی با پایه متحرک نظیر روباتهای فضایی که در آن بازوهای عامل به یک پایه با پرواز آزاد نصب شده اند، نیز توسعه یافته است، [۱۹]. در فرمولاسیون این الگوریتم دینامیک مرتبط بازوهای عامل و پایه متحرک در نظر گرفته شده است. امکان تنظیم نیروی تماسی نیز بنحویکه در صورت برخورد جسم تحت کنترل با مانع خارجی و نیز اعمال اغتشاشات محیطی بتوان نیروی برخورد را به مقدار مورد نظر تنظیم نمود، به همراه بررسی پایداری این الگوریتم انجام شده است، [۲۰-۲۳].

برای تعیین فرامین کنترلی در الگوریتم MIC، مناسبتر است که از معادلات حرکت سیستم در فضای وظیفه استفاده شود. بنابراین در اینجا، برای اعمال قانون کنترلی امیدانس چندگانه بر یک سیستم روباتیک مقید از معادله (۲۴) که ارتباط متغیرهای حالت در فضای مفصلی و فضای وظیفه به وسیله ماتریس ژاکوبین بر قرار می کند آغاز می کنیم:

$$\dot{v} = \tilde{J}ac^{-1} \cdot \dot{\tilde{X}}_{task} \quad (27-الف)$$

با مشتق گرفتن از رابطه فوق به دست می آید:

$$\ddot{v} = \tilde{J}ac^{-1} \cdot (\ddot{\tilde{X}}_{task} - \dot{\tilde{J}}_{dot} \cdot \dot{v}) \quad (27-ب)$$

فرمان اعمالی به محرک ها در فضای وظیفه را بنا بر قانون MIC می توان به دو فرمان حرکت و تنظیم نیرو تقسیم نمود:

$$T_{app} = T_m + T_f \quad (28)$$

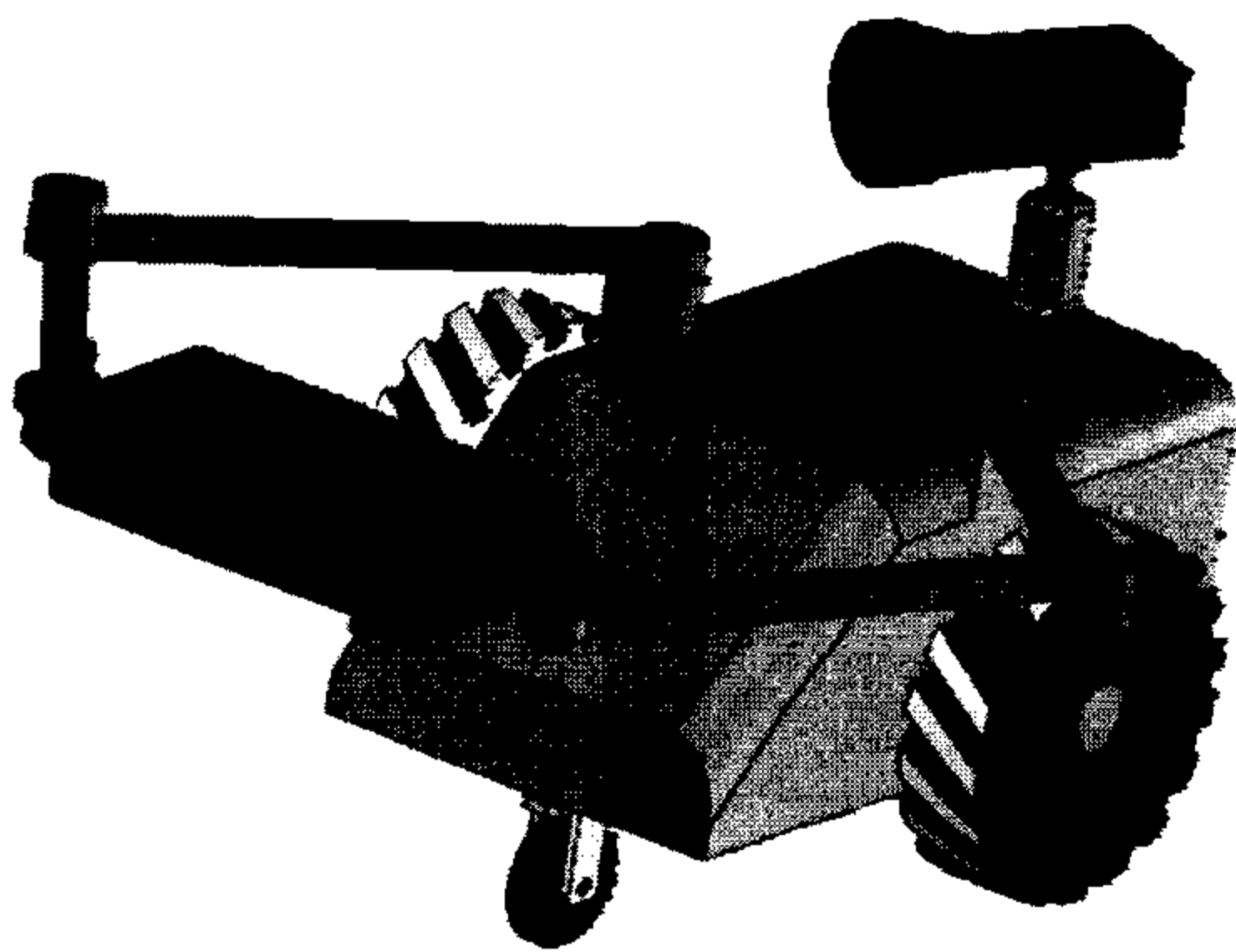
که T_m فرمان حرکتی مورد نیاز به سیستم روباتیک جهت پیمودن مسیر مطلوب و T_f فرمان نیرویی لازم به عملگرها جهت خنثی سازی نیروهای عکس‌العملی وارده

$$\vec{F}_{des2} = 0.5 \times (\vec{F}_{E_tot_des} - \vec{F}_c) \quad (33-ب)$$

و نیروی مطلوب اعمالی به سیستم در فضای وظیفه برابر خواهد بود با:

$$T_f = \begin{Bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \vec{F}_{des1} \\ \vec{F}_{des2} \end{Bmatrix} \quad (33-پ)$$

به این ترتیب فرامین لازم برای کنترل حرکت جسم در حرکت آزاد و مقید توسط روبات از رابطه (۲۸) قابل محاسبه می باشد. در ضمن یادآور می شود که در کنترل MIC در حالتی که قیدی بر حرکت آزاد پایه اعمال نشود امیدانس یکسانی به کلیه مجری(های) نهایی و پایه متحرک و جسم می شود ولیکن در شرایطی که قید عدم لغزش به پایه اعمال شده است امیدانس اعمالی بر چرخ های محرک با توجه به شعاع آنها و امیدانس اعمالی به کل سیستم قابل تعیین است. در قسمت بعد به تبیین شبیه سازی انجام پذیرفته بر روبات موبایل دو بازویی می پردازیم که الگوریتم کنترلی وابسته به مدل MIC به آن اعمال شده است.



شکل ۳: دو بازوی عامل متصل به پایه متحرک در حال انجام وظیفه مشارکتی صفحه ای.

شبیه سازی و بررسی عملکرد

در این قسمت بر روبات موبایل با دو چرخ محرک دیفرانسیلی که دو بازوی عامل ماهر را با خود جابجا می کند، قانون مشارکتی کنترل امیدانس چندگانه MIC را اعمال می کنیم. شکل (۳) یک سیستم روباتیک با پایه متحرک چرخدار را نشان می دهد که دارای حرکت صفحه ای است و وظیفه ای با مشارکت دو بازوی عامل را

معادله حرکت جسم تحت کنترل نیز به شکل زیر قابل بیان است:

$${}^1\vec{F}_{E1} + {}^1\vec{F}_{E2} + {}^1\vec{F}_c + {}^1\vec{F}_o + {}^1\vec{F}_G = m_o \cdot {}^1\ddot{\vec{R}}_o \quad (30)$$

که ${}^1\vec{F}_{E1}$ و ${}^1\vec{F}_{E2}$ به ترتیب نیروهای وارده به جسم از مجری(های) نهایی اول و دوم نسبت به دستگاه مرجع، ${}^1\vec{F}_c$ و ${}^1\vec{F}_o$ به ترتیب نیروی ناشی از برخورد و نیروهای خارجی دیگر وارده به جسم و ${}^1\vec{F}_G$ نیروی وزن جسم تحت کنترل می باشد. m_o جرم جسم و ${}^1\ddot{\vec{R}}_o$ بردار موقعیت مرکز جرم جسم نسبت به دستگاه مرجع است. در قانون کنترل امیدانس برای تعیین فرمان کنترلی مربوط به اعمال نیرو به جسم از معادله (۳۰) به شکل زیر استفاده می شود:

$${}^1\ddot{\vec{R}}_G^* = \frac{1}{m_{deso}} \cdot \left(m_{deso} \cdot {}^1\ddot{\vec{R}}_{deso} + k_{do} \cdot \dot{e}_o + k_{po} \cdot e_o + {}^1\vec{F}_c \right) \quad (31-الف)$$

که m_{deso} ، k_{do} و k_{po} به ترتیب بهره های ماتریسی جرمی، میرایی و سختی جسم تحت کنترل و e_o بردار خطاهای تعقیب مسیر جسم و ${}^1\ddot{\vec{R}}_{deso}$ بردار موقعیت مطلوب جسم نسبت به دستگاه مرجع می باشند. با جایگذاری معادله (۳۱-الف) در معادله (۳۰) می توان مجموع نیروهای اعمالی به مجری(های) نهایی را به دست آورد:

$$\vec{F}_{E_tot_des} = \frac{m_{obj}}{m_{deso}} \cdot \left(m_{deso} \cdot {}^1\ddot{\vec{R}}_{deso} + k_{do} \cdot \dot{e}_o + k_{po} \cdot e_o + {}^1\vec{F}_c \right) - {}^1\vec{F}_c - {}^1\vec{F}_o - {}^1\vec{F}_G \quad (31-ب)$$

نیروی مطلوب به دست آمده از معادله (۳۱-ب) را می توان به طور یکسان بین دو مجری نهایی تقسیم نمود. همچنین برای جبران گشتاور ناشی از برخورد جسم با مانع می توان نصف نیروی برخورد را به نیروی مطلوب یک مجری نهایی اضافه و از دیگری کاست. به این ترتیب جمع نیروهای مطلوب اعمالی به مجری(های) نهایی نیز ثابت باقی خواهد ماند. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{des1} = 0.5 \times (\vec{F}_{E_tot_des} + \vec{F}_c) \quad (32-الف)$$

$$\mathbf{k}_e = \text{diag}(1.2, 1.2) \times 10^4 \quad \text{kg/sec}^2$$

$$\mathbf{b}_e = \text{diag}(5, 5) \times 10^2 \quad \text{kg/sec}$$

مانعی صاف که در امتداد محور x می تواند کرنش^{۱۵} داشته باشد در موقعیت صفحه ای $m = [3.5, -4]$ قرار گرفته است به گونه ای که انتظار برخورد جسم با مانع از طرف پیشانی آن می رود یعنی در $x_G + r_e^{(3)}$. فرض بر این است که هیچ گشتاوری در سطح تماس به جسم اعمال نمی شود (به عبارت دیگر برخورد نقطه ای رخ می دهد). بنابراین n_c تنها ناشی از گشتاور نیروی برخورد خواهد بود. همچنین هیچگونه نیرو یا گشتاور خارجی دیگر که به جسم اعمال شود، در نظر گرفته نشده است یعنی $n_o = 0$ و $f_o = 0$. همچنین سختی واقعی مانع برابر با $k_w = 10^5$ می باشد.

شکل (۴-الف) مسیر مطلوب به همراه مسیر واقعی پیموده شده جسم را نمایش می دهد. همانطور که در شکل مشاهده می شود مسیر مطلوب سه چهارم محیط دایره ای به شعاع ۴ متر و به مرکز مبدأ مختصات می باشد که در ادامه به خط مستقیم در امتداد محور x تبدیل می شود و تا $x = 4 \text{ m}$ ادامه می یابد. با اعمال قانون کنترل امیدانس چندگانه جسم به گونه ای رفتار می کند که بر مسیر مطلوب قرار گیرد. یعنی تا قبل از برخورد با مانع قانون کنترلی در جهت به صفر رساندن خطای تعقیب مسیر عمل می نماید.

همانطور که در شکل (۴-ب) مشاهده می شود خطای تعقیب مسیر به سرعت رو به کاهش می رود، البته در لحظه تبدیل مسیر دایره ای به مستقیم (در حدود ثانیه ۸) شاهد جهشی در خطا می باشیم. بروز این خطا ناشی از عدم انطباق مسیر واقعی و مطلوب جسم در لحظه مورد نظر است که این خطا نیز با گذشت زمان رو به کاهش می رود. اما در ادامه طی مسیر جسم با مانع برخورد نموده (در حدود ثانیه ۱۷) و خطایی ماندگار در جهت x ایجاد می شود که این خطای ماندگار معرف اینست که قانون امیدانسی اجازه ایجاد نیروی برخورد بیش از حد تعیین شده در قانون کنترلی به جسم را نمی دهد. به عبارت دیگر علت بروز این خطای ماندگار نحوه طراحی قانون کنترلی MIC است که بجای کنترل صریح موقعیت یا نیرو به کنترل رفتار سیستم رباتیک می پردازد و این قانون موجب می شود که جسم و سیستم رباتیک در تعادل نیرویی با مانع قرار گیرد و حتی امکان تنظیم

اجرا می کند یعنی به وسیله دو بازوی عامل یک جسم را مطابق مسیرهای تعیین شده جابجا می کند. یکی از دو مجری نهایی مجهز به واسطه انعطافی^{۱۴} می باشد. جسم به وسیله چنگک هایی که به آن مفصل شده، گرفته شده است، بنابراین هیچ گشتاور متمرکزی از طرف مجری(های) نهایی به آن اعمال نمی شود. همچنین حرکات انتقالی و دورانی جسم صرفاً به وسیله نیروهای اعمالی از جانب مجری(های) نهایی کنترل می شود.

سناریوی در نظر گرفته شده برای این مجموعه به شکلی طراحی شده است که جسم تحت کنترل به وسیله سیستم رباتیک سه چهارم یک مسیر دایره ای را پیموده و پس از آن در امتداد مستقیم به موازات محور x ادامه مسیر می دهد. همچنین در این قسمت از مسیر، مانعی جهت برخورد جسم با آن در نظر گرفته شده است تا قابلیت های الگوریتم کنترلی بیشتر نمایان شود. برای سیستم مورد شبیه سازی نشان داده شده در شکل (۳)، پارامترهای هندسی، خواص جرمی و بیشترین گشتاور قابل اعمال به عملگرهای دو بازوی عامل متصل به پایه متحرک در جدول (۱) نمایش داده شده است. همچنین مشخصات سینماتیکی و دینامیکی پایه متحرک روبات در جدول (۲) ارائه شده است. پارامترهای جسم نیز عبارتست از:

$$m_{obj} = 3.0 \text{ kg}, \quad I_G = 0.5 \text{ kgm}^2$$

$$\mathbf{r}_e^{(1)} = -\mathbf{r}_e^{(2)} = (-0.2, 0.0) \text{ m} \quad \mathbf{r}_e^{(3)} = (0, 0.1) \text{ m}$$

که $\mathbf{r}_e^{(1)}$ و $\mathbf{r}_e^{(2)}$ بردارهای موقعیت مجری(های) نهایی متصل به جسم نسبت به مرکز ثقل جسم می باشند و $\mathbf{r}_e^{(3)}$ بردار موقعیت نقطه ای از جسم است که با مانع برخورد می کند. کلیه این تماس ها نقطه ای در نظر گرفته شده اند.

پارامترهای کنترلی نیز برابر است با:

$$\mathbf{M}_{des} = \text{diag}(1, 1) \quad \mathbf{k}_p = \text{diag}(100, 100)$$

$$\mathbf{k}_d = \text{diag}(70, 70)$$

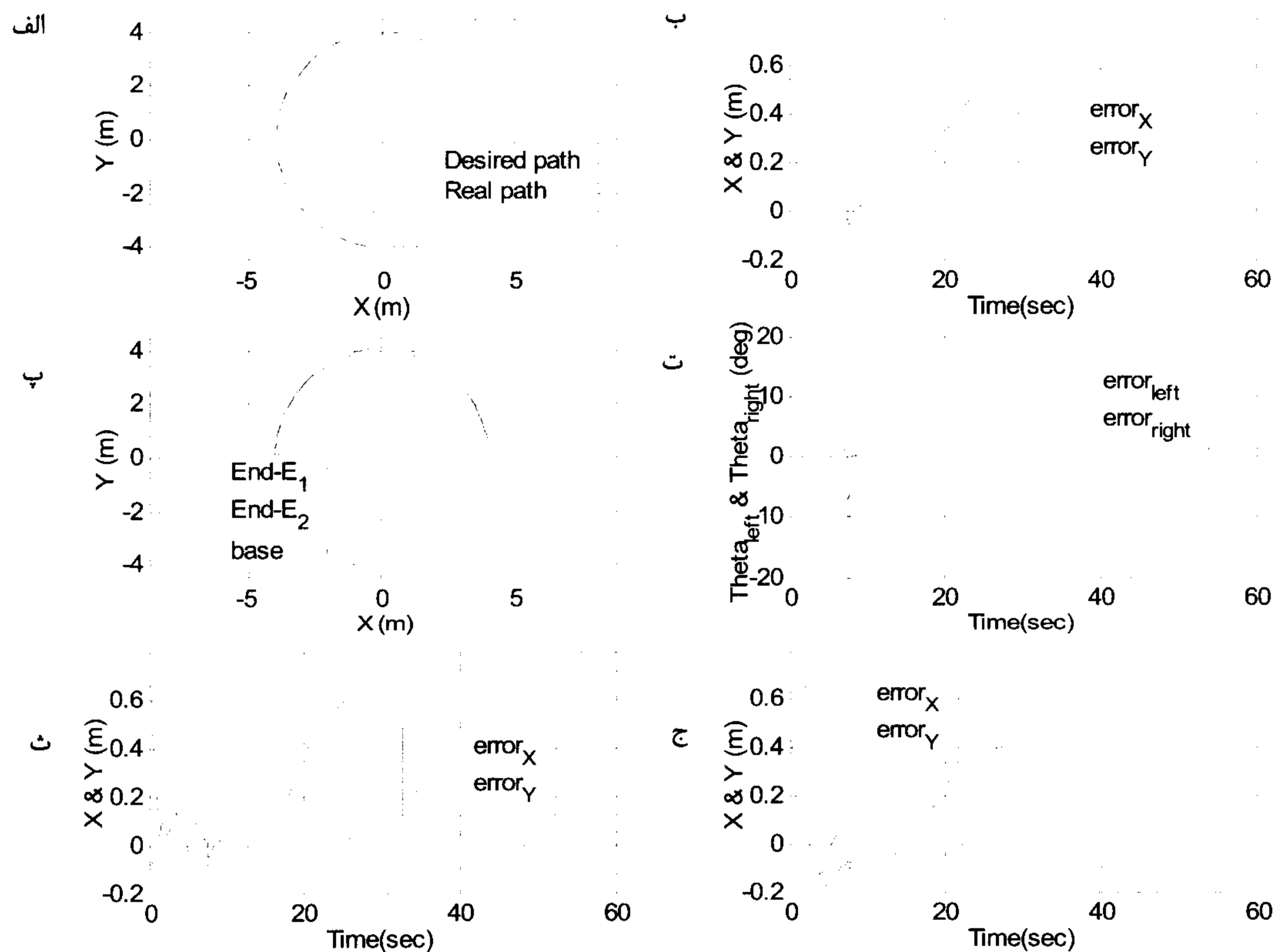
که سختی اعمالی به چرخ ها با توجه به شعاع آنها ۱۰ برابر سختی اعمالی به سایر مجری(های) نهایی در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده است که واحد انعطاف پذیر RCC در حالت ابتدایی عاری از هر گونه تنش یا کششی می باشد و خواص سختی و میرایی آن برابر است با:

جدول ۱: مشخصات بازوهای عامل متصل به پایه متحرک.

Manipulator	i-th body	$r_i^{(m)}$ m	$l_i^{(m)}$ m	$m_i^{(m)}$ Kg	$I_i^{(m)}$ Kgm^2	$\tau_i^{(m)}$ Nm
1	1	0.50	0.50	4.0	0.50	70.0
1	2	0.50	0.50	3.0	0.25	70.0
2	1	0.50	0.50	4.0	0.50	70.0
2	2	0.50	0.50	3.0	0.25	70.0

جدول ۲: مشخصات مکانیکی پایه متحرک.

Mass Kg	I $Kg \cdot m^2$	l_G m	b m	r_{wheels} m	τ_{limit}^{left} $N \cdot m$	τ_{limit}^{right} $N \cdot m$
50	10	0	1	0.15	100	100



شکل ۴- (الف): مسیر مطلوب و واقعی جسم (ب) مسیرهای واقعی مجری (های) نهایی و پایه متحرک (پ) خطاهای مجری نهایی اول (ت) خطاهای تعقیب مسیر جسم (ث) خطاهای تعقیب مسیر چرخ های محرک (ج) خطاهای مجری نهایی دوم.

شده، بیانگر سکون تعادلی جسم در مجاورت مانع موجود در مسیر حرکت می باشد، و نشانه موفقیت در ایجاد امیدانس مطلوب تعیین شده می باشد. شکل (۴-پ) مسیرهای طی شده توسط مرکز ثقل پایه و

نیروی برخورد را هم داشته باشد، [۲۲]. به عبارت دیگر هدف سیستم کنترل این است که جسم و کلیه اجزا روبات در طول مسیر از خود رفتار امیدانسی معینی را بروز دهند. با توجه به هدف مذکور خطای ماندگار ایجاد

شکل های (۶-ب)، (۶-پ) و (۶-ت) مشاهده می شود کلیه محرک ها در تغییر مسیر جسم از دایروی به مستقیم دارای تغییرات گذرای کوتاه مدت با دامنه قابل ملاحظه می شوند. همچنین، در هنگام برخورد جسم با مانع پس از طی مرحله ای گذرا به مقادیر تعادلی خود میل نموده و فعال باقی می مانند.

باید در نظر داشت که چنین سیستمی در مقابل اغتشاشات وارده بر پایه روبات بسیار حساستر نسبت به حالتی است که پایه روبات دارای سه درجه آزادی مستقل از هم باشد. علت این موضوع تبعیت چرخ های محرک از مسیرهای تعیین شده دورانی می باشد که در صورت انحراف از مسیر دکارتی همراه با لغزش چرخ های محرک در صفحه امکان حس این شرایط برای آن میسر نیست. با توجه به مطالب فوق برای چنین سیستمی بحث طراحی مسیر با توجه به خواسته طراح و همچنین پسخوراند دریافت شده از موقعیت دکارتی روبات جهت اصلاح مسیر حرکت از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در مجموع نتایج حاصله بیانگر این مطلب است که الگوریتم مورد بحث چه در حرکت آزاد و چه در تماس با مانع از عهده وظایف کنترلی خود بر می آید.

لازم به ذکر است که در شبیه سازیهای صورت گرفته، تأثیرات عدم قطعیت پارامترها نیز به دو صورت در نظر گرفته شده است:

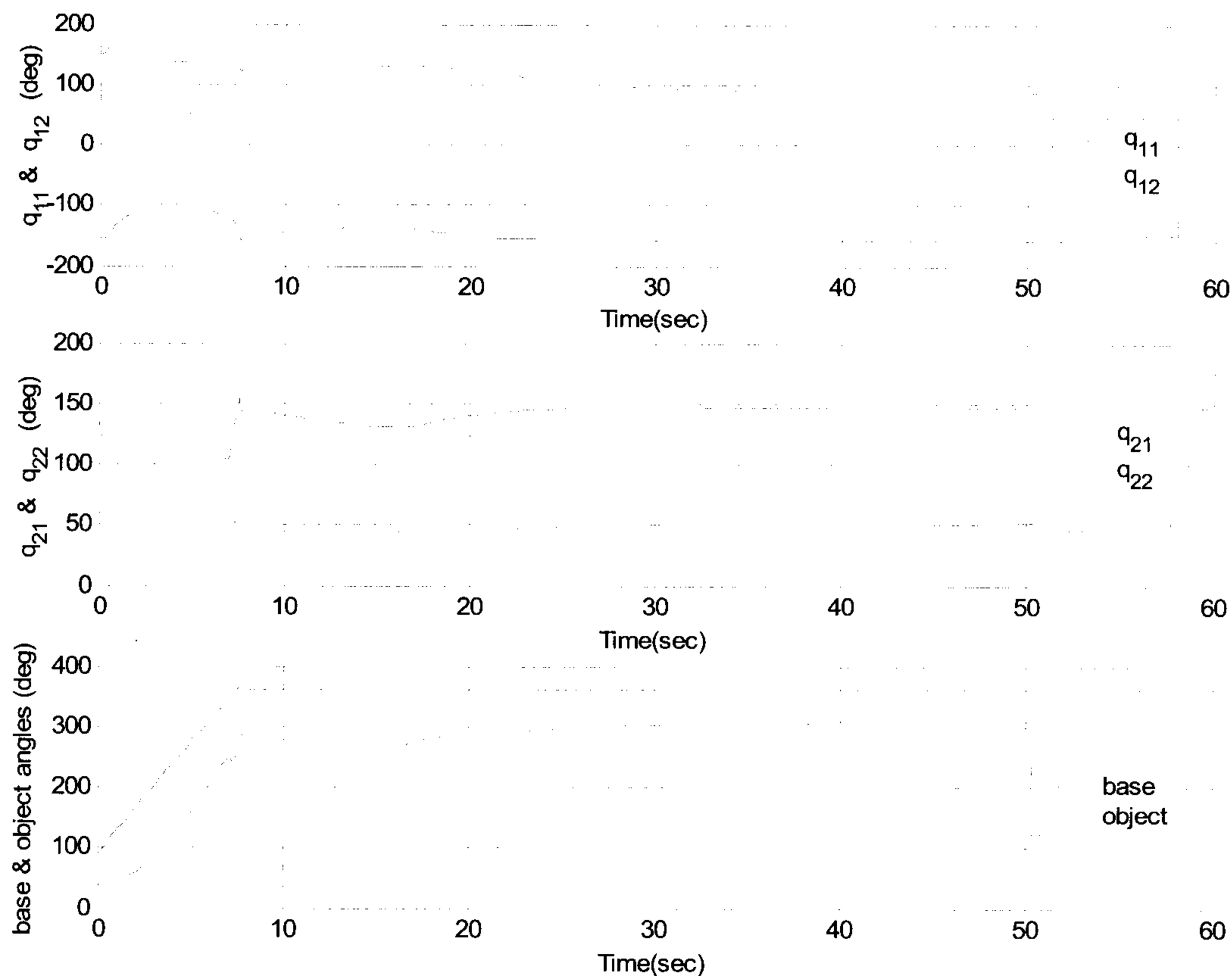
۱. عدم قطعیت پارامترها با درصد معین به صورت ترکیبی از کاهش و افزایش نسبت به مقادیر واقعی بین پارامترهای دینامیکی روبات در فضای وظیفه توزیع گردد.
۲. عدم قطعیت پارامترها با درصد معین صرفاً به صورت کاهش یا افزایش نسبت به مقادیر واقعی برای تمامی پارامترهای دینامیکی روبات در فضای وظیفه هماهنگ باشد.

در شبیه سازیهای انجام پذیرفته برای حالت اول مشاهده شد که قانون کنترلی با عدم قطعیت پارامترها حتی تا حدود ۵۰ درصد نیز به خوبی از عهده وظایف کنترلی خود بر می آید. در صورتیکه در حالت دوم نسبت به عدم قطعیت تا حدود ۱۵ درصد مقاوم می باشد. در مجموع نتایج شبیه سازی نشان می دهد که الگوریتم کنترلی امیدانس چندگانه نسبت به تغییر پارامترها از مقاومت بسیار خوبی برخوردار است، [۲۴].

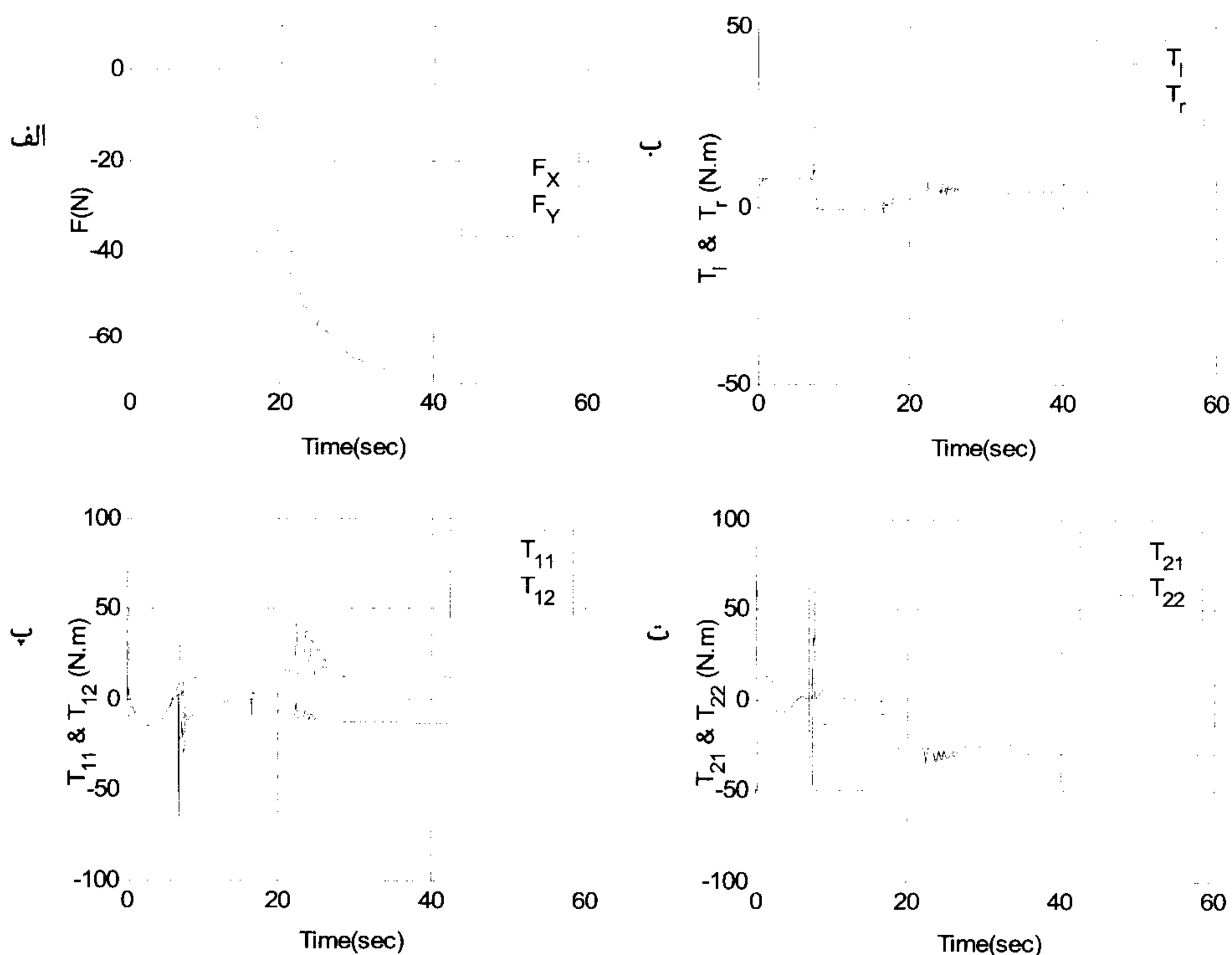
مجری(های) نهایی متصل به جسم را نمایش می دهد. همانطور که مشاهده می شود وجود انعطاف پذیری در مجری نهایی بازوی عامل دوم تأثیر نامطلوبی در کنترل جسم بجا نمی گذارد که قابلیت بالای قانون MIC در صورت وجود انعطاف پذیری در سیستم را نمایش می دهد. شکل های (۴-ت)، (۴-ث) و (۴-ج) به ترتیب خطاهای چرخ های محرک پایه و خطاهای x و y مجری(های) نهایی دو بازوی عامل را نمایش می دهند. وجود خطای ماندگار در چرخ محرک سمت چپ پایه با توجه به فرض عدم لغزش، بیانگر تغییر جهت مختصر پایه می باشد. همچنین اختلاف خطاهای ماندگار دو مجری نهایی که وابسته به وجود RCC در بازوی عامل دوم می باشد برای تأمین نیروی لازم جهت تعادل با مانع می باشد که دوران جسم را موجب شده است.

شکل های (۵-الف) و (۵-ب) تاریخچه زوایای مفاصل بازوهای عامل اول و دوم را نمایش می دهند که پس از برخورد جسم با مانع به سمت مقادیر ثابتی میل می نمایند. همانطور که مشاهده می شود در لحظه تغییر مسیر شاهد بیشترین تغییرات در آنها می باشیم. علت این امر اینرسی سیستم روباتیک می باشد که در مقابل تغییر شرایط مسیر از خود مقاومت نشان داده است. شکل (۵-پ) نیز نمایشگر زوایای مطلق پایه متحرک و جسم تحت کنترل حول محور قائم صفحه حرکت می باشند. زاویه مطلق جسم در حدود ۳۶۰ درجه ثابت می ماند که به دلیل قرار گرفتن پایه در مسیر مستقیم می باشد. در لحظه برخورد شاهد تغییرات مختصری در جهتگیری پایه می باشیم که مربوط به توزیع نامتقارن نیروی عکس العملی برخورد بر پایه می باشد. جسم تحت کنترل نیز به خطای ماندگاری در حدود ۳۰ درجه در جهت گیری می رسد که وجود آن برای تأمین نیروی لازم در RCC ضروری می باشد. همچنین در لحظه تغییر مسیر شاهد تغییراتی در جهتگیری جسم می باشیم.

شکل (۶) به نیروی برخورد جسم با مانع و همچنین گشتاورهای ایجاد شده در محرک ها می پردازد. همانطور که در شکل (۶-الف) مشاهده می شود نیروی حاصل از برخورد جسم با مانع در حالت ماندگار در حدود ۷۰ نیوتن در جهت x می باشد که این نیرو توسط محرک های چرخ های پایه متحرک و همچنین محرک های مفاصل بازوهای عامل اول و دوم تأمین می گردد. همانطور که در



شکل ۵- (الف): مسیر حرکت مفاصل بازوی عامل اول به همراه دوران جسم (ب) مسیر حرکت مفاصل بازوی عامل دوم به همراه دوران جسم (پ) مسیر حرکت دورانی پایه متحرک و جسم .



شکل ۶- (الف): نیروی وارده از جسم تحت کنترل به مانع (ب) گشتاورهای اعمالی به چرخ های محرک پایه متحرک (پ) گشتاورهای اعمالی در مفاصل بازوی عامل اول (ت) گشتاورهای اعمالی در مفاصل بازوی عامل دوم.

نتیجه گیری

عامل دو درجه آزادی می باشد، ارائه گشت. سپس با استفاده از مدل بدست آمده، قانون کنترلی امیدانس چندگانه MIC بر سیستم روبات صفحه ای بر اساس طراحی مسیر مناسب در فضای کاری اعمال شد. نتایج به دست آمده در مجموعه ای از شبیه سازیها بیانگر این موضوع است که قانون کنترل امیدانس چندگانه نتایج مطلوبی را در کنترل حرکت جسم، چه در حرکت آزاد و چه در صورت برخورد آن با مانع ارائه می کند.

در این مقاله، برای بررسی عملکرد الگوریتم جدید کنترل امیدانس چندگانه برای روبات های صفحه ای مقید به قید عدم لغزش با چندین بازوی عامل شامل لینک های صلب، ابتدا استخراج معادلات صریح دینامیکی صورت گرفت. در این خصوص، معادلات تحلیلی حرکت یک روبات صفحه ای با دو چرخ محرک دیفرانسیلی که فرض عدم لغزش بر آنها اعمال گردیده و دارای دو بازوی

مراجع

- 1 - Craig, John J. (1989). *Introduction of robotics, mechanics and control*. Second Edition, Addison Wesley.
- 2 - Meirovitch, L. (1970). *Methods of analytical dynamics*. McGraw-Hill.
- 3 - Denavit, J. and Hartenberg, R. S. (1995). "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices." *Journal of Applied Mechanics*, PP. 215-221.
- 4 - Asada, H. and Slotine, J. J. (1986). *Robot analysis and control*. Wiley Interscience.
- 5 - Kane, T. R. and Levinson, D. A. (1985). *Dynamics: theory and applications*. McGraw-Hill.
- 6 - Vafa, Z. and Dubowsky, S. (1987). "On the dynamics of manipulators in space using the virtual manipulator approach." *Proc. Of IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation*, PP. 579-585.
- 7 - Dubowsky, S. and Torres, M. (1991). "Path planning for space manipulators to minimize spacecraft attitude disturbances." *In Proc. 1991 IEEE Int. Conf. Robotics Automat.*, Vol. 3, PP. 2522-2528.
- 8 - Umetani, Y. and Yoshida, K. (1989). "Resolved motion rate control of space manipulators with generalized Jacobean matrix." *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 3, PP. 303-314.
- 9 - Umetani, Y. and Yoshida, K. (1987). "Continuous path control of space manipulators mounted on OMV." *Acta Astronaut.*, Vol. 15, No. 12, PP. 981-986.
- 10 - Papadopoulos, E. and Dubowsky, S. (1991). "On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators." *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol 7, No. 6, PP. 750-758.
- 11 - Papadopoulos, E. and Dubowsky, S. (1991). "Coordinated manipulator/spacecraft motion control for space robotic systems." *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automat.*, Sacramento, CA, PP. 1696-1701.
- 12 - Papadopoulos, E. and Moosavian, S. Ali A. (1994). "Dynamics & control of multi-arm space robots during chase & capture operations." *Proc. Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS 94)*, Munich, Germany, PP. 12-16.
- 13 - Papadopoulos, E. and Moosavian, S. Ali. A. (1995). "Dynamics & control of space free-flyers with multiple arms." *Journal of Advanced Robotics*, Vol. 9, No. 6, PP.603-624.
- 14 - Moosavian, S. Ali. A. and Papadopoulos, E. (1998). "On the kinematics of multiple manipulator space free-flyers." *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No. 4, PP.207-216.
- 15 - Moosavian, S. Ali. A. and Papadopoulos, E. (2004). "Explicit dynamics of space free-flyers with multiple manipulators via SPACEMAPLE." *Journal of Advanced Robotics*, Vol. 18, No. 2, PP.223-244.
- 16 - Saha, S. K. and Angeles, J. (1991). "Dynamics of nonholonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement." *Trans. of the ASME*, Vol. 58, PP. 238-244.

- 17 - Papadopoulos, E. and Poulakakis, I. (2001). "Planning and obstacle avoidance for mobile robots." *Proc. IEEE Int. Conf. on Robots and Automation*, Seoul, Korea, PP. 21-26.
- 18 - Moosavian, S. Ali. A. and Papadopoulos, E. (1998). "Multiple impedance control for object manipulation." *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Victoria, Canada, Oct. 13-17.
- 19 - Moosavian, S. Ali A. and Papadopoulos, E. (1997). "On the control of space free-flyers using multiple impedance control." *Proc. IEEE Int. Conf. on Robots and Automation*, Albuquerque, NM, USA, April 21-27.
- 20 - Moosavian, S. Ali. A. and Rastegari, R. (2000). "Force tracking in multiple impedance control of space free-flyers." *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, Oct. 31-Nov. 5.
- 21 - Moosavian, S. Ali. A. and Rastegari, R. (2002). "Disturbance rejection analysis of multiple impedance control for space free-flying robots." *Proc. Of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Switzerland, Sept. 30 - Oct. 4.
- ۲۲ - موسویان، ع. ا. و رستگاری، ر. "تنظیم نیروی اعمالی به همراه کنترل رفتار دینامیکی روبات." هشتمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، (۱۳۷۹).
- ۲۳ - موسویان، ع. ا. و رستگاری، ر. "کنترل چند روبات در مشارکت برای جابجائی یک جسم." دهمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، (۱۳۸۱).
- 24 - Moosavian, S. Ali. A. and Rastegari, R. (2005). "Multiple impedance control of mobile robotic systems." *Submitted to ISME Int. Conf. on Mechanical Engineering*, Isfahan.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1 - Model Based Algorithms, MBA | 2 - Natural Orthogonal Complement |
| 3 - Multiple Impedance Control, MIC | 4 - Model Based Controllers |
| 5 - Mobile Robots | 6 - Free Floating Space Manipulators, FFSM |
| 7 - Space Free Flying Robots, SFFR | 8 - Virtual Manipulator Approach |
| 9 - Barycentric | 10 - Direct Path Method, DPM |
| 11 - Natural Orthogonal Complement | 12 - Object Impedance Control, OIC |
| 13 - End-Effectors | 14 - Remote Compliance Center, RCC |
| 15 - deflection | |

